

Misura della vita media del muone

Cecilia Castellani, Enrico Duca, Francesco Marzocco e Lorenzo Spera

Dipartimento di Fisica e Geologia, Università degli Studi di Perugia

Abstract

L'obiettivo dell'esperienza è quello di stimare la vita media del muone (τ_μ) nel suo canale di decadimento preferenziale $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. L'apparato sperimentale consiste in tre piani di scintillatori plastici accoppiati mediante dei fotomoltiplicatori ad un Crate NIM. Dopo misure preliminari di calibrazione e opportuna configurazione del setup sperimentale, è stata effettuata la presa dati e la loro successiva analisi offline, al fine di estrarre la miglior stima del parametro τ_μ cercato per confrontarlo con il valore riportato dal Particle Data Group (PDG).

Contenuti

Motivazioni	1
1 Apparato sperimentale	2
1.1 Scintillatori organici	2
1.2 Fotomoltiplicatori sottovuoto	3
2 Procedura sperimentale	3
2.1 Misura dell'efficienza	3
2.1.1 Statistica dell'errore	4
2.1.2 Funzione di fit	4
2.1.3 Risultati	5
2.2 Misura della vita media	5
2.2.1 Acquisizione dei dati	6
3 Estrazione di τ_μ dai dati sperimentali	6
4 Discussione dei risultati	8

Motivazioni

I muoni sono particelle elementari appartenenti alla famiglia dei leptoni, con carica elettrica pari a quella dell'elettrone ma con una massa circa 207 volte maggiore. Esistono due tipi di muoni: il muone carico negativamente (μ^-) e la sua antiparticella, il muone carico positivamente (μ^+). Essi vengono prodotti prevalentemente dalle interazioni tra i raggi cosmici e l'atmosfera terrestre.

I muoni sono particelle instabili e decadono attraverso l'interazione debole in un elettrone (o positrone, nel caso di un antimuone) e due neutrini (uno muonico e uno elettronico):

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (1)$$

Il valore di Branching Ratio relativo a questo canale di decadimento è $\sim 100\%$ [1], ovvero (1) è il canale di decadimento principale del μ .

Grazie agli effetti relativistici di contrazione delle lunghezze (o dilatazione degli intervalli temporali),

un grande numero di muoni riesce raggiungere la superficie terrestre. Il numero di muoni che sopravvivono dopo un tempo t , $N(t)$, è dato dalla consueta legge esponenziale del decadimento

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_\mu}} \quad ,$$

dove N_0 è il numero di particelle al tempo iniziale. τ_μ è la quantità che si definisce *vita media*: secondo il PDG [1], la vita media del muone nel suo sistema di riferimento di riposo è $(2.1969811 \pm 0.0000022)\mu s$.

L'energia dei muoni misurata al livello del mare dipende dalla distribuzione angolare e dalla altitudine, ed è il risultato della combinazione delle perdite di energia nell'atmosfera e dei decadimenti alla quale vanno incontro. Complessivamente l'energia più probabile dei μ che arrivano al suolo è $\simeq 4\text{ GeV}$ e il flusso atteso a livello del mare è pari a circa $1\mu/(\text{cm}^2 \text{ minuto})$.

La misura della vita media dei muoni rappresenta un esperimento fondamentale per verificare la validità della teoria del decadimento debole e per testare gli effetti relativistici. L'analisi statistica dei tempi di decadimento consente di determinare sperimentalmente la vita media e confrontarla con il valore atteso.

L'organizzazione della relazione è la seguente: nella prima sezione viene presentato l'apparato sperimentale utilizzato nelle varie fasi dell'esperienza; nella seconda sezione si descrivono le misure preliminari relative all'efficienza, corredate di opportuna analisi statistica e viene descritta la procedura sperimentale necessaria alla misura della vita media del μ sfruttando il metodo dell'anticoincidenza. Nella terza sezione viene svolta una specifica analisi dati al fine di estrarre la miglior stima del parametro cercato. Vengono infine discussi i risultati.

