Grenzwerte bei Funktionen

$D \subseteq \mathbb{R}$ und $x_0 \in \mathbb{R}$. x_0 ist **Häufungspunkt** von D, wenn eine Folge (x_n) in $D \setminus \{x_0\}$ existiert mit $x_n \to x_0$

x_0 ist HP von $D \iff \forall \varepsilon > 0: U_\varepsilon(x_0) \cap (D \setminus \{x_0\}) \neq \emptyset$

$D_\delta := U_\delta(x_0) \cap (D \setminus \{x_0\})$

$f, g: D \to \mathbb{R}$ Funktionen

$f \leq g$ auf M, wenn gilt: $f(x) \leq g(x)$ $(x \in M)$.

Grenzwerte

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = a \iff \forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta > 0 \; \forall x \in D_\delta(x_0):$
$|f(x) - a| < \varepsilon.$

$\lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ existiert $\iff$ Für jede Folge (x_n) in $D \setminus \{x_0\}$ mit $x_n \to x_0$ ist $f(x_n)$ konvergent

Cauchykriterium $\iff \forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta > 0 \; \forall x_1, x_2 \in D_\delta(x_0):$
$|f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon$

Sei $D \subseteq \mathbb{R}$, x_0 Häufungspunkt von D und $g: D \to \mathbb{R}$ eine Funktion

$\lim\limits_{x \to x_0} g(x) = \infty \iff$ Für jede Folge (x_n) in $D \setminus \{x_0\}$ mit $x_n \to x_0$ gilt: $g(x_n) \to \infty$

(S. 59)