

Ecuaciones Diferenciales I

Examen XXVII

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales I

Examen XXVII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2024-2025

Asignatura Ecuaciones Diferenciales I

Curso Académico 2025-26.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Parcial 1.

Fecha 28 de octubre de 2025.

Duración 2 horas.

Ejercicio 1. Demuestra que la ecuación

$$\arctan(x) + 2t + x = 1$$

define una única función implícita $x = x(t)$, $t \in \mathbb{R}$. ¿Es derivable esta función? En caso afirmativo encuentra una ecuación diferencial de la que sea solución.

Ejercicio 2. Encuentra la solución del problema de valores iniciales

$$x' = \frac{t}{\cos(x)}, \quad x(2) = 0.$$

Se especificará el intervalo de definición de esta solución.

Ejercicio 3. Encuentra la solución del problema de valores iniciales

$$x' = \frac{2tx}{t^2 + x^2}, \quad x(-3) = -3.$$

¿En qué intervalo está definida?

Ejercicio 4. Se supone que $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(t, x) \mapsto (s, y)$ es un C^1 difeomorfismo con inversa $\psi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(s, y) \mapsto (t, x)$. Expresa $\frac{\partial \psi_2}{\partial s}$ en términos de φ_1, φ_2 y sus derivadas parciales.

Ejercicio 5. Un subconjunto C del plano \mathbb{R}^2 es una curva explícita si es posible encontrar un intervalo abierto I y una función $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ de clase C^1 para los que se cumple

$$C = \{(x, y) : x \in I, y = f(x)\}.$$

Supongamos que C es una curva explícita y $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$ es un difeomorfismo de clase C^1 que cumple

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial x}(x, f(x)) + \frac{\partial \varphi_1}{\partial y}(x, f(x))f'(x) \neq 0. \quad \forall x \in I.$$

Demuestra que $\varphi(C)$ es una curva explícita.