

Présentation Simulateur Files MM1

Je vous présente mon simulateur censé représenter l'arrivée et le départ de clients qui suivent une loi exponentielle de paramètres μ et λ . On prendra durant toute cette simulation un $\lambda < \mu$ pour que le départ des clients soit potentiellement plus rapide, et qu'on ait donc une file à peu près stable. On pourra aussi changer le temps de simulation afin qu'il y ait assez de clients pour que les valeurs expérimentales se rapproche d'une valeur plus stable. J'ai ainsi pris $t = 1\,000\,000$ et $t = 10\,000\,000$ pour laisser se dégager les tendances. J'ai ensuite pris $t=100$ pour montrer que ce t plus petit amène des valeurs plus éloignées les unes des autres.

Voici le premier tableau avec 11 résultats expérimentaux, on voit que le nombre de client semble ne pas changer car il est en fait trop grand et donc les variations sont minimales, on peut donc regarder le débit pour avoir le résultat recherché ($D = \text{nb clients}/t$).

Pour t = 10000000	Nb clients	Prop clients sans attente	Prop clients avec attente	Debit	Esp nb clients	Temps moyen séjour	T
Résultat théorique	5,00E+007	0,1666666667	0,8333333333	5	5	1	
Résultat expérimental	5,00E+007	0,1666501313	0,8333498487	4,9993864	5,0040506571	1,0008782686	
	5,00E+007	0,1665250803	0,8334748997	4,9997766	5,0049428208	1,0011249284	
	5,00E+007	0,166723187	0,833276793	4,9993796	5,0047404082	1,0009544278	
	5,00E+007	0,166838035	0,8331619504	4,999758	4,9898114069	0,9980946924	
	5,00E+007	0,1667595519	0,8332404281	4,9997178	4,9934504303	0,9986416885	19412
	5,00E+007	0,1668528193	0,8331471607	4,9987642	4,9955498801	0,9992388183	20849
	5,00E+007	0,1665172713	0,8334827287	5,0003786	4,9969905079	0,9993436328	19540
	5,00E+007	0,1668896206	0,8331103794	4,9995374	4,9977315701	0,9996408464	19618
	5,00E+007	0,1666046716	0,8333953284	5,0006665	4,9954556258	0,998898368	19596
	5,00E+007	0,1672243396	0,8327756604	4,9988082	4,9832249815	0,9970620576	19401
	5,00E+007	0,166639757	0,833360223	4,9994456	4,9993044629	0,9999794825	18779

On a en dernière colonne le temps d'exécution, calculé en ms sur mon ordi. J'ai commencé par écrire un programme qui calculait l'événement avec la date la plus petite en parcourant tout le tableau mais ce temps d'exécution était long. Pour le réduire, je suis passé à un programme qui :

- si on a une arrivée en premier événement, on la supprime de l'échéancier car c'est celle avec la date la plus petite (et qu'ensuite les arrivées et les sorties seront forcément plus tardives, FIFO)

- si on a une sortie, on va voir la prochaine arrivée dans la liste et si elle est inférieure on la supprime sinon on supprime la sortie.

Voici un tableau qui présente toutes les valeurs utiles calculées grâce à la fonction statistique sur office calc.

	Nb clients	Prop clients sans attente	Prop clients avec attente	Debit	Esp nb clients	Temps moyen séjour
Moyenne	5,00E+007	0,1667476786	0,8332523091	4,9996017182	4,9968411592	0,9994415647
Erreur standard	1721,8130657	6,11677241426664E-005	6,11669236256339E-005	0,0001721813	0,0019927066	0,0003811148
Médiane	49995374	0,166723187	0,833276793	4,9995374	4,9969905079	0,9993436328
Variance	32611042,564	4,11563952447267E-008	4,11553180040654E-008	3,26110E-007	4,36796777E-005	1,59773354520504E-006
Écart type	5710,6078979	0,0002028704	0,0002028677	0,0005710608	0,0066090603	0,0012640149
Kurtosis	0,2208083683	2,1256163588	2,1253971571	0,2208083683	0,4355885938	-0,3271309543
Asymétrie	0,377167636	1,2395152913	-1,239420405	0,377167636	-0,6353174297	-0,3168601011
Plage	19023	0,0007070683	0,0007070683	0,0019023	0,0217178393	0,0040628709
Minimum	5,00E+007	1,67E-001	0,8327756604	4,9987642	4,9832249815	0,9970620576
Maximum	5,00E+007	0,1672243396	0,8334827287	5,0006665	5,0049428208	1,0011249284
Somme	5,50E+008	1,834224465	9,1657754003	54,9956189	54,9652527516	10,9938572112

