

Convertitore di impedenza negativa

Studio di un circuito ad "impedenza negativa" realizzato con un op-amp

S. Bottaro¹ L.M. Perrone¹

¹Dipartimento di Fisica
Universita' di Pisa

Recitation - Week04, 2015

- 1 Convertitore ad impedenza negativa NIC
 - Analisi del comportamento del circuito
 - Simulazioni e progetti di circuito
 - Dimensionamento del circuito
- 2 Generatore di corrente - Howland Circuit
 - Analisi del circuito
 - Corrente sul carico

- 1 Convertitore ad impedenza negativa NIC
 - Analisi del comportamento del circuito
 - Simulazioni e progetti di circuito
 - Dimensionamento del circuito
- 2 Generatore di corrente - Howland Circuit
 - Analisi del circuito
 - Corrente sul carico

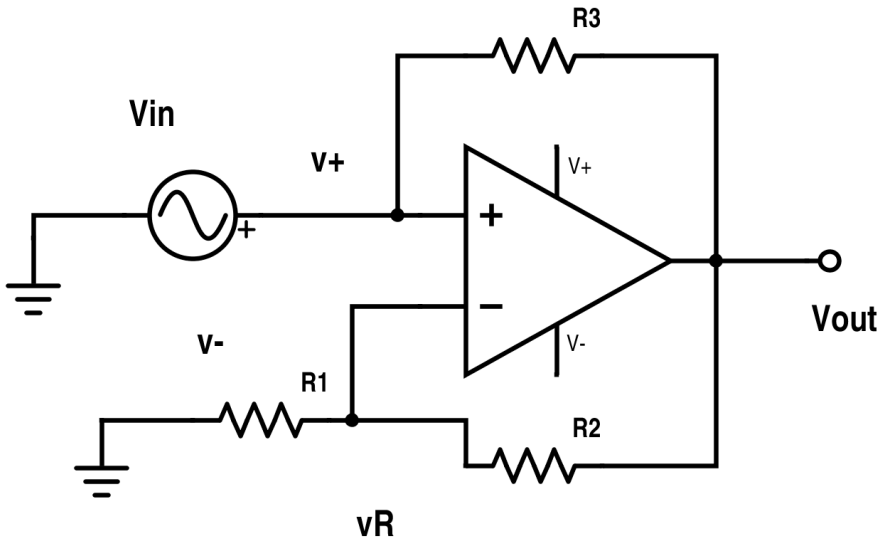


Figura : Convertitore di impedenza negativa

Resistenza equivalente I

- Usando le regole d'oro dell'op-amp (non passa corrente nell'integrato, tensione agli ingressi uguale) e' possibile scrivere la resistenza equivalente vista dal generatore:
- Op-amp in configurazione non-invertente \Rightarrow :

Definition

$$V_{out} = V_G \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

- Assegnando un verso arbitrario antiorario alla corrente che passa per il ramo con $R_3 \Rightarrow$:

Definition

$$V_{out} - V_G = R_3 I$$

- Da cui si ottiene:

Theorem

$$V_G = -\frac{R_1 R_3}{R_2} I$$

Quindi la resistenza equivalente R del circuito e' pari a $R = -\frac{R_1 R_3}{R_2}$,
impedenza negativa! (Cioe' la corrente scorre dal nodo V_{out} a V_G).

- Nel caso di un generatore reale con resistenza interna R_G possiamo ulteriormente perfezionare la formula precedente operando la sostituzione $V_G \rightarrow V_R = V_G - I R_G$, dove V_R e' indicata in figura. Quindi:

Theorem

$$V_G = (R_G - \frac{R_1 R_3}{R_2}) I$$

1 Convertitore ad impedenza negativa NIC

- Analisi del comportamento del circuito
- Simulazioni e progetti di circuito
- Dimensionamento del circuito

2 Generatore di corrente - Howland Circuit

- Analisi del circuito
- Corrente sul carico

Come si vede?

- Per verificare che quanto visto abbia senso e' possibile procedere in diversi modi:
 - Montare un Ohmetro;
 - Mettere un amperometro in serie a R_3 ;
 - Collegare un voltmetro in parallelo a R_3 .
- **ATTENZIONE!** La corrente I che passa per la resistenza R_3 viene fornita dall'op-amp, quindi il carico complessivo andra' dimensionato in modo tale che questa non superi mai i 25mA di corrente di output del nostro op-amp.

