

Análisis Matemático I

Tarea 3

Lorenzo Antonio Alvarado Cabrera

1. – Sea $(V, \|\cdot\|)$ un espacio normado y $d_{\|\cdot\|}$ la métrica inducida. Demuestra que:

- $\forall v, w, z \in V \quad (d(v, w) = d(v + z, w + z))$
- $\forall v, w \in V \quad (d(v, w) = d(-v, -w))$
- $\forall v \in V \text{ y } \forall \alpha \in [0, \infty) \quad (d(\alpha v, \alpha w) = \alpha d(v, w))$

Demostración:

- 1) Tenemos que $d(v + z, w + z) = \|(v + z) - (w + z)\| = \|v - w\| = d(v, w)$.
- 2) Tenemos que $d(-v, -w) = \|-v + w\| = \|(-1)(v - w)\| = |-1| \cdot \|v - w\| = d(v, w)$.
- 3) Tenemos que $d(\alpha v, \alpha w) = \|\alpha v - \alpha w\| = \|(\alpha)(v - w)\| = |\alpha| \cdot \|v - w\| = \alpha d(v, w)$.