

Simulazione di uno sciame elettromagnetico

Lorenzo Spera¹

Abstract

In questo documento vengono riportati un resoconto dello sviluppo del progetto finale del corso di Metodi Computazionali per la Fisica e un'analisi dei risultati ottenuti tramite la simulazione. La simulazione dello sciame elettromagnetico, secondo il modello dato, avviene tramite la definizione di una classe sciame elettromagnetico di cui l'utente può scegliere vari parametri: energia iniziale della particella E_0 , energia critica del materiale E_c , perdita di energia per ionizzazione dE_{X_0} e il passo di avanzamento $s \in [0, 1]$. In particolare vengono analizzati i due materiali richiesti per poi modificare i parametri per analizzare l'andamento delle grandezze in funzione di questi.

¹ Università degli Studi di Perugia - Dipartimento di Fisica e Geologia

*e-mail: lorenzo.spera@studenti.unipg.it

Contents

1	Introduzione	1
2	Simulazione 1	1
3	Simulazione 2	3
3.1	Simulazione per H_2O	3
3.2	Simulazione per silicato di bismuto	4
4	Simulazione 3	5
4.1	Simulazione per H_2O	5
4.2	Simulazione per silicato di bismuto	6
5	Discussione dei risultati	6
5.1	Simulazione per H_2O con $s = 0.5$	7
5.2	Confronto simulazioni a partire da energie diverse	8

1. Introduzione

Specifichiamo innanzitutto i parametri relativi ai due materiali che devono essere analizzati. Facendo riferimento al *particle data group* si ricava che l'energia critica per elettroni (e^-) e positroni (e^+) sono riportati nella tabella 1. A

	e^-	e^+
H_2O	78.33MeV	76.24MeV
BSO	10.68MeV	10.38MeV

Table 1. Energie critiche per i materiali

partire dall'andamento dell'energia, $E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$, si può ricavare la perdita di energia per ionizzazione per lunghezza di radiazione X_0 come:

$$\begin{aligned} dE_{X_0} &= \left. \frac{dE}{dx} \right|_{X_0} = -\frac{E_0}{X_0} e^{-x/X_0} \Big|_{X_0} \\ &= -\frac{E_0}{e \cdot X_0} \end{aligned}$$

Dove X_0 è la lunghezza di radiazione e dipende dal materiale scelto. Per i due materiali analizzati, si ricava sempre dal *particle data group* quanto riportato nella tabella 2. Dipendentemente dall'energia iniziale della particella E_0 si

	H_2O	BSO
X_0	36.08cm	1.096cm

Table 2. Lunghezze di radiazione dei materiali

avranno diversi valori della perdita di energia per ionizzazione. Lo schema seguito per l'esecuzione della simulazione è il seguente:

- il programma restituisce i valori richiesti, ovvero l'energia totale persa per ionizzazione dopo l'intero processo, il numero delle particelle ad ogni step e l'energia persa per ionizzazione ad ogni step in un'apposita tabella.
- gli andamenti delle grandezze citate sono riportate graficamente. Si riporta in aggiunta la distribuzione dell'energia depositata per ionizzazione.
- si confrontano infine i risultati ottenuti per i due materiali variando l'energia iniziale della particella.

2. Simulazione 1

Per la prima simulazione sono stati scelti i seguenti parametri: elettrone iniziale con $E_0 = 50\text{TeV}$, come energia critica del materiale per positroni ed elettroni sono state scelte quelle dei due materiali (la simulazione viene fatta con entrambi i valori per confrontare i risultati), passo di avanzamento $s = 0.07$ e perdita di energia di ionizzazione $dE_{X_0} = 10\text{MeV/cm}$. L'energia persa per ionizzazione è riportata in figura 1. La simulazione è durata 98 step e ha prodotto un numero di particelle totali pari a 592. L'andamento dell'energia persa per step per ionizzazione è riportata nella figura 2. L'andamento

```

L'energia totale persa per ionizzazione dopo l'intero processo è : 3952.899999999998 MeV
.....
L'energia residua alla fine del processo è : 49996847.1 MeV
    
```

Figure 1. Energia persa dopo il processo

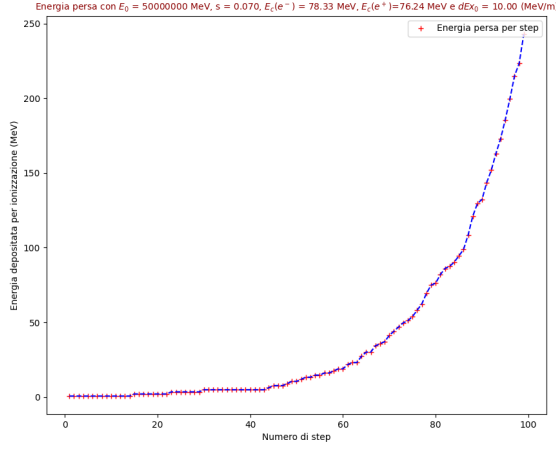


Figure 2. Energia persa ad ogni step

del numero di particelle per step e relativo fit è riportato in figura 3, 4 e 5. L'andamento dell'energia complessiva è

Numero delle particelle con $E_0 = 50000000$ MeV, $s = 0.070$, $E_c(e^-) = 78.33$ MeV, $E_c(e^+) = 76.24$ MeV e $dE_{X_0} = 10.00$ (MeV/m)

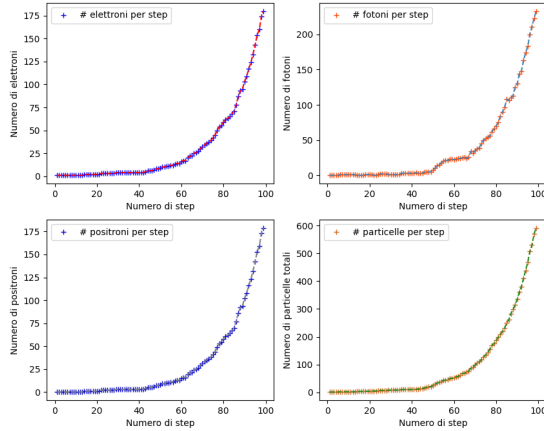


Figure 3. Numero di particelle per step

riportato in figura 6.

