Beispiel konvergierende Funktionenfolge

Beispiel:

$$D = [0,1]; f_n(x) = x^n \quad (n \in \mathbb{N}).$$
 Es gilt:

$$f(x) := \begin{cases} 0, & 0 \le x < 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$

 f_n konvergiert auf [0,1] punktweise gegen f.

Bemerkung: Punktweise Konvergenz von (f_n) auf D gegen f bedeutet:

$$\forall x \in D \quad \forall \epsilon > 0 \quad \exists n_0 = n_0(\epsilon, x) \in \mathbb{N} \quad \forall n \ge n_0 : |f_n(x) - f(x)| < \epsilon.$$