On voit que l'écart type pour chaque colonne analysée est très faible par rapport aux grandeurs des valeurs moyennes obtenues, par exemple pour le Nombre de client on obtient un écart type de 5710,6 alors que sa moyenne est de l'ordre de 5×10^7 clients. On voit donc que la répétabilité est assurée. De plus on voit que la moyenne de toutes les valeurs expérimentales se collent bien à la valeur théoriques du tableau d'en haut.

Pour $t=1\ 000\ 000$, voici les résultats expérimentaux obtenus :

Pour $t=1000000$	Nb clients	Prop clients sans attente	Prop clients avec attente	Debit	Esp nb clients	Temps moyen séjour	T
Résultat théorique	5,00E+006	0,1666666667	0,8333333333	5	5	1	
Résultat expérimental	4995471	0,1673878199	0,8326121801	4,995471	5,0119700425	1,0030646174	2010
	5000352	0,1667116635	0,8332883365	5,000352	4,9790306762	0,9960441319	2013
	4998250	0,1673745141	0,8326254859	4,99825	4,9728138957	0,9946916687	2032
	5001857	0,1658578004	0,8341421996	5,001857	5,0473842015	1,0087551706	1988
	4999155	0,1667855868	0,8332144132	4,999155	4,9976129966	0,9999143915	1960
	5000979	0,1664432104	0,8335567896	5,000979	5,0041891798	1,0011235031	2011
	5001884	0,1663655135	0,8336344865	5,001884	5,0228701825	1,0040181441	2004
	4999129	1,66E-001	0,8335500044	4,999129	5,0056607861	1,0009124869	1998
	5001357	1,66E-001	0,8340350429	5,001357	5,0791437204	1,0143281254	2033
	5002112	1,66E-001	0,8335231198	5,002112	5,0056939949	1,0007195833	2043

Nous allons analyser une nouvelle fois ces valeurs obtenues.

	Nb clients	Prop clients sans attente	Prop clients avec attente	Debit	Esp nb clients	Temps moyen séjour	T
Moyenne	5000054,6	0,1665817941	0,8334182059	5,0000546	5,0126369676	1,0023571823	2009,2
Erreur standard	661,64305919	0,0001610899	0,0001610899	0,0006616431	0,0099134581	0,0018207745	7,6518697788
Médiane	5000665,5	0,1664634379	0,8335365621	5,0006655	5,0056773905	1,001017995	2010,5
Variance	4377715,3778	2,59499487057137E-007	2,59499487057145E-007	4,37772E-006	0,0009827665	3,31521960788415E-005	585,51111111
Écart type	2,09E+003	0,0005094109	0,0005094109	0,0020922991	0,031349107	0,0057577944	24,19733686
Kurtosis	1,32E+000	-0,3155395485	-0,3155395485	1,3171104297	1,2839339396	1,0839541465	0,7375359306
Asymétrie	-1,21E+000	0,4224128255	-0,4224128255	-1,212835901	1,0432434765	0,9141840936	-0,648573557
Plage	6641	0,0015300195	0,0015300195	0,006641	0,1063298247	0,0196364568	83
Minimum	4995471	0,1658578004	0,8326121801	4,995471	4,9728138957	0,9946916687	1960
Maximum	5002112	0,1673878199	0,8341421996	5,002112	5,0791437204	1,0143281254	2043
Somme	50000546	1,67E+000	8,3341820585	50,000546	50,1263696762	10,0235718228	20092

On voit ici que le temps est suffisamment grand pour obtenir des résultats représentatifs car on a des valeurs moyennes qui sont très proches des résultats théoriques, et des écart types très faibles. On peut donc dire que pour 1 million et 10 millions on a une bonne répétabilité.

