

**Esercizio 1:** dimostrare l'equivalenza tra le seguenti due forme algebriche:

$$\bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

$$(B + A)C + AB$$

SOLUZIONE

$$\begin{aligned} f &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC \\ &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB(\bar{C} + C) && \text{distributiva} \\ &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB(1) && \text{complemento} \\ &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB && \text{identità} \\ &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB + ABC && \text{idempotenza} \\ &= \bar{A}BC + AC(\bar{B} + B) + AB && \text{distributiva} \\ &= \bar{A}BC + AC(1) + AB && \text{complemento} \\ &= \bar{A}BC + AC + AB && \text{identità} \\ &= \bar{A}BC + AC + AB + ABC = \dots && \text{idempotenza} \\ &= BC + AC + AB = (B + A)C + AB \end{aligned}$$

**Esercizio 2:** dimostrare la proprietà distributiva di OR rispetto a AND:

$$X + (YZ) = (X + Y) \cdot (X + Z)$$

SOLUZIONE:

$$\begin{aligned} (x+y) \cdot (x+z) &= (x+y) \cdot (x) + (x+y) \cdot (z) = xx + xy + xz + yz = && (\text{Idempotenza}) \\ &= x + xy + xz + yz = && (\text{Identità' AND}) \\ &= x \cdot 1 + xy + xz + yz = && \dots \text{raccoglimento} \\ &= x \cdot (1+y+z) + yz = && (\text{Identità' OR}) \\ &= x \cdot 1 + yz = && (\text{Identità' AND}) \\ &= x + (yz) && \blacksquare \end{aligned}$$

**Esercizio 3:** minimizzare coi teoremi dell'algebra di Boole la seguente funzione logica:

$$Y = \bar{A} \cdot (A + B) + \bar{C} + BC$$

$$\left[ \text{Risp. : } Y = B + \bar{C} \right]$$

SOLUZIONE:

$$Y = \overline{A} \cdot (A + B) + \overline{C} + B \cdot C$$

$$Y = \overline{A} \cdot A + \overline{A} \cdot B + \overline{C} + B \cdot C$$

$$\text{ma } A \cdot \overline{A} = 0$$

$$Y = \overline{A} \cdot B + \overline{C} + B \cdot C$$

$$Y = \overline{A} \cdot B + [\overline{C} + C \cdot B] = \overline{A} \cdot B + \overline{C} + B$$



*II° teorema dell'assorbimento*

$$Y = \overline{C} + B(1 + \overline{A}) = B + \overline{C}$$



*teorema dell'annullamento*

Esercizio 4: Minimizzare coi teoremi di De Morgan la seguente funzione logica:

$$Y = \overline{A + A \cdot \overline{B} + CD}$$

$$\left[ \text{Risp.: } Y = \overline{A}(\overline{C} + \overline{D}) \right]$$

SOLUZIONE:

$$Y = \overline{A + A \cdot \overline{B} + CD} \quad \text{Applico De Morgan}$$

$$\overline{A + B + C} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \quad \text{quindi}$$

$$Y = \overline{A(1 + \overline{B}) + CD}$$

$$Y = \overline{A + CD} = \overline{A}(\overline{CD}) = \overline{A}(\overline{C} + \overline{D})$$