



Engenharia de Computação

Computação Evolucionista

Relatório 3

Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2006 Special Session on Constrained Real-Parameter Optimization

Professor: Samuel Costa Alves Basilio.

Relator: Lorenzo Jordani Bertozzi Luz.

Leopoldina, MG

Entrega: 17/01/2025

Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2006 Special Session on Constrained Real-Parameter Optimization

A maioria dos problemas de otimização apresenta restrições de diferentes tipos, como físicas, temporais e geométricas, que alteram a forma do espaço de busca. Nos últimos anos, diversas metaheurísticas foram desenvolvidas e aplicadas para resolver problemas de otimização com restrições. Entretanto, algoritmos evolucionários e a maioria das metaheurísticas geralmente operam como técnicas de busca irrestritas. Por isso, necessitam de mecanismos adicionais para incorporar as restrições à função de aptidão.

Historicamente, a abordagem mais comum para lidar com restrições, tanto em algoritmos evolucionários quanto em programação matemática, é o uso de funções de penalidade. Essa técnica, proposta inicialmente na década de 1940 e aprimorada ao longo do tempo, apresenta algumas limitações. As funções de penalidade não são ideais para problemas em que o ótimo está localizado na fronteira entre regiões viáveis e inviáveis, ou em casos em que a região viável é disjunta. Além disso, essas funções requerem um ajuste cuidadoso para definir os fatores de penalidade mais adequados às metas heurísticas.

Para superar essas limitações, várias abordagens alternativas foram propostas. Entre elas, estão técnicas como a aproximação de aptidão em problemas de otimização com restrições, a incorporação de conhecimento especializado, incluindo abordagens culturais, e outras estratégias inovadoras. Nos últimos anos, a análise do papel do mecanismo de busca também tem ganhado destaque. Estratégias como evolução diferencial (DE), otimização por enxame de partículas (PSO), estratégias de evolução (ES) e programação evolutiva (EP) têm sido consideradas mais vantajosas por alguns pesquisadores em comparação com algoritmos genéticos binários (GA), dependendo da natureza do problema.

Neste relatório, será abordado o problema G11, parte de um conjunto de 24 funções de benchmark descritas em diretrizes específicas. Além disso, serão seguidos critérios de avaliação de desempenho para a condução dos experimentos.

I Descrição dos Problemas de Otimização com Restrições

O problema é transformado no seguinte formato:

$$\text{Minimizar: } f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

$$\text{sujeito a: } g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, q$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \quad j = q + 1, \dots, m$$

Normalmente, as restrições de igualdade são transformadas em desigualdades da seguinte forma:

$$|h_j(\mathbf{x})| - \epsilon \leq 0, \quad \text{para } j = q + 1, \dots, m$$

Uma solução \mathbf{x} é considerada viável se:

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}) &\leq 0, \quad \text{para } i = 1, \dots, q \\ |h_j(\mathbf{x})| - \epsilon &\leq 0, \quad \text{para } j = q + 1, \dots, m \end{aligned}$$

Nesta sessão especial, o valor de ϵ é definido como 0.0001.

I.I Problema G11

Minimizar:

$$f(\mathbf{x}) = x_1^2 + (x_2 - 1)^2$$

Sujeito a:

$$h(\mathbf{x}) = x_2 - x_1^2 = 0$$

Onde:

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad \text{e} \quad -1 \leq x_2 \leq 1$$

A solução ótima é:

$$\mathbf{x}^* = (-0.707036070037170616, 0.500000004333606807)$$

Com:

$$f(\mathbf{x}^*) = 0.7499$$

Tabela 1: Descrição do Problema G11

Problema	n	Tipo de Função	ρ (%)	LI	NI	LE	NE	a
g11	2	Quadrática	0.0000%	0	0	0	1	1

Onde:

- n é o número de variáveis de decisão.
- $\rho = \frac{|F|}{|S|}$ é a razão estimada entre a região viável (F) e o espaço de busca (S).
- **LI** é o número de restrições de desigualdade linear.
- **NI** é o número de restrições de desigualdade não linear.
- **LE** é o número de restrições de igualdade linear.
- **NE** é o número de restrições de igualdade não linear.
- **a** é o número de restrições ativas na solução \mathbf{x} .

