CEFET-MG
CENTRO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA
DE MINAS GERAIS

Engenharia de Computação

Computação Evolucionista

Relatório 3

Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2006 Special Session on Constrained Real-Parameter Optimization

---

Professor: Samuel Costa Alves Basilio.
Relator: Lorenzo Jordani Bertozzi Luz.

Leopoldina, MG

Entrega: 17/01/2025

Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2006 Special Session on Constrained Real-Parameter Optimization

A maioria dos problemas de otimização apresenta restrições de diferentes tipos, como físicas, temporais e geométricas, que alteram a forma do espaço de busca. Nos últimos anos, diversas metaheurísticas foram desenvolvidas e aplicadas para resolver problemas de otimização com restrições. Entretanto, algoritmos evolucionários e a maioria das metaheurísticas geralmente operam como técnicas de busca irrestritas. Por isso, necessitam de mecanismos adicionais para incorporar as restrições à função de aptidão.

Historicamente, a abordagem mais comum para lidar com restrições, tanto em algoritmos evolucionários quanto em programação matemática, é o uso de funções de penalidade. Essa técnica, proposta inicialmente na década de 1940 e aprimorada ao longo do tempo, apresenta algumas limitações. As funções de penalidade não são ideais para problemas em que o ótimo está localizado na fronteira entre regiões viáveis e inviáveis, ou em casos em que a região viável é disjunta. Além disso, essas funções requerem um ajuste cuidadoso para definir os fatores de penalidade mais adequados às metas heurísticas.

Para superar essas limitações, várias abordagens alternativas foram propostas. Entre elas, estão técnicas como a aproximação de aptidão em problemas de otimização com restrições, a incorporação de conhecimento especializado, incluindo abordagens culturais, e outras estratégias inovadoras. Nos últimos anos, a análise do papel do mecanismo de busca também tem ganhado destaque. Estratégias como evolução diferencial (DE), otimização por enxame de partículas (PSO), estratégias de evolução (ES) e programação evolutiva (EP) têm sido consideradas mais vantajosas por alguns pesquisadores em comparação com algoritmos genéticos binários (GA), dependendo da natureza do problema.

Neste relatório, será abordado o problema G11, parte de um conjunto de 24 funções de benchmark descritas em diretrizes específicas. Além disso, serão seguidos critérios de avaliação de desempenho para a condução dos experimentos.

I Descrição dos Problemas de Otimização com Restrições

Nesta seção, 24 problemas de otimização com restrições são descritos. Todos eles são transformados no seguinte formato:

$$\text{Minimizar:} \quad f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]$$

$$\text{sujeito a:} \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \ldots, q$$
$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = q+1, \ldots, m$$

Normalmente, as restrições de igualdade são transformadas em desigualdades da seguinte forma:

$$|h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0, \quad \text{para } j = q+1, \ldots, m$$

Uma solução $\mathbf{x}$ é considerada viável se:

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \text{para } i = 1, \ldots, q$$
$$|h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0, \quad \text{para } j = q+1, \ldots, m$$

Nesta sessão especial, o valor de ϵ é definido como 0.0001.

I.I Problema G11

Minimizar:

$$f(\mathbf{x}) = x_1^2 + (x_2 - 1)^2$$

Sujeito a:

$$h(\mathbf{x}) = x_2 - x_1^2 = 0$$

Onde:

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad \text{e} \quad -1 \leq x_2 \leq 1$$

A solução ótima é:

$$\mathbf{x}^* = (-0.707036070037170616, 0.500000004333606807)$$

Com:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0.7499$$

array

Tabela 1: Descrição do Problema G11

c

Problema	**n**	**Tipo de Função**	ρ (%)	**LI**	**NI**	**LE**	**NE**	**a**
g11	2	Quadrática	0.0000%	0	0	0	1	1

Onde:

- n é o número de variáveis de decisão.
- $\rho = \frac{|F|}{|S|}$ é a razão estimada entre a região viável (F) e o espaço de busca (S).
- **LI** é o número de restrições de desigualdade linear.
- **NI** é o número de restrições de desigualdade não linear.
- **LE** é o número de restrições de igualdade linear.
- **NE** é o número de restrições de igualdade não linear.
- **a** é o número de restrições ativas na solução $\mathbf{x}$.

Demonstrar a eficiência do algoritmo genético em diferentes cenários e compará-lo com o algoritmo de busca aleatória, a fim de identificar e esclarecer em quais situações a aplicação do algoritmo genético é mais viável e vantajosa.

