Misure di quota

La conoscenza della quota rappresenta una necessità nello sviluppo di un volo per più ragioni fondamentali: la separazione dagli ostacoli naturali o artificiali, il rispetto di procedure imposte o preferenziali, l'ottimizzazione delle prestazioni.

L'impiego del solo senso della vista anche in perfetta visibilità può non essere sufficiente, è quindi essenziale effettuarne la misura.

La quota, intesa come distanza da un certo riferimento noto, può essere conosciuta attraverso la misura di una delle tre grandezze dell'atmosfera: pressione, densità, temperatura, effettuata attraverso un opportuno sensore. La quota viene quindi ricavata dalla relazione che essa ha con la grandezza misurata nel modello dell'aria tipo.

Si privilegia di norma la misura della pressione atmosferica per la facilità e la precisione con cui essa può essere effettuata tramite un barometro.

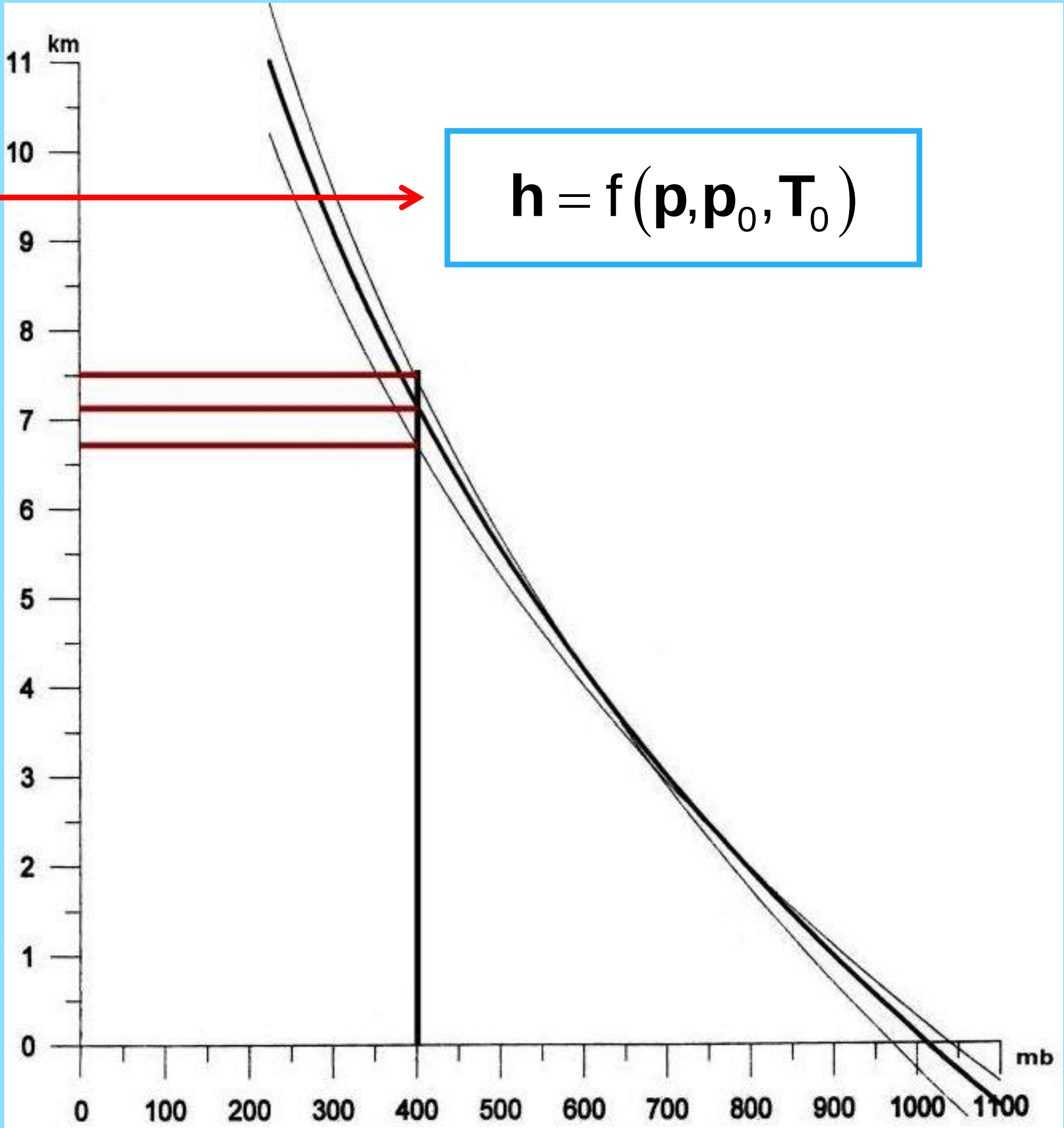
Misura quota attraverso misura pressione

La quota viene ricavata sulla base della sua dipendenza dalla pressione secondo lo schema dell'aria tipo.

Valori diversi di pressione e temperatura alla quota di riferimento fanno però sì che alla pressione **p** corrispondano quote diverse.