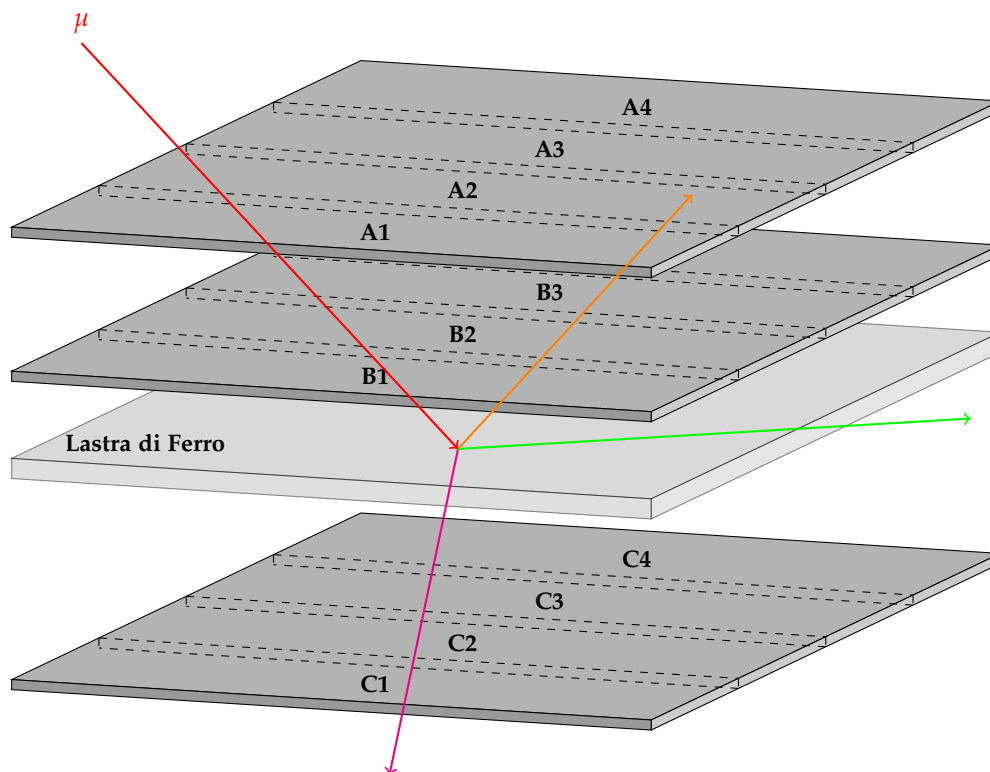


Figure 1: Schema dei 3 piani di scintillatori e della lastra di ferro. Il muone (in rosso) passa attraverso i primi due piani e poi si ferma nella lastra di ferro, quindi decade isotropicamente. In figura sono illustrati i casi in cui il prodotto carico del decadimento passa nei primi due piani (in arancione), nell'ultimo piano (in magenta) oppure non passa attraverso nessun piano (in verde).

1 Apparato sperimentale

Per la misura della vita media del μ si sono utilizzati 12 rivelatori a scintillatore plastico, disposti in tre file da quattro scintillatori adiacenti ciascuna (che si considerano come un unico piano). I primi due piani (indicati con A e B) sono separati dal terzo (C) da alcune lastre di ferro, dove i muoni cosmici vengono intrappolati e decadono. Per fissare la notazione, gli indici 1, 2, 3, 4 si riferiranno ognuno alla rispettiva colonna di scintillatori. Per una visualizzazione grafica del setup sperimentale si rimanda allo sketch in figura [1]. La strumentazione principale [2] è composta da un Crate NIM (Nuclear Instrumentation Methods) e un Crate VME (VERSA Module Euro card), dotati di slot per i moduli elettronici. Le varie unità sono alimentate da un Alimentatore CAEN mod N1470 e un Alimentatore CAEN mod N472. I contatori sono Caen Quad Scaler and preset counter timer Mod. N145, una doppia unità NIM che include quattro contatori indipendenti a 8 cifre. Le unità logiche utilizzate sono le seguenti: CAEN N455, un modulo NIM a singola larghezza che integra quattro sezioni indipendenti, ciascuna configurabile per eseguire le funzioni logiche AND o OR tramite un interruttore dedicato sul pannello frontale; NIM Model 429A Quad Mixed Logic Fan-In/Fan-

Out contenente quattro input logici indipendenti, quattro output OR e quattro OR complementato; Discriminatore CAEN mod 96, dotato di regolazione di soglia e contenente quattro input logici indipendenti, quattro output logici non complementati e quattro complementati. I moduli Dual Timer mod N93B e Programmable Delay Unit CAEN N146 rispettivamente aprono gate temporali di accettazione del segnale e shiftano opportunamente il segnale quando necessario: sono questi i moduli che permettono di ottenere le giuste coincidenze. I segnali sono convertiti in digitale da un Flash ADC CAEN v1720, connesso a un PC tramite un Mod. V1718 VME USB Bridge. Infine il CAENScope, un'interfaccia software progettata specificatamente per controllare i digitalizzatori CAEN, consente all'utente di collegarsi facilmente a una singola scheda, recuperare le informazioni sull'hardware, gestire l'acquisizione e la registrazione dei dati. Completano il setup sperimentale strumenti accessori quali Voltmetro Agilent U1241B e cavi coassiali.

1.1 Scintillatori organici

Il cuore dell'apparato sperimentale descritto sono i rivelatori a scintillatore [3], dispositivi in grado di trasformare l'energia rilasciata da particelle cariche in luce visibile. Questo processo avviene perché le

particelle cariche eccitano gli elettroni del materiale scintillante, che, diseccitandosi, emettono fotoni. I materiali scintillatori possono essere organici, ovvero composti a base di carbonio (molecole organiche) o inorganici, generalmente cristalli o sali. In particolare gli scintillatori usati sono plastici, quindi organici, che garantiscono le seguenti fondamentali proprietà:

- hanno tempi di risposta estremamente rapidi (decadimento dell'ordine di pochi nanosecondi), ideali per misure in cui è importante la risoluzione temporale, come nel conteggio di particelle veloci o nella coincidenza temporale;
- sono economici, facili da fabbricare in forme e dimensioni molto diverse, permettendo una grande flessibilità nella costruzione di rivelatori su misura;
- sono meno densi rispetto agli scintillatori cristallini, il che li rende meno adatti a fermare particelle molto energetiche o radiazioni molto penetranti, ma perfetti per rivelare particelle cariche leggere (come elettroni o muoni);
- sono robusti, resistenti agli urti e non fragili come i cristalli, quindi molto pratici in esperimenti che richiedono manipolazione o montaggi complessi.