II Performance Evaluation Criteria

II.I Ótimos Globais

O valor da função de fitness das melhores soluções conhecidas está listado na Tabela 2.

- **Execuções por problema:** 25
- **Máximo de FES:** 500.000
- **Tamanho da população:** Livre para determinar um tamanho de população apropriado ao algoritmo, respeitando o limite máximo de FES.

Tabela 2: Soluções ótimas globais conhecidas

Problema	**n**	$f(\mathbf{x}^*)$	**Limites**
g11	2	0.7499000000	$-1 \leq x_1 \leq 1$ e $-1 \leq x_2 \leq 1$

II.II Requisitos para os Experimentos

II.II.1 Registro do Valor de Erro

Registre o valor do erro da função $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*)$ para a melhor solução obtida $\mathbf{x}$ após 5×10^3, 5×10^4 e 5×10^5 FES em cada execução.

As restrições de igualdade são transformadas em desigualdades da forma:

$$|h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0, \quad \text{para } j = q+1, \dots, m$$

Uma solução $\mathbf{x}$ é considerada viável se:

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, q$$
$$|h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0, \quad \text{para } j = q+1, \dots, m$$

Nesta sessão especial, o valor de ϵ é definido como 0.0001.

Para cada função, apresente os seguintes resultados: melhor, mediano, pior, valor médio e desvio padrão para as 25 execuções. Indique também:

- Número de restrições violadas (incluindo o número de violações superiores a 1, 0.01, 0.0001).
- Média das violações ($\mathbf{v}$) na solução mediana:

$$\mathbf{v} = \frac{\sum_{i=1}^{q} G_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=q+1}^{m} H_j(\mathbf{x})}{m}$$

onde:

$$G_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} g_i(\mathbf{x}) & \text{se } g_i(\mathbf{x}) > 0 \\ 0 & \text{se } g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases}$$

$$H_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} |h_j(\mathbf{x})| & \text{se } |h_j(\mathbf{x})| - \epsilon > 0 \\ 0 & \text{se } |h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0 \end{cases}$$

II.II.2 Registro de FES para Condições Fixas

Registre o número de FES necessário em cada execução para encontrar uma solução que satisfaça $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*) \leq 0.0001$ e seja viável. Para cada função, apresente: melhor, mediano, pior, valor médio e desvio padrão para as 25 execuções.

II.II.3 Taxas de Viabilidade, Sucesso e Performance de Sucesso

- **Execução Viável:** Uma execução na qual ao menos uma solução viável é encontrada com o máximo de FES.
- **Execução Bem-sucedida:** Uma execução na qual o algoritmo encontra uma solução viável $\mathbf{x}$ que satisfaça $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*) \leq 0.0001$.
- **Taxa de Viabilidade:** $\frac{\text{\# de execuções viáveis}}{\text{total de execuções}}$

- **Taxa de Sucesso:** $\frac{\text{\# de execuções bem-sucedidas}}{\text{total de execuções}}$
- **Performance de Sucesso:**

$$\text{média (FES para execuções bem-sucedidas)} \times \frac{\text{total de execuções}}{\text{\# de execuções bem-sucedidas}}$$

II.II.4 Gráficos de Convergência

Os gráficos semilogarítmicos devem apresentar $\log_{10}(f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*))$ versus FES e $\log_{10}(v)$ versus FES para cada problema. $\mathbf{x}$ aqui é a melhor solução até o momento.

II.II.5 Complexidade do Algoritmo

- $T_1 = \frac{\sum_{i=1}^{24} t_{1i}}{24}$, onde t_{1i} é o tempo de cálculo de 10.000 avaliações para o problema i.
- $T_2 = \frac{\sum_{i=1}^{24} t_{2i}}{24}$, onde t_{2i} é o tempo total de cálculo para o algoritmo com 10.000 avaliações para o problema i.
- A complexidade do algoritmo é refletida por: T_1, T_2 e $(T_2 - T_1)/T_1$.

III Formato dos Resultados

Os participantes devem apresentar seus resultados no seguinte formato:

- **Configuração de Parâmetros:**
  - Parâmetros ajustáveis.
  - Intervalos dinâmicos.
  - Diretrizes de ajuste.
  - Custo estimado do ajuste em FES.
  - Valores reais usados.