1 Convertitore ad impedenza negativa NIC

- Analisi del comportamento del circuito
- Simulazioni e progetti di circuito
- Dimensionamento del circuito

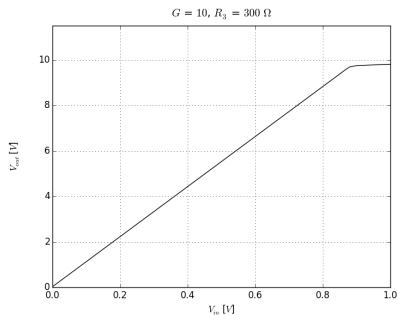
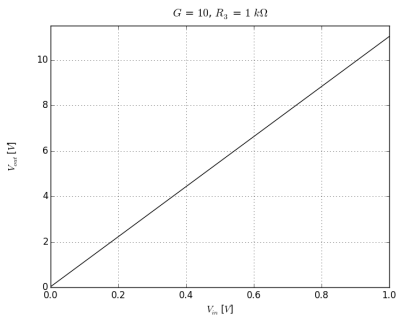
2 Generatore di corrente - Howland Circuit

- Analisi del circuito
- Corrente sul carico

Dimensionamento di R_3

G -1	R3 (Ohm)
10	380
9	230
8	150
7	110
6	80
5	60

Figura : Valori indicativi delle resistenze minime per il corretto funzionamento del circuito in funzione di G, per $V_{in} = 1\text{ V}$



a : Simulazione del
 onamento a $G = 11$ e
 1 k ($V_{CC} = \pm 15$)

Figura : Simulazione di
 funzionamento a $G = 11$ e
 $R_3 = 300$ ($V_{CC} = \pm 15$)

Dimensionamento R_3 II

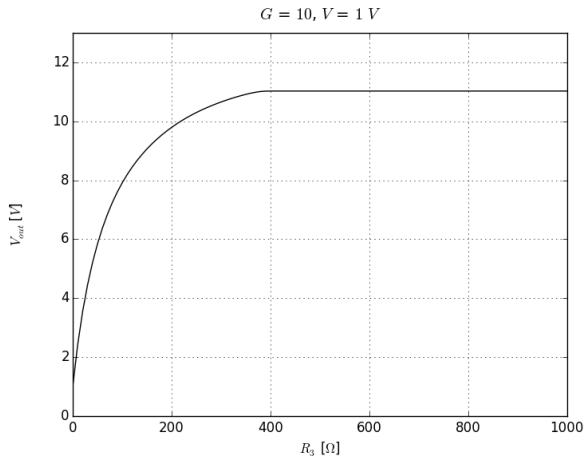


Figura : Dipendenza di V_{out} da R_3 - ipotesi di lavoro

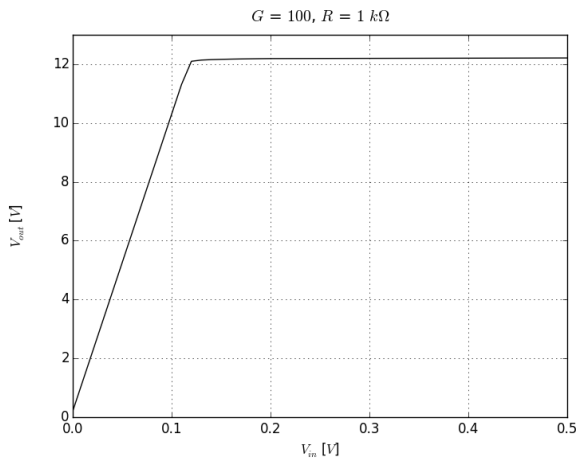


Figura : Limite del guadagno in funzione di V_{in}

- 1 Convertitore ad impedenza negativa NIC
 - Analisi del comportamento del circuito
 - Simulazioni e progetti di circuito
 - Dimensionamento del circuito
- 2 Generatore di corrente - Howland Circuit
 - Analisi del circuito
 - Corrente sul carico

