

Topología II

Examen VIII

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA





Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Topología II

Examen VIII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Topología II.

Curso Académico 2020/21.

Grado Grado en Matemáticas.

Descripción Convocatoria Extraordinaria.

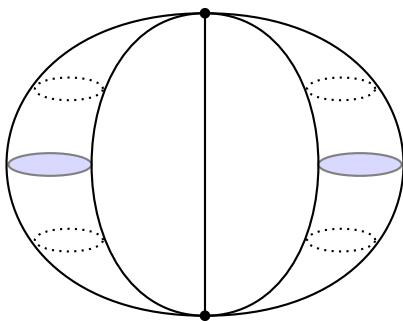
Duración 3 horas.

Ejercicio 1 (2 puntos). Demostrar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 - \cos(x)^3 + \cos(x^3) = \pi \\ \frac{1}{y} + e^x + e^{y^4+1} - \cos(x^4 - 1) - \cos(\sin(x)) = -\pi \end{cases}$$

tiene al menos una solución en \mathbb{R}^2 .

Ejercicio 2 (2 puntos). Determina el grupo fundamental del subespacio topológico de \mathbb{R}^3 que se muestra en el siguiente dibujo.



Ejercicio 3 (1.5 puntos). Sea X el subespacio topológico de \mathbb{R}^2 : $X = \mathbb{S}^1 \cup \{(x, x^2) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0\}$. Determinar, salvo homeomorfismo, el recubridor universal de X .

Ejercicio 4 (1.5 puntos). Sea $\pi : \tilde{X} \rightarrow X$ una aplicación recubridora entre espacios topológicos conexos y localmente arcoconexos. Sean $f_1, f_2 : Y \rightarrow \tilde{X}$ dos aplicaciones continuas, siendo Y un espacio conexo y localmente arcoconexo. Supongamos

- a) $\pi \circ f_1 = \pi \circ f_2$.
- b) existe $y_0 \in Y$ tal que $f_1(y_0) = f_2(y_0)$.
- c) el conjunto $\{y \in Y : f_1(y) = f_2(y)\}$ es cerrado.

Demostrar que $f_1 = f_2$ globalmente.

Ejercicio 5 (1.5 puntos). Consideremos la superficie topológica S con presentación poligonal

$$\mathcal{P} = \langle a, b, c, d, e, f, g, h, i, j : ae^{-1}g^{-1}ja^{-1}bg, ch^{-1}dfh, ecdifi^{-1}j^{-1}b^{-1} \rangle.$$

Demostrar que S es conexa y determinar a qué superficie modelo es homeomorfa.

Ejercicio 6. Demostrar usando transformaciones elementales que la suma conexa $\mathbb{T} \# \mathbb{T} \# \mathbb{RP}^2$ es homeomorfa a $\mathbb{T} \# \mathbb{RP}^2 \# \mathbb{RP}^2 \# \mathbb{RP}^2$, siendo \mathbb{T} un toro y \mathbb{RP}^2 un plano proyectivo.