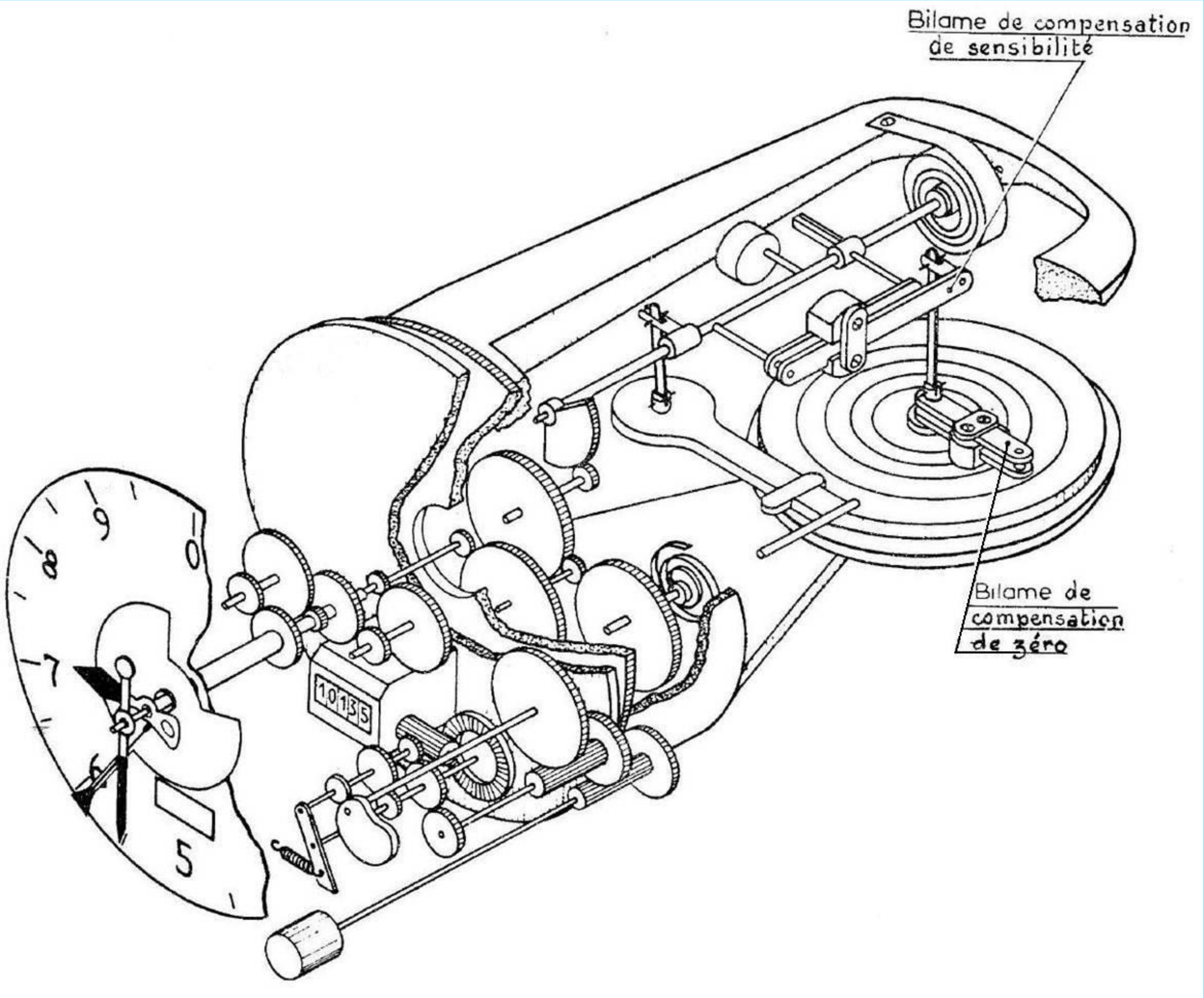
La misura sarà influenzata anche da altri parametri $\mathbf{k_i}$ caratteristici dell'impianto di misura. La relazione costitutiva dello strumento sarà quindi:

$$\mathbf{h} = f\left(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, \mathbf{T}_0, \mathbf{k}_\mathbf{i}\right)$$

