

## Examen 2

**Problema 1.** Sean  $A, B \subset \mathbb{C}$  distintos del vacío. Definimos la distancia entre  $A$  y  $B$  como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si  $A$  es cerrado y  $B$  compacto, entonces existen  $z \in A$ ,  $w \in B$  tales que  $d(A, B) = |z - w|$ .

**Problema 2.** Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{z}{n} \right)^n, \quad z \in \mathbb{C} \qquad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a - i}{1 + i} \right)^n, \quad a \in \mathbb{R}$$

**Problema 3.** Determina si convergen o no las siguientes series:

$$a) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3}i} \qquad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$$

**Problema 4.** Determina para que valores de  $z \in \mathbb{C}$  convergen las siguientes series:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \qquad b) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{i + z} \right)^n$$

## Examen 2

**Problema 1.** Sean  $A, B \subset \mathbb{C}$  distintos del vacío. Definimos la distancia entre  $A$  y  $B$  como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si  $A$  es cerrado y  $B$  compacto, entonces existen  $z \in A$ ,  $w \in B$  tales que  $d(A, B) = |z - w|$ .

**Problema 2.** Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{z}{n} \right)^n, \quad z \in \mathbb{C} \qquad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a - i}{1 + i} \right)^n, \quad a \in \mathbb{R}$$

**Problema 3.** Determina si convergen o no las siguientes series:

$$a) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3}i} \qquad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$$

**Problema 4.** Determina para que valores de  $z \in \mathbb{C}$  convergen las siguientes series:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \qquad b) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{i + z} \right)^n$$

## Examen 2

**Problema 1.** Sean  $A, B \subset \mathbb{C}$  distintos del vacío. Definimos la distancia entre  $A$  y  $B$  como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si  $A$  es cerrado y  $B$  compacto, entonces existen  $z \in A$ ,  $w \in B$  tales que  $d(A, B) = |z - w|$ .

**Problema 2.** Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{z}{n} \right)^n, \quad z \in \mathbb{C} \qquad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a - i}{1 + i} \right)^n, \quad a \in \mathbb{R}$$

**Problema 3.** Determina si convergen o no las siguientes series:

$$a) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3}i} \qquad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$$

**Problema 4.** Determina para que valores de  $z \in \mathbb{C}$  convergen las siguientes series:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \qquad b) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{i + z} \right)^n$$

## Examen 2

**Problema 1.** Sean  $A, B \subset \mathbb{C}$  distintos del vacío. Definimos la distancia entre  $A$  y  $B$  como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si  $A$  es cerrado y  $B$  compacto, entonces existen  $z \in A$ ,  $w \in B$  tales que  $d(A, B) = |z - w|$ .

**Problema 2.** Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{z}{n} \right)^n, \quad z \in \mathbb{C} \qquad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a - i}{1 + i} \right)^n, \quad a \in \mathbb{R}$$

**Problema 3.** Determina si convergen o no las siguientes series:

$$a) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3}i} \qquad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$$

**Problema 4.** Determina para que valores de  $z \in \mathbb{C}$  convergen las siguientes series:

$$a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!} \qquad b) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{1}{i + z} \right)^n$$