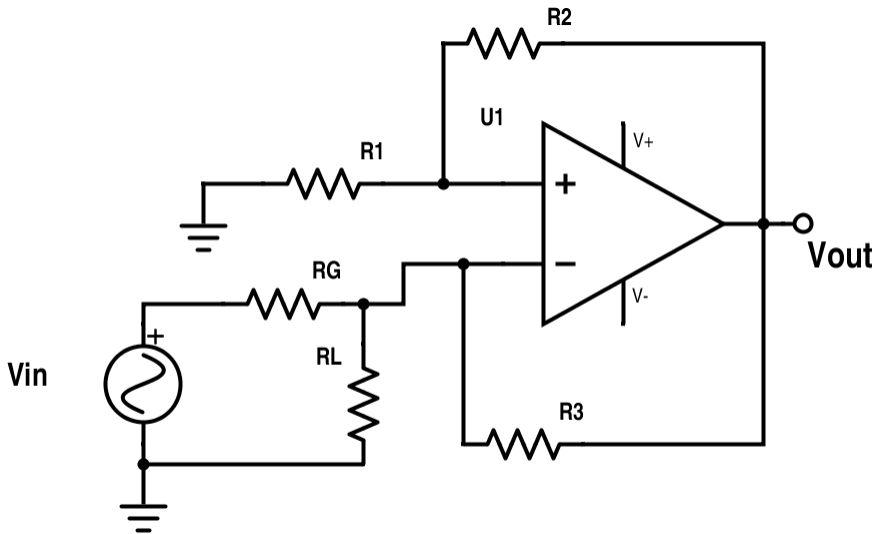


Figura : Circuito generatore di corrente

Generatore di corrente

- Avendo trovato la resistenza equivalente del convertitore ad impedenza negativa, per risolvere il nuovo circuito possiamo modellizzarlo come un parallelo fra la resistenza di carico R_L e quella equivalente stessa $R_{eq} = -R$.

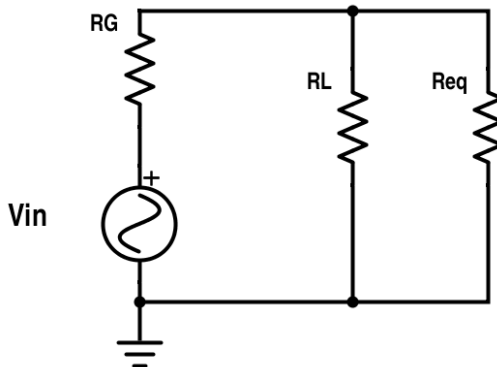


Figura : Circuito equivalente con R in parallelo

- Risolviamo dunque le equazioni delle maglie:

Definition

$$V_G - R_G I_1 - R_L I_1 + R_L I_2 = 0$$

Definition

$$-R_L I_2 + R_L I_1 - R_{eq} I_2 = 0$$

- Da cui si ricavano le correnti I_1 e I_2 :

Definition

$$I_1 = \frac{V_G (R_L + R_{eq})}{R_G R_L + R_L R_{eq} - R_G R_{eq}}$$

Definition

$$I_2 = \frac{V_G R_L}{R_G R_L + R_L R_{eq} - R_G R_{eq}}$$

- Dato che a noi serve la corrente netta che passa per R_L , siamo interessati alla differenza $I_L = I_1 - I_2$, con la sostituzione $R_{eq} \rightarrow -R$:

Example

$$I_L = -\frac{V_G R}{R_G R_L - R_L R + R_G R}$$

Che sotto la condizione $R_G = R$ diventa:

Example

$$I_L = -\frac{V_G}{R}$$

Che non dipende da R_L !

- 1 Convertitore ad impedenza negativa NIC
 - Analisi del comportamento del circuito
 - Simulazioni e progetti di circuito
 - Dimensionamento del circuito
- 2 Generatore di corrente - Howland Circuit
 - Analisi del circuito
 - Corrente sul carico

