

# Álgebra III

## Examen III

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



**Los Del DGIIM**, [losdeldgim.github.io](https://losdeldgim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Álgebra III

# Examen III

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Granada, 2025

**Asignatura** Álgebra III.

**Curso Académico** 2023/24.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** José Gómez Torrecillas.

**Descripción** Examen Ordinario.

**Ejercicio 1.** Sea  $f = (x^3 - 2)(x^2 - 3) \in \mathbb{Q}[x]$  y  $K$  el cuerpo de descomposición de  $f$ :

- a) Comprobar que  $i + \sqrt{3} \in K$ .
- b) Calcular  $[K : \mathbb{Q}]$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $f = x^3 - 3x + 1 \in \mathbb{Q}[x]$  siendo  $\alpha$  una raíz real de  $f$ . Probar que el cuerpo de descomposición de  $f$  sobre  $\mathbb{Q}$  es  $\mathbb{Q}(\alpha)$ .

**Ejercicio 3.** Sea  $F$  un cuerpo con  $\text{car}(F) = 3$  y con un elemento  $a \in F$  con  $F = \mathbb{F}_3(a)$  con  $a^4 + a - 1 = 0$ .

- a) Describir  $\text{Aut}(F)$  y evaluarlos en  $a^2$ .
- b) Calcular el cardinal de  $\mathbb{F}_3(a^2)$ .

**Ejercicio 4.** Responda razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- a) Si  $F \leq E \leq K$  con  $F \leq E$  y  $E \leq K$  extensiones de Galois, entonces  $F \leq K$  es de Galois.
- b) Si  $z \in \mathbb{C}$  tiene grado 4 sobre  $\mathbb{Q}$  entonces  $z$  es construible.