

Allenamento Gara a Squadre - Triennio

Marco Cattazzo & Lorenzo Proserpio

7 dicembre 2018

“Ovviamente” è la parola più pericolosa in matematica. (*Eric Temple Bell*)

1 Esercizi

Riscaldamento: Sapendo che f è una funzione dispari, quale delle seguenti è sicuramente una funzione dispari?

A. $f(x) - 1$ **B.** $(f(x))^2$ **C.** $(f(x))^2 + f(x)$ **D.** $(f(x))^3 + 1$ **E.** $(f(x))^3 + f(x)$

Riscaldamento 2: a. Determinare il numero di mani di 13 carte da un mazzo di 52 che hanno 4 re o 4 assi o esattamente 4 carte di picche.

Esercizio 1. Trovare tutti i polinomi che verificano l'equazione:

$$p(x+1) = p(x) + 2x + 1$$

e scrivere come risultato la somma dei coefficienti e dei gradi di tali polinomi.

Esercizio 2. (*) Risolvere l'equazione funzionale:

$$\frac{1}{x}f(-x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x$$

con $f : R_0 \rightarrow R$. Dare come soluzione il valore di $f(3)$.

Esercizio 3. Calcolare il valore della seguente serie:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{2^n(n^2 + n) + 3^n}{3^n(n^2 + n)}$$

Esercizio 4. (**) Trovare il minimo di x con $0 < x < \frac{\pi}{2}$ di:

$$\frac{\sin^3 x}{\cos x} + \frac{\cos^3 x}{\sin x}$$

Esercizio 5. (**) Sapendo che, un non noto fastfood che inizia con la M, vende i Chicken ..Nuggets solo in confezioni da 9 o da 20, calcolare il massimo numero di Chicken ..Nuggets che non si possono comprare utilizzando confezioni da nove e/o da 20.

Esercizio 6. Il Portachiavi di Marco è alquanto strano: un tetraedro regolare di volume 60 unito ed intersecato alla sua riflessione rispetto al proprio baricentro. Qual'è il volume del portachiavi?

Esercizio 7. (*) Nel paese di Cuccagna si gioca al seguente solitario. Si parte da una stringa finita di zeri e uni, e sono concesse le mosse seguenti:

- (i) cancellare due uni consecutivi;
- (ii) cancellare tre zeri consecutivi;
- (iii) se all'interno della stringa c'è la sottostringa 01, si può sostituire questa sottostringa con 100.

Le mosse (i), (ii) e (iii) devono essere fatte una alla volta e in successione. Si vince se si riesce a ridurre la stringa ad una formata da due cifre o meno. (Per esempio, partendo da 0101 si pu' vincere usando innanzitutto la mossa (iii) sulle due cifre finali, ottenendo 01100, poi giocando la mossa (i) sui due uni di questa, ed infine la mossa (ii) sui tre zeri rimasti: così si ottiene la stringa vuota.) Quante sono fra tutte le 1024 stringhe possibili di dieci cifre quelle a partire dalle quali non 'e possibile vincere il solitario?

Esercizio 8. Alberto, per festeggiare il compleanno di Barbara, propone di giocare al seguente gioco: dato l'insieme dei numeri $0, 1, \dots, 1024$, Barbara rimuove da questo insieme 2^9 numeri. Al passaggio successivo Alberto rimuove dai rimanenti 2^8 numeri. Tocca nuovamente a Barbara, che dai restanti ne rimuove 2^7 eccetera, fino a che non rimangono solo 2 numeri a e b . Alberto a questo punto deve pagare a Barbara $|a - b|$ euro. Determinare la massima quantità di euro che Barbara è sicura di poter incassare, indipendentemente dalla strategia adottata da Alberto.

Esercizio 10. Determinare il numero di mani di 13 carte da un mazzo di 52 che hanno 4 re AUT 4 assi AUT esattamente 4 carte di picche.

Esercizio 11. In quanti modi possiamo formare una sequenza di lunghezza 5 utilizzando un alfabeto di 26 lettere (con possibili ripetizioni) in modo che ogni parola cominci oppure finisca con una vocale?

Esercizio 12. determinare il numero di mani di 13 carte prese da un mazzo di 52 che hanno:

- (i) almeno un seme mancante;
- (ii) almeno una carta di ogni seme;
- (iii) almeno una carta.

Esercizio 13. Quante sono le permutazioni delle 21 lettere dell'alfabeto italiano che non contengono nessuna delle seguenti parole: ARCO,UVE,LUNA,GIN? Quante sono quelle che ne contengono 3??