

Simulazione di uno sciame elettromagnetico

Lorenzo Spera¹

Abstract

In questo documento vengono riportati un resoconto dello sviluppo del progetto finale del corso di Metodi Computazionali per la Fisica e un'analisi dei risultati ottenuti tramite la simulazione. La simulazione dello sciame elettromagnetico, secondo il modello dato, avviene tramite la definizione di una classe sciame elettromagnetico di cui l'utente può scegliere vari parametri: energia iniziale della particella E_0 , energia critica del materiale E_c , perdita di energia per ionizzazione dE_{X_0} e il passo di avanzamento $s \in [0, 1]$. In particolare vengono analizzati i due materiali richiesti per poi modificare i parametri per analizzare l'andamento delle grandezze in funzione di questi.

¹ Università degli Studi di Perugia - Dipartimento di Fisica e Geologia
*e-mail: lorenzo.spera@studenti.unipg.it

Contents

1	Introduzione	1
2	Simulazione 1	1
3	Simulazione 2	3
3.1	Simulazione per H_2O	3
3.2	Simulazione per silicato di bismuto	3

1. Introduzione

Specifichiamo innanzitutto i parametri relativi ai due materiali che devono essere analizzati. Facendo riferimento al *particle data group* si ricava che l'energia critica per elettroni (e^-) e positroni (e^+) riportato nella tabella 1. A partire

	H_2O	BSO
e^-	78.33MeV	76.24MeV
e^+	10.68MeV	10.38MeV

Table 1. Energie critiche per i materiali

dall'andamento dell'energia, $E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$, si può ricavare la perdita di energia per ionizzazione per lunghezza di radiazione X_0 come:

$$dE_{X_0} = \left. \frac{dE}{dx} \right|_{X_0} = -\frac{E_0}{X_0} e^{-x/X_0} \Big|_{X_0}$$

$$= -\frac{E_0}{e \cdot X_0}$$

Dove X_0 è la lunghezza di radiazione e dipende dal materiale scelto. Per i due materiali analizzati, si ricava sempre dal *particle data group* che quanto riportato nella tabella 2. Dipendentemente dall'energia iniziale della particella E_0 si avranno diversi valori della perdita di energia per ionizzazione. Lo schema seguito per l'esecuzione della simulazione è il seguente:

	H_2O	BSO
X_0	36.08cm	1.096cm

Table 2. Lunghezze di radiazione dei materiali

- il programma restituisce i valori richiesti, ovvero l'energia totale persa per ionizzazione dopo l'intero processo, il numero delle particelle ad ogni step e l'energia persa per ionizzazione ad ogni step in un'apposita tabella.g
- gli andamenti delle grandezze citate sono riportate graficamente. Si riporta in aggiunta la distribuzione dell'energia dei diversi tipi di particella e la distribuzione dell'energia depositata per ionizzazione.
- si confrontano infine i risultati ottenuti per i due materiali variando l'energia iniziale della particella.

2. Simulazione 1

Per la prima simulazione sono stati scelti i seguenti parametri: particella iniziale elettrone con $E_0 = 50\text{TeV}$, come energia critica del materiale per positroni ed elettroni sono state scelte quelle dei due materiali (la simulazione viene fatta con entrambi i valori per confrontare i risultati), passo di avanzamento $s = 0.07$ e perdita di energia di ionizzazione $dE_{X_0} = 10\text{MeV/cm}$. L'energia persa per ionizzazione è riportata in figura 1. La simulazione è durata 89 step e ha prodotto un numero di particelle totali pari a 308. L'andamento dell'energia

```
L'energia totale persa per ionizzazione dopo l'intero processo è : 2248.00000000003 MeV
.....
L'energia residua alla fine del processo è : 49997760.0 MeV
```

Figure 1. Energia persa dopo il processo

persa per step per ionizzazione è riportata nella figura 2. L'andamento del numero di particelle per step è riportato in figura 3. L'andamento dell'energia complessiva è ripor-