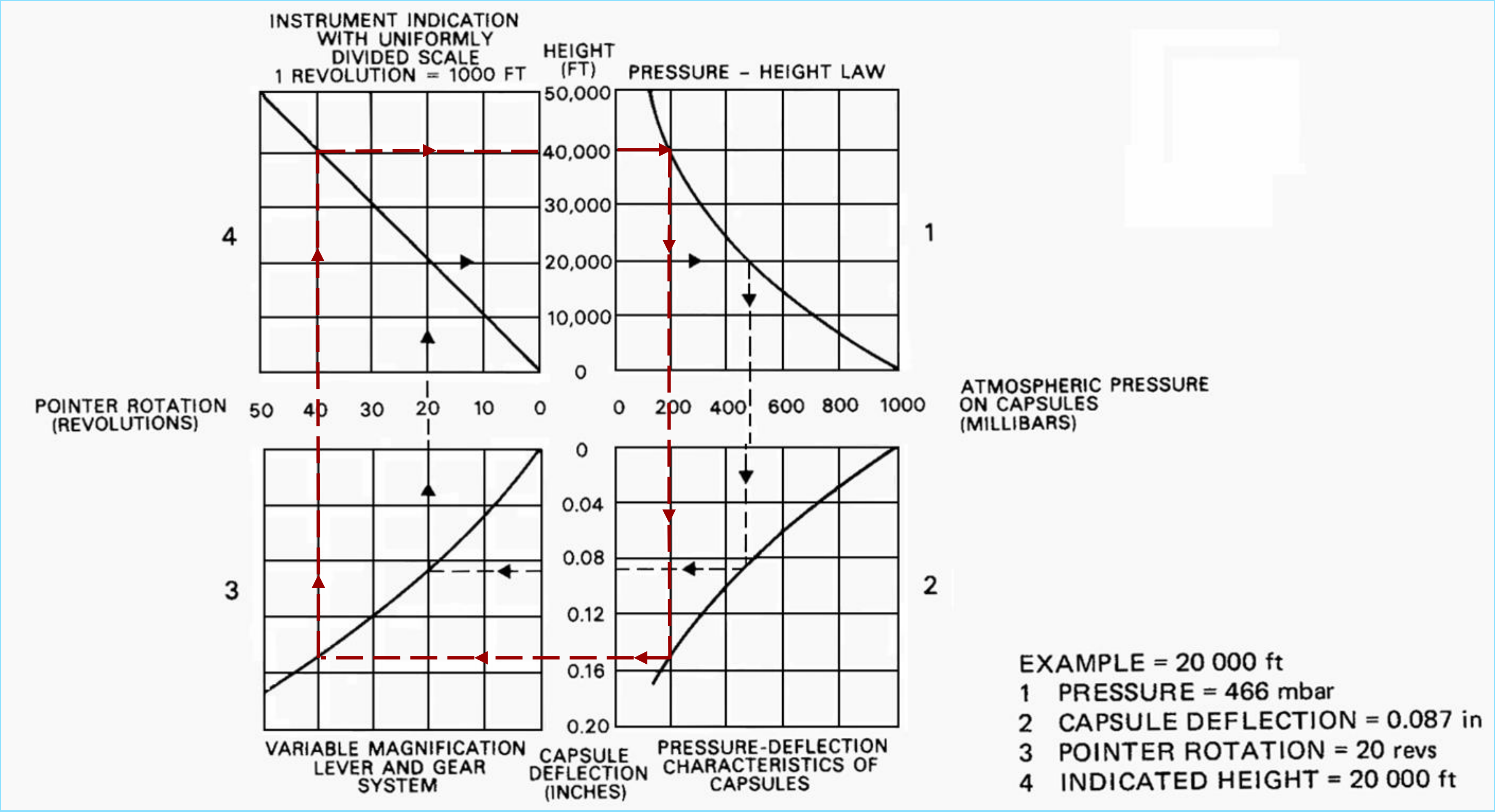


$$\mathbf{h} = f\left(\mathbf{p}, \mathbf{p}_0, \mathbf{T}_0\right)$$

Altimetro barometrico



Linearizzazione della scala



Altimetro barometrico

Correzione dovuta alla temperatura

$$dh = -\frac{RT}{g}\frac{dp}{p}$$

se $\bar{T}$ indica la temperatura media tra h_1 e h_2 possiamo scrivere:

$$h_2 - h_1 = -\frac{R\bar{T}}{g}\log\frac{p_2}{p_1}$$

da cui:

$$h_{2v} - h_1 = -\frac{R\bar{T}_v}{g}\log\frac{p_2}{p_1} = \frac{R\bar{T}_v}{g}\log\frac{p_1}{p_2}$$

e

$$h_{2i} - h_1 = -\frac{R\bar{T}_{st}}{g}\log\frac{p_1}{p_2}$$

$$\text{se } h_1 = 0 \;\rightarrow\; \frac{h_v}{h_i} = \frac{\bar{T}_v}{\bar{T}_{st}} \;\rightarrow\; \boxed{h_v = h_i\frac{\bar{T}_v}{\bar{T}_{st}}}$$

Temperatura misurata

T_s Temperatura statica **SAT** Static Air Temperature

T_t Temperatura totale **TAT** Total Air Temperature

$1\,(v, T_s)$ - $2\,(0, T_t)$ il punto 1 corrisponde alle condizioni asintotiche di corrente mentre 2 è il punto di misura

la trasformazione tra 1 e 2 è considerata adiabatica e isoentropica

$$\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho}+\frac{1}{2}v^2=\text{cost} \quad \text{ma} \quad p=\rho RT \quad \text{da cui} \quad \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho}=\frac{\gamma}{\gamma-1}RT \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma}{\gamma-1}RT_s+\frac{1}{2}v^2=\frac{\gamma}{\gamma-1}RT_t$$

$$\text{essendo} \quad \gamma=\frac{C_p}{C_v} \quad \text{e} \quad R=C_p-C_v \quad \Rightarrow \quad C_pT_s+\frac{1}{2}v^2=C_pT_t$$