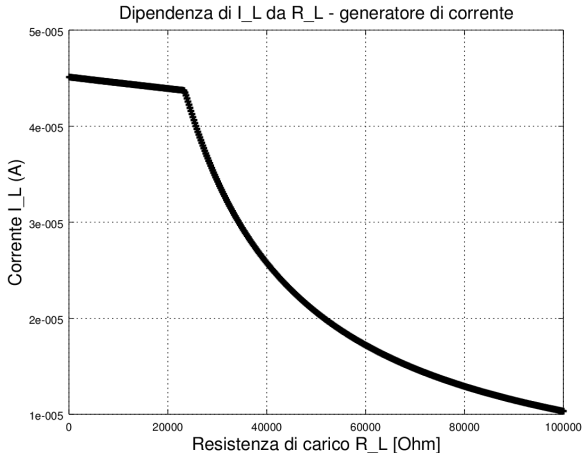


Figura : Plot della corrente I_L su resistenza di carico R_L per $R_3 = 500$ Ohm, $V_g = 0.5$ V, $R_2 = 10$ k, $R_1 = 1$ k, $R_g = 50$ Ohm

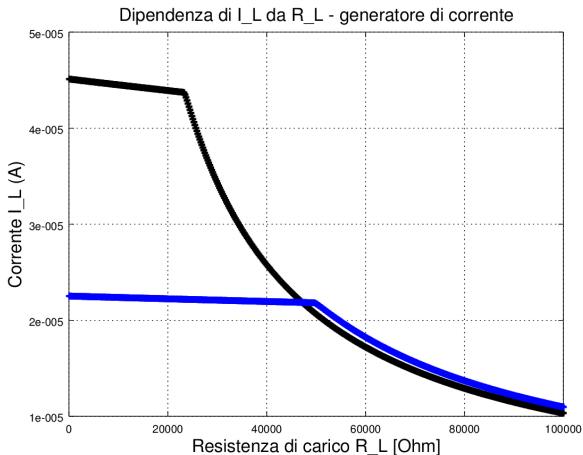


Figura : Plot della corrente I_L su resistenza di carico R_L , per $R_3 = 500 \text{ Ohm}$ (nero), e $R_3 = 1 \text{ k}$ (blu)

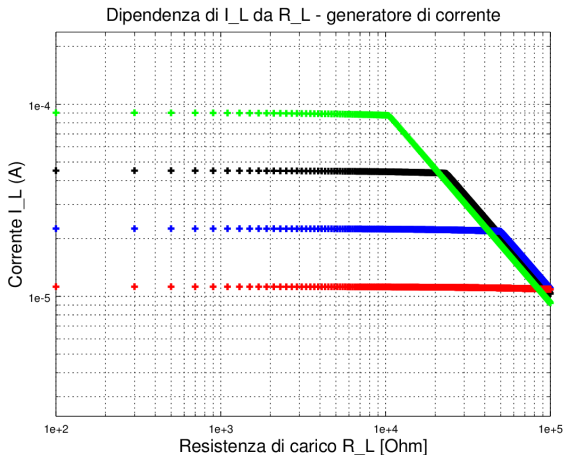


Figura : Dipendenza di I_L da R_L - raddoppiamo R_3 e R_G : $R_3 = 250$ (verde); $R_3 = 500$ Ohm $R_G = 50$ Ohm (nero); $R_3 = 1k$ $R_G = 100$ Ohm (blu); $R_3 = 2k$ $R_G = 200$ Ohm (rosso)

Aumentare la regione di *plateau* senza modificare R_G

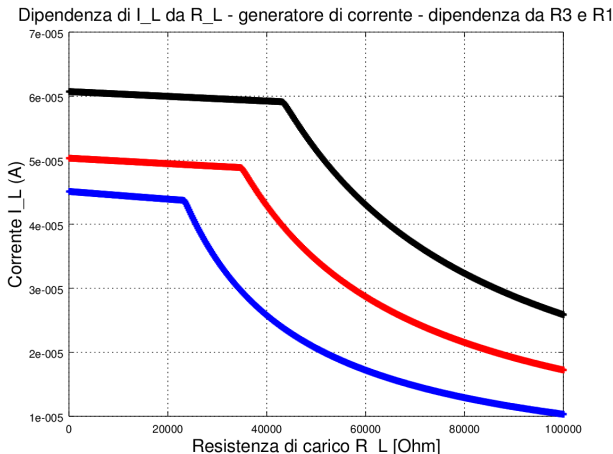


Figura : I_L su R_L : dipendenza da R3 e R1 - raddoppiamo R3 e dimezziamo R1.
R3 = 125Ohm, R1 = 4k (nero); R3 = 250 Ohm, R1 = 2k (rosso); R3 = 500 Ohm, R1 = 1k (blu)

- Troviamo ora la relazione fra la corrente I_L e V_{out} . Analizzando il circuito si vede subito che:

$$\begin{cases} V_L = I_L R_L \\ V_{out} = (1 + \frac{R_2}{R_1}) V_L \end{cases} \quad (1)$$

- Per cui:

Definition

$$V_{out} = I_L R_L (1 + \frac{R_2}{R_1})$$

Dove I_L (come abbiamo visto) non dipende da R_L , quindi c'e' proporzionalita' lineare.