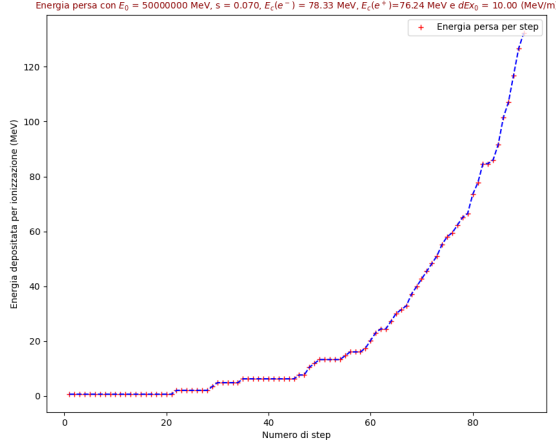


Figure 2. Energia persa ad ogni step

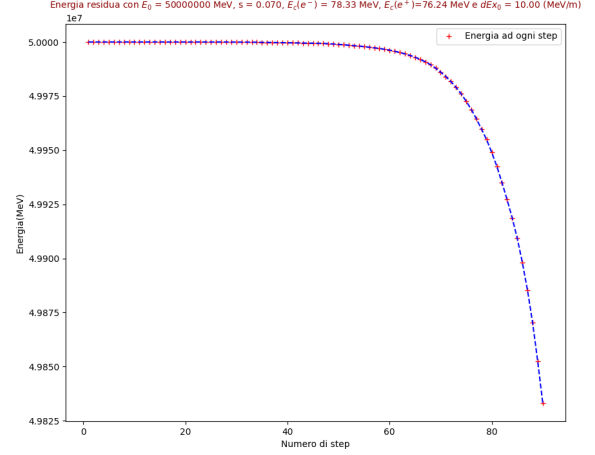


Figure 4. Andamento energia

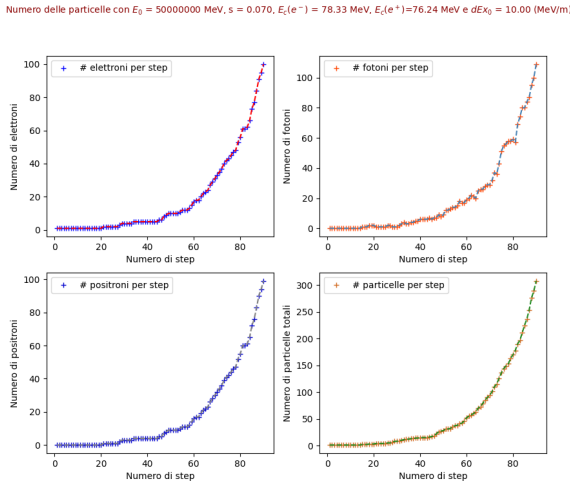


Figure 3. Numero di particelle per step

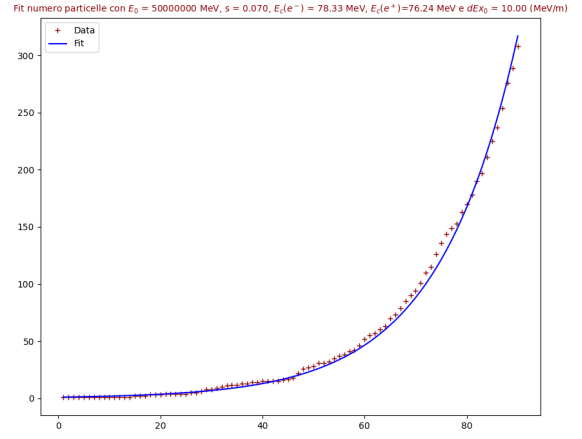


Figure 5. Fit numero particelle

tato in figura 4. Il fit del numero di particelle con la funzione $f(x) = 2^x$ è riportato in figura 5. Infine la distribuzione dell'energia depositata è riportata in figura 6. Possiamo affermare che i risultati sono in accordo con quanto ci si aspetterebbe. Innanzitutto si noti come l'energia depositata per step aumenti (o in alcuni casi rimanga uguale) nel corso del processo. Questo risultato ha senso dato che aumenta progressivamente il numero di elettroni e^- e positroni e^+ che perdono energia $dE_{X_0} \cdot s$ ad ogni passo. I tratti dove la perdita di energia è costante corrispondono agli step dove il numero di elettroni e positroni rimangono costanti. Questi casi si verificano, e sono quelli per cui non si ha la produzione di fotoni che a loro volta possono produrre nuovi e^+ ed e^- che perdano energia. Con il passo scelto $s = 0.07$ infatti la probabilità di emissione di un γ per bremsstrahlung, ovvero del processo:

$$e^\pm \rightarrow \gamma + e^\pm$$

è molto bassa. Lo stesso vale per la probabilità della produzione di una coppia, ovvero del processo:

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Per i primi passi, in cui il numero di particelle è ancora basso ci sono più tratti dove la perdita di energia è costante. Ma per gli step successivi, dove il numero di particelle cresce esponenzialmente, anche se con la stessa probabilità, possono avvenire più processi dato che ci sono più particelle. Infatti, come si nota a partire dallo step 60, l'andamento della perdita è sostanzialmente crescente. L'energia residua inoltre continua a decadere ad ogni step come ci si aspetterebbe.

Una conferma ulteriore è data dal fit del numero di particelle con la funzione esponenziale $f(x) = 2^x$ che è quella che descrive teoricamente l'andamento del numero di particelle. Anche la distribuzione dell'energia depositata per step rispetta la distribuzione attesa: inizialmente le particelle presenti nello sciame sono poche e molto energetiche; durante il processo

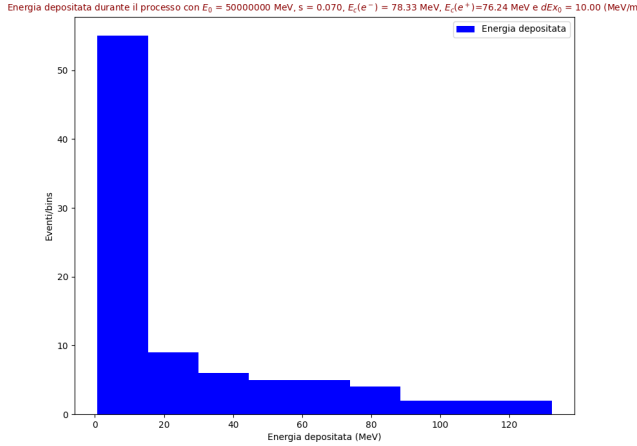


Figure 6. Distribuzione energia persa per ionizzazione

ci sono sempre più particelle ma esse sono meno energetiche e depositano sempre lo stesso quantitativo di energia. Solo negli ultimi step la cessione di energia diventa sostanziale e dunque la maggiore parte dell'energia depositata ricade nelle decine di MeV e non nelle centinaia.

3. Simulazione 2

Con la seconda simulazione si segue la linea esposta nella sezione precedente. Si parte sempre da un elettrone con energia $E_0 = 50\text{TeV}$ e si analizza la risposta dei due materiali. In questo caso si inseriscono nella simulazioni i valori della perdita di energia per ionizzazione per l'acqua e il silicato di bismuto che vengono calcolate con la formula citata nell'introduzione e vengono misurate in MeV/cm.

3.1 Simulazione per H_2O

Si riportano innanzitutto i risultati ottenuti per l'acqua. La simulazione è durata 47 step e ha prodotto un numero di particelle totali pari a 32. L'andamento dell'energia persa ad ogni step è riportato nella figura 7. L'andamento del numero di particelle è riportato nella figura 8. Il fit del numero delle particelle con scarti e non è riportato rispettivamente nelle figure 9 e 10. L'andamento dell'energia in scala logaritmica è riportato in figura 11. La distribuzione dell'energia depositata per step è riportata in figura 12. Anche in questo caso è possibile affermare che gli andamenti di carattere generale osservati nella prima simulazione si ripetono anche in questa. Chiaramente, essendo la perdita di energia di ionizzazione maggiore, a parità di probabilità di produzione di coppia e di bremsstrahlung, il numero di step del processo è minore e lo è anche il numero di particelle prodotte. In ogni caso si nota che l'andamento del numero delle particelle viene rispettato. Infatti è stato riportato in aggiunta il fit che tiene conto dell'errore associato al conteggio del numero delle particelle e la compatibilità con la funzione di fit. Essendo un conteggio, l'errore associato ad ogni numero misurato è stato assunto

