**3 вопрос**

**Логические языки в ИТ. Логика Аристотеля. Сущности, кванторы, силлогизмы. Исчисление высказываний. Алфавит, формулы, аксиомы, правила вывода. Применение в ИТ.**

Ссылки на материалы:

1. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B8#.D0.9B.D0.BE.D0.B3.D0.B8.D0.BA.D0.B0_.D0.90.D1.80.D0.B8.D1.81.D1.82.D0.BE.D1.82.D0.B5.D0.BB.D1.8F>
2. <http://www.prolog.md/index.php?option=com_content&view=article&id=56%3A2010-03-25-07-22-07&catid=1%3A2009-10-21-23-34-47&Itemid=25&lang=ru>
3. <http://nauka-logica.ru/view_logica.php?id=32м>

**Логика Аристотеля**

Современная логика включает две относительно самостоятельные науки: формальную логику и диалектическую логику.   
Логику, основанную Аристотелем, принято называть формальной. Это название закрепилось за ней потому, что она возникла и развилась как наука о формах мышления.   
**Логика** - это наука о законах силлогизмов, выраженных в переменных. у самого Аристотеля силлогизм - импликация (логическая операция, образующая сложное высказывание посредством логической связки) типа:   
Если А присуще всякому В   
и В присуще всякому С,   
то А присуще всякому С.   
Квантор - ограничитель истинности,(обозначение:∃ , читается: «существует…» или «найдётся…»).) - существует любой... такой что ...

[**Квантор**](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80)**всеобщности (обозначения: \forall, ∀)** — это условие, которое верно для всех обозначенных элементов, в отличие от [квантора существования](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80_%D1%81%D1%83%D1%89%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F), где условие верно только для каких-то отдельных элементов из указанного множества. Формально говоря, это [квантор](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80), используемый для обозначения того, что множество целиком лежит в области истинности указанного [предиката](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82). Читается как: «для всех…», «для каждого…» или «каждый…», «любой…», «для любого…».

Квантор всеобщности — это попытка формализации обозначения того, что нечто ([логическое выражение](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%B2%D1%8B%D1%80%D0%B0%D0%B6%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5)) истинно для всего, или для любой относящейся к делу сущности. Применяется в [предикатной логике](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0) и [символической логике](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%B2%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0).

Символ \forall для квантора всеобщности введён [Герхардом Генценом](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B5%D0%BD,_%D0%93%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%B0%D1%80%D0%B4) в [1935](http://ru.wikipedia.org/wiki/1935) г. по аналогии с символом [квантора существования](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80_%D1%81%D1%83%D1%89%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F) \exists, введённым [Джузеппе Пеано](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D0%B0%D0%BD%D0%BE,_%D0%94%D0%B6%D1%83%D0%B7%D0%B5%D0%BF%D0%BF%D0%B5) в [1897](http://ru.wikipedia.org/wiki/1897) г. Концепция была предложена ранее в книге Begriffsschrift (Исчисление понятий) ([1879](http://ru.wikipedia.org/wiki/1879)) [Готлоба Фреге](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B5%D0%B3%D0%B5,_%D0%A4%D1%80%D0%B8%D0%B4%D1%80%D0%B8%D1%85_%D0%9B%D1%8E%D0%B4%D0%B2%D0%B8%D0%B3_%D0%93%D0%BE%D1%82%D0%BB%D0%BE%D0%B1).

**В**[**предикатной логике**](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0)**,**[**квантор**](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80)**существования (экзистенциальный квантификатор)** — это [предикат](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BA%D0%B0%D1%82) свойства или отношения для, по крайней мере, одного элемента области определения. Он обозначается как символ логического оператора ∃ (произносится как «существует» или «для некоторого»). Квантор существования отличается от [квантора всеобщности](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B2%D0%B0%D0%BD%D1%82%D0%BE%D1%80_%D0%B2%D1%81%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%89%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8), который утверждает, что свойство или отношение выполняется для всех элементов области.

Символ \exists для квантора существования введён [Джузеппе Пеано](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D0%B0%D0%BD%D0%BE,_%D0%94%D0%B6%D1%83%D0%B7%D0%B5%D0%BF%D0%BF%D0%B5) в [1897](http://ru.wikipedia.org/wiki/1897) г. Позже символ \forall для квантора всеобщности был введён в [1935](http://ru.wikipedia.org/wiki/1935) г. [Герхардом Генценом](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B5%D0%BD,_%D0%93%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%B0%D1%80%D0%B4). Концепция была предложена ранее в книге Begriffsschrift (Исчисление понятий) ([1879](http://ru.wikipedia.org/wiki/1879)) [Готлоба Фреге](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B5%D0%B3%D0%B5,_%D0%A4%D1%80%D0%B8%D0%B4%D1%80%D0%B8%D1%85_%D0%9B%D1%8E%D0%B4%D0%B2%D0%B8%D0%B3_%D0%93%D0%BE%D1%82%D0%BB%D0%BE%D0%B1).

Существует модификация этого квантора как квантор существования и единственности — это предикат свойства или отношения для одного, и только для одного элемента области определения. Обозначается ∃! и читается «существует и единственный».

Силлогизм - открытие Аристотеля является главной и наиболее оригинальной частью логики. В теории силлогизмов Аристотель дал определение силлогизму и различил его виды, определил работающие и не работающие виды силлогизмов, установил три фигуры силлогизма. Однако, необходимо выяснить условия и исследовать методы не только вероятного, но и достоверного знания, чему и посвящены теория определения и теория достоверного знания. Всякое доказательство опирается на определенные положения, как на исходные начала. Аристотель выделяет три вида недоказуемых начал.

