GAUD Nathan
GAVEN Loris

Rapport de TP

Recherche Opérationnelle

TP1

Table des matières

I. Assemblage

Choix des variables de décisions :

- L : nombre de voiture modèle de luxe
- S : nombre de voiture modèle standard

Dans le cas continu : L,S ∈ R^+
Dans le cas discret : L,S ∈ N^+

Le problème est assez simple et nous n'utilisons que 2 variables scalaires, par conséquent, nous avons choisis de travailler avec le format ".lp".

Dans le cas continu, on obtient un bénéfice maximal de 10 285 714.29€, pour les variables L = 642.857 et S = 428.571. Les résultats sont cohérents car on a vendu plus de modèle L, qui rapporte plus et qui prennent moins de place sur le parking

Dans le cas discret, on obtient un bénéfice maximal de 10 285 714.29€, pour les variables L = 645 et S = 426. Les résultats sont similaires à ceux du cas continu, ce qui est cohérent pour ce problème.

```
Objective:  Benefice = 10285714.29 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 HeureTravail NU            60                          60        157143
     2 SurfaceMax   NU         15000                       15000       57.1429
     3 MaxL         B        642.857                         800

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 L            B        642.857             0
     2 S            B        428.571             0
```

II. Gestion de personnel

Choix de la variable de décision :

- X : matrice binaire d'association peronne/travail

X_{ij} = 1 si la personne$_i$ est associé au travail$_j$,
0 sinon.

Ainsi, $X \in \{0,1\}_{NxN}$.

On a utilisé un fichier ".mod" et un fichier ".dat" car notre variable X et le paramètre C (matrice des coûts de formation associés à chaque travail) dépendent du paramètre n (nombre de personnes et de travail). Il est plus facile de manipuler des matrices dans le format ".mod".

Exemple d'application :

$$C : \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} p1 & p2 & p3 & p4 & p5 \end{array} \\ \begin{array}{c} t1 \\ t2 \\ t3 \\ t4 \\ t5 \end{array} & \begin{bmatrix} 12 & 50 & 14 & 75 & 48 \\ 46 & 82 & 65 & 14 & 75 \\ 71 & 23 & 58 & 96 & 64 \\ 52 & 41 & 85 & 73 & 34 \\ 12 & 56 & 78 & 45 & 23 \end{bmatrix} \end{array} \quad X : \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 14 \\ 14 \\ 23 \\ 34 \\ 12 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Coût de formation totale minimum} = 97$$

Les résultats sont cohérents, on peut vérifier à la main que le résultat trouvé est bien minimal.

III. Applications en optimisation pour l'e-commerce

A. Cas particulier 1

Choix de la variable de décision :

- X : Tenseur de dimension 3 modélisant la quantité de fluide$_i$ envoyé par le magasin$_j$ au client$_k$ avec $X_{ijk} \in R^+$

On a utilisé un fichier ".mod" et un fichier ".dat" car notre variable X et les paramètres sont essentiellement des matrices. Il est plus facile de manipuler des matrices dans le format ".mod".

Exemple d'application :

	F1	F2
D1	2	0
D2	1	3

(a) Fluides demandés par commande

	F1	F2
M1	2.5	1
M2	1	2
M3	2	1

(b) Stocks de fluides par magasin

	F1	F2
M1	1	1
M2	2	3
M3	3	2

(c) Coûts unitaires par magasin d'origine

Après résolution, voici la solution que nous obtenons, quant à la quantité de chaque fluide pris dans chaque magasin :

Demande 1 :

	F1	F2
M1	2	0
M2	0	0
M3	0	0

Demande 2 :

	F1	F2
M1	0.5	1
M2	0.5	1
M3	0	1

De plus, la solution indique un coût total de 9.5 ([2x1] + [0.5x1 + 0.5x2 + 1x1 + 1x3 + 1x2] = 2 + 7.5) ce qui correspond bien au coût minimal de notre exemple.