III.I Tabelas de Resultados

Resultados devem ser apresentados como:

FES		**g11**
5×10^3	Best	0.000167
	Median	0.023470
	Worst	0.230298
	c	0, 0, 0
	v	0.000000
	Mean	0.043984
	Std	0.055139
5×10^4	Best	0.000010
	Median	0.001527
	Worst	0.066768
	c	0, 0, 0
	v	0,000000
	Mean	0.011135
	Std	0.017047
5×10^5	Best	0.000010
	Median	0.000127
	Worst	0.045274
	c	0, 0, 0
	v	0,000000
	Mean	0.010790
	Std	0.045540

Tabela 3: Valores de Erro Obtidos Quando FES $= 5 \times 10^3$, FES $= 5 \times 10^4$, FES $= 5 \times 10^5$, para problema G11

c é o número de restrições violadas na solução mediana: a sequência de três números indica o número de violações (incluindo desigualdades e igualdades) por mais de 1.0, mais de 0.01 e mais de 0.0001, respectivamente. **v** é o valor médio das violações de todas as restrições na solução mediana. Os números entre parênteses após o valor de fitness das soluções melhor, mediana e pior indicam o número de restrições que não satisfazem as condições viáveis nas soluções melhor, mediana e pior, respectivamente.

Método de ordenação para os resultados finais:

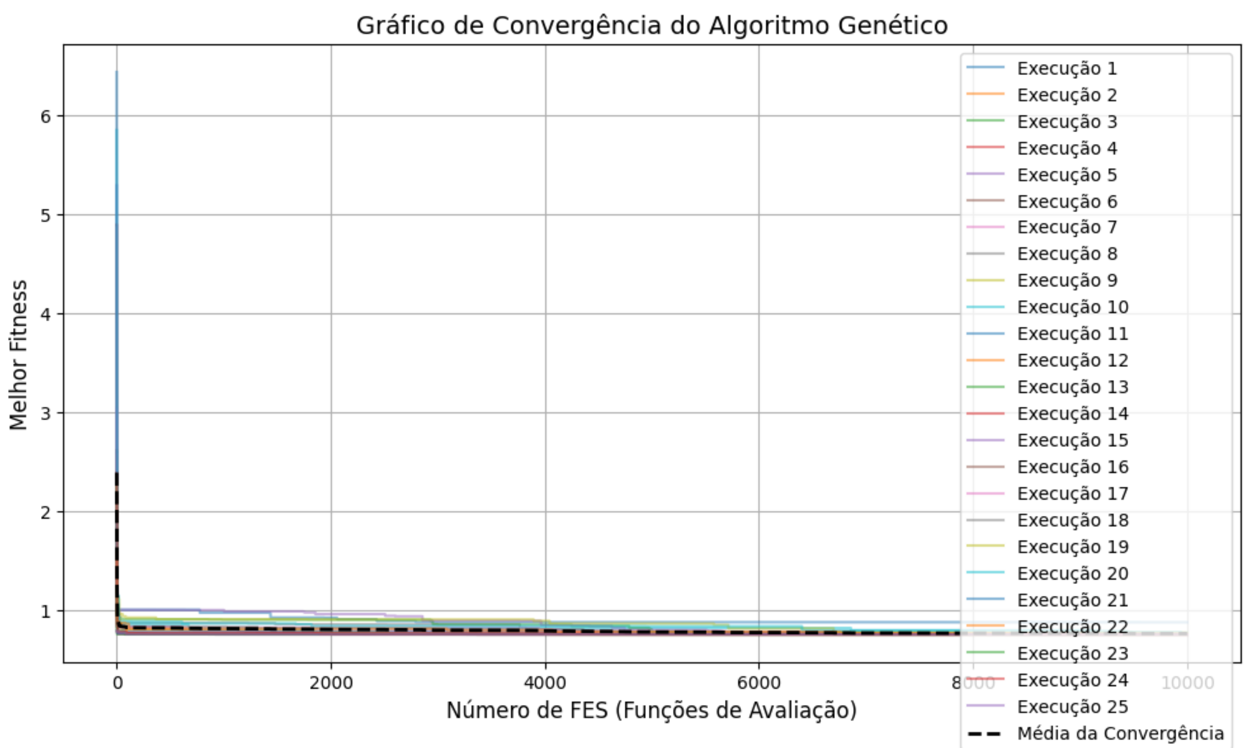
1. Ordenar as soluções viáveis à frente das soluções inviáveis;
2. Ordenar as soluções viáveis de acordo com seus erros de função $f(x) - f(x^*)$;
3. Ordenar as soluções inviáveis de acordo com o valor médio das violações de todas as restrições.

