

# Topología II

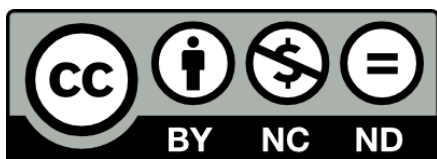
## Examen III

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Topología II

## Examen III

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Granada, 2025

**Asignatura** Topología II.

**Curso Académico** 2021/22.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Grupo Único.

**Descripción** Recopilación de ejercicios de repaso del Tema 1.

**Ejercicio 1.** Sea  $M = \frac{I \times I}{\sim}$  con  $I = [0, 1]$  la banda de Möbius con  $(0, y) \sim (1, 1 - y)$ . Probar que  $\frac{I \times \{\frac{1}{2}\}}{\sim}$  es un retracto de deformación de  $M$  y deducir que  $\pi_1(M) \cong \mathbb{Z}$ . Probar que el borde  $\frac{I \times \{0, 1\}}{\sim}$  es un lazo y hallar qué clase da en  $\pi_1(M)$ .

**Ejercicio 2.** Hallar el grupo fundamental de:

- a)  $(\mathbb{S}^1 \times [0, 1]) \cup (\mathbb{D}^2 \cup \{0, 1\})$ .
- b)  $\mathbb{S}^1(-1, 0) \cup \mathbb{S}^1(1, 0) \cup [(-2, 0), (2, 0)]$ .
- c) Tres esferas de  $\mathbb{R}^3$  donde cada una es tangente a las otras dos.

**Ejercicio 3.** Sea  $G$  un grupo de homeomorfismos de  $X$  actuando de manera natural. Si  $G$  actúa propia y discontinuamente sobre  $X$ , probar que la aplicación proyección  $p : X \rightarrow X/G$  es recubridora.

**Ejercicio 4.** Si  $Y$  es un espacio topológico discreto, probar que  $(X \times Y, p_1 : X \times Y \rightarrow X)$  es recubridor de  $X$ .

**Ejercicio 5.** Probar:

- a) El grupo fundamental de un plano proyectivo menos un punto.
- b) Un espacio contráctil es arcoconexo.
- c) Si el recubridor de un espacio simplemente conexo también es simplemente conexo, entonces ambos espacios son homeomorfos.
- d) Si  $\overline{X}$  es simplemente conexo, entonces  $|\pi_1(X)|$  es el número de hojas.