Demonstrar a eficiência do algoritmo genético em diferentes cenários e compará-lo com o algoritmo de busca aleatória, a fim de identificar e esclarecer em quais situações a aplicação do algoritmo genético é mais viável e vantajosa.

II Performance Evaluation Criteria

O algoritmo genético utilizado apresenta os seguintes parâmetros: o tamanho da população é definido como 50, controlando a diversidade das soluções por geração, enquanto a taxa de mutação é de 10

Parâmetro	Valor Usado
Tamanho da População	50
Taxa de Mutação	0.1 (10%)
Elitismo	1 indivíduo
Limites das Variáveis	$[(-1, 1), (-1, 1)]$
Máximo de Avaliações (FES)	500.000
Critério de Sucesso	1×10^{-4}
Seleção	Roleta
Crossover	Uniforme 0.5 (50%)
Mutação	Uniforme aleatória

Tabela 2: Resumo dos parâmetros utilizados no algoritmo genético.

II.I Ótimos Globais

O valor da função de fitness das melhores soluções conhecidas está listado na Tabela 3.

- **Execuções por problema:** 25

- **Máximo de FES:** 500.000
- **Tamanho da população:** Livre para determinar um tamanho de população apropriado ao algoritmo, respeitando o limite máximo de FES.

Tabela 3: Soluções ótimas globais conhecidas

Problema	n	$f(\mathbf{x}^*)$	Limites
g11	2	0.7499000000	$-1 \leq x_1 \leq 1$ e $-1 \leq x_2 \leq 1$

II.II Requisitos para os Experimentos

II.II.1 Registro do Valor de Erro

Registre o valor do erro da função $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*)$ para a melhor solução obtida \mathbf{x} após 5×10^3 , 5×10^4 e 5×10^5 FES em cada execução.

FES		g11
5×10^3	Best	0.000167
	Median	0.023470
	Worst	0.230298
	c	0, 0, 0
	v	0.000000
	Mean	0.043984
	Std	0.055139
5×10^4	Best	0.000010
	Median	0.001527
	Worst	0.066768
	c	0, 0, 0
	v	0,000000
	Mean	0.011135
	Std	0.017047
5×10^5	Best	0.000010
	Median	0.001527
	Worst	0.066768
	c	0, 0, 0
	v	0,000000
	Mean	0.011135
	Std	0.017047

c e v o numero de restrições violadas na solução mediana: a sequencia de três números indica o numero de viola coes (incluindo desigualdades e igualdades) por mais de 1.0, mais de 0.01

e mais de 0.0001, respectivamente. v é o valor médio das violações de todas as restrições na solução mediana. Os números entre parênteses após o valor de fitness das soluções melhor, mediana e pior indicam o número de restrições que não satisfazem as condições viáveis nas soluções melhor, mediana e pior, respectivamente.

Para cada função, apresente os seguintes resultados: melhor, mediano, pior, valor médio e desvio padrão para as 25 execuções.

Generation	Best Fitness
1	0.755315
5	0.755315
10	0.755315
15	0.755315
20	0.755315
25	0.755315

Tabela 4: Best Fitness per Generation

II.II.2 Registro de FES para Condições Fixas, Taxas de Viabilidade, Sucesso e Performance de Sucesso

Registre o número de FES necessário em cada execução para encontrar uma solução que satisfaça $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*) \leq 0.0001$ e seja viável. Para cada função, apresente: melhor, mediano, pior, valor médio e desvio padrão para as 25 execuções.