$$\text{da cui} \quad T_t=T_s+\frac{1}{2}\frac{v^2}{C_p} \quad \text{ma} \quad M^2=\frac{v^2}{c^2} \quad \text{e} \quad c^2=\gamma RT_s \quad \Rightarrow \quad c^2=\frac{C_p}{C_v}RT_s$$

$$T_t=T_s+\frac{1}{2}M^2\frac{1}{C_p}\frac{C_p}{C_v}RT_s=T_s+\frac{1}{2}\frac{R}{C_v}M^2T_s=T_s+\frac{1}{2}\frac{C_p-C_v}{C_v}M^2T_s=T_s+\frac{\gamma-1}{2}M^2T_s$$

definiamo ora

T_m Temperatura misurata

r Recovery coefficient

$$r=\frac{T_m-T_s}{T_t-T_s} \quad \Rightarrow \quad T_t-T_s=\frac{T_m-T_s}{r}$$

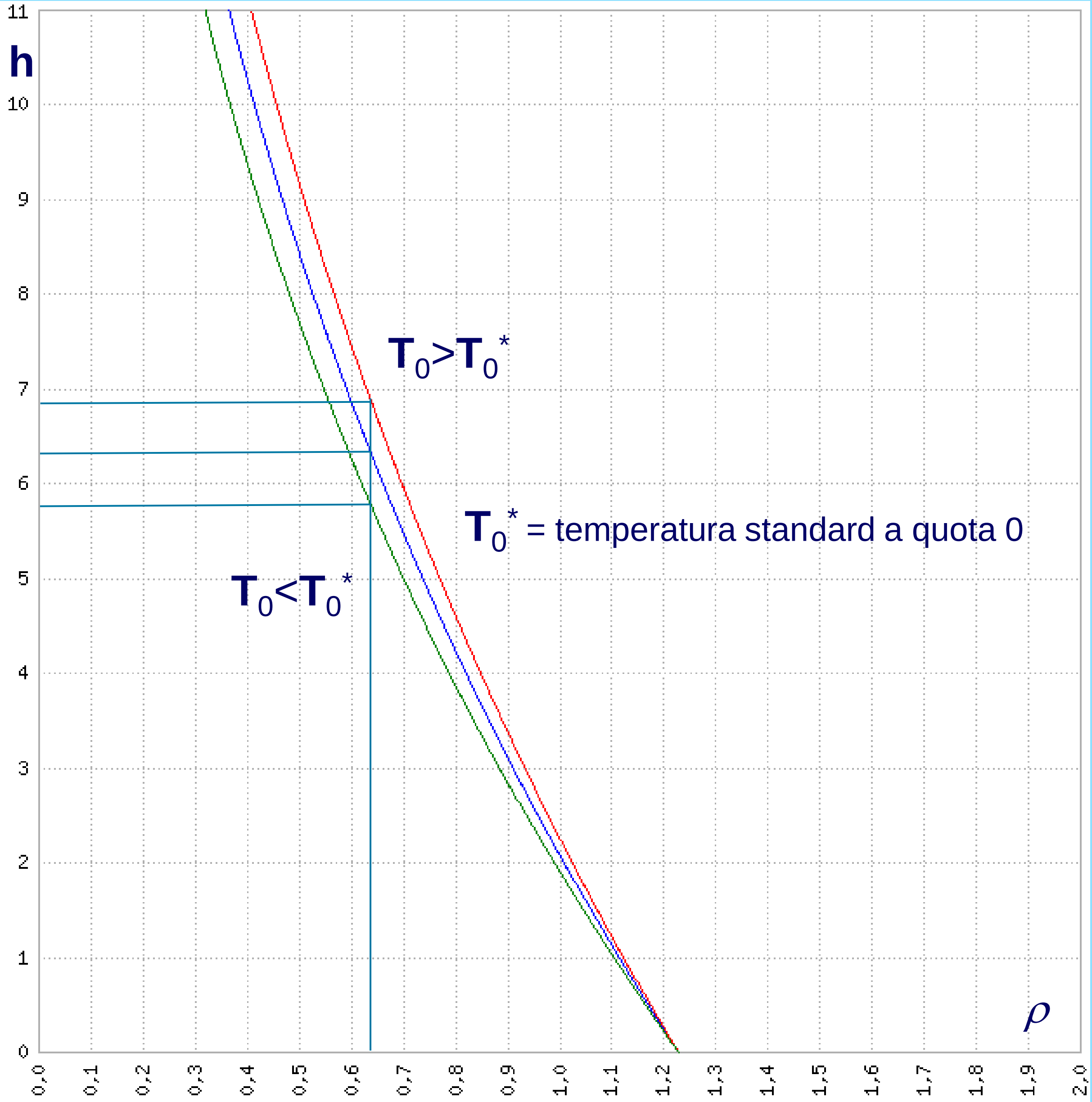
$$T_t-T_s=\frac{\gamma-1}{2}M^2T_s \quad \Rightarrow \quad T_m-T_s=r\frac{\gamma-1}{2}M^2T_s$$

