# Relazione - Esercitazione sugli Errori

Gruppo composto, in ordine alfabetico, da:
- Luca Ferrari (S4784573),
- Ali Haider (S4811831),
- Lorenzo La Corte (S4784539).

Ne derivano i dati di partenza:
- $d0 = 3$
- $d1 = 7$

## Osservazioni e Commenti riguardo agli esercizi 1 e 3

Nell'output dell'esercizio 1 notiamo che per valori di *a* piccoli, ovvero nei primi cicli, il risultato di $(a + b)$ viene approssimato, quindi risulta che:

$$a + b = b$$

Questo perché *a* e *b* nei primi 4 cicli differiscono di un ordine di grandezza maggiore della **precisione di macchina**; per questo risulta che:

$$(a + b) + c \neq a + (b + c)$$

La precisione di macchina è apprezzabile grazie all'algoritmo implementato nell'esercizio 3:

*eps con singola precisione:* $5.96046 \cdot 10^{-8}$

*eps con doppia precisione:* $1.11022 \cdot 10^{-16}$

Notiamo che nell'esercizio 1 stiamo usando *double*, quindi doppia precisione, quindi un ordine di grandezza di circa $10^{-16}$.

L'algoritmo dell'esercizio 1 funziona meglio quando passiamo alla **quinta iterazione**, dove *a* differisce rispetto a *b* e *c* di un ordine di grandezza inferiore rispetto a $10^{16}$.

Infatti:

$a = 400000 = 4 \cdot 10^5$
$b = 8 \cdot 10^{20}$

I due dati differiscono di $10^{15}$, quindi da qui in poi non notiamo più approssimazioni così drastiche e l'algoritmo migliora mano a mano che aumentano le iterazioni.

Andiamo a vedere più nel dettaglio la quarta e la quinta approssimazione: **per *i=4*** notiamo che $a + b = b$

$Per\ i = 4:$
$a = 40000$
$b = 8 \cdot 10^{20}$

$c = -8 \cdot 10^{20}$
$(a+b) + c = 0$
$a + (b+c) = 40000$

**Per *i=5*** notiamo invece che i due termini $a$ e $b+c$ differiscono di un ordine di grandezza inferiore alla precisione di macchina, quindi non si assiste ad una **cancellazione** e $(a+b)+c \simeq a+(b+c)$

$Per\ i = 5:$
$a = 400000$
$b = 8 \cdot 10^{20}$
$c = -8 \cdot 10^{20}$
$(a+b) + c = 393216$
$a + (b+c) = 400000$

## Osservazioni e Commenti riguardo all'esercizio 2

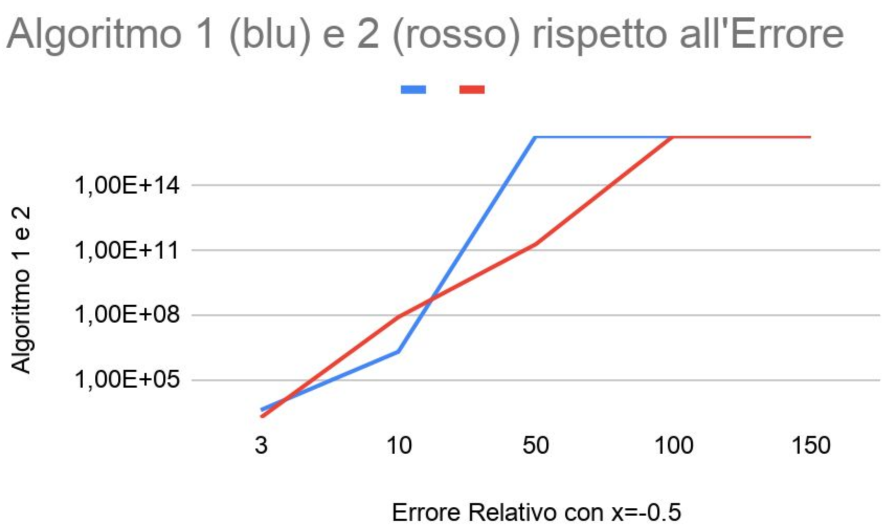
*Alleghiamo in fondo alla relazione un foglio di dati e grafici relativi a questo esercizio;*

Andiamo ad analizzare i due grafici più interessanti, ovvero quelli riguardo all'errore relativo per $x = -0.5$ e $x = -30$ al variare di N, per entrambi gli algoritmi.