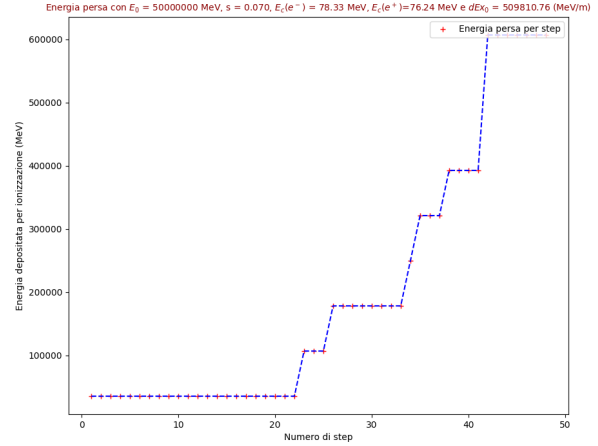


Figure 7. Energia persa ad ogni step

Numero delle particelle con $E_0 = 50000000\text{ MeV}$, $s = 0.070$, $E_e(e^-) = 78.33\text{ MeV}$, $E_e(e^+) = 76.24\text{ MeV}$ e $dEx_0 = 509810.76\text{ (MeV/m)}$

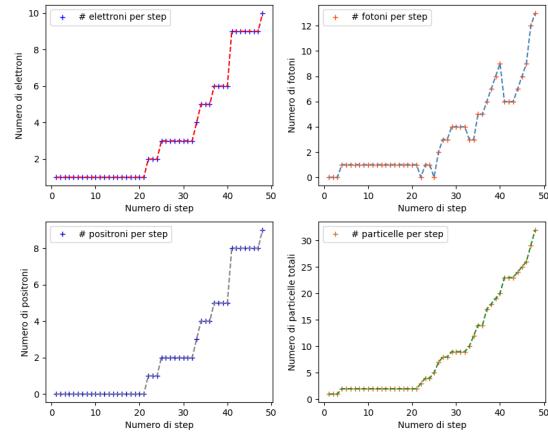


Figure 8. Numero di particelle ad ogni step

come la deviazione standard della distribuzione poissoniana, ovvero la radice quadrata del numero misurato. Sotto a tal grafico si riporta il rapporto tra i dati e il fit che, come ci si aspetterebbe, oscilla attorno all'unità con le rispettive barre di errore. L'andamento dell'energia (questa volta in scala logaritmica sull'asse delle ordinate) è compatibile con il precedente; lo stesso vale per la distribuzione dell'energia depositata. Per questi ultimi due punti valgono le considerazioni fatte nella sezione precedente.

3.2 Simulazione per silicato di bismuto

Partendo dagli stessi parametri, si riporta ora il risultato della simulazione per il silicato di bismuto. L'andamento dell'energia persa ad ogni step è riportato nella figura 13. L'andamento del numero di particelle è riportato nella figura 14. Il fit è riportato in figura 15. L'andamento dell'energia in scala logaritmica è riportato in figura 16. Come è possibile notare dai grafici la risposta del materiale, lo sviluppo longitudinale dello sci-