quindi

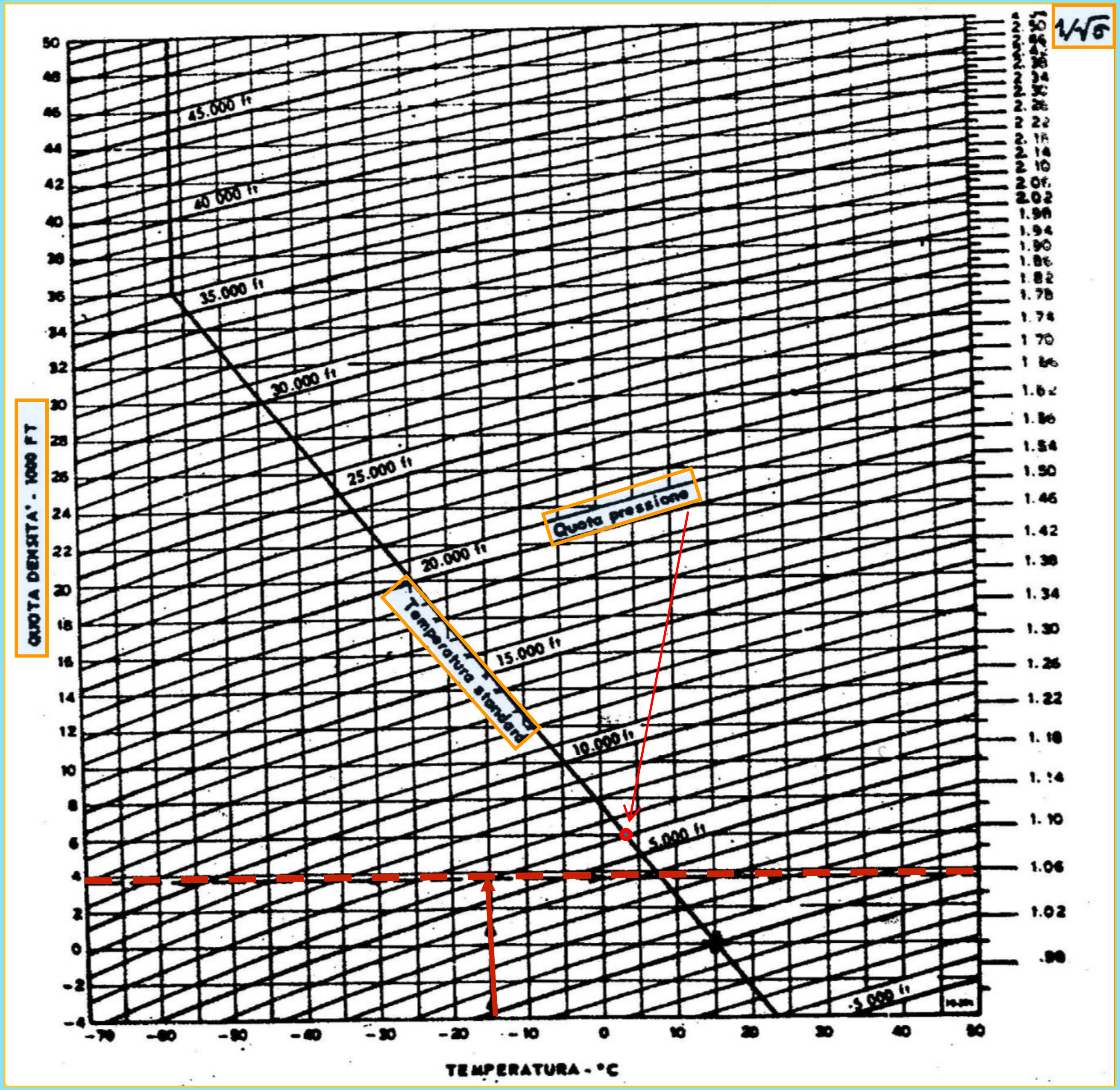
$$\boxed{T_m=T_s+r\frac{\gamma-1}{2}M^2T_s=T_s\left(1+0{,}2rM^2\right)}$$

Il Recovery coefficient dipende dalla sonda impiegata

Variazione densità con la quota



Quota densità



Variometro

$$\begin{cases} d\mathbf{p} = -\dfrac{\mathbf{g}}{\mathbf{RT}}\mathbf{p}d\mathbf{h} \\ \Delta\mathbf{p} = \mu\alpha\mathbf{F} \\ \mathbf{p} = \rho\mathbf{RT} \end{cases}$$