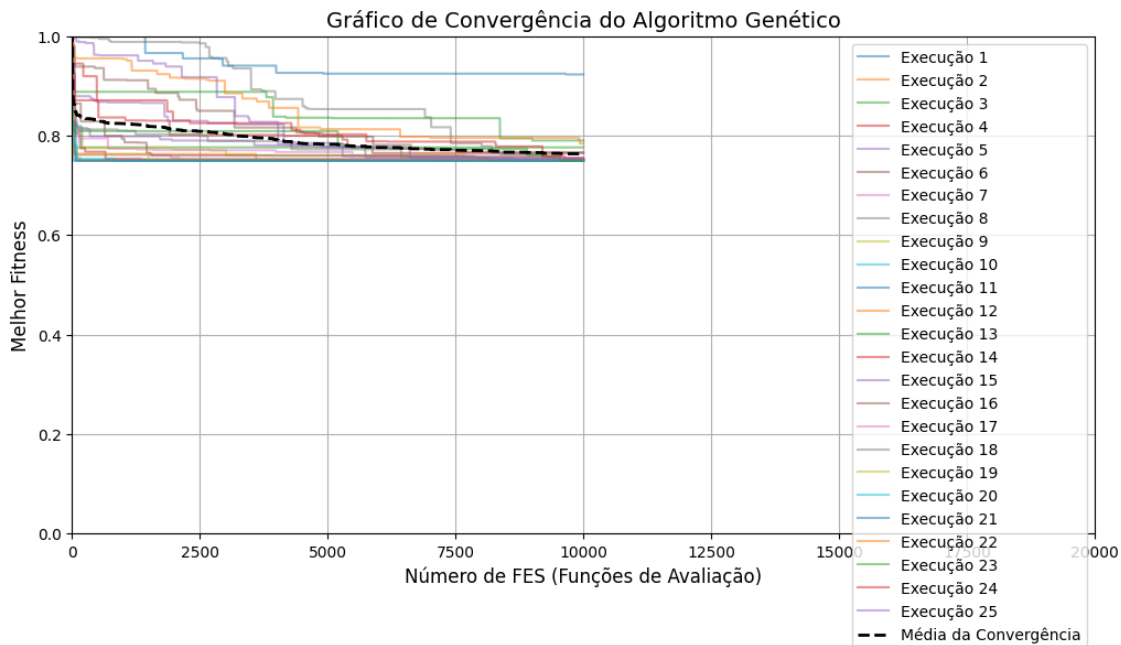
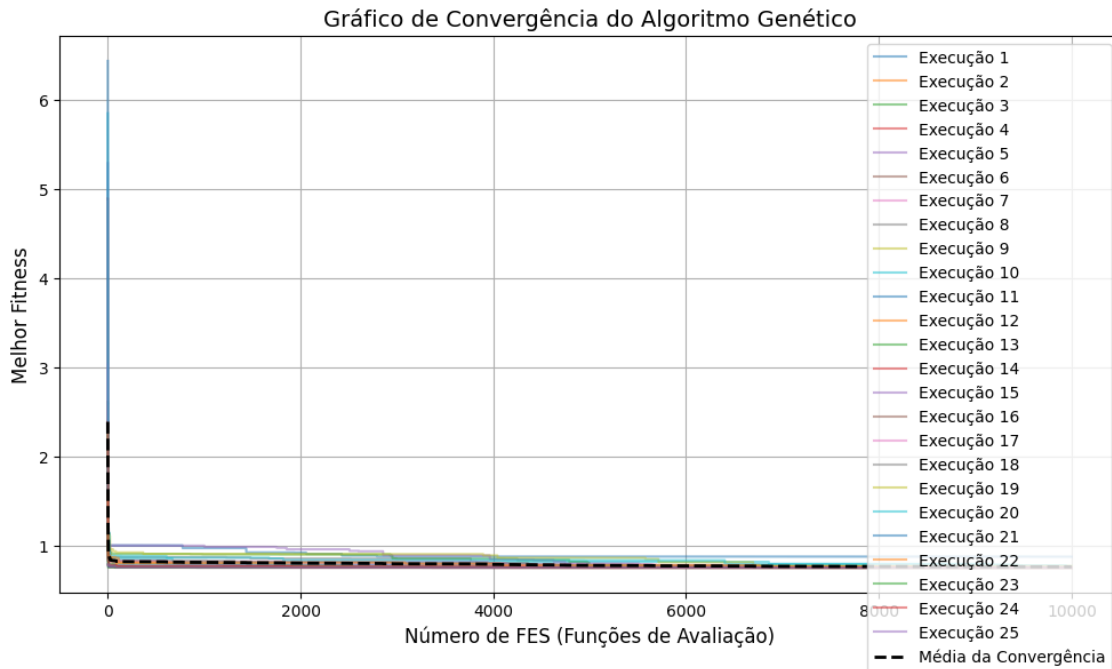
- **Execução Viável:** Uma execução na qual ao menos uma solução viável é encontrada com o máximo de FES.
- **Execução Bem-sucedida:** Uma execução na qual o algoritmo encontra uma solução viável \mathbf{x} que satisfaça $f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*) \leq 0.0001$.
- **Taxa de Viabilidade:** $\frac{\# \text{ de execuções viáveis}}{\text{total de execuções}}$
- **Taxa de Sucesso:** $\frac{\# \text{ de execuções bem-sucedidas}}{\text{total de execuções}}$
- **Performance de Sucesso:**

