## Techniques de base

**Exercice 1**

À l'aide des tableaux de primitives des fonctions usuelles et des formes usuelles vérifier les calculs suivants :

$$I_1 = \int_0^2 (t-3)dt = -4 \quad I_2 = \int_{-1}^1 (3t^2 - 2t + 1)dt = 4 \quad I_3 = \int_{-2}^2 (t^3 - 3)dt = -12$$

$$I_4 = \int_1^2 \frac{2}{t}dt = 2\ln 2 \quad I_5 = \int_1^2 \frac{3}{t^2}dt = \frac{3}{2} \quad I_6 = \int_1^2 \frac{t^2-1}{t}dt = \frac{3}{2} - \ln 2$$

## Intégrales de fonctions composées

**Exercice 2**

Après avoir reconnu l'expression d'une fonction composée, vérifier les calculs d'intégrales suivants :

$$I_1 = \int_{-1}^1 (3x+1)^4 dx = \frac{352}{5} \quad I_2 = \int_0^1 \sqrt{3x+1}dx = \frac{14}{9} \quad I_3 = \int_0^1 \frac{1}{(3x+1)^2}dx = \frac{1}{4}$$

$$I_4 = \int_0^1 \frac{1}{2x+3}dx = \frac{1}{2}\ln 5/3 \quad I_5 = \int_0^1 e^{3x+1}dx = \frac{e^4 - e}{3} \quad I_6 = \int_0^1 t(t^2-1)^3 dt = -\frac{1}{8}$$

$$I_7 = \int_0^2 \frac{dt}{\sqrt{t+2}} = 2(2-\sqrt{2}) \quad I_8 = \int_{-2}^{-1} \frac{dt}{t-1} = \ln 2 - \ln 3 \quad I_9 = \int_0^1 2e^{3t}dt = \frac{2}{3}(e^3 - 1)$$

$$I_{10} = \int_0^1 \frac{t}{t^2+1}dt = \frac{1}{2}\ln 2 \quad I_{11} = \int_1^2 e^{-t}dt = \frac{1}{e} - \frac{1}{e^2} \quad I_{12} = \int_0^1 \frac{t}{(t+1)^2}\,dt = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

## Intégrales en sinus et cosinus

**Exercice 3**

Vérifier les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^{\pi/2} 2\sin t\,dt = 2 \quad I_2 = \int_0^{\pi/2} \sin 2t\,dt = 1 \quad I_3 = \int_0^{\pi/2} \cos(3t + \frac{\pi}{4})\,dt = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$I_4 = \int_0^{\pi} \cos(2x + \frac{\pi}{2})dx = 0 \quad I_5 = \int_0^{\pi/2} (\sin t + \sin 2t)\,dt = 2$$

### Décomposition des fractions en éléments simples

**Exercice 4**
Après avoir déterminé les coefficients $a$ et $b$, vérifier les résultats suivants :

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} - \frac{b}{x+1} \quad ; \qquad I_1 = \int_2^3 \frac{2}{x^2-1} dx = \ln(3/2)$$

$$\frac{x}{3x+1} = a + \frac{b}{3x+1} \quad ; \qquad I_2 = \int_0^1 \frac{x}{3x+1} dx = \frac{1}{3}\left(1 - \frac{2}{3}\ln(2)\right)$$

$$\frac{1}{x^4+x^2} = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^2+1} \quad ; \quad I_3 = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^4+x^2} dx = -\frac{1}{\sqrt{3}} + 1 - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$