B. Cas particulier 2

On utilise la même modélisation qu'au cas particulier 1 à l'exception qu'il faut préciser que notre variable $X_{ijk} \in N^+$

Exemple d'application :

Après résolution, voici la solution que nous obtenons, quant à la quantité de chaque fluide pris dans chaque magasin :

Demande 1 :

	F1	F2
M1	1	0
M2	1	0
M3	0	0

Demande 2 :

	F1	F2
M1	1	1
M2	0	1
M3	0	1

De plus, la solution indique un coût total de 10 ([1x1 + 1x2] + [1x1 + 1x1 + 1x3 + 1x2] = 3 + 7) ce qui correspond bien au coût minimal de notre exemple.

C. Cas particulier 3

On utilise la même modélisation qu'au cas particulier 2 en ajoutant une variable variable Z, correspondant à une matrice binaire de décision de quel magasin sert quel client
Z_{ij} = 1 si le magasin$_i$ sert le client$_j$,
0 sinon.
Ainsi, $Z \in \{0,1\}_{N,N}$.

On a utilisé la méthode big M pour spécifier la contrainte : si le magasin$_i$ livre le client$_j$ alors $z_{i,j}$ = 1 sinon 0.

Exemple d'application :

Après résolution, voici la solution que nous obtenons, quant à la quantité de chaque fluide pris dans chaque magasin :

Demande 1 : $\begin{array}{c|cc|} & F1 & F2 \\ M1 & 0 & 0 \\ M2 & 0 & 0 \\ M3 & 2 & 0 \end{array}$ Demande 2 : $\begin{array}{c|cc|} & F1 & F2 \\ M1 & 1 & 1 \\ M2 & 0 & 2 \\ M3 & 0 & 0 \end{array}$

	M1	M2	M3
D1	110	90	100
D2	110	90	100

(d) Coûts fixes d'expédition d'un colis entre chaque paire : point de demande, magasin

	M1	M2	M3
D1	10	1	5
D2	2	20	10

(e) Coûts variables d'expédition d'un colis entre chaque paire : point de demande, magasin

Matrice de Décision Z : $\begin{array}{c|ccc|} & M1 & M2 & M3 \\ D1 & 0 & 0 & 1 \\ D2 & 1 & 1 & 0 \end{array}$

De plus, la solution indique un coût total de 368 ([(2x(3+5)) + 100] + [(1x(1+2) + 1x(1+2) + 110) + (2x(3+20) + 90))] = 116 + 252) ce qui correspond bien au coût minimal de notre exemple.

D. Cas particulier 4

Ce cas particulier correspond au problème du voyageur de commerce.

Pour le résoudre nous avons utilisé la formulation de Miller-Tucker-Zemlin qui introduit une variable 'u' qui permet d'écrire une contrainte assurant qu'il n'y ai pas de sous tour.

Nos deux variables sont donc :

- $X \in \{0,1\}_{N,N}$ où $x_{i,j} = 1$ signifie que l'on se déplace de la ville i à j
- $u \in R^N$

Nous avons encore travaillé sur des fichiers .mod et .dat pour les mêmes raisons que précédemment.

Exemple d'application :

Après résolution, voici la solution que nous obtenons, quant à la quantité de chaque fluide pris dans chaque magasin :

	ALPHA	C1	C2	C3	C4	C5
ALPHA	-	1	1	10	12	12
C1	1	-	1	8	10	11
C2	1	1	-	8	11	10
C3	10	8	8	-	1	1
C4	12	10	11	1	-	1
C5	12	11	10	1	1	-

(f) matrice des distances (magasin ALPHA et 5 clients à livrer)

Matrice X du chemin emprunté :

$$
\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccccc} \text{Alpha} & \text{C1} & \text{C2} & \text{C3} & \text{C4} & \text{C5} \end{array} \\
\begin{array}{c} \text{Alpha} \\ \text{C1} \\ \text{C2} \\ \text{C3} \\ \text{C4} \\ \text{C5} \end{array} &
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Le chemin choisi passe bien par toutes les boutiques ce qui est cohérent. De plus, le chemin choisi semble relativement court