

**Esercizio 1:** dimostrare l'equivalenza tra le seguenti due forme algebriche:

$$\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$(B + A)C + AB$$

SOLUZIONE

$$\begin{aligned}
 f &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC \\
 &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB(\bar{C} + C) && \text{distributiva} \\
 &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB(1) && \text{complemento} \\
 &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB && \text{identità} \\
 &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB + ABC && \text{idempotenza} \\
 &= \bar{A}BC + AC(\bar{B} + B) + AB && \text{distributiva} \\
 &= \bar{A}BC + AC(1) + AB && \text{complemento} \\
 &= \bar{A}BC + AC + AB && \text{identità} \\
 &= \bar{A}BC + AC + AB + ABC = \dots && \text{idempotenza} \\
 &= BC + AC + AB = (B + A)C + AB
 \end{aligned}$$

**Esercizio 2:** dimostrare la proprietà distributiva di OR rispetto a AND:

$$X + (YZ) = (X + Y) \cdot (X + Z)$$

SOLUZIONE:

$$\begin{aligned}
 (x+y) \cdot (x+z) &= (x+y) \cdot (x) + (x+y) \cdot (z) = \boxed{xx} + xy + xz + yz = && \text{(Idempotenza)} \\
 &= \boxed{x} + xy + xz + yz = && \text{(Identita' AND)} \\
 &= \boxed{x} \cdot 1 + \boxed{xy} + \boxed{xz} + yz = && \dots \text{raccoglimento} \\
 &= x \cdot (\boxed{1+y+z}) + yz = && \text{(Identita' OR)} \\
 &= x \cdot \boxed{1} + yz = && \text{(Identita' AND)} \\
 &= x + (yz) && \blacksquare
 \end{aligned}$$

**Esercizio 3:** minimizzare coi teoremi dell'algebra di Boole la seguente funzione logica:

$$Y = \bar{A} \cdot (A + B) + \bar{C} + BC$$

$$\left[ \text{Risp.: } Y = B + \bar{C} \right]$$

SOLUZIONE:

$$Y = \overline{A} \cdot (A + B) + \overline{C} + B \cdot C$$

$$Y = \overline{A} \cdot A + \overline{A} \cdot B + \overline{C} + B \cdot C$$

$$\text{ma } A \cdot \overline{A} = 0$$

$$Y = \overline{A} \cdot B + \overline{C} + B \cdot C$$

$$Y = \overline{A} \cdot B + [\overline{C} + C \cdot B] = \overline{A} \cdot B + \overline{C} + B$$



II° teorema dell'assorbimento

$$Y = \overline{C} + B(1 + \overline{A}) = B + \overline{C}$$



teorema dell'annullamento

Esercizio 4: Minimizzare coi teoremi di De Morgan la seguente funzione logica:

$$Y = \overline{\overline{A} + A \cdot \overline{B} + CD}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{Risp.: } Y = \overline{A}(\overline{C} + \overline{D}) \end{array} \right]$$

SOLUZIONE:

$$Y = \overline{\overline{A} + A \cdot \overline{B} + CD} \quad \text{Applico De Morgan}$$

$$\overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \quad \text{quindi}$$

$$Y = \overline{\overline{A}(\overline{1 + \overline{B}}) + CD}$$

$$Y = \overline{\overline{A} + \overline{CD}} = \overline{A}(\overline{CD}) = \overline{A}(\overline{C} + \overline{D})$$