

Geometría I

Examen IX

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Geometría I

Examen IX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría I.

Curso Académico 2023-24.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Ana María Hurtado Cortegana y Antonio Ros Mulero.

Descripción Parcial 2. Tema 3.

Fecha 18 de diciembre de 2023.

Duración 1 hora.

Ejercicio 1 (4 puntos). Sea $f : V \rightarrow V'$ aplicación lineal con V espacio vectorial finitamente generado. Si $\mathcal{B} = \{v_1, \dots, v_k, v_{k+1}, \dots, v_n\}$ es una base de V con $\{v_1, \dots, v_k\}$ base de $\text{Ker}(f)$. Demostrar que $\{f(v_{k+1}), \dots, f(v_n)\}$ es una base de $\text{Im}(f)$. Deducir que

$$\dim(V) = \dim(\text{Ker}(f)) + \dim(\text{Im}(f)).$$

Ejercicio 2 (6 puntos). Sea $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ la aplicación lineal dada por

$$f(x, y, z) = (-2x + y + z, -x + 2y - z, -x + y, -x + z).$$

1. Calcular bases del núcleo y de la imagen de f .
2. Encontrar bases \mathcal{B} de \mathbb{R}^3 y \mathcal{B}' de \mathbb{R}^4 tales que la matriz $M(f, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B})$ tenga la forma

$$M(f, \mathcal{B}' \leftarrow \mathcal{B}) = \left(\begin{array}{c|c} I_r & 0 \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right), \quad r \in \{0, 1, 2, 3\}.$$