Infine la distribuzione dell'energia depositata è riportata in figura 7. Possiamo affermare che i risultati sono in accordo con quanto ci si aspetterebbe. Innanzitutto si noti come l'energia depositata per step aumenti (o in alcuni casi rimanga uguale) nel corso del processo. Questo risultato ha senso dato che aumenta progressivamente il numero di elettroni e^- e positroni e^+ che perdono energia $dE_{X_0} \cdot s$ ad ogni passo. I tratti dove la perdita di energia è costante corrispondono agli step dove il numero di elettroni e positroni rimangono costanti. Questi casi si verificano, e sono quelli per cui non si ha la

Fit numero particelle con $E_0 = 50000000$ MeV, $s = 0.070$, $E_c(e^-) = 78.33$ MeV, $E_c(e^+) = 76.24$ MeV e $dE_{X_0} = 10.00$ (MeV/m)

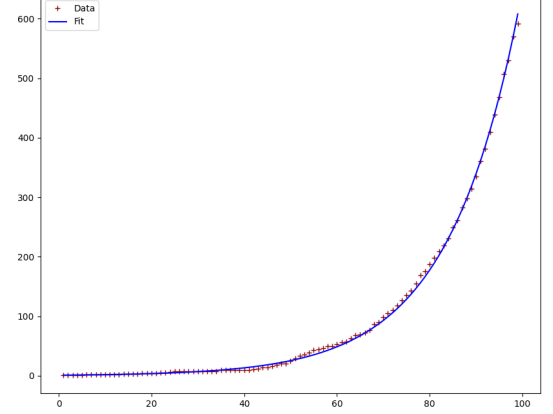


Figure 4. Numero di particelle per step con funzione di fit

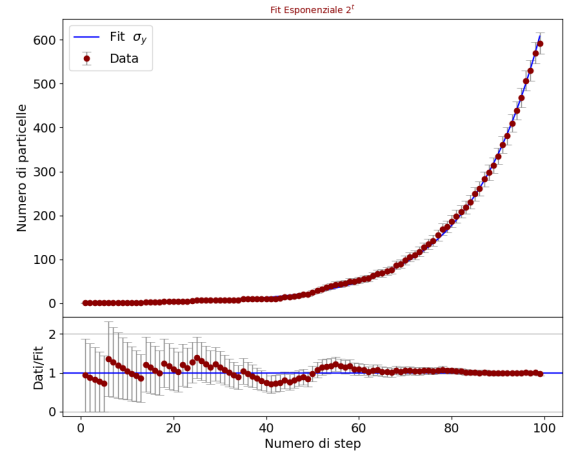


Figure 5. Numero di particelle per step

produzione di fotoni che a loro volta possono produrre nuovi e^+ ed e^- che perdano energia. Con il passo scelto $s = 0.07$ infatti la probabilità di emissione di un γ per bremsstrahlung, ovvero del processo:

$$e^\pm \rightarrow \gamma + e^\pm$$

è molto bassa. Lo stesso vale per la probabilità della produzione di una coppia, ovvero del processo:

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Per i primi passi, in cui il numero di particelle è ancora basso, ci sono più tratti dove la perdita di energia è costante. Ma per gli step successivi, dove il numero di particelle cresce esponenzialmente, anche se con la stessa probabilità, possono avvenire più processi dato che ci sono più particelle. Infatti, come si nota a partire dallo step 60, l'andamento della perdita è sostanzialmente crescente. L'energia residua inoltre continua a decadere ad ogni step come ci si aspetterebbe.

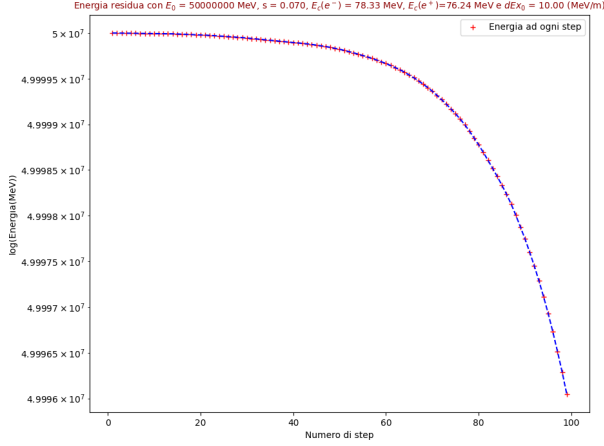


Figure 6. Andamento energia

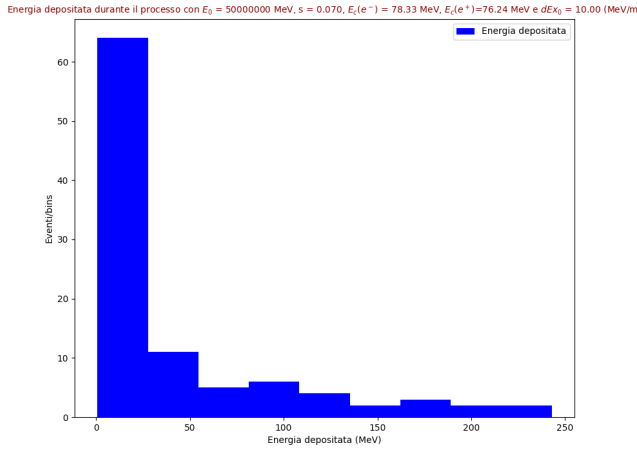


Figure 7. Distribuzione energia persa per ionizzazione

Una conferma ulteriore è data dal fit del numero di particelle con la funzione esponenziale $f(x) = 2^x$ che è quella che descrive teoricamente l'andamento del numero di particelle. L'andamento è confermato anche dal calcolo del rapporto tra i valori della funzione di fit e i dati generati. Questi rapporti infatti oscillano intorno al valore 1 e sono compatibili con esso tramite le barre di errore. Anche la distribuzione dell'energia depositata per step rispetta la distribuzione attesa: inizialmente le particelle presenti nello sciame sono poche e molto energetiche; durante il processo ci sono sempre più particelle ma esse sono meno energetiche e depositano sempre lo stesso quantitativo di energia. Solo negli ultimi step la cessione di energia diventa sostanziale e dunque la maggiore parte dell'energia depositata ricade nelle decine di MeV e non nelle centinaia.