1.2 Fotomoltiplicatori sottovuoto

Dato che la quantità di luce prodotta da una particella è molto bassa, è necessario amplificare il segnale con un fotomoltiplicatore. Questo dispositivo è un tubo elettronico a vuoto in grado di convertire e amplificare segnali luminosi molto deboli. È costituito da un tubo di vetro posto sottovuoto contenente un fotocatodo, cioè un elettrodo rivestito di materiale fotosensibile, e da una serie di elettrodi interni chiamati dinodi. Quando un fotone colpisce il fotocatodo, questo emette un elettrone per effetto fotoelettrico. L'elettrone viene poi accelerato da una differenza di potenziale elevata e colpisce il primo dinodo, generando a sua volta più elettroni. Questo processo si ripete per diversi stadi, producendo un effetto a valanga che moltiplica notevolmente il numero di elettroni iniziali. Il guadagno del fotomoltiplicatore, ovvero il numero totale di elettroni generati per ogni fotone incidente, è descritto dalla formula $G = g^n$, dove g è il fattore di emissione secondaria per dinodo e n è il numero totale di dinodi. Alla fine del processo, gli elettroni raggiungono un anodo, producendo un impulso elettrico rapido. In questo modo, accoppiando scintillatore e fotomoltiplicatore, è possibile ottenere un segnale elettrico amplificato che rappresenta il passaggio di una particella nel rivelatore.

2 Procedura sperimentale

2.1 Misura dell'efficienza

L'efficienza degli scintillatori è la capacità del materiale scintillante di convertire l'energia della radiazione incidente in fotoni visibili. Questa può essere compromessa da vari fattori, tra cui l'accettazione geometrica tra i vari piani, il riassorbimento di fotoni emessi o la diffusione della luce prima di raggiungere il fotomoltiplicatore.

Per determinare l'efficienza dello scintillatore $B1$ (seguendo la nomenclatura della sezione precedente) è necessario effettuare un esperimento di conteggio. Lo scintillatore $B1$ è sufficiente a descrivere l'efficienza siccome è contenuto nel piano intermedio ad $A1$ e $C1$. Infatti, la rilevazione di un segnale (dovuto al passaggio di una particella carica) da parte di $A1$ e $C1$ determina un riferimento per $B1$. Dunque, il valore che definisce il numero totale di eventi è N_{AC} . Chiamando ϵ_A , ϵ_B e ϵ_C le efficienze dei singoli scintillatori e N_v il numero di particelle cariche che attraversano gli scintillatori, i rispettivi conteggi sono $N_A = \epsilon_A N_v$, $N_B = \epsilon_B N_v$ e $N_C = \epsilon_C N_v$. Essendo i piani indipendenti tra di loro $N_{AC} = \epsilon_A \epsilon_C N_v$ e $N_{ABC} = \epsilon_A \epsilon_B \epsilon_C N_v$ da cui, l'efficienza dello scintillatore $B1$ è

$$\epsilon_B = \frac{N_{ABC}}{N_{AC}} \quad , \quad (2)$$

dove N_{ABC} rappresenta la coincidenza tripla degli scintillatori appartenenti alla prima colonna e N_{AC} rappresenta la coincidenza doppia di $A1$ e $C1$. Idealmente $N_{AC} = N_{ABC}$ e l'efficienza sarebbe massima ($\epsilon_B = 1$), ma nel caso reale, a causa degli effetti suddetti, si ha un degradamento $\epsilon_B < 1$.

Per misurare il numero di coincidenze N_{AC} e N_{ABC} le uscite dei tre fotomoltiplicatori relativi agli scintillatori vengono prima collegate al discriminatore, poi all'unità logica e infine al contatore. Quest'ultimo aumenta di un'unità il conteggio ogni volta che il segnale in input al discriminatore supera la soglia dell'1 logico, posta a -800 mV. Si noti che tutta la logica utilizzata sfrutta una polarizzazione negativa. L'ampiezza del segnale prodotto è legata all'energia depositata dalla particella carica ma anche all'alimentazione fornita al fototubo accoppiato allo scintillatore stesso, dato che questo determina il fattore di amplificazione del segnale inizialmente ricevuto. Perciò, la misura di ϵ_B avviene variando l'alimentazione dello scintillatore $B1$. Si noti che, alimentato $B1$ con un certo voltaggio, è sufficiente prendere una sola misura, dal momento che (secondo (2)) la misura dell'efficienza dipende solo dalla quantità di dati presi, ovvero dal tempo di acquisizione. Perciò, tenendo fissate le tensioni di $A1$ e $C1$ rispettivamente a 1799 V e 1803 V (sempre a polarizzazione

negativa), si varia la tensione di alimentazione $B1$, selezionando 25 valori compresi tra 1300 V e 2100 V; per ogni tensione si conteggiano gli eventi per un tempo di 120 s. L'errore associato a ciascun voltaggio è quello fornito dal costruttore del voltmetro [4]. I risultati delle misure sono riportati in figura [3] e discussi in 2.1.3.

2.1.1 Statistica dell'errore

A un esperimento di conteggio corrisponde, in linea di principio, un errore poissoniano. Il problema dell'errore poissoniano è che in generale sovrastima l'errore reale. In particolare questo è evidente nei limiti in cui $\epsilon \rightarrow 0, 1$: qui la barra d'errore, che è simmetrica per la distribuzione poissoniana, può eccedere lo 0 inferiormente e l'1 superiormente. Questo ovviamente è un risultato non fisico. Nel caso in esame l'efficienza massima si aggira intorno a $\epsilon_B = 0.8$, quindi nel limite superiore di efficienza l'errore poissoniano è valido; invece è presente della statistica nel limite $\epsilon \rightarrow 0$, per cui questo fatto diventa problematico. Tuttavia si può sopperire (almeno parzialmente) al problema adottando la distribuzione binomiale. I possibili risultati dell'esperimento sono infatti: conteggio della particella ("successo") o non conteggio ("insuccesso"). La probabilità che venga effettivamente conteggiata una particella è data da

$$P(N_{ABC}; N_{AC}, \epsilon_B) = \binom{N_{AC}}{N_{ABC}} \epsilon_B^{N_{ABC}} (1 - \epsilon_B)^{N_{AC} - N_{ABC}} \\ = \frac{N_{AC}!}{N_{ABC}!(N_{AC} - N_{ABC})!} \epsilon_B^{N_{ABC}} (1 - \epsilon_B)^{N_{AC} - N_{ABC}}$$

e l'errore binomiale associato al numero di conteggi N_{ABC} è

$$\sigma_{N_{ABC}} = \sqrt{N_{AC} \epsilon_B (1 - \epsilon_B)} .$$

Di conseguenza l'errore da associare a ϵ_B è

$$\sigma_{\epsilon_B} = \frac{\sigma_{N_{ABC}}}{N_{AC}} = \sqrt{\frac{\epsilon_B (1 - \epsilon_B)}{N_{AC}}} . \quad (3)$$