grandezze nell'atmosfera

$\mathbf{p}$, ρ, $\mathbf{T}$

grandezze nella cassa

$\mathbf{p}_c$, ρ_c, $\mathbf{T}_c$

grandezze nel capillare

$\mathbf{p}_k$, ρ_k, $\mathbf{T}_k$

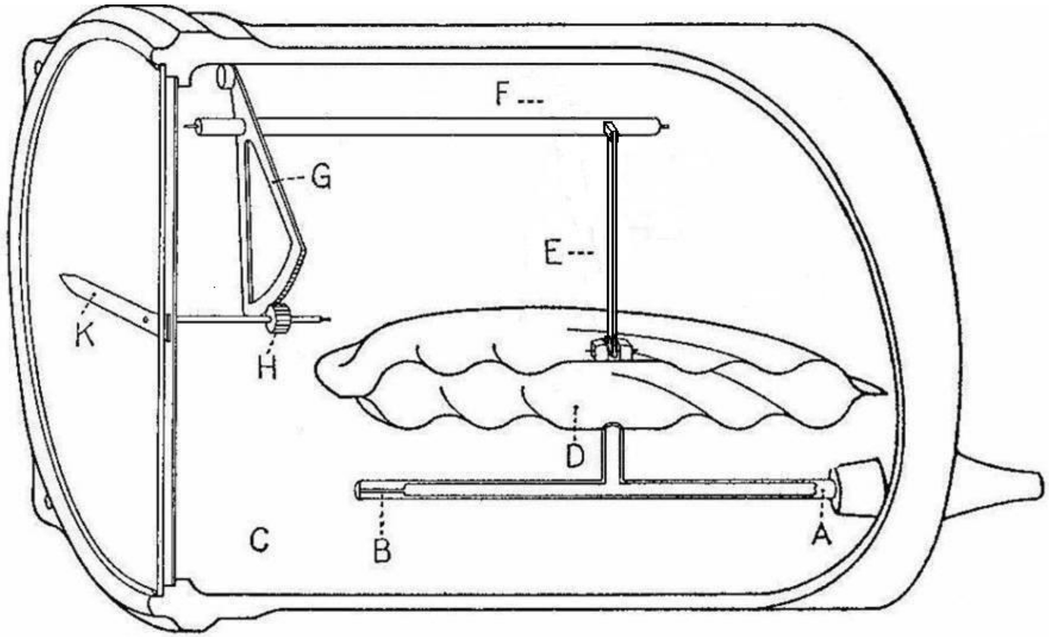


FIGURE 1.—Schematic diagram of a rate-of-climb indicator. A is the inlet from the static line; B, calibrated leak; C, chamber; D, diaphragm cell; E, link; F, crank G, sector; H, pinion; and K, pointer.

α coefficiente delle perdite di carico nel capillare = $\dfrac{8l}{\pi r^4}$ nel caso cilindrico

F portata in volume nel capillare

$M = \dfrac{X}{\Delta p}$ sensibilità del misuratore di pressione differenziale

Ipotesi semplificativa:

$$\frac{\rho_c}{\rho_k} = \frac{p_c}{p} = \frac{T_c}{T_k} = 1$$

Nel caso di salita con fuoriuscita di aria dalla capsula e attraverso il capillare

$$\mathbf{F} = -\frac{1}{\rho_k}\frac{d\mathbf{m}}{dt} \quad \text{ma essendo} \quad \mathbf{m} = \rho_c \mathbf{V} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F} = -\frac{1}{\rho_k}\left(\rho_c \frac{d\mathbf{V}}{dt} + \mathbf{V}\frac{d\rho_c}{dt}\right)$$

$$\text{da} \quad \rho_c = \frac{p_c}{RT_c} \quad \Rightarrow \quad d\rho_c = \frac{dp_c}{RT_c} - \frac{p_c}{R}\frac{dT_c}{T_c^{\,2}} = \frac{dp_c}{p_c}\rho_c - \frac{RT_c}{R}\rho_c\frac{dT_c}{T_c^{\,2}}$$

$$d\rho_c = \frac{dp_c}{p_c}\rho_c - \rho_c\frac{dT_c}{T_c} \quad \text{sostituendo:}$$

$$\mathbf{F} = -\frac{\rho_c}{\rho_k}\left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} + \mathbf{V}\frac{1}{p_c}\frac{dp_c}{dt} - \frac{\mathbf{V}}{T_c}\frac{dT_c}{dt}\right) \quad \text{ma} \quad \frac{\rho_c}{\rho_k} = 1$$

$$\Delta p = \mu\alpha\left[-\left(\frac{d\mathbf{V}}{dt} + \mathbf{V}\frac{1}{p_c}\frac{dp_c}{dt} - \frac{\mathbf{V}}{T_c}\frac{dT_c}{dt}\right)\right]$$

Se $\dfrac{dV}{dt}$ è trascurabile si ha:

$$\Delta p = -\mu\alpha\left(V\frac{1}{p_c}\frac{dp_c}{dt} - \frac{V}{T_c}\frac{dT_c}{dt}\right)$$

Se $p_c = p + \Delta p$ si ha:

$$\frac{1}{p_c}\frac{dp_c}{dt} = \frac{1}{p_c}\frac{dp}{dt} + \frac{1}{p_c}\frac{d\Delta p}{dt}$$ ma è pur sempre $p_c \approx p$ per cui:

$$\Delta p = -\mu\alpha\left(\frac{V}{p}\frac{dp}{dt} + \frac{V}{p}\frac{d\Delta p}{dt} - \frac{V}{T_c}\frac{dT_c}{dt}\right)$$

e ricordando la prima relazione scritta si ha:

$$\Delta p = \mu\alpha\left(\frac{V}{p}\frac{g}{RT}p\frac{dh}{dt} - \frac{V}{p}\frac{d\Delta p}{dt} + \frac{V}{T_c}\frac{dT_c}{dt}\right)$$