3. Simulazione 2

Con la seconda simulazione si segue la linea esposta nella sezione precedente. Si parte sempre da un elettrone con energia $E_0 = 50\text{TeV}$ e si analizza la risposta dei due materiali. In questo caso si inseriscono nella simulazioni i valori della perdita di energia per ionizzazione per l'acqua e il silicato di bismuto che vengono calcolate con la formula citata nell'introduzione e vengono misurate in MeV/cm.

3.1 Simulazione per H_2O

Si riportano innanzitutto i risultati ottenuti per l'acqua. La simulazione è durata 59 step e ha prodotto un numero di particelle totali pari a 25. L'andamento dell'energia persa ad ogni step è riportato nella figura 8. L'andamento del numero di

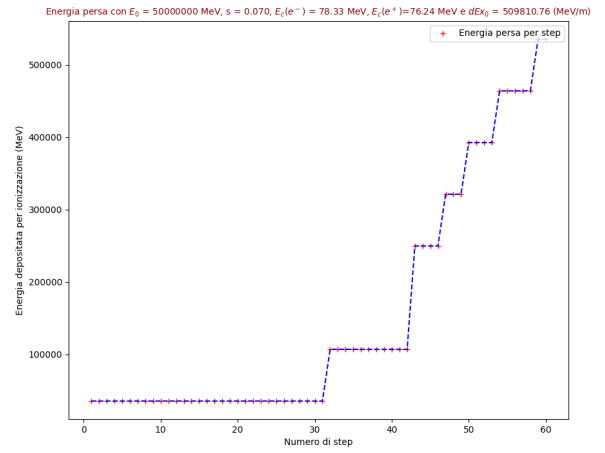


Figure 8. Energia persa ad ogni step

particelle è riportato nella figura 9. Il fit del numero delle

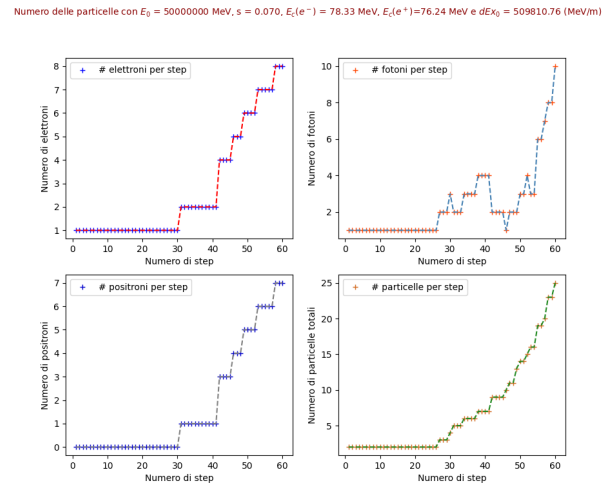


Figure 9. Numero di particelle ad ogni step

particelle con scarti e non è riportato rispettivamente nelle

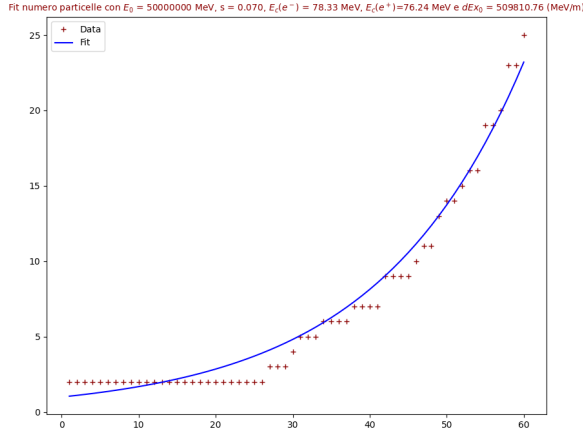


Figure 10. Fit numero particelle ad ogni step

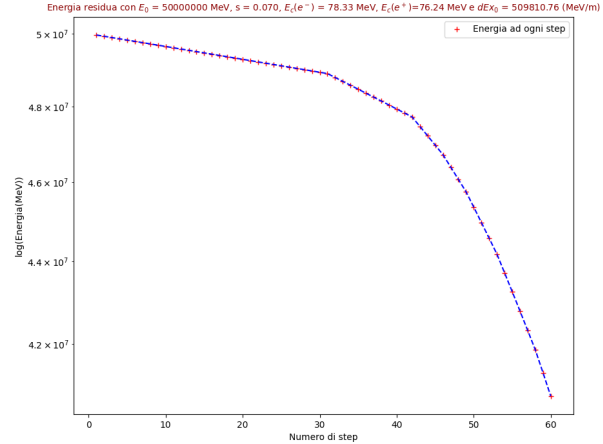


Figure 12. Andamento energia residua per step

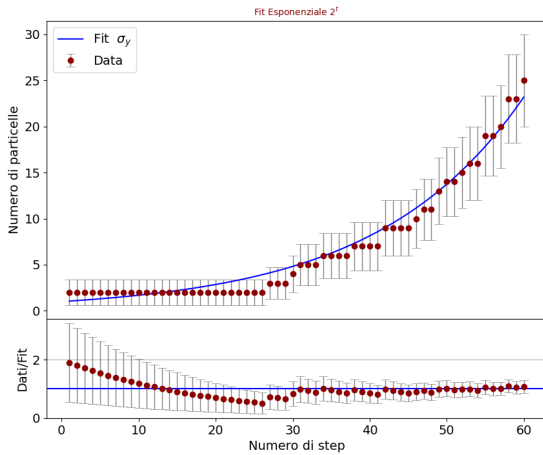


Figure 11. Numero di particelle ad ogni step

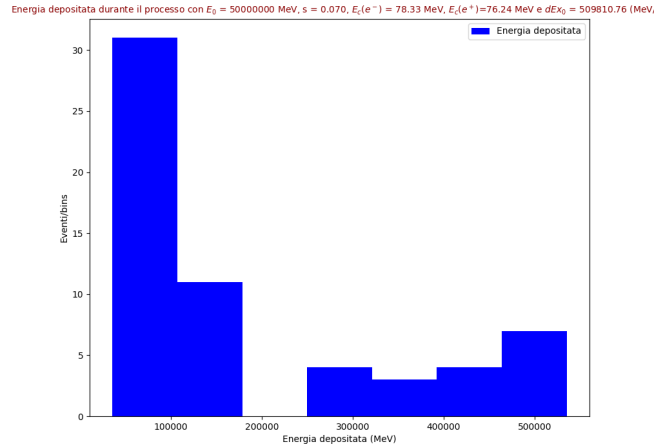


Figure 13. Distribuzione energia depositata

figure 10 e 11. L'andamento dell'energia in scala logaritmica è riportato in figura 12. La distribuzione dell'energia depositata per step è riportata in figura 13. Anche in questo caso è possibile affermare che gli andamenti di carattere generale osservati nella prima simulazione si ripetono anche in questa. Chiaramente, essendo la perdita di energia di ionizzazione maggiore, a parità di probabilità di produzione di coppia e di bremsstrahlung, il numero di step del processo è minore e lo è anche il numero di particelle prodotte. In ogni caso si nota che l'andamento del numero delle particelle viene rispettato. Infatti è stato riportato in aggiunta il fit che tiene conto dell'errore associato al conteggio del numero delle particelle e la compatibilità con la funzione di fit. Essendo un conteggio, l'errore associato ad ogni numero misurato è stato assunto come la deviazione standard della distribuzione poissoniana, ovvero la radice quadrata del numero misurato. Sotto a tal grafico si riporta il rapporto tra i dati e il fit che, come ci si aspetterebbe, oscilla attorno all'unità con le rispettive barre di

errore. L'andamento dell'energia (questa volta in scala logaritmica sull'asse delle ordinate) è compatibile con il precedente; lo stesso vale per la distribuzione dell'energia depositata. Per questi ultimi due punti valgono le considerazioni fatte nella sezione precedente.

3.2 Simulazione per silicato di bismuto

Partendo dagli stessi parametri, si riporta ora il risultato della simulazione per il silicato di bismuto. L'andamento dell'energia persa ad ogni step è riportato nella figura 14. L'andamento del numero di particelle è riportato nella figura 15. Il fit con rapporto valori attesi è riportato in figura 16 e 17. L'andamento dell'energia in scala logaritmica è riportato in figura 18. La distribuzione dell'energia depositata è riportata in figura 19. Come è possibile notare dai grafici la risposta del materiale, lo sviluppo longitudinale dello sciame e l'andamento dell'energia depositata in funzione dello step sono diversi rispetto a quelli ottenuti precedentemente. La differenza

