Folgen und Konvergenz

$X \subseteq \mathbb{R}$ Menge

$a : \mathbb{N} \to X$
ist eine Folge in X

z. B.: $a_n := \frac{1}{n} \quad (n \in \mathbb{N})$

X ist abzählbar $\Leftrightarrow$ Es gibt eine Folge (a_n) in X mit $X = \{a_1, a_2, \dots\}$.

X ist überabzählbar $\Leftrightarrow$ X ist <u>nicht</u> abzählbar.

Für eine Folge (a_n) sei: $M := \{a_1, a_2, \dots\}$

(a_n) ist (nach oben / nach unten) beschränkt

$\Leftrightarrow$ M ist (nach oben / nach unten) beschränkt

$U_\varepsilon(a) := (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$
$= \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < \varepsilon\}$
„ε - Umgebung von a"

(a_n) ist konvergent, wenn der Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n)$ existiert

$\Rightarrow$ (a_n) ist divergent, wenn der Grenzwert nicht existiert.

Falls $\forall \varepsilon > 0$

wichtige Grenzwerte (c Konstante)

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{c} = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} b^n = 0 \quad \text{für } |b| < 1$$

$\lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n$ existiert nicht $\Rightarrow$ divergent