La distribuzione binomiale sopperisce ai problemi suddetti relativi alla distribuzione poissoniana ma genera la difficoltà opposta: come si vede dalla formula per l'errore sulla binomiale (3), questo si annulla per $\epsilon \rightarrow 0, 1$, portando anche in questo caso a un risultato non fisico.

Si può dimostrare che l'approccio migliore è quello Bayesiano [5], per cui si ha una stima ottimale degli errori associati all'efficienza nelle regioni asintotiche $\epsilon \rightarrow 0, 1$: in questo caso infatti, per come è definita, ϵ_B non si annulla mai e di conseguenza neanche l'errore associato. L'approccio Bayesiano porta a una probabilità condizionata data dalla cosiddetta la formula

di de Agostini, che nel caso presente si scrive

$$P(\epsilon_B | N_{ABC}, N_{AC}) \\ = \frac{(N_{AC} + 1)!}{N_{ABC}!(N_{AC} - N_{ABC})!} \epsilon_B^{N_{ABC}} (1 - \epsilon_B)^{N_{AC} - N_{ABC}} . \quad (4)$$

A questa sono associate una stima per l'efficienza e una varianza della distribuzione pari a

$$\epsilon_B = \frac{N_{ABC} + 1}{N_{AC} + 2} , \quad (5)$$

$$\sigma_{\epsilon_B} = \epsilon_B (1 - \epsilon_B) \frac{1}{N_{AC} + 3} . \quad (6)$$

Per un confronto degli errori sperimentali con il metodo della distribuzione binomiale e quello di de Agostini si veda la figura [2].

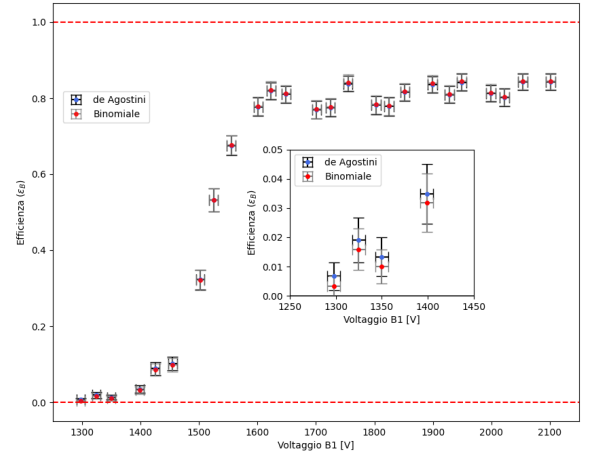


Figure 2: Confronto degli errori con il metodo della distribuzione binomiale e quello di de Agostini. Dallo zoom nella zona $\epsilon_B \rightarrow 0$, si apprezza la differenza nei punti sperimentali e nelle bande di errore ricavate dal primo e dal secondo metodo.

2.1.2 Funzione di fit

Per la scelta della funzione di fit va tenuto conto del numero di particelle ionizzanti (il cui numero totale è N_V) al di sopra di una determinata soglia E_{thr}

$$N(E > E_{thr}) = N_V \int_{E_{thr}}^{\infty} P(E) dE , \quad (7)$$

$P(E)$ rappresenta la probabilità che la particella ceda un quantitativo di energia pari ad E in un materiale caratterizzato da un piccolo spessore e la sua espressione è data dalla distribuzione di Landau

$$P(E) = \frac{1}{\pi c} \int_0^{\infty} e^{-t} \cos \left(t \left(\frac{E - \mu}{c} \right) + \frac{2t}{\pi} \log \left(\frac{t}{c} \right) \right) dt \quad (8)$$

con $c \in (0, \infty)$ parametro di scala e $\mu \in (-\infty, \infty)$ parametro di shift. Per "piccolo spessore" si intende uno spessore tale per cui l'energia depositata dalla particella carica è trascurabile rispetto all'energia totale della particella stessa.

Nel caso in esame si fa variare il voltaggio V di B_1 , per cui, tenendo conto della (7), la (2) diviene

$$\epsilon_B(V_{\text{thr}}) = \frac{N_{ABC}(V > V_{\text{thr}})}{N_{AC}} \propto \int_{V_{\text{thr}}}^{\infty} P(V) dV \quad (9)$$

In virtù del rumore elettronico e dell'arrivo dei muoni con diverse direzionalità, entrambi variabili gaussiane, la (8) può essere approssimata con una gaussiana e l'integrale a secondo membro della (9) diviene la cosiddetta *error function*

$$\text{erf}(V) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^V e^{-x^2} dx \quad (10)$$

L'opportuna funzione di fit è scritta in termini della *error function*

$$f(V) = \frac{p_0}{2} \left(1 + \text{erf} \left(\frac{V - p_1}{\sqrt{2}} p_2 \right) \right) \quad (11)$$

dove p_0, p_1 e p_2 sono i parametri del fit.

