

Examen 2

Problema 1. Sean $A, B \subset \mathbb{C}$ distintos del vacío. Definimos la distancia entre A y B como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si A es cerrado y B compacto, entonces existen $z \in A$, $w \in B$ tales que $d(A, B) = |z - w|$.

Problema 2. Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{z}{n} \right)^n, z \in \mathbb{C}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a-i}{1+i} \right)^n, a \in \mathbb{R}$

Problema 3. Determina si convergen o no las siguientes series:

a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3} i}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$

Problema 4. Determina para qué valores de $z \in \mathbb{C}$ convergen las siguientes series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{i+z} \right)^n$

Examen 2

Problema 1. Sean $A, B \subset \mathbb{C}$ distintos del vacío. Definimos la distancia entre A y B como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si A es cerrado y B compacto, entonces existen $z \in A$, $w \in B$ tales que $d(A, B) = |z - w|$.

Problema 2. Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{z}{n} \right)^n, z \in \mathbb{C}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a-i}{1+i} \right)^n, a \in \mathbb{R}$

Problema 3. Determina si convergen o no las siguientes series:

a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3} i}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$

Problema 4. Determina para qué valores de $z \in \mathbb{C}$ convergen las siguientes series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{i+z} \right)^n$

Examen 2

Problema 1. Sean $A, B \subset \mathbb{C}$ distintos del vacío. Definimos la distancia entre A y B como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si A es cerrado y B compacto, entonces existen $z \in A$, $w \in B$ tales que $d(A, B) = |z - w|$.

Problema 2. Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{z}{n} \right)^n, z \in \mathbb{C}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a-i}{1+i} \right)^n, a \in \mathbb{R}$

Problema 3. Determina si convergen o no las siguientes series:

a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3} i}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$

Problema 4. Determina para qué valores de $z \in \mathbb{C}$ convergen las siguientes series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{i+z} \right)^n$

Examen 2

Problema 1. Sean $A, B \subset \mathbb{C}$ distintos del vacío. Definimos la distancia entre A y B como,

$$d(A, B) = \inf \{|z_1 - z_2| : z_1 \in A, z_2 \in B\}$$

Prueba que, si A es cerrado y B compacto, entonces existen $z \in A$, $w \in B$ tales que $d(A, B) = |z - w|$.

Problema 2. Determina si los siguientes límites existen, y si es necesario dar sus condiciones.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{z}{n} \right)^n, z \in \mathbb{C}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a-i}{1+i} \right)^n, a \in \mathbb{R}$

Problema 3. Determina si convergen o no las siguientes series:

a) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-5i)^n - 4^{n+1}}{(7i)^{n-3} i}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n + i}{n^2}$

Problema 4. Determina para qué valores de $z \in \mathbb{C}$ convergen las siguientes series:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{i+z} \right)^n$