3 вопрос
Логические языки в ИТ. Логика Аристотеля. Сущности, кванторы, силлогизмы. Исчисление высказываний. Алфавит, формулы, аксиомы, правила вывода. Применение в ИТ.

Ссылки на материалы:

1. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B8#.D0.9B.D0.BE.D0.B3.D0.B8.D0.BA.D0.B0_.D0.90.D1.80.D0.B8.D1.81.D1.82.D0.BE.D1.82.D0.B5.D0.BB.D1.8F
2. http://www.prolog.md/index.php?option=com_content&view=article&id=56%3A2010-03-25-07-22-07&catid=1%3A2009-10-21-23-34-47&Itemid=25&lang=ru
3. http://nauka-logica.ru/view_logica.php?id=32м

Логика Аристотеля
Современная логика включает две относительно самостоятельные науки: формальную логику и диалектическую логику.
Логику, основанную Аристотелем, принято называть формальной. Это название закрепилось за ней потому, что она возникла и развилась как наука о формах мышления.
Логика - это наука о законах силлогизмов, выраженных в переменных. у самого Аристотеля силлогизм - импликация (логическая операция, образующая сложное высказывание посредством логической связки) типа:
Если А присуще всякому В
и В присуще всякому С,
то А присуще всякому С.
Квантор - ограничитель истинности,(обозначение:∃ , читается: «существует…» или «найдётся…»).) - существует любой... такой что ...
Квантор всеобщности (обозначения: ∀, ∀) — это условие, которое верно для всех обозначенных элементов, в отличие от квантора существования, где условие верно только для каких-то отдельных элементов из указанного множества. Формально говоря, это квантор, используемый для обозначения того, что множество целиком лежит в области истинности указанного предиката. Читается как: «для всех…», «для каждого…» или «каждый…», «любой…», «для любого…».
Квантор всеобщности — это попытка формализации обозначения того, что нечто (логическое выражение) истинно для всего, или для любой относящейся к делу сущности. Применяется в предикатной логике и символической логике.
Символ ∀ для квантора всеобщности введён Герхардом Генценом в 1935 г. по аналогии с символом квантора существования ∃, введённым Джузеппе Пеано в 1897 г. Концепция была предложена ранее в книге Begriffsschrift (Исчисление понятий) (1879) Готлоба Фреге.
В предикатной логике, квантор существования (экзистенциальный квантификатор) — это предикат свойства или отношения для, по крайней мере, одного элемента области определения. Он обозначается как символ логического оператора ∃ (произносится как «существует» или «для некоторого»). Квантор существования отличается от квантора всеобщности, который утверждает, что свойство или отношение выполняется для всех элементов области.
Символ ∃ для квантора существования введён Джузеппе Пеано в 1897 г. Позже символ ∀ для квантора всеобщности был введён в 1935 г. Герхардом Генценом. Концепция была предложена ранее в книге Begriffsschrift (Исчисление понятий) (1879) Готлоба Фреге.
Существует модификация этого квантора как квантор существования и единственности — это предикат свойства или отношения для одного, и только для одного элемента области определения. Обозначается ∃ ! и читается «существует и единственный».

Силлогизм - открытие Аристотеля является главной и наиболее оригинальной частью логики. В теории силлогизмов Аристотель дал определение силлогизму и различил его виды, определил работающие и не работающие виды силлогизмов, установил три фигуры силлогизма. Однако, необходимо выяснить условия и исследовать методы не только вероятного, но и достоверного знания, чему и посвящены теория определения и теория достоверного знания. Всякое доказательство опирается на определенные положения, как на исходные начала. Аристотель выделяет три вида недоказуемых начал.
Главная и наиболее оригинальная часть логики Аристотеля - его теория силлогизма. В трактате "Первая аналитика", где излагается аристотелевская теория силлогизма, сказано, что "силлогизма есть речь, в которой, если нечто предложено, то с необходимостью вытекает нечто отличное от положенного в силу того, что положенное есть". Силлогизм состоит из трех суждений, два из них посылки, а третье - заключение.
Исследуя строение силлогизмов, он все термины в них представляет буквами, т. е. вводит в логику переменные. Аристотель, говоря словами Я. Лукасевича, "представил свою теорию в буквенной форме для того, чтобы показать, что получаемое заключение получается не как следствие содержания посылок, а как следствие их формы и сочетания; буквы являются знаками общности и показывают, что такое заключение будет следовать всегда, какой бы термин мы не избрали. "
Из этого взгляда на переменные вытекает весь характер логики Аристотеля. Логика - это не есть конкретное учение о конкретных вещах или терминах. Логика - это наука о законах силлогизмов, выраженных в переменных.
Силлогизм Аристотеля вовсе не является выводом типа: "Всякое В есть А; всякое С есть В ; следовательно, всякое С есть А. " Только в дальнейшем он был истолкован как вывод, а у самого Аристотеля силлогизм - импликация (логическая операция, образующая сложное высказывание посредством логической связки) типа:
Если А присуще всякому В
и В присуще всякому С,
то А присуще всякому С.
Важное значение имеет то, что силлогизм-импликация Аристотеля отличается от вывода традиционной логики. Как импликация силлогизм Аристотеля есть предложение и потому должно быть либо истинным, либо ложным. А традиционный силлогизм как вывод может быть правильным или неправильным, но не может быть истинным или ложным, так как он не предложение, а ряд предложений, не спаянных в форму единства.
Форма силлогизм характеризуется числом переменных, их расположением и логическими константами. Две из них "и" и "если" не представляют специфических характеристик аристотелевской логики и входят как часть в более широкую и более основную логическую систему. Кроме них имеется еще четыре постоянных, характерных для логической системы Аристотеля. Это отношения между общими терминами: 1. "быть присущим всякому", 2. "не быть присущим ни одному", 3. " быть присущим некоторому", 4. "не быть присущим никому".
Аристотелевская логика предполагает свое применение только к общим терминам, например, "животное" или "млекопитающее". Но и эти термины характеризуют не саму его логическую систему, а лишь сферу ее применения.