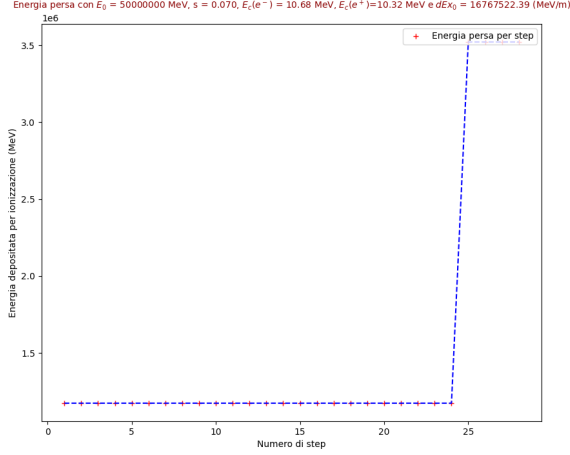


Figure 14. Energia persa ad ogni step

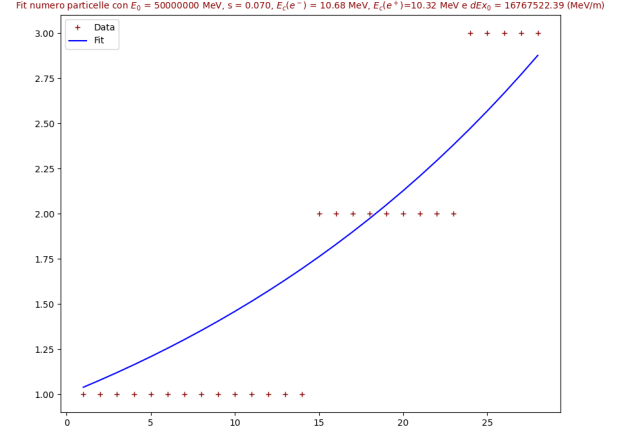


Figure 16. Fit numero particelle ad ogni step

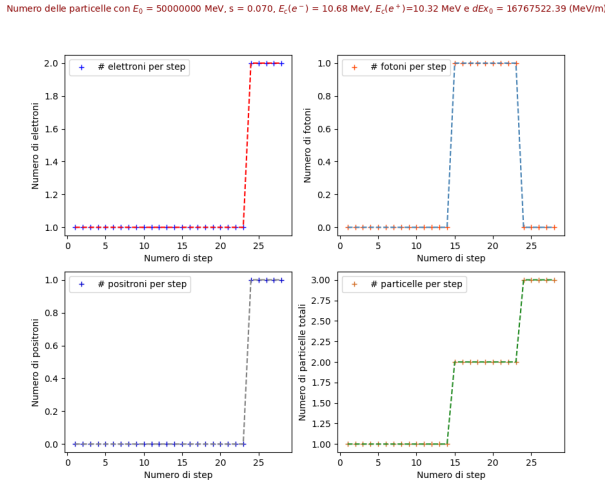


Figure 15. Numero di particelle ad ogni step

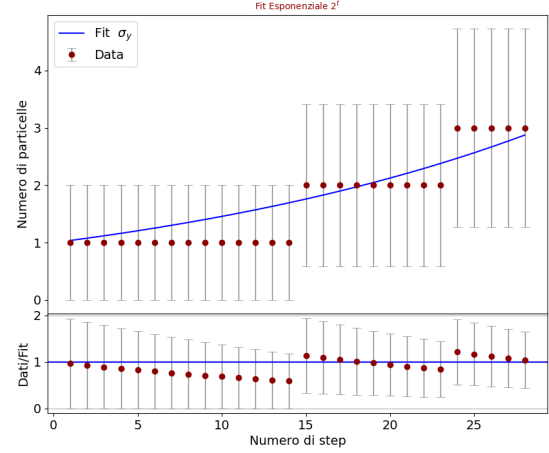


Figure 17. Fit numero particelle ad ogni step

sostanziale sta nella perdita di energia del materiale. In questo caso, essendo la lunghezza di radiazione del silicato di bismuto circa 33 volte più piccola di quella dell'acqua, la perdita di energia è molto più grande. A parità di probabilità di produzione di coppia e di emissione di fotoni si ha una perdita di energia molto più grande e uno sviluppo dello sciame minore. Il processo è infatti durato 28 step ma il numero di particelle prodotte è solo 3. Si potrebbe pensare di aumentare il passo di avanzamento in modo tale da aumentare la probabilità della produzione di particelle, ma si otterrebbe un processo che dura molti meno step dato che la perdita di energia per ionizzazione è proporzionale al passo di avanzamento s .

4. Simulazione 3

In accordo con la richiesta, possiamo eseguire un'altra simulazione variando l'energia iniziale della particella e analizzare la risposta dei due materiali. Scegliamo un elettrone che ha un'energia nettamente inferiore all'elettrone della simulazione precedente. Come energia iniziale scegliamo $E_0 = 12$ GeV e valutiamo la risposta dei due materiali mantenendo lo stesso passo precedente.

4.1 Simulazione per H_2O

Riportiamo innanzitutto i risultati della simulazione per il primo materiale.

L'andamento dell'energia durante il processo è riportato in figura 20. Il numero delle particelle ad ogni step è riportato nella figura 21. Il fit del numero delle particelle con rapporto valori di aspettazione e non è riportato nelle figure 22 e 23. L'andamento dell'energia in scala logaritmica è riportato in figura 24. La distribuzione dell'energia depositata durante

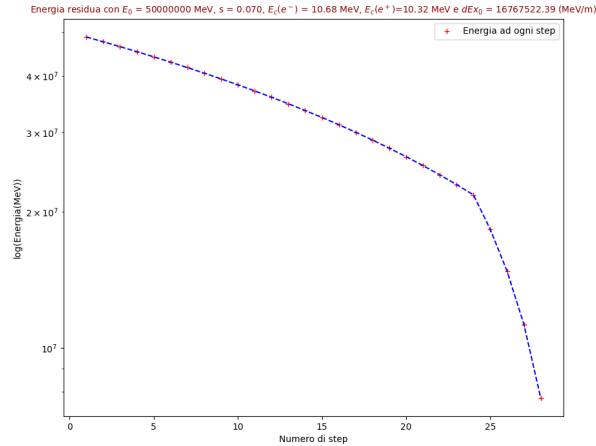


Figure 18. Andamento energia residua per step

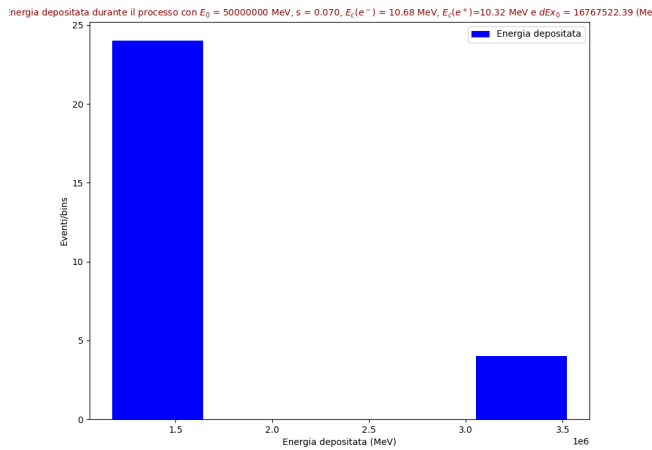


Figure 19. Andamento energia residua per step

il processo è riportata in figura 25. Confrontando i risultati con la simulazione precedente per il medesimo materiale, possiamo affermare che gli andamenti sono generalmente in accordo tra di loro.