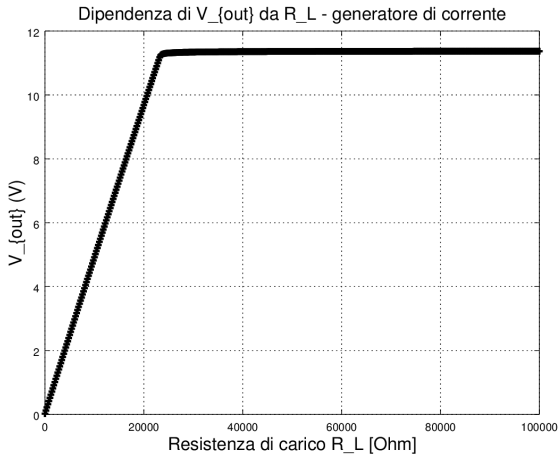


Figura : V_{out} in funzione di R_L a $R_3 = 500$ fissata, $V_G = 0.5V$

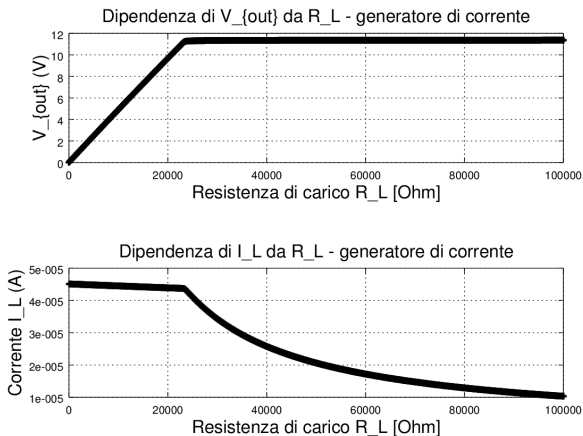


Figura : Confronto fra la tensione V_{out} in funzione di R_L e di I_L in funzione di R_L
- $R_3 = 500$

Stima della corrente I_L e del coefficiente angolare

- Calcolo del coefficiente angolare della retta:

Definition

$$m_{meas} \simeq 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ V/ Ohm}$$

In ottimo accordo con quanto previsto dalla relazione:

$$V_{out} = I_L R_L \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (2)$$

Da cui, prendendo la corrente di *plateau* e moltiplicandola per il gain:
 $m_{exp} \simeq 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ V/ Ohm}.$

Stima della corrente I_L e del coefficiente angolare

- Calcolo del coefficiente angolare della retta:

Definition

$$m_{meas} \simeq 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ V/ Ohm}$$

In ottimo accordo con quanto previsto dalla relazione:

$$V_{out} = I_L R_L \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (2)$$

Da cui, prendendo la corrente di *plateau* e moltiplicandola per il gain:
 $m_{exp} \simeq 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ V/ Ohm}$.

- Ma c'e' un problema!

Stima della corrente I_L e del coefficiente angolare

- Calcolo del coefficiente angolare della retta:

Definition

$$m_{meas} \simeq 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ V/ Ohm}$$

In ottimo accordo con quanto previsto dalla relazione:

$$V_{out} = I_L R_L \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (2)$$

Da cui, prendendo la corrente di *plateau* e moltiplicandola per il gain:
 $m_{exp} \simeq 4.8 \cdot 10^{-4} \text{ V/ Ohm}$.

- Ma c'e' un problema!
- Da $I_L = \frac{V_G}{R=R_G} = \frac{0.5\text{V}}{50\text{Ohm}} \simeq 10\text{mA}$ invece di $I_{plateau} \sim 43.8 \mu\text{A}$.

A cosa serve?

- Generatore di corrente ideale!
- Generare una differenza di potenziale: la corrente che scorre nel carico RL dipende solo da V_g quindi la differenza di potenziale ai capi di RL il segnale V_g per un fattore RL/R .