Relazione - Esercitazione sui Sistemi Lineari

Gruppo composto, in ordine alfabetico, da:
- Luca Ferrari (S4784573),
- Ali Haider (S4811831),
- Lorenzo La Corte (S4784539).

Osservazioni e Commenti riguardo all'esercizio 1

L'esercizio 1 è **preparatorio**, vengono in esso inizializzate le matrici:
- 1a: A e B, $4x4$ con numeri standard,
- 1b: Matrice di Pascal, $49x49$,
- 1c: Matrice Tridiagonale, $49x49$.

Di esse, calcoliamo la **norma infinito**, ovvero il massimo tra le somme dei moduli degli elementi delle righe della matrice:

$$||x||_\infty = max_i \left|x_i\right|$$

Andiamo ad osservare gli output delle varie matrici coinvolte nell'esercizio:

$||x||_\infty$ di $A\ e\ B$ nell'esercizio 1a:
$La\ Norma\ Infinito\ di\ A$ è : 14
$La\ Norma\ Infinito\ di\ B$ è : 8

$||x||_\infty$ della matrice di Pascal nell'esercizio 1b:
$La\ Norma\ Infinito\ della\ matrice\ di\ pascal\ con\ n = 10$ è : 92378

$||x||_\infty$ della matrice Tridiagonale nell'esercizio 1c:
$La\ Norma\ Infinito\ della\ matrice\ di\ pascal\ con\ n = 49$ è : 4

Osservazioni e Commenti riguardo all'esercizio 2

Nell'esercizio 2 andiamo ad osservare **stabilità** e **coefficienti di amplificazione dell'errore** delle matrici inizializzate nell'esercizio 1.
In particolare, andiamo ad analizzare il sistema:

$$Ax = b$$

Con:
- A: matrice scelta tra quelle proposte (preparate nell'esercizio 1),
- x: vettore composto da soli elementi uguali ad 1,
- b: termini noti.

Nella prima parte calcoliamo:
- b tramite la formula $B = Ax$ con x noto
- poi x, tramite l'algoritmo di eliminazione gaussiana.

Il vettore x calcolato nel secondo punto dovrebbe, ed in effetti risulta essere, uguale a quello di partenza, composto da soli elementi uguali ad 1.
Ad esempio, con la prima matrice:

$Il\ vettore\ b: \ < 3\ 4\ 4\ -6 >$
$Il\ vettore\ x: \ < 1\ 1\ 1\ 1 >$

A questo punto però procediamo a **perturbare** b, nel seguente modo:

$$A\overline{x} = b + \delta b$$

Con δ vettore, composto da:

- $-0,01$ per gli elementi di indice pari, partendo da 0 (compreso),
- $0,01$ per gli elementi di indice dispari

Andiamo quindi a calcolare la $\overline{x}$ perturbata, tramite l'eliminazione gaussiana, e ad analizzare i risultati ottenuti:

$\overline{x}$ per A e B semplici:

$A:$
$Il\ vettore\ x\ perturbato: \quad 0.975868 \quad 1.0057 \quad 0.993306 \quad 0.991322$
$B:$
$Il\ vettore\ x\ perturbato: \ 0.949999\ 1.015\ 1.005\ 1.055$

Possiamo notare che le matrici sono piuttosto **stabili** e **non amplificano** più di tanto l'errore.

$\overline{x}$ per la matrice di Pascal:

$Il\ vettore\ x\ perturbato:$
$-945016 \quad 7.56941e+06 \quad -2.74287e+07 \quad 5.8656e+07 \quad -8.13368e+07 \quad 7.57056e+07$
$-4.72384e+07 \quad 1.90373e+07 \quad -4.49327e+06 \quad 472976$

Possiamo notare che la matrice è estremamente **instabile** e amplifica di molto l'errore.

$\overline{x}$ per la matrice Tridiagonale:

$Il\ vettore\ x\ perturbato:$
$0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995$
$1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.994999 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.994999 \quad 0.999999 \quad 0.994999$
$0.999999 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1$
$0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 1 \quad 0.995 \quad 0.999999 \quad 0.994999 \quad 1 \quad 0.995$
$0.995 \quad 1 \quad 0.995$

Possiamo notare che la matrice è piuttosto **stabile** e **non amplifica** più di tanto l'errore.