4.2 Simulazione per silicato di bismuto

Ripetiamo la simulazione per il silicato di bismuto. L'andamento dell'energia durante il processo è riportato in figura 26. Il numero delle particelle ad ogni step è riportato nella figura 27. Il fit del numero delle particelle con rapporto valori di aspettazione e non è riportato nelle figure 28 e 29. L'andamento dell'energia in scala logaritmica è riportato in figura 30. La distribuzione dell'energia depositata durante il processo è riportata in figura 31. Confrontando i risultati con la simulazione precedente per il medesimo materiale, vediamo che le grandezze cambiano sensibilmente. Lo sciame, partendo da un'energia più bassa, ha avuto uno sviluppo maggiore, e ha generato un numero maggiore di particelle. In ogni caso,

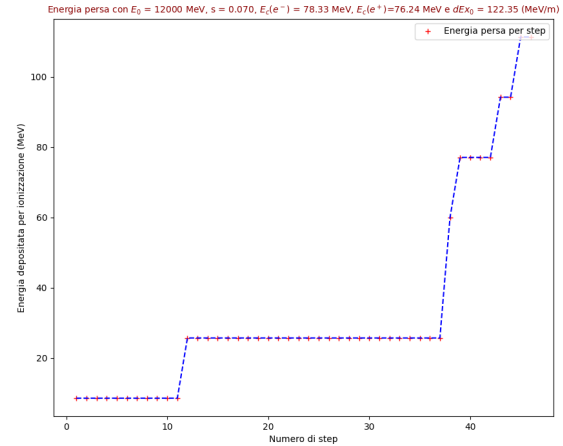


Figure 20. Energia persa dopo il processo

Numero delle particelle con $E_0 = 12000$ MeV, $s = 0.070$, $E_L(e^-) = 78.33$ MeV, $E_L(e^+) = 76.24$ MeV e $dE_0 = 122.35$ (MeV/m)

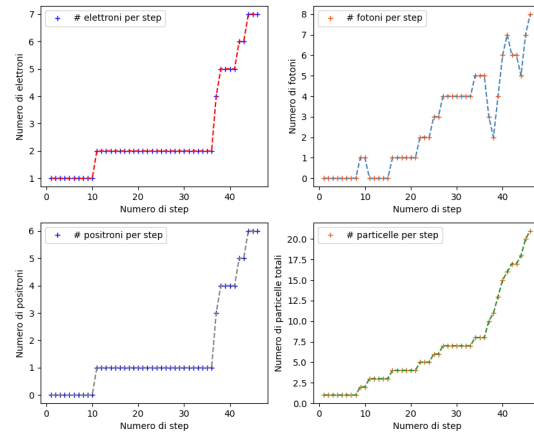


Figure 21. Numero delle particelle ad ogni step

l'andamento dell'energia è confrontabile con quello della seconda simulazione mentre la perdita di energia per step, dato il numero di particelle generate, ha un andamento sostanzialmente diverso.

5. Discussione dei risultati

A partire dai risultati ottenuti nelle precedenti sezioni possiamo fare le seguenti considerazioni. Lo sviluppo dello sciame è particolarmente sensibile all'energia iniziale della particella, al passo di avanzamento e, in particolare, alla perdita di energia per ionizzazione del materiale. Partendo infatti da particelle molto energetiche, supponendo una perdita di energia di ordini di grandezza inferiore, lo sviluppo dello sciame è molto più duraturo e il numero delle particelle generate è alto. Questo è quello che si può verificare attraverso la prima simulazione in cui è stato anche verificato l'andamento del numero delle particelle in funzione dello step. La sensibilità della

