

Ecuaciones Diferenciales I Examen XXVI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales I Examen XXVI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2024-2025

Asignatura Ecuaciones Diferenciales I

Curso Académico 2024-25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Fecha 17 de enero de 2025.

Duración 2 horas y media.

Ejercicio 1. Resuelve el problema de valores iniciales

$$x' = \frac{x + t - 1}{2x + 2t + 1}, \quad x(0) = 1$$

Ejercicio 2. Se considera la sucesión de funciones definida de manera iterativa para cada $n = 0, 1, 2, \dots$

$$x_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x_0(t) = t^2, \quad x_{n+1}(t) = \int_0^{t/2} x_n(s) \, ds$$

- a) Demuestra que cada función x_n está bien definida y pertenece a $C^\infty(\mathbb{R})$.
- b) Demuestra que la sucesión $\{x_n\}$ converge uniformemente en cada intervalo de la forma $[-R, R]$ con $R > 0$.
- c) Calcula $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t)$.

Ejercicio 3. Para $t \in]0, \infty[$ se considera el sistema $x' = A(t)x$ con

$$A(t) = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & \frac{-1}{t} \end{bmatrix}$$

Encuentra la matriz fundamental principal en $t_0 = 1$.

Ejercicio 4. Para cada $n = 0, 1, 2, \dots$ se considera la función

$$F_n(x) = \int_0^1 e^{tx} t^n \, dt$$

- a) Demuestra que la función F_n pertenece a $C^\infty(\mathbb{R})$.
- b) Encuentra una relación entre F_{n+1} y la derivada de F_n .
- c) Calcula F_0 y utiliza el apartado anterior para calcular F_1 .