

Análisis Funcional

Examen X



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Análisis Funcional

Examen X

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Análisis Funcional.

Curso Académico 2024/25.

Grado Grado en Matemáticas.

Descripción Parcial 1.

Fecha 31 de octubre de 2024.

Ejercicio 1 (7 puntos). Se considera el operador lineal $T : c_0 \rightarrow c_0$ definido por

$$T(x)(k) = \frac{k}{k+1}x(k) \quad \forall k \in \mathbb{N}, \quad \forall x \in c_0$$

- a) [3 puntos] Demuestra que T es continuo y $\|T\| \leq 1$.
- b) [3 puntos] Demuestra que $\|T\| = 1$.
- c) [1 punto] Demuestra que T no alcanza su norma.

Ejercicio 2 (3 puntos). Sea H un espacio de Hilbert, sea $u \in H$ con $u \neq 0$ y sea

$$M = \{x \in H : \langle x, u \rangle = 0\}$$

para cada $x \in H$:

- a) [2 puntos] Demuestra que

$$\text{dist}(x, M) = \frac{|\langle x, u \rangle|}{\|u\|}$$

- b) [1 punto] Demuestra que existe un único punto $y \in M$ tal que $\text{dist}(x, M) = \|x - y\|$ y calcula ese punto.