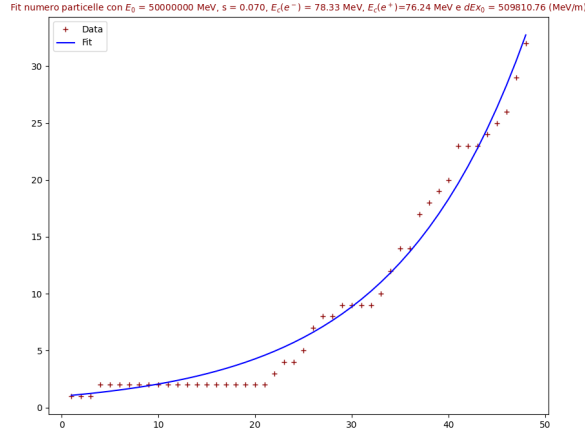


Figure 9. Fit numero particelle ad ogni step

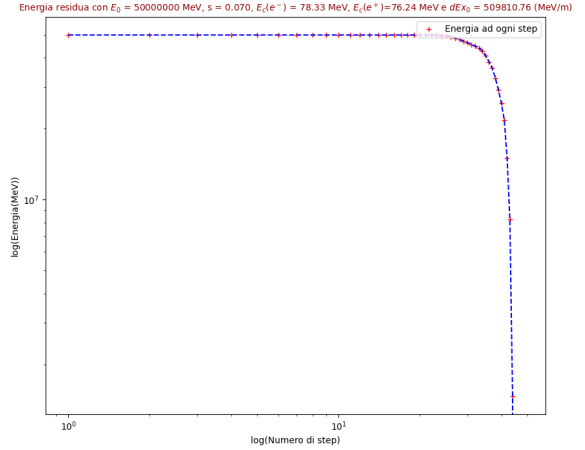


Figure 11. Andamento energia residua per step

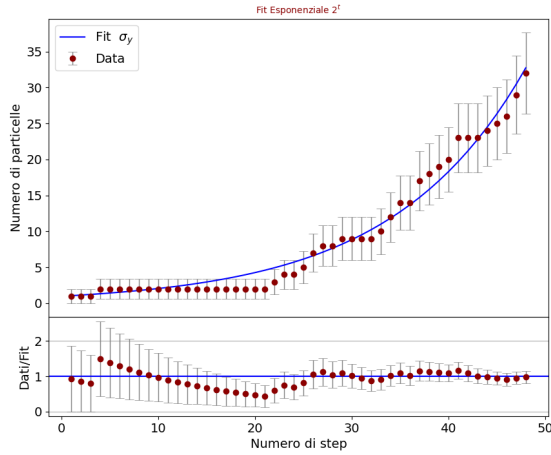


Figure 10. Numero di particelle ad ogni step

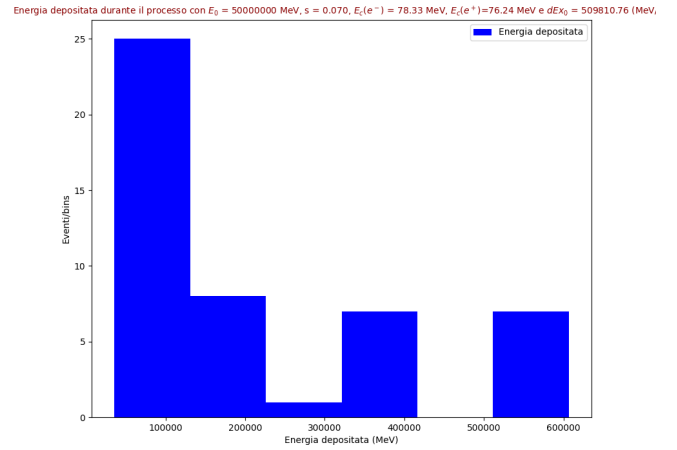


Figure 12. Distribuzione energia depositata

ame e l'andamento dell'energia depositata in funzione dello step sono diversi rispetto a quelli ottenuti precedentemente. La differenza sostanziale sta nella perdita di energia del materiale. In questo caso, essendo la lunghezza di radiazione del silicato di bismuto circa 33 volte più piccola di quella dell'acqua, la perdita di energia è molto più grande. A parità di probabilità di produzione di coppia e di emissione di fotoni le si ha una perdita di energia molto più grande e uno sviluppo dello sciame minore. Il processo è infatti durato 18 step ma il numero di particelle prodotte è solo 3. Si potrebbe pensare di aumentare il passo di avanzamento in modo tale da aumentare la probabilità della produzione di particelle, ma si otterrebbe un processo che dura molti meno step dato che la perdita di energia per ionizzazione è proporzionale al passo di avanzamento s . Queste differenze nel comportamento dei due materiali si riscontrano indipendentemente dall'energia iniziale della particella. Infatti, ripetendo altre simulazioni variando l'energia iniziale (ed eventualmente il passo di avan-

zamento s) la risposta è compatibile con quella ottenuta in queste sezioni.