2.1.3 Risultati

Dalla figura [3] possiamo concludere che il range ottimale per l'efficienza ϵ_B è l'intervallo [1750, 1900] V dove il valore di ϵ_B rimane pressoché costante ed è dell'ordine di $\epsilon_B \simeq 0.8$. Inoltre il valore $\chi^2/\text{ndf} = 1.63$ indica che l'approssimazione della distribuzione di Landau con una gaussiana risulta essere ragionevole.

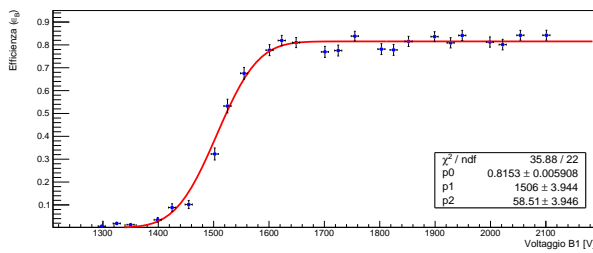


Figure 3: Fit delle efficienze per estrarre i valori ottimali di ϵ_B . I punti sperimentali sono relativi a 25 diverse tensioni tra 1300 V e 2100 V. L'errore sui voltaggi è quello fornito dal costruttore e quello sull'efficienza è dato dalla formula di de Agostini. Il fit è eseguito con la funzione definita in (11).

I vari fototubi dei 3 piani vengono impostati ad un voltaggio in accordo con il range ottenuto per il resto dell'esperienza. In particolare viene eseguito un tuning dell'alimentazione all'interno del range [1750, 1900] V in modo da garantire un conteggio uniforme per i 12 scintillatori (circa 2000 conteggi per 10 s).

2.2 Misura della vita media

Dopo aver impostato le soglie dei vari discriminatori e i voltaggi di alimentazione, sono stati uniti i 4 scintillatori di ogni piano con delle porte logiche OR. Ad esempio, il primo piano produrrà un segnale del tipo

$$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \quad (12)$$

Analogamente per i piani B e C. A questo punto si hanno tre segnali corrispondenti ai tre piani.

Per stimare il valore della vita media del muone μ bisogna definire un intervallo di tempo fra l'arrivo della particella e il suo successivo decadimento. A tal fine si identificano dei segnali di "start" e "stop". L'arrivo di una particella corrisponde al segnale di START $A \cap B \cap \bar{C}$, ovvero la particella incidente attraversa il piano A e B ma non C, fermandosi nelle lastre di ferro. Il segnale di stop può essere definito in due modi distinti: $A \cap B \cap \bar{C}$ (STOP1), la particella carica prodotta nel decadimento riattraversa i primi due piani ma non C, o $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$ (STOP2) ovvero la particella prodotta attraversa il piano C ma non i piani A e B.

Si osserva che, a questo livello, la definizione di START e STOP1 è identica. Al fine di discriminare i due segnali è necessario utilizzare un gate G. L'arrivo della particella induce l'apertura di una finestra temporale (gate) in cui si attende il segnale di "stop". L'ampiezza di tale finestra deve essere calibrata sul segnale atteso: si attende una vita media del muone dell'ordine dei microsecondi, quindi il gate deve essere aperto per un tempo sufficientemente ampio da garantire l'acquisizione del segnale prodotto dall'elettrone ma abbastanza breve da permettere di ottenere una statistica elevata. Una finestra di 10 μs è quindi ritenuta adeguata.

In questo modo si può distinguere i segnali di START e STOP1, che diventano rispettivamente $A \cap B \cap \bar{C} \cap \bar{G}$ e $A \cap B \cap \bar{C} \cap G$. Il segnale STOP2 sarà invece $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap G$.

Inoltre, si desidera che una volta aperto il gate esso rimanga aperto per il tempo impostato. Il problema è che il segnale di START e di STOP1 in ingresso al gate sono ancora coincidenti: $A \cap B \cap \bar{C}$. Perciò il segnale di STOP1, in linea di principio, fa ripartire il gate. Per ovviare a questo problema, al modulo del gate viene accoppiato un *veto* esterno: questo garantisce che il gate venga aperto solo per la finestra temporale preimpostata e che non venga riaperto al possibile arrivo di un segnale di STOP1.

Un ulteriore fattore da tenere in considerazione è il seguente: il segnale di START, che triggera l'apertura

di G , ha una larghezza regolata manualmente, che sarà necessaria all'ADC per riconoscerlo e campionarlo. Questo tuttavia comporta che il segnale di START termina quando il gate è già aperto, il quale quindi riconoscerebbe il segnale di START come segnale di STOP1. Per ovviare a questo problema si ritarda l'apertura del gate a un istante in cui il segnale di START è esaurito. È sufficiente impostare questo delay a 85.5 ns.

Con queste ultime due accortezze, gli unici segnali apprezzabili nei 10 μ s di durata del gate sono solamente i veri segnali di STOP1,2. Riassumendo, sono ora a disposizione 4 segnali che verranno forniti all'ADC:

- START: $A \cap B \cap \bar{C} \cap \bar{G}$;
- STOP1: $A \cap B \cap \bar{C} \cap G$;
- STOP2: $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C \cap G$;
- STOP1 \cup STOP2: realizzato mettendo in OR i due segnali di "stop".