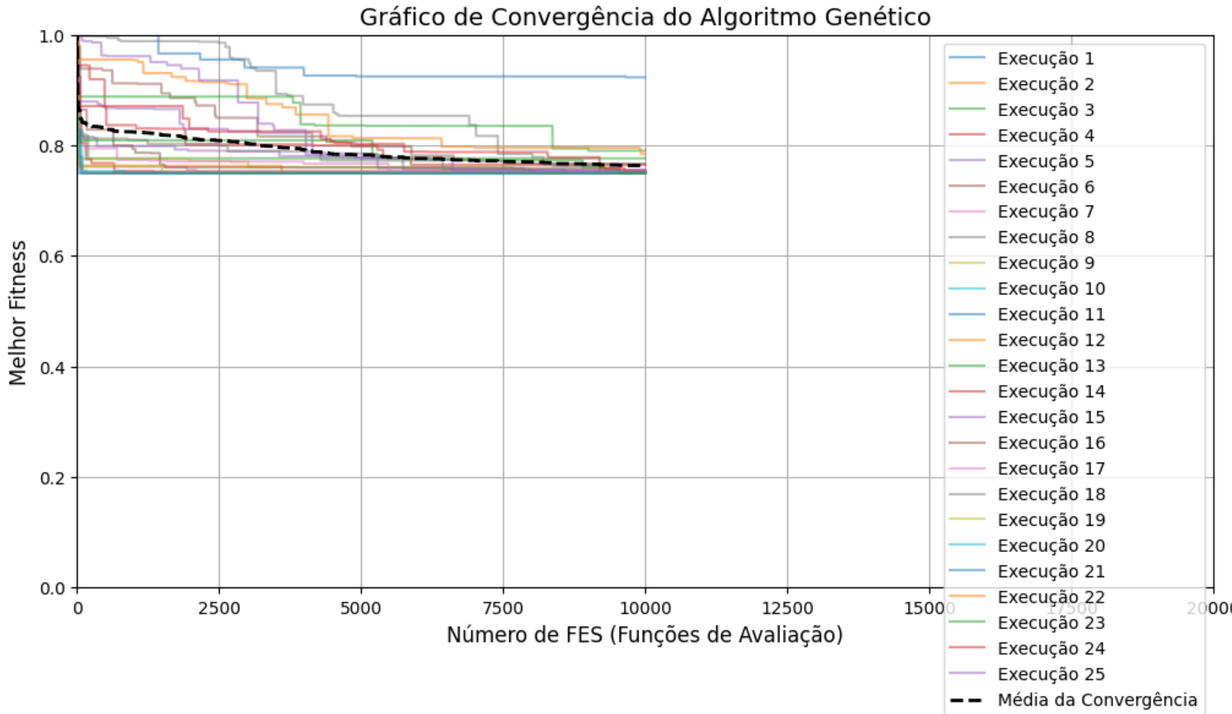
Prob	Melhor	Md.	Pior	Média	Desv. Pad.	Tx. de Viab.	Tx. de S.	Des. d
G11	0.000009	0.015232	0.169726	0.030815	0.039346	1.0000	0.9600	539

Número de FES para alcançar o nível de precisão fixo ($f(\tilde{x}) - f(\tilde{x}^*) \leq 0.0001$), Taxa de Sucesso, Taxa de Viabilidade e Desempenho de Sucesso.

Mapa de Convergência

Os gráficos semi-logaritmos devem mostrar $\log_{10}(f(\tilde{x}) - f(\tilde{x}^*))$ vs FES e $\log_{10}(v)$ vs FES para cada problema. Utilize +, x, o, etc., para diferenciar os gráficos. FES deve ir até 500.000.





Complexidade do Algoritmo

- **T1**: Tempo médio de 10.000 avaliações.
- **T2**: Tempo médio total do algoritmo.
- **(T2 - T1)/T1**: Complexidade computacional.

T1	T2	(T2-T1)/T1
0.000236	7.792618	32964.783403

IV Referências

[1] Liang, Jing & Runarsson, Thomas & Mezura-Montes, Efrén & Clerc, Maurice & Suganthan, Ponnuthurai & Coello, Carlos & Deb, Kalyan. (2006). Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2006 special session on constrained real-parameter optimization. Nangyang Technological University, Singapore, Tech. Rep. 41.

[2] Repositório do projeto: https://github.com/LorenzoBertozzi/CEC-2006-g11-solution/tree/main