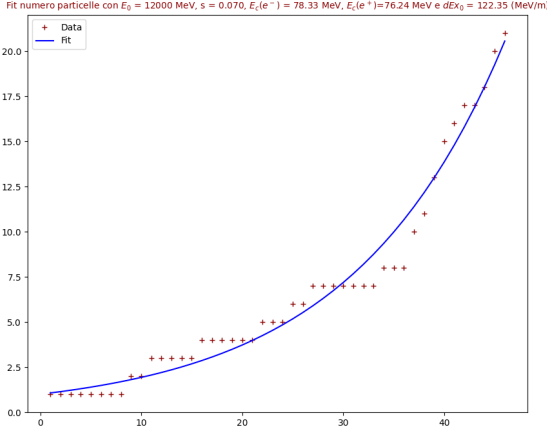


Figure 22. Fit numero particelle per step

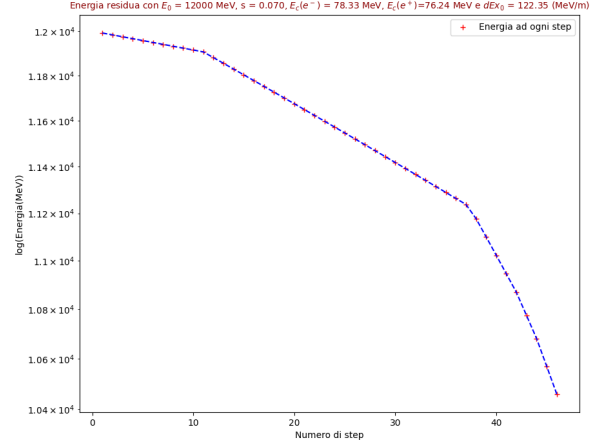


Figure 24. Andamento dell'energia durante il processo

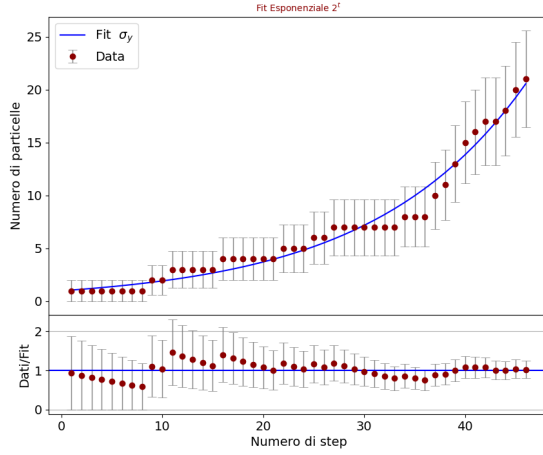


Figure 23. Fit numero particelle per step con rapporto dati

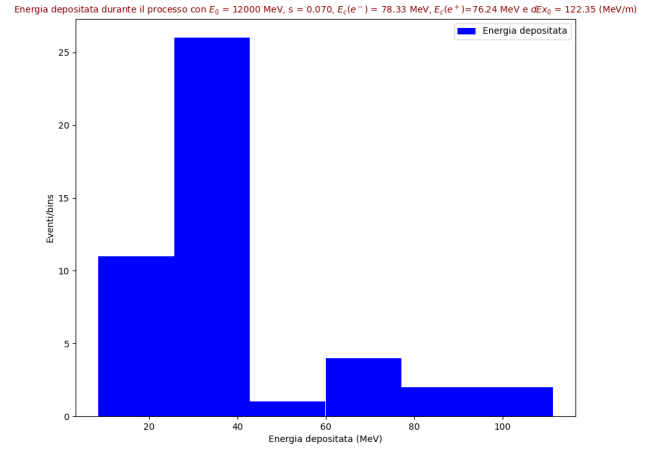


Figure 25. Distribuzione energia depositata

simulazione in funzione della perdita di energia è evidente nella seconda simulazione dove, come richiesto, si confronta lo sviluppo longitudinale dello sciame per i due materiali. La perdita di energia determina in maniera significativa lo sviluppo: a parità di parametri si vede chiaramente che nella seconda simulazione il numero di particelle generato e quello di step sono inferiori rispetto a quelli della prima. Per il silicato di bismuto lo sviluppo dello sciame è molto più esiguo dato che la perdita di energia per ionizzazione è molto maggiore, essendo la lunghezza di radiazione significativamente più piccola. Lo stesso risultato si ottiene anche nella terza simulazione variando l'energia iniziale della particella. In ogni caso, per il silicato di bismuto, utilizzando un'energia minore si è osservata una maggiore produzione di particelle e uno sviluppo leggermente diverso rispetto al precedente. A questo punto l'utente può modificare a piacere i parametri e analizzare quello che è lo sviluppo dello sciame in diverse condizioni. Fino a questo momento si sono eseguite delle sim-

ulazioni il cui passo di avanzamento fosse molto piccolo e, di conseguenza, anche la perdita di energia a parità di lunghezza di radiazione è minore. Utilizzando un passo di avanzamento più grande si ottiene una maggiore produzione di particelle, dato che i due processi di emissione e produzione sono molto più probabili, ma si perde più energia e non è detto che lo sciame, anche se conta più particelle, sia più duraturo. Queste considerazioni possono essere verificate utilizzando un passo diverso.

5.1 Simulazione per H_2O con $s = 0.5$

A tale proposito riportiamo la simulazione eseguita per l'acqua variando il passo di avanzamento. Per brevità si riporta solamente l'andamento dell'energia depositata e il fit del numero di particelle. I risultati sono riportati rispettivamente nella figura 32 e 33.