Il muone viene assorbito dalle lastre di ferro e si attende che decada in maniera isotropa nell'angolo solido. Perciò si avrà una probabilità praticamente uguale (a meno di fattori geometrici sottodominanti) di rilevare il prodotto di decadimento in $A \cap B \cap \bar{C}$ o in $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$. La rilevazione del prodotto in $A \cap B \cap \bar{C}$ è più attendibile di quella in $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$ perché associata a una coincidenza. Il conteggio in $\bar{A} \cap \bar{B} \cap C$ sarà affetto da un rumore di fondo non eliminabile. Verrà eseguito un confronto offline dei risultati associati ai tre diversi segnali di "stop", per valutare l'incidenza del rumore di fondo sul risultato finale.

2.2.1 Acquisizione dei dati

L'idea più intuitiva è quella di utilizzare il segnale di START come segnale di trigger. In questo modo tuttavia verrebbero acquisiti anche eventi dotati di un segnale di START ma nessun segnale di STOP, occupando memoria inutilmente. Per questo motivo si sceglie come segnale di trigger l'OR logico fra lo STOP1 e lo STOP2 sfruttando la retroattività del sistema di acquisizione dati che riesce a salvare dati anche se cronologicamente antecedenti all'istante di trigger.

L'acquisizione dei dati avviene tramite un Flash ADC, un dispositivo che converte segnali analogici in formato digitale. Il Flash ADC impiegato è a 12 bit e lavora a una frequenza di campionamento di 250 Msamples/s, corrispondente a un campione ogni 4 ns, con un segnale di uscita di ampiezza compresa tra $[-1, 1]$ V.

Per poter fornire il segnale al FLASH ADC, è necessario convertirlo da single-ended, formato utilizzato

nell'elettronica NIM, a differenziale, utilizzando un apposito modulo a 16 canali.

Una volta digitalizzato il segnale, il FLASH ADC trasmette i dati al software CAENScope. Pertanto, per ricostruire correttamente il segnale acquisito, è necessario comunicare al software di acquisizione l'indirizzo dei tre canali utilizzati per i segnali di START, STOP1 e STOP2.

3 Estrazione di τ_μ dai dati sperimentali

La presa dati produce tre file in formato .adc: uno per il segnale di START e due per i segnali di STOP1,2 rispettivamente che vengono analizzati tramite il software ROOT. All'interno di ogni file, ciascun evento è costituito da 8192 valori interi, distanziati temporalmente da un intervallo corrispondente a 4 ns. Tutti gli eventi vengono salvati all'interno di una struttura ad albero TTree in modo da gestire i dati in maniera agevole e calcolare le grandezze di interesse. Un esempio di evento è riportato in figura [4].

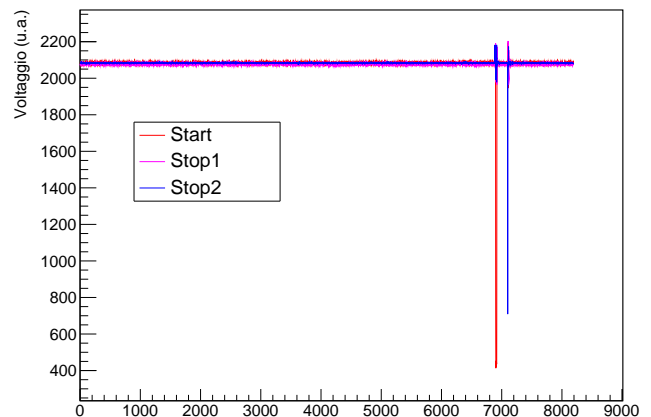


Figure 4: Evento registrato al passaggio di una particella carica: il segnale di START è identificato in rosso e i segnali di STOP1 e STOP2 rispettivamente in magenta e in blu.

Avendo ora a disposizione i segnali di "start" e di "stop" è necessario definire l'intervallo temporale che corrisponde alla vita media del muone τ_μ . A tal fine è necessario definire un valore di soglia V_{thr} che identifica gli indici dei due elementi (tra i 8192 totali) corrispondenti rispettivamente ai segnali di "start" e di "stop". I dati provengono dall'ADC e $1ADC = 2V/4096 \simeq 0.488$ mV; il valore di soglia è opportunamente definito come

$$V_{thr} = 400mV = \frac{400 \cdot 2000}{4096} ADC ; \quad (13)$$

questo valore risulta essere ragionevole in virtù del fatto che l'ampiezza del segnale di START e di STOP

è di circa 800 mV.

Va anche definito un valore di riferimento, una *baseline* V_{bl} , come la media dei primi 100 valori del segnale. Allora la condizione del superamento della soglia è data da

$$V_{bl} - V[i] > V_{thr} \quad , \quad (14)$$

dove $V[i]$ rappresenta l' i -esima ampiezza del segnale di "start" o di "stop". Se la condizione è verificata, viene salvato l'indice i sia per il segnale di "start" che per quello di "stop". La differenza tra questi due indici moltiplicata per 4 ns restituisce il valore di τ_μ per un singolo evento. Come fatto per tutti gli eventi, i tempi così calcolati vengono salvati all'interno di un nuovo TBranch del TTree per poi essere riportati in un'istogramma, del quale è infine possibile eseguire un fit per estrarre la vita media τ_μ . L'istogramma risultante (considerato il solo segnale di STOP1) è quello in figura [5]. Per eseguire il fit è stata scelta una funzione esponenziale tipica delle leggi di decadimento delle particelle

$$N(t) = p_0 e^{-t/p_1} + p_2 \quad , \quad (15)$$

dove il parametro p_1 è proprio τ_μ ed è stato aggiunto un termine costante p_2 , motivato dal fatto che la coda non decade esponenzialmente a zero, bensì tende a un valore costante (a causa di eventi di *dark count* dovuti all'agitazione termica, che sono casuali nel tempo). Il risultato del fit è riportato in figura [5].