Entrambi i grafici sono in **scala logaritmica** e gli **errori** sono presi **in modulo**.

## Grafico dell'Errore Relativo per x = -0.5

Per $x = -0.5$ il grafico è il seguente:



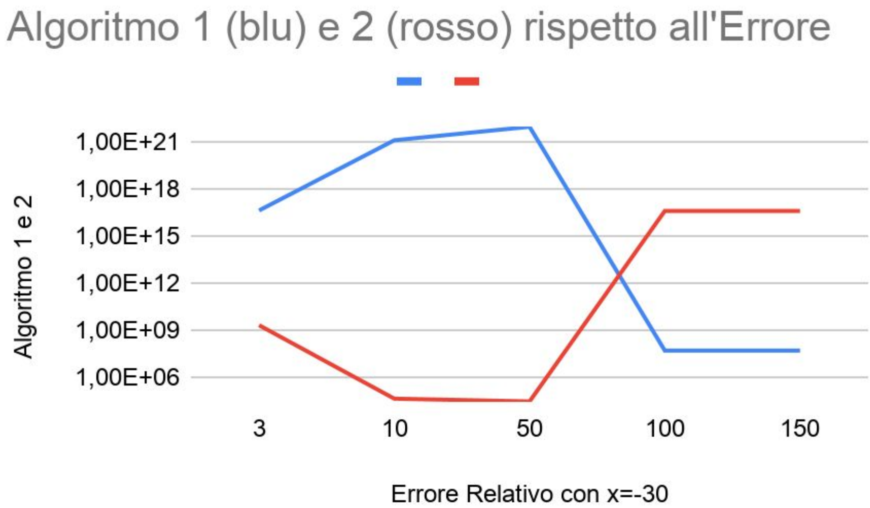

Sia per l'algoritmo 1 che per l'algoritmo 2 **l'errore cresce al crescere della N**.

Possiamo affermare che:

- l’algoritmo 1 è più stabile per le N comprese tra 3 e 10;
- l’algoritmo 2 è più stabile per le N comprese tra 10 e 150;

## Grafico dell’Errore Relativo per x = -30

Per $x = -30$ il grafico è il seguente:




In questo caso troviamo una situazione molto più particolare:
Per le N comprese tra 3 e 50:

- l’errore relativo nell’algoritmo 1 è molto alto e cresce;
- l’errore relativo nell’algoritmo 2 è molto più basso e decresce.

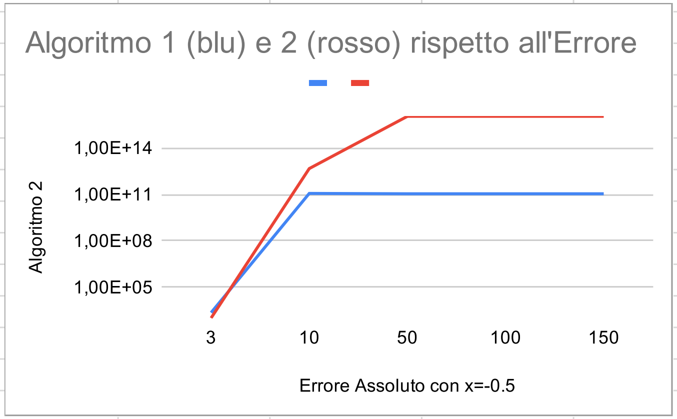
Invece, per le N comprese tra 50 e 100:

- l’errore relativo nell’algoritmo 1 decresce molto velocemente;
- l’errore relativo nell’algoritmo 2 cresce molto velocemente;

Per $N = 150$ l’errore in entrambi gli algoritmi rimane invariato rispetto a quello per $N = 100$.