Prenons maintenant des résultats avec un t très faible ($t=100$) :

Pour $t=100$	Nb clients	Prop clients sans attente	Prop clients avec attente	Debit	Esp nb clients	Temps moyen séjour	T
Résultat théorique	5,00E+002	0,1666666667	0,8333333333	5	5	1	
Résultat expérimental	517	0,1798839458	0,8201160542	5,17	3,4332688588	0,6916484138	18
	513	0,171539961	0,828460039	5,13	3,6900584795	0,7736160943	19
	494	0,2085020243	0,7894736842	4,94	3,2348178138	0,652542366	17
	593	0,0725126476	0,9274873524	5,93	3,3345773709	0,7652498123	20
	491	0,1425661914	0,8574338086	4,91	4,9857433809	1,060069655	18
	502	0,1115537846	0,8884462154	5,02	5,6573705179	1,2095952477	19
	499	0,1382765531	0,8597194389	4,99	3,7374749499	0,7853066654	17
	461	0,262472885	0,7353579176	4,61	3,3427331887	0,7043418856	17
	524	0,1374045802	0,8625954198	5,24	4,2404580153	0,8232016804	18
	496	0,1411290323	0,8588709677	4,96	3,2721774194	0,6942828153	17

	Nb clients	Prop clients sans attente	Prop clients avec attente	Debit	Esp nb clients	Temps moyen séjour	T
Moyenne	509	0,1565841605	0,8427960898	5,09	3,8928679995	0,8159854636	18
Erreur standard	10,817681	0,0166361674	0,0168370517	0,10817681	0,2611470043	0,0566977815	0,3333333333
Médiane	500,5	0,1418476119	0,8581523881	5,005	3,5616636692	0,7694329533	18
Variance	1170,222222	0,0027676206	0,0028348631	0,1170222222	0,6819775785	0,0321463842	1,1111111111
Écart type	34,208510962	0,0526081804	0,0532434324	0,3420851096	0,8258193377	0,1792941277	1,0540925534
Kurtosis	4,4817640913	1,0101412358	1,0317136264	4,4817640913	1,154165953	1,7624265477	-0,45
Asymétrie	1,6421626786	0,6086327773	-0,6292968797	1,6421626786	1,4469299627	1,585739941	0,7115124735
Plage	132	0,1899602375	0,1921294349	1,32	2,4225527042	0,5570528817	3
Minimum	461	0,0725126476	0,7353579176	4,61	3,2348178138	0,652542366	17
Maximum	593	0,262472885	0,9274873524	5,93	5,6573705179	1,2095952477	20
Somme	5090	1,5658416053	8,4279608978	50,9	38,928679995	8,1598546358	180

Après analyse, on voit que pour peu de valeurs (10 résultats expérimentaux) la moyenne est assez proche du résultat théorique sauf pour le Temps moyen de Séjour. Cependant l'écart type pour chaque valeur est grand : on ne peut pas dire que nous avons de bons résultats car nous avons par exemple un écart type pour le nombre de clients à 34 pour une moyenne de 509.

J'en conclus que plus t est grand, plus on obtient un résultat expérimental fiable même si on ne l'étudie que sur un cas, tandis qu'un t plus petit implique de devoir faire un grand nombre d'expérimentations pour obtenir une vraie estimation des données réelles.

J'ai aussi essayé d'espacer le plus possible λ de μ tout en gardant $\lambda < \mu$, et on voit ainsi la Proportion de clients sans attente augmenter drastiquement (pour $t=1000\ 000$ $\lambda=5.0$ et $\mu=100.0$ je trouve une moyenne de 0.95), et le Nombre moyen de clients dans le système ainsi que le temps moyen de séjour ainsi baisser drastiquement. (pour le même paramètres Nb moyens clients dans système = 0.05259688810 en moyenne et le Temps moyen de séjour = 0.01052751605 en moyenne).

J'en conclus donc que la simulation est très fidèle à la réalité quand t est assez grand car les résultats expérimentaux suivent bien les résultats théoriques quand les paramètres λ ou μ varient.