Исчисление высказываний
Исчисление высказываний – это аксиоматическая логическая система, интерпретацией которой является алгебра высказываний.
Описание всякого исчисления включает в себя описание символов этого исчисления (алфавита); формул, являющихся конечными конфигурациями символов и определение выводимых формул.
Алфавит исчисления высказываний состоит из символов трех категорий:

1) Символы первой категории: $x, y, z, \ldots, x_1, x_2, \ldots$, которые называются переменными высказывания;

2) Символы второй категории: $\vee, \wedge, \rightarrow, \bar{\ }$, которые называются логическими связками. $\vee$ – дизъюнкция (логическое сложение), $\wedge$ – конъюнкция (логическое умножение), $\rightarrow$ – импликация (логическое следование), $\bar{\ }$ – отрицание;

3) Символы третьей категории: скобки.

Других символов исчисление высказываний не имеет.

Формулы исчисления высказываний представляют собой последовательности символов алфавита исчисления высказываний. Для обозначения формул будем пользоваться заглавными буквами латинского алфавита. Эти буквы не являются символами исчисления. Они представляют собой условные обозначения формул.

Определение формулы исчисления высказываний.

1. Всякая переменная $x, y, z, \ldots$ является формулой.
2. Если A и B – формулы, то слова $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, $\overline{A}$ – формулы.
3. Никакая другая строчка символов не является формулой.

Переменные высказывания называются *элементарными формулами*.

Определение подформулы.

1. Подформулой элементарной формулы является только она сама.
2. Если формула имеет вид $\overline{A}$, то ее подформулами являются: она сама, формула A и все подформулы формулы A.
3. Если формула имеет вид $(A * B)$ (под символом $*$ понимается любая из трех связок $\vee, \wedge, \rightarrow$), то ее подформулами являются: она сама, формулы A и B, всеподформулы формул A и B.

Замечание. Скобки в записи формул можно опускать по тем же правилам, что и в алгебре высказываний.

Алфавит системы — счетное множество символов.

Формулы системы — некоторое подмножество всех слов, которые можно образовать из символов, входящих в алфавит (обычно задается процедура, позволяющая составлять формулы из символов алфавита системы).

Аксиомы системы — выделенное множество формул системы.

Правила вывода системы — конечное множество отношений между формулами системы.

Высказывание – это такое утверждение, относительно которого можно в любой момент сказать истинное оно или ложное, или приписать ему такую интерпретацию.

Возможны различные системы аксиом, порожденные одним и тем же множеством формул.

Если использовать все логические связи, то аксиом всего 9.

1. $\bar{\bar{x}} = x$, инволютивность отрицания, закон снятия двойного отрицания
2. $x \vee \bar{x} = 1$
3. $x \vee 1 = 1$
4. $x \vee x = x$
5. $x \vee 0 = x$
6. $x \wedge \bar{x} = 0$
7. $x \wedge x = x$
8. $x \wedge 0 = 0$
9. $x \wedge 1 = x$

Правила вывода:

- правило подстановки
- правило заключения

Из символов и аксиом выводятся вторичные аксиомы, которые называются теоремами.

Область применения – анализ и синтез конечных автоматов.