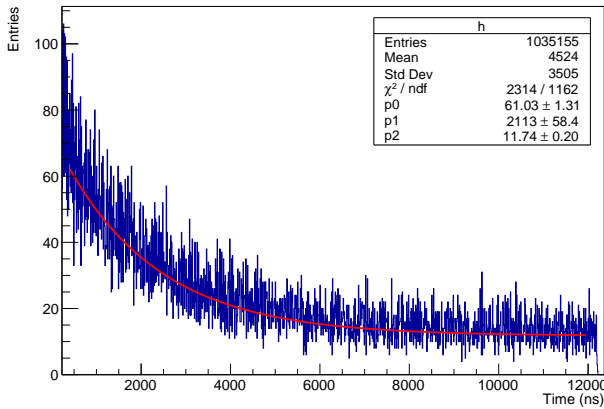


Figure 5: Fit esponenziale per estrarre il valore del parametro τ_μ . L'istogramma e il fit sono relativi al solo canale STOP1 (si veda la sezione 2.1.3).

Il fit restituisce un valore del parametro pari a

$$\tau_\mu = 2113 \pm (58)_{\text{statistico}} \quad [\text{ns}] \quad . \quad (16)$$

dove l'errore è quello sul parametro è quello restituito dal fit. Tuttavia, bisogna tenere conto che questo valore è soggetto alla scelta arbitraria del numero di bin

nell'istogramma, numero che in realtà influenza anche gli altri valori dei parametri che si ricavano dal fit. Un modo per tenere conto di questa arbitrarietà è associare al valore finale ottenuto un errore sistematico derivante proprio dal numero di bin che si sceglie per rappresentare i dati. Un altro fattore da cui dipendono questi parametri è l'intervallo (sull'asse delle ascisse, in riferimento a figura [5]) sul quale si decide di operare il fit. Per incorporare nell'analisi dati entrambi questi effetti vengono scelti 4 intervalli differenti e per ciascuno si varia il numero di bin da 1000 a 3000 a intervalli di 500, come riportato nella tabella [1].

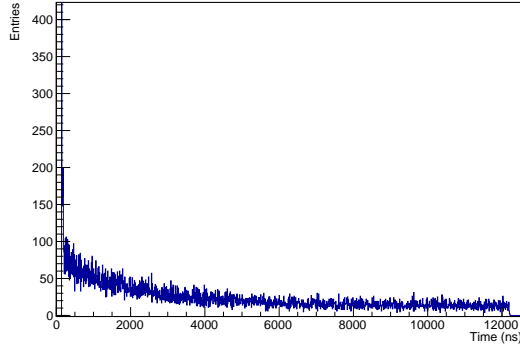
Intervallo	Binnaggio	$\tau_\mu[\text{ns}]$
275 – 12000	1000	2042.22 ± 54.65
	1500	2070.75 ± 55.10
	2000	2053.47 ± 54.75
	2500	2011.96 ± 54.61
	3000	2053.95 ± 53.77
300 – 12000	1000	2053.95 ± 55.75
	1500	2081.05 ± 56.16
	2000	2051.17 ± 55.24
	2500	2021.51 ± 55.50
	3000	2061.72 ± 54.60
350 – 12000	1000	2093.99 ± 58.15
	1500	2113.19 ± 58.43
	2000	2100.25 ± 58.08
	2500	2056.22 ± 57.79
	3000	2082.72 ± 56.43
400 – 12000	1000	2092.25 ± 59.67
	1500	2105.40 ± 59.46
	2000	2086.77 ± 58.83
	2500	2069.00 ± 59.62
	3000	2080.71 ± 57.62

Table 1: Risultati ottenuti per diversi intervalli e binnaggio dal software Root.

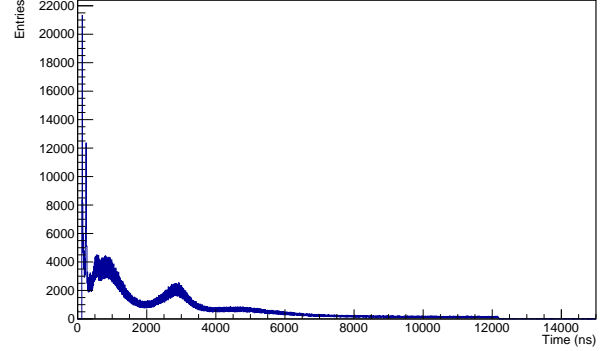
Per ogni valore dell'intervallo e del corrispondente binnaggio si effettua un fit dell'istogramma e si estraggono i differenti valori del parametro τ_μ . La distribuzione che segue da questa procedura è riportata in figura [7].

Da questa è possibile ricavare il valore dell'errore sistematico come deviazione standard della distribuzione, ovvero $\sigma_{\text{sistematico}} = 26 \text{ ns}$. In definitiva, la migliore stima del parametro τ_μ è data da

$$\tau_\mu = 2113 \pm (58)_{\text{statistico}} \pm (26)_{\text{sistematico}} \quad [\text{ns}] \quad . \quad (17)$$



(a)



(b)

Figure 6: Confronto tra gli istogrammi relativi alle misure temporali ottenute considerando rispettivamente i canali STOP1 e STOP2 come segnali di stop per ogni evento. Si osserva chiaramente come il canale STOP2 (b) sia affetto da un errore sistematico, assente nel canale STOP1 (a) in virtù della coincidenza fra i piani A e B. In entrambi gli istogrammi è invece osservabile un picco a bassissimi tempi dovuto al valore del delay impostato, eliminabile solamente con un cut dei dati selezionati in modalità offline.

