Geometría I
Examen IX

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Geometría I
Examen IX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría I.

Curso Académico 2023-24.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Ana María Hurtado Cortegana y Antonio Ros Mulero.

Descripción Parcial 2. Tema 3.

Fecha 18 de diciembre de 2023.

Duración 1 hora.

Ejercicio 1 (4 puntos)**.** Sea $f : V \to V'$ aplicación lineal con V espacio vectorial finitamente generado. Si $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_n\}$ es una base de V con $\{v_1, \dots, v_k\}$ base de $\mathrm{Ker}(f)$. Demostrar que $\{f(v_{k+1}), \dots, f(v_n)\}$ es una base de $\mathrm{Im}(f)$. Deducir que

$$\dim(V) = \dim(\mathrm{Ker}(f)) + \dim(\mathrm{Im}(f)).$$

Ejercicio 2 (6 puntos)**.** Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ la aplicación lineal dada por

$$f(x, y, z) = (-2x + y + z, -x + 2y - z, -x + y, -x + z).$$

1. Calcular bases del núcleo y de la imagen de f.
2. Encontrar bases $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^3$ y $\mathcal{B}'$ de $\mathbb{R}^4$ tales que la matriz $M(f, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B})$ tenga la forma
$$M(f, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B}) = \left(\begin{array}{c|c} I_r & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array}\right), \qquad r \in \{0, 1, 2, 3\}.$$