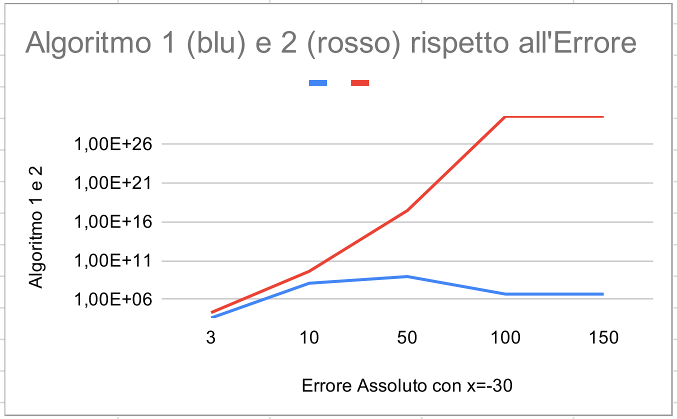
# Errore Assoluto

| Algoritmo 1 | |
|---|---|
| **Errore Assoluto con x=0.5 al variare di N** | |
| 3 | 0,00288794 |
| 10 | 1,28E+11 |
| 50 | 4,44E+16 |
| 100 | 4,44E+16 |
| 150 | 4,44E+16 |
| | |
| **Errore Assoluto con x=30 al variare di N** | |
| 3 | 1,07E+13 |
| 10 | 1,07E+13 |
| 50 | 3,18E+09 |
| 100 | 0,00390625 |
| 150 | 0,00390625 |



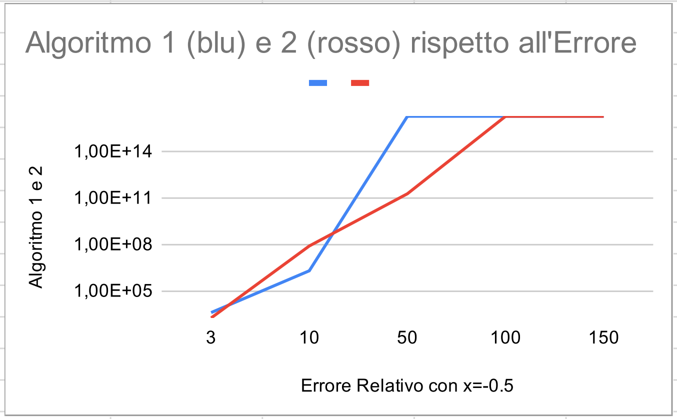

| Algoritmo 1 | |
|---|---|
| **Errore Assoluto con x=-0.5 al variare di N** | |
| 3 | 2,36E+03 |
| 10 | 1,17E+11 |
| 50 | 1,11E+11 |
| 100 | 1,11E+11 |
| 150 | 1,11E+11 |
| | |
| **Errore Assoluto con x=-30 al variare di N** | |
| 3 | 4,08E+03 |
| 10 | 1,21E+08 |
| 50 | 8,78E+08 |
| 100 | 4,82E+06 |
| 150 | 4,82E+06 |

| Algoritmo 2 | |
|---|---|
| **Errore Assoluto con x=-0.5 al variare di N** | |
| 3 | 1,06E+03 |
| 10 | 4,70E+12 |
| 50 | 1,11E+16 |
| 100 | 1,11E+16 |
| 150 | 1,11E+16 |
| | |
| **Errore Assoluto con x=-30 al variare di N** | |
| 3 | 2,01E+04 |
| 10 | 4,19E+09 |
| 50 | 2,79E+17 |
| 100 | 3,79E+29 |
| 150 | 3,79E+29 |



## Errore Relativo

| Algoritmo 1 | |
|---|---|
| **Errore Relativo con x=0.5 al variare di N** | |
| 3 | 0,00175162 |
| 10 | 7,74E+12 |
| 50 | 2,69E+16 |
| 100 | 2,69E+16 |
| 150 | 2,69E+16 |
| | |
| **Errore Relativo con x=30 al variare di N** | |
| 3 | 1 |
| 10 | 1,00E+00 |
| 50 | 2,98E+04 |
| 100 | 3,66E+16 |
| 150 | 3,66E+16 |




| Algoritmo 1 | |
|---|---|
| **Errore Relativo con x=-0.5 al variare di N** | |
| 3 | 3,90E+03 |
| 10 | 1,94E+06 |
| 50 | 1,83E+16 |
| 100 | 1,83E+16 |
| 150 | 1,83E+16 |
| | |
| **Errore Relativo con x=-30 al variare di N** | |
| 3 | 4,36E+16 |
| 10 | 1,30E+21 |
| 50 | 9,39E+21 |
| 100 | 5,15E+07 |
| 150 | 5,15E+07 |

| Algoritmo 2 | |
|---|---|
| **Errore Relativo con x=-0.5 al variare di N** | |
| 3 | 1,75E+03 |
| 10 | 7,74E+07 |
| 50 | 1,83E+11 |
| 100 | 1,83E+16 |
| 150 | 1,83E+16 |
| | |
| **Errore Relativo con x=-30 al variare di N** | |
| 3 | 2,15E+09 |
| 10 | 4,47E+04 |
| 50 | 2,98E+04 |
| 100 | 4,05E+16 |
| 150 | 4,05E+16 |