

# Análisis Matemático I Examen II

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Análisis Matemático I Examen II

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023-2024

**Asignatura** Análisis Matemático I.

**Curso Académico** 2023-24.

**Grado** Grado en Matemáticas.

**Grupo** B.

**Profesor** Salvador Villegas Barranco.

**Descripción** Parcial 2.

**Fecha** 18 de diciembre de 2023.

**Ejercicio 1** (4 puntos). Calcular la imagen de  $f : A \rightarrow \mathbb{R}$  siendo:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - x^2 - y^2$$

**Ejercicio 2** (3 puntos). Probar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y^2 e^{u+v} - xu + v = 3 + x \\ xuv - e^{u-v} = y^3 - 9 \end{cases}$$

define implícitamente a  $u$  y  $v$  como funciones de  $x$  e  $y$  en un abierto del punto  $(1, 2, 0, 0)$ . Calcular:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(1, 2), \quad \frac{\partial u}{\partial y}(1, 2), \quad \frac{\partial v}{\partial x}(1, 2), \quad \frac{\partial v}{\partial y}(1, 2),$$

**Ejercicio 3** (3 puntos). Sea  $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  diferenciable,  $\rho \in \mathbb{R}^+$ . Si  $x = \rho \cos \theta$ ,  $y = \rho \sin \theta$ . Probar que se verifica:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$