

Modelos de Computación Examen V



*Escuela Técnica Superior de Ingenierías
Informática y de Telecomunicación*

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Modelos de Computación Examen V

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

Asignatura Modelos de Computación

Curso Académico 2022-23.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Descripción Parcial Tema 3.

Ejercicio 1. Razona si el siguiente lenguaje es regular o no:

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |n_a(w) - n_b(w)| \text{ es un número primo}\}.$$

Para cada $n \in \mathbb{N}$, consideramos la palabra $z = a^{n+2}b^n \in L$, con $|z| = 2n + 2 \geq n$. Para cada descomposición $z = uvw$ con $u, v, w \in \{a, b\}^*$, $|uv| \leq n$ y $|v| \geq 1$, tenemos que:

$$u = a^k, \quad v = a^l, \quad w = a^{n+2-k-l}b^n \quad \text{con } 0 \leq k + l \leq n, \quad l \geq 1.$$

Para $i = 3$, tenemos que $uv^3w = a^{k+3l+n+2-k-l}b^n = a^{n+2+2l}b^n \notin L$, ya que:

$$n + 2 + 2l - n = 2 + 2l = 2(1 + l) \text{ no es primo.}$$

Por tanto, $uv^3w \notin L$, y por el recíproco del Lema del Bombeo, L no es regular.

Ejercicio 2. Razona si el siguiente lenguaje es regular o no:

$$L = \{1^k u \mid u \in \{0, 1\}^*, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}, n_1(u) \leq k\}.$$

Para cada $n \in \mathbb{N}$, consideramos la palabra $z = 1^n 0 1^n \in L$, con $|z| = 2n + 1 \geq n$. Para cada descomposición $z = uvw$ con $u, v, w \in \{0, 1\}^*$, $|uv| \leq n$ y $|v| \geq 1$, tenemos que:

$$u = 1^k, \quad v = 1^l, \quad w = 1^{n-k-l} 0 1^n \quad \text{con } 0 \leq k + l \leq n, \quad l \geq 1.$$

Para $i = 0$, tenemos que $uv^0w = 1^{k+n-k-l} 0 1^n = 1^{n-l} 0 1^n \notin L$, ya que:

$$n \leq n - l \iff l \leq 0$$

pero esto sabemos que no es posible, ya que $l \geq 1$. Por tanto, $uv^0w \notin L$, y por el recíproco del Lema del Bombeo, L no es regular.

Ejercicio 3. Considera un alfabeto cualquiera A . Si L es un lenguaje regular sobre A y P es el lenguaje de todos los palíndromos, estudiar si $L \cap P$ es siempre regular, nunca lo es, o dependiendo del lenguaje L , unas veces lo es y otras no.

Depende del lenguaje L . Veámoslo con dos ejemplos:

- Si $L = \{a\}$, con $a \in A$, entonces L es regular por ser finito y $L \cap P = L$, que es regular.
- Si $L = A^*$, entonces $L \cap P = P$, que ya hemos visto que no es regular.

Por tanto, dependiendo del lenguaje L , $L \cap P$ puede ser regular o no.