Essendo inoltre $M = \dfrac{X}{\Delta \mathbf{p}} \quad \Rightarrow \quad \Delta \mathbf{p} = \dfrac{X}{M}$ e ponendo $\dfrac{d\mathbf{h}}{d\mathbf{t}} = \mathbf{v_z}$

$$\left(\frac{\mu\alpha\mathbf{V}}{\mathbf{p}}\right)\frac{dX}{d\mathbf{t}} + X = \left(\frac{M\mu\alpha\mathbf{g}\mathbf{V}}{\mathbf{RT}}\right)\mathbf{v_z} + \left(M\mu\alpha\frac{\mathbf{V}}{\mathbf{T_c}}\right)\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}}$$

si può scrivere:

$$\lambda\frac{dX}{d\mathbf{t}} + X = K\mathbf{v_z} + L\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}}$$

dove λ è la costante di tempo, K il coefficiente di calibratura mentre L rappresenta il coefficiente del rateo di cambiamento della temperatura.

Se $\dfrac{dX}{d\mathbf{t}} = 0$ e $\dfrac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}} = 0 \quad \Rightarrow \quad X = K\mathbf{v_z}$ con $K = \dfrac{M\mu\alpha\mathbf{g}\mathbf{V}}{\mathbf{RT}}$

dove **g** e **R** sono costanti, μ e **T** indipendenti dal progettista, mentre α, M e **V** sono grandezze su cui è possibile agire. Ad esempio per compensare l'effetto della temperatura bisogna che $M\alpha\mathbf{V}$ vari linearmente con la quota, come la **T**. Per compensare μ bisogna che $M\alpha\mathbf{V}$ sia inversamente proporzionale alla viscosità, funzione di $\mathbf{T_c}$.

Perchè sia valida l'ipotesi che $\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}} = 0$ bisogna termostatizzare la cassa dello strumento.

$$X = K\left(\mathbf{v_z} + \frac{L}{K}\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}}\right) = K\left(\mathbf{v_z} + \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{g}}\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}}\right) = K\left(\mathbf{v_z} + 96\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}}\right)$$

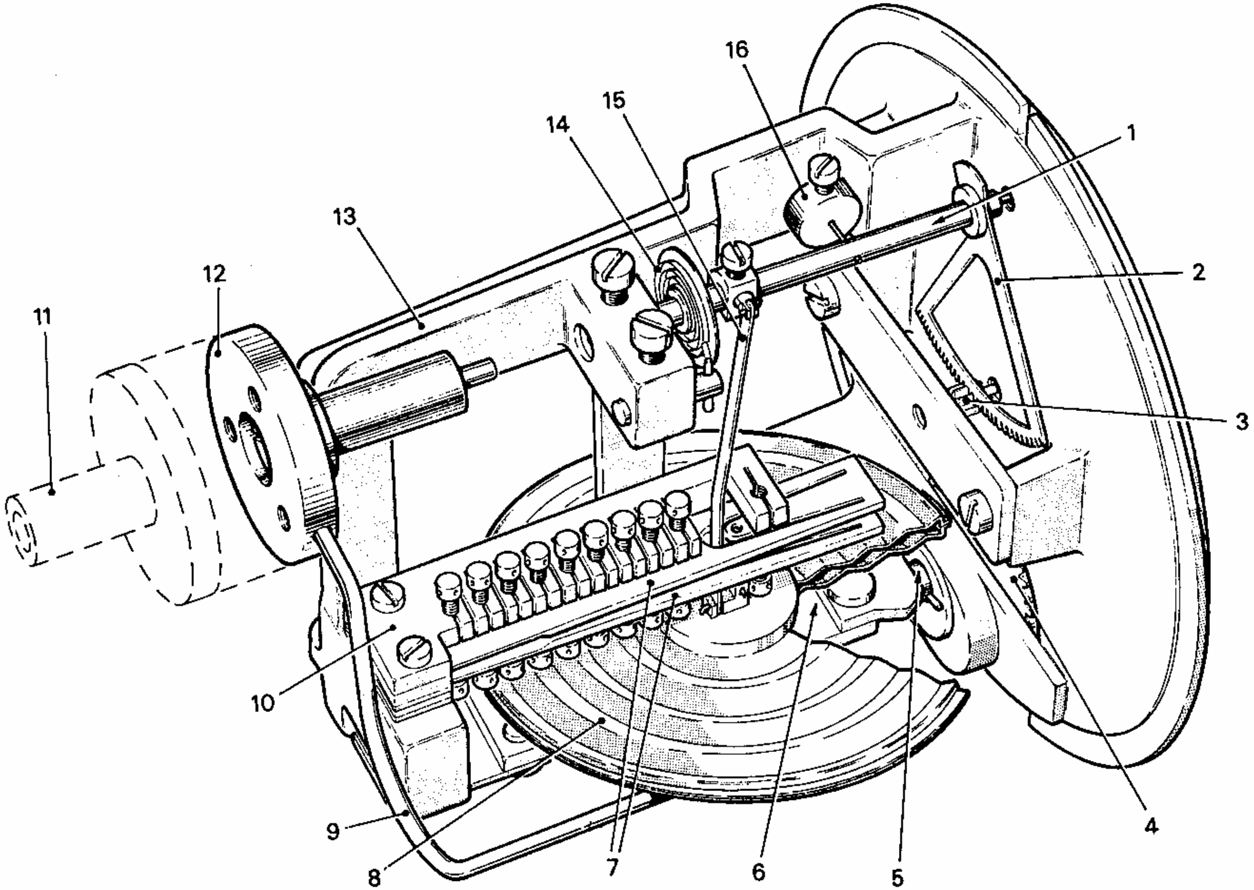
dove 96 è in ft/°K.