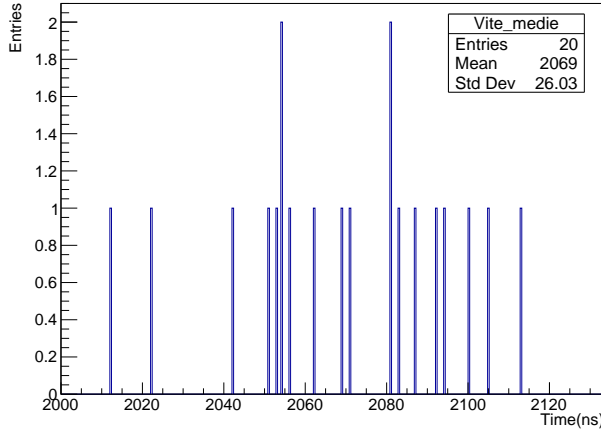


Figure 7: Istogramma che riporta i valori di τ_μ estrapolati dai fit variando il numero di bin e l'intervallo.

Da questo risultato si deduce che l'errore sistematico rappresenta un contributo non trascurabile all'incertezza complessiva del valore ottenuto.

4 Discussione dei risultati

L'analisi condotta ha permesso di stimare la vita media del muone τ_μ partendo dai segnali di START e STOP1 acquisiti tramite l'ADC, ottenendo il risultato riportato in (17). L'accordo tra il valore misurato con quello riportato dal PDG conferma la correttezza del metodo utilizzato.

È importante specificare nuovamente che il grafico riportato in figura [5] è stato ottenuto considerando come segnale di "stop" il solo canale STOP1. Il motivo di questa scelta risulta chiaro dal confronto degli istogrammi riportati in figura [6]:

gli eventi registrati tramite lo STOP1, dotato di due piani in coincidenza, inducono il comportamento esponenziale atteso (figura [6(a)]); lo STOP2 invece è privo di un ulteriore piano, sottostante alla lastra di ferro, da porre in coincidenza con il piano C e questo comporta la presenza di errori sistematici non eliminabili che alterano irrimediabilmente l'andamento esponenziale, rendendo il canale inadatto alla stima del parametro di interesse (figura [6(b)]). Per questi motivi si è ritenuto ragionevole estrarre il valore di τ_μ con la procedura precedentemente analizzata, ovvero utilizzando solo i dati riportati nell'istogramma [6.(a)]. Si noti che il segnale STOP1 \cup STOP2 è stato utilizzato solamente come trigger.

Dall'istogramma relativo allo STOP1 in figura [6(a)] inoltre, è possibile notare un picco a bassi tempi. Questo è dovuto al fatto che per svariati eventi il delay imposto sull'apertura del gate non è sufficiente e il segnale di START termina dopo che il gate è stato aperto: questo viene interpretato dalla logica utilizzata come un segnale di STOP. Tale problematica è stata trattata nel modo più diretto, ovvero effettuando un taglio sull'asse delle ascisse, in modo da selezionare solo i dati che identificano il corretto comportamento esponenziale (riportato in figura [5]).

Un'ulteriore problematica statistica riscontrata durante l'analisi dati è dovuta alla presenza di eventi (per i segnali di "stop") come quello riportato in figura [8]. Questi sono dovuti alla probabilità non nulla di arrivo di un secondo muone nella finestra temporale di apertura del gate indotta da un primo muone: un nuovo segnale di "start" viene registrato come segnale di "stop". In questo caso si ha un'ambiguità nel determinare quale dei due (o più) picchi corrisponda effettivamente al

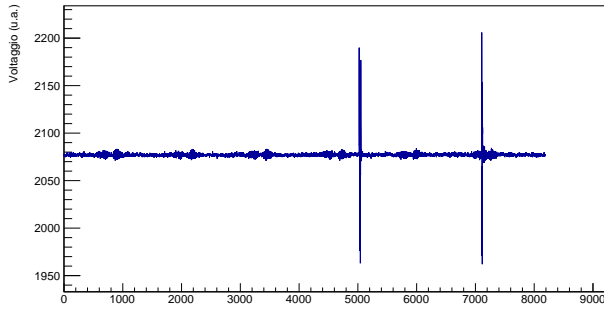


Figure 8: Evento di “stop” in cui si nota la presenza di più picchi.

segnale di “stop” cercato. Dato che il segnale di trigger è identificato proprio da STOP1 OR STOP2, si può trattare questa fonte di errore tenendo conto del fatto che l’indice corrispondente al segnale cercato è fisso in un range esiguo e ben definito. In particolare, degli 8192 elementi si è scelto un range in cui cercare il vero segnale di “stop” pari a [7050, 7150].

Alla luce delle suddette considerazioni e della compatibilità tra il valore del parametro τ_μ ottenuto dall’esperimento e quello del PDG si conferma il successo della metodologia impiegata.

Referenze

- [1] Particle Data Group et al., “Review of Particle Physics”, Phys. Rev. D 2024, 110, 030001. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.030001>
- [2] Modular Pulse Processing Electronics CAEN <https://www.caen.it/sections/modular-pulse-processing-electronics/>
- [3] Leo, William R, "Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach; 2nd ed.", "Springer", "Berlin", "1994". [Online]. Available: <https://cds.cern.ch/record/302344>
- [4] Voltmetro Agilent U1241B <https://www.tme.eu/Document/31fc7524bef29294d82c974fc70886b3/U1241-90065.pdf>
- [5] D’Agostini, "D’Agostini, Giulio", "Bayesian Reasoning in Data Analysis: A Critical Introduction", "World Scientific", 2003, url = "<https://cds.cern.ch/record/642515>".