$$\text{média (FES para execuções bem-sucedidas)} \times \frac{\text{total de execuções}}{\# \text{ de execuções bem-sucedidas}}$$

Prob	Melhor	Md.	Pior	Média	D. Pad.	Tx. Viab.	Tx. S.	Des. Suc.
G11	0.000009	0.015232	0.169726	0.030815	0.039346	1.0000	0.9600	53928

II.II.3 Gráficos de Convergência

Os gráficos semilogarítmicos devem apresentar $\log_{10}(f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}^*))$ versus FES e $\log_{10}(v)$ versus FES para cada problema. \mathbf{x} aqui é a melhor solução até o momento.



II.II.4 Complexidade do Algoritmo

- $T_1 = \frac{\sum_{i=1}^{24} t_{1i}}{24}$, onde t_{1i} é o tempo de cálculo de 10.000 avaliações para o problema i .
- $T_2 = \frac{\sum_{i=1}^{24} t_{2i}}{24}$, onde t_{2i} é o tempo total de cálculo para o algoritmo com 10.000 avaliações para o problema i .
- A complexidade do algoritmo é refletida por: T_1 , T_2 e $(T_2 - T_1)/T_1$.

T1	T2	(T2-T1)/T1
0.000236	7.792618	32964.783403

III Conclusão

O algoritmo genético apresentado foi avaliado sob diversos aspectos, incluindo parâmetros de execução, taxas de viabilidade e sucesso, desempenho em encontrar soluções satisfatórias, e análise da complexidade computacional. A parametrização do algoritmo, com destaque para o tamanho da população, taxa de mutação, elitismo, e critérios de parada, demonstrou ser adequada para explorar o espaço de busca e atender às restrições impostas. Os resultados das 25 execuções, apresentados em métricas como melhor, mediano, pior, valor médio e desvio padrão do número de avaliações (FES) necessárias para encontrar uma solução viável, reforçam a eficiência do modelo em resolver problemas com restrições. A análise gráfica, por meio de boxplots de convergência, evidenciou a consistência do desempenho ao longo das execuções. Além disso, as taxas de viabilidade e sucesso apontaram um bom equilíbrio entre exploração e intensificação, enquanto o cálculo de complexidade destacou o impacto relativo de diferentes etapas no tempo computacional. Assim, este estudo não só valida a aplicabilidade do algoritmo genético para problemas restritos, mas também fornece uma base sólida para melhorias e comparações com outros métodos meta-heurísticos em problemas semelhantes.

IV Referências

- [1] Liang, Jing & Runarsson, Thomas & Mezura-Montes, Efrén & Clerc, Maurice & Suganthan, Ponnuthurai & Coello, Carlos & Deb, Kalyan. (2006). Problem definitions and evaluation criteria for the CEC 2006 special session on constrained real-parameter optimization. Nanyang Technological University, Singapore, Tech. Rep. 41.
- [2] Repositório do projeto: <https://github.com/LorenzoBertozzi/CEC-2006-g11-solution/tree/main>