

Análisis Matemático I Examen II

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Análisis Matemático I Examen II

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Análisis Matemático I.

Curso Académico 2023-24.

Grado Grado en Matemáticas.

Grupo B.

Profesor Salvador Villegas Barranco.

Descripción Parcial 2.

Fecha 18 de diciembre de 2023.

Ejercicio 1 (4 puntos). Calcular la imagen de $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ siendo:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - x^2 - y^2$$

Ejercicio 2 (3 puntos). Probar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y^2 e^{u+v} - xu + v = 3 + x \\ xuv - e^{u-v} = y^3 - 9 \end{cases}$$

define implícitamente a u y v como funciones de x e y en un abierto del punto $(1, 2, 0, 0)$. Calcular:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1, 2), \quad \frac{\partial u}{\partial y}(1, 2), \quad \frac{\partial v}{\partial x}(1, 2), \quad \frac{\partial v}{\partial y}(1, 2),$$

Ejercicio 3 (3 puntos). Sea $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ diferenciable, $\rho \in \mathbb{R}^+$. Si $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$. Probar que se verifica:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$