

# Modelos Matemáticos I Examen I

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Modelos Matemáticos I Examen I

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023

**Asignatura** Modelos Matemáticos I.

**Curso Académico** 2023-23.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** María José Cáceres Granados.

**Descripción** Prueba 1. Temas 0 y 1.

**Fecha** 9 de abril de 2024.

**Duración** 90 minutos.

**Ejercicio 1.** Se considera la ecuación en diferencias  $x_{n+1} = f(x_n)$ , donde de la función  $f$  tan solo se conoce su gráfica, representada en la siguiente figura:

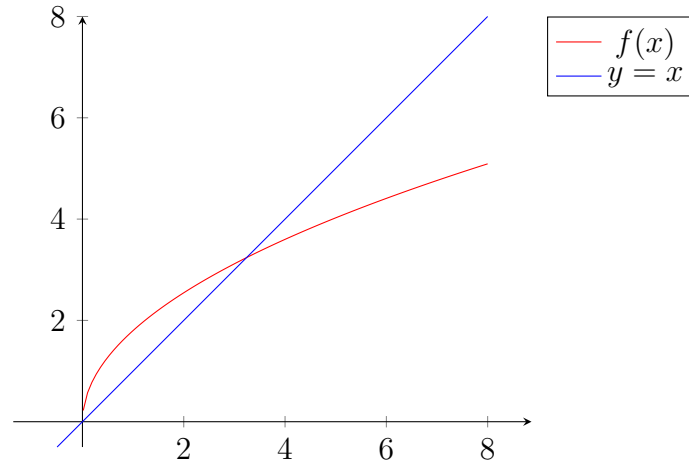


Figura 1: Función  $f$  asociada al Ejercicio 1.

Discute la veracidad o la falsedad de las siguientes afirmaciones:

- La ecuación no tiene soluciones constantes.
- La ecuación tiene, al menos, una solución constante asintóticamente estable localmente.
- Si  $x_0 = 4$ , entonces  $x_n = 4$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .
- Si  $x_0 = 1$ , entonces la solución es creciente.

**Ejercicio 2.** En un laboratorio se está trabajando con un modelo lineal de la forma

$$x_{n+1} = ax_n + b \quad a, b \in \mathbb{R}^+$$

para describir el crecimiento de una población de bacterias, donde  $x_n$  representa el número de bacterias medido en miles en el día  $n$ .

1. Resolver la ecuación en función de los parámetros  $a$  y  $b$ .
2. Tras hacer distintos experimentos, se sospecha que si inicialmente se parte con 2000 bacterias, entonces cada día se irá duplicando el número de bacterias. ¿Se pueden determinar los valores de  $a$  y  $b$  para que la ecuación en diferencias se ajuste a esta hipótesis?

**Ejercicio 3.** Se considera la ecuación en diferencias  $x_{n+1} = f(x_n)$ , donde:

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \begin{cases} 2(x+1) & \text{si } x < -1 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Estudia la estabilidad de las soluciones constantes de la ecuación.

**Ejercicio 4.** Se considera la ecuación en diferencias siguiente:

$$x_{n+1} = x_n + \lambda e^{x_n} - 1 \quad \lambda \in ]1, \infty[$$

1. ¿Tiene soluciones constantes? En dicho caso, estudiar su estabilidad.
2. ¿Tiene la ecuación 2-ciclos? En dicho caso, estudiar su estabilidad.
3. Si  $x_0 > 0$ , calcular el límite de la sucesión  $\{x_n\}$ .