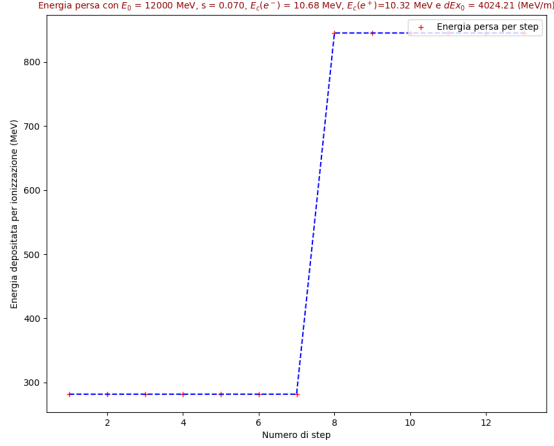


Figure 26. Energia persa dopo il processo

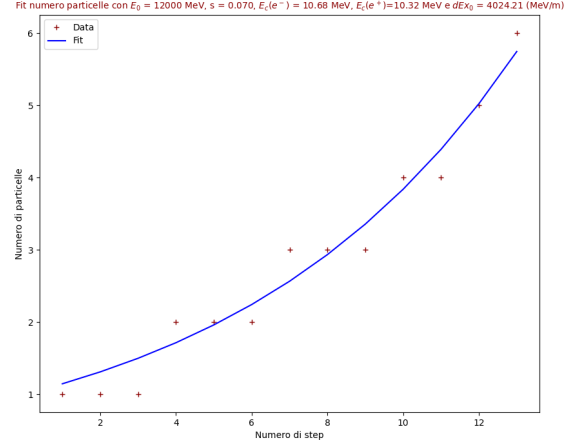


Figure 28. Fit numero particelle per step

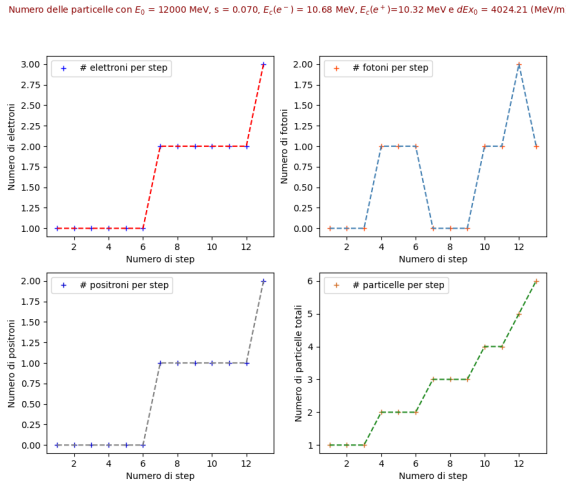


Figure 27. Numero delle particelle ad ogni step

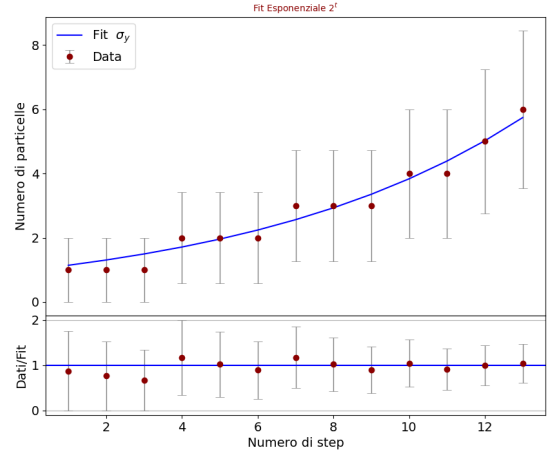


Figure 29. Fit numero particelle per step con rapporto dati

5.2 Confronto simulazioni a partire da energie diverse

Per concludere la trattazione analizziamo il confronto tra le diverse simulazioni che si ottengono a partire da energie diverse per i due materiali. Il passo di avanzamento è $s = 0.3$ e le tre energie iniziali sono $E_1 = 20\text{GeV}$, $E_2 = 200\text{GeV}$ e $E_3 = 2\text{TeV}$. La simulazione avviene attraverso il metodo `confronta_sciame` e il risultato è quello riportato in figura 34. In accordo con le considerazioni fatte per le simulazioni precedenti è possibile affermare che lo sviluppo longitudinale dello sciame è sensibile all'energia iniziale della particella. Come si deduce