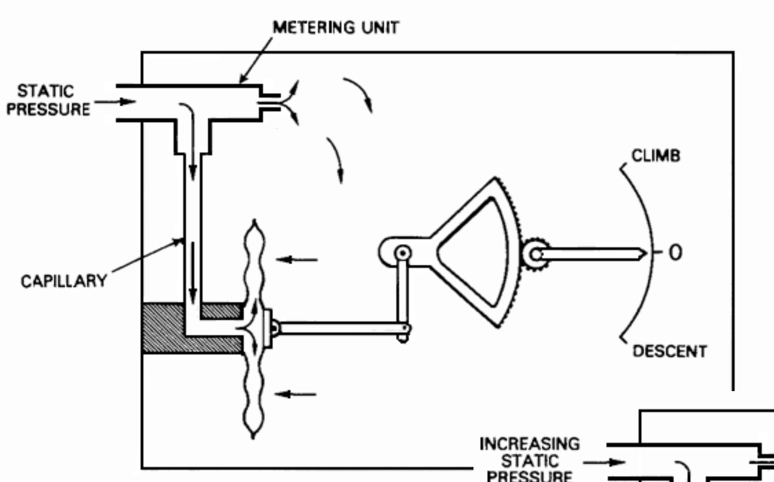
Se $K = 1$, si ottiene che pur con $\mathbf{v_z} = 0$ per un $\frac{d\mathbf{T_c}}{d\mathbf{t}} = 1$°K/min, lo strumento indica un rateo di circa 100 ft/min.

Variometro

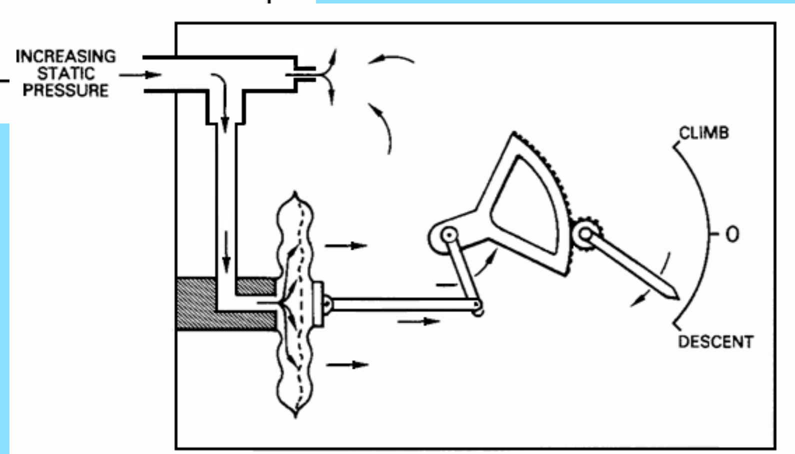
Variometro

Figure 2.30 Construction of a typical vertical speed indicator. 1 Rocking shaft assembly, 2 sector, 3 hand-staff pinion, 4 gearwheel, 5 eccentric shaft assembly, 6 capsule plate assembly, 7 calibration springs, 8 capsule, 9 capillary tube, 10 calibration bracket, 11 static connection, 12 metering unit, 13 mechanism body, 14 hairspring, 15 link, 16 balance weight.

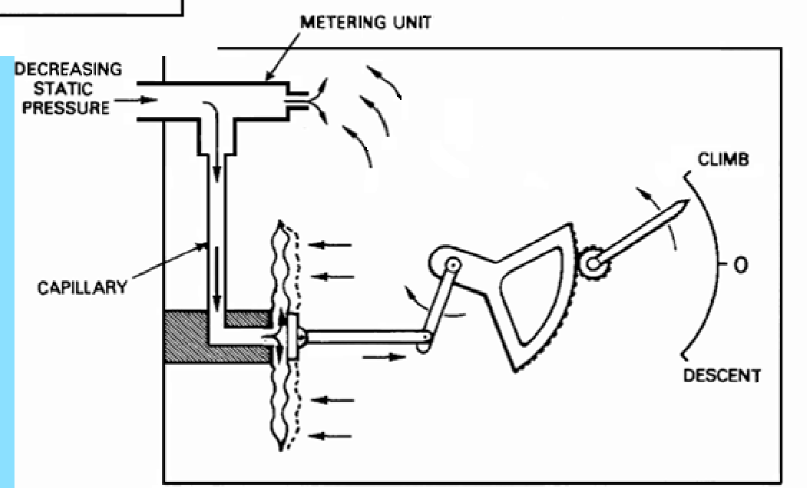




Level flight



Descent



Climb