Análisis Funcional

Examen VII

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Análisis Funcional
Examen VII

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Granada, 2025

Asignatura Análisis Funcional.

Curso Académico Desconocido.

Grado Grado en Matemáticas.

Descripción Parcial 2.

Ejercicio 1 (3 puntos)**.** a) Enuncia el teorema de la proyección ortogonal.

b) Enuncia el Teorema de Riesz-Fréchet.

c) Enuncia la caracterización de las bases ortonormales en un espacio de Hilbert.

Ejercicio 2 (3.5 puntos)**.** Sea $X = L_2([0,1])$:

a) [**0.5 puntos**] Prueba que $M = \left\{x \in X : \int_0^{1/2} x(t)\ dt = 0\right\}$ es un subespacio vectorial cerrado de X.

b) [**1 punto**] Describe $M^\perp$.

c) [**1.5 puntos**] Calcula P_M y $P_M^\perp$.

d) [**0.5 puntos**] Calcula la mínima distancia de la función $x_0(t) = t$ al subespacio M.

Ejercicio 3 (3. puntos)**.** Sea

$$M = \left\{x \in l_2 : x(1) = 0 \qquad \text{y} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x(2n)}{n} = 0\right\}$$

a) [**0.5 puntos**] Prueba que M es un subespacio cerrado de l_2.

b) [**1 punto**] Describe $M^\perp$.

c) [**1.5 puntos**] Calcula P_M y $P_M^\perp$.

d) [**0.5 puntos**] Calcula la mínima distancia en l_2 de $e_1 + e_3$ a M.