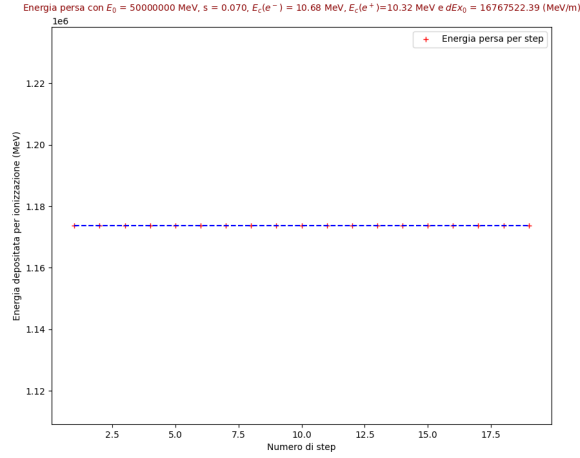


Figure 13. Energia persa ad ogni step

Numero delle particelle con $E_0 = 50000000$ MeV, $s = 0.070$, $E_c(e^-) = 10.68$ MeV, $E_c(e^+) = 10.32$ MeV e $dE/dx = 16767522.39$ (MeV/m)

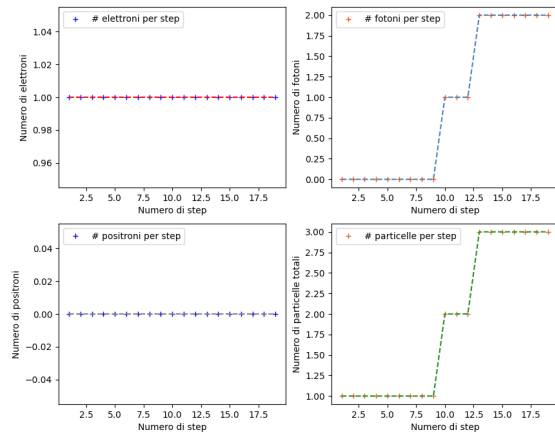


Figure 14. Numero di particelle ad ogni step

Energia residua con $E_0 = 50000000$ MeV, $s = 0.070$, $E_c(e^-) = 10.68$ MeV, $E_c(e^+) = 10.32$ MeV e $dE/dx = 16767522.39$ (MeV/m)

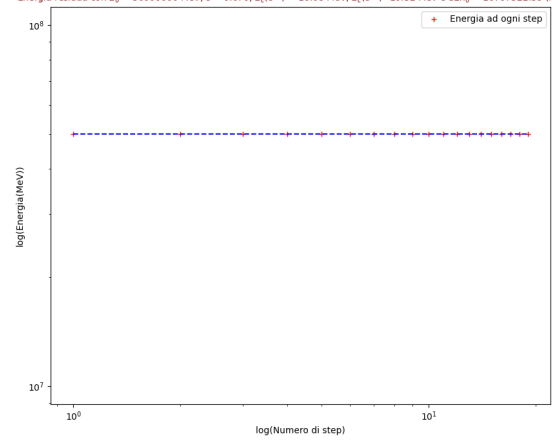


Figure 16. Andamento energia residua per step

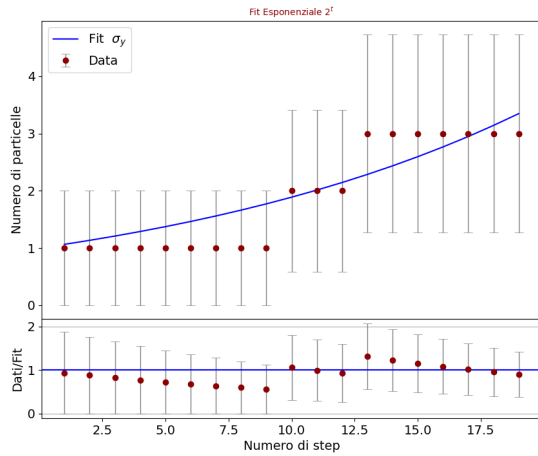


Figure 15. Fit numero particelle ad ogni step