Главная и наиболее оригинальная часть логики Аристотеля - его теория силлогизма. В трактате “Первая аналитика”, где излагается аристотелевская теория силлогизма, сказано, что “силлогизма есть речь, в которой, если нечто предложено, то с необходимостью вытекает нечто отличное от положенного в силу того, что положенное есть”. Силлогизм состоит из трех суждений, два из них посылки, а третье - заключение.

Исследуя строение силлогизмов, он все термины в них представляет буквами, т. е. вводит в логику переменные. Аристотель, говоря словами Я. Лукасевича, “представил свою теорию в буквенной форме для того, чтобы показать, что получаемое заключение получается не как следствие содержания посылок, а как следствие их формы и сочетания; буквы являются знаками общности и показывают, что такое заключение будет следовать всегда, какой бы термин мы не избрали. ”

Из этого взгляда на переменные вытекает весь характер логики Аристотеля. Логика - это не есть конкретное учение о конкретных вещах или терминах. Логика - это наука о законах силлогизмов, выраженных в переменных.

Силлогизм Аристотеля вовсе не является выводом типа: “Всякое В есть А; всякое С есть В ; следовательно, всякое С есть А. ” Только в дальнейшем он был истолкован как вывод, а у самого Аристотеля силлогизм - импликация (логическая операция, образующая сложное высказывание посредством логической связки) типа:

Если А присуще всякому В

и В присуще всякому С,

то А присуще всякому С.

Важное значение имеет то, что силлогизм-импликация Аристотеля отличается от вывода традиционной логики. Как импликация силлогизм Аристотеля есть предложение и потому должно быть либо истинным, либо ложным. А традиционный силлогизм как вывод может быть правильным или неправильным, но не может быть истинным или ложным, так как он не предложение, а ряд предложений, не спаянных в форму единства.

Форма силлогизм характеризуется числом переменных, их расположением и логическими константами. Две из них “и” и “если” не представляют специфических характеристик аристотелевской логики и входят как часть в более широкую и более основную логическую систему. Кроме них имеется еще четыре постоянных, характерных для логической системы Аристотеля. Это отношения между общими терминами: 1. “быть присущим всякому”, 2. ”не быть присущим ни одному”, 3. ” быть присущим некоторому”, 4. ”не быть присущим никому”.

Аристотелевская логика предполагает свое применение только к общим терминам, например, “животное” или “млекопитающее”. Но и эти термины характеризуют не саму его логическую систему, а лишь сферу ее применения.

**Исчисление высказываний**

Исчисление высказываний – это аксиоматическая логическая система, интерпретацией которой является алгебра высказываний.

Описание всякого исчисления включает в себя описание символов этого исчисления (алфавита); формул, являющихся конечными конфигурациями символов и определение выводимых формул.

*Алфавит* исчисления высказываний состоит из символов трех категорий:

1)        Символы первой категории: *x*,*y*, *z*,…,*x*1, *x*2,…, которые называются переменными высказывания;

2)        Символы второй категории: image002, которые называются логическими связками. image004 – дизъюнкция (логическое сложение), image006 – конъюнкция (логическое умножение), → – импликация (логическое следование), ¯ – отрицание;

3)        Символы третьей категории: скобки.

Других символов исчисление высказываний не имеет.

*Формулы*исчисления высказываний представляют собой последовательности символов алфавита исчисления высказываний. Для обозначения формул будем пользоваться заглавными буквами латинского алфавита. Эти буквы не являются символами исчисления. Они представляют собой условные обозначения формул.

*Определение формулы исчисления высказываний.*

1.     Всякая переменная *x*, *y*, *z*,… является формулой.

2.     Если A и B – формулы, то слова image008 – формулы.

3.     Никакая другая строчка символов не является формулой.

Переменные высказывания называются *элементарными формулами*.

*Определение подформулы*.

1.     Подформулой элементарной формулы является только она сама.

2.     Если формула имеет вид image010, то ее подформулами являются: она сама, формула image012 и все подформулы формулы image012.

3.     Если формула имеет вид image014 (под символом image016 понимается любая из трех связок image018), то ее подформулами являются: она сама, формулы image012 и image021, всеподформулы формул image012 и image021.

*Замечание*. Скобки в записи формул можно опускать по тем же правилам, что и в алгебре высказываний.

**Алфавит системы** — счетное множество символов.

**Формулы системы** — некоторое подмножество всех слов, которые можно образовать из символов, входящих в алфавит (обычно задается процедура, позволяющая составлять формулы из символов алфавита системы).

**Аксиомы системы — выделенное множество формул системы.** 

**Правила вывода системы**— конечное множество отношений между формулами системы.

**Высказывание** – это такое утверждение, относительно которого можно в любой момент сказать истинное оно или ложное, или приписать ему такую интерпретацию.   
Возможны различные системы аксиом, порожденные одним и тем же множеством формул.   
Если использовать все логические связи, то аксиом всего 9.

1. \bar {\bar x}=x, [инволютивность отрицания](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B2%D0%BE%D0%BB%D1%8E%D1%86%D0%B8%D1%8F_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)), [закон снятия двойного отрицания](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD_%D0%B4%D0%B2%D0%BE%D0%B9%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BE%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%86%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D1%8F)
2. x\lor\bar x=1
3. \ x\lor1=1
4. \ x\lor x=x
5. \ x\lor0=x
6. \ x\land\bar x=0
7. \ x\land x=x
8. \ x\land0=0
9. \ x\land1=x

**Правила вывода:**

* правило подстановки
* правило заключения

Из символов и аксиом выводятся вторичные аксиомы, которые называются теоремами.   
  
Область применения – анализ и синтез конечных автоматов.