dai plot riportati in figura 34 a parità di passo di avanzamento s , e quindi a parità di probabilità di processi di produzione di coppie ed emissione per bremsstrahlung, lo sciame si sviluppa di più se l'energia iniziale della particella è elevata. Questo comportamento si riscontra sia nel numero di particelle, il numero massimo viene raggiunto per l'energia iniziale massima, che nell'energia persa. Es-

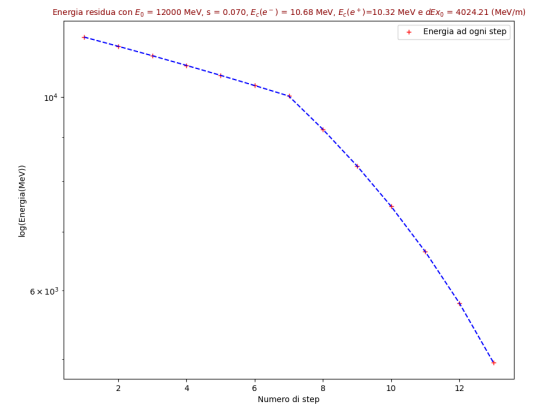


Figure 30. Andamento dell'energia durante il processo

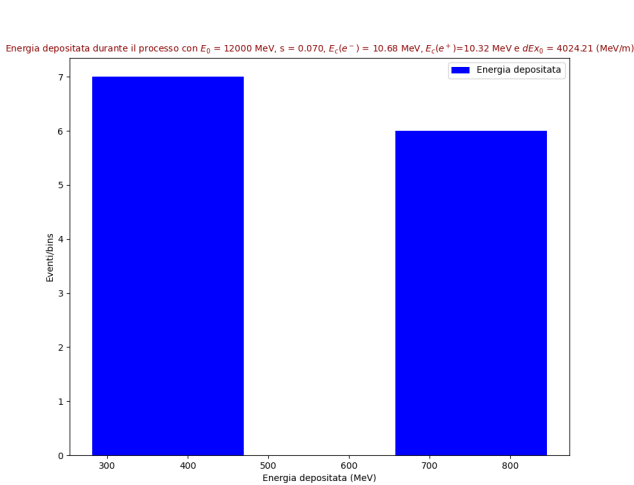


Figure 31. Distribuzione energia depositata

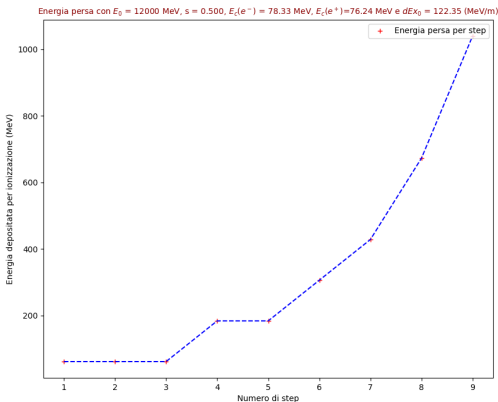


Figure 32. Andamento energia residua per step

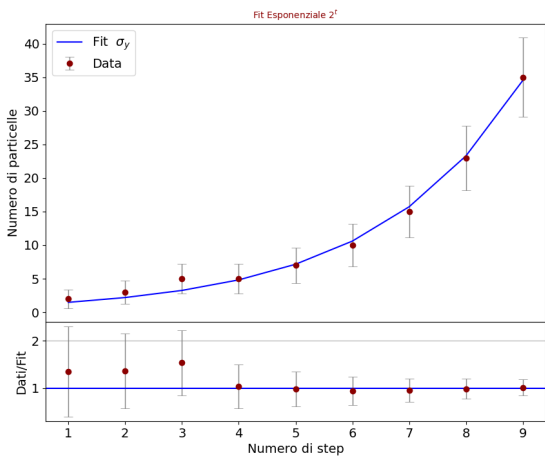


Figure 33. Fit numero particelle per step con rapporto

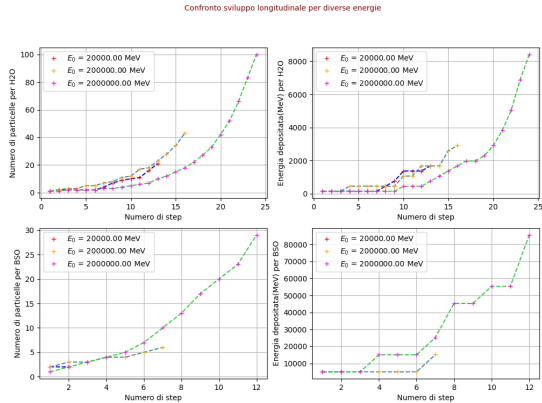


Figure 34. Confronto simulazioni con energie diverse

sendo la perdita di energia proporzionale all'energia iniziale, nell'ultimo processo viene persa più energia rispetto ai primi due.