

Topología II

Examen IX



Los Del DGIIM, losdeldgim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Topología II

Examen IX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Topología II.

Curso Académico 2025/26.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Grupo Único.

Profesor José Antonio Gálvez.

Descripción Segundo Parcial.

Fecha 19 de diciembre de 2025.

Duración 1 hora.

Ejercicio 1 (5 puntos). Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

- a) Existe una aplicación recubridora $p : \mathbb{RP}^3 \rightarrow \mathbb{S}^2 \times \mathbb{S}^1$.
- b) Si X es un espacio topológico conexo y localmente arcoconexo tal que toda aplicación continua $f : X \rightarrow \mathbb{S}^1$ se puede levantar a una aplicación continua $\hat{f} : X \rightarrow \mathbb{R}$ (para el recubridor usual $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{S}^1$) entonces X es simplemente conexo.

Ejercicio 2 (5 puntos). Consideremos la aplicación $p : \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1$ dada por

$$p(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1x_3 - x_2x_4, x_1x_4 + x_2x_3, x_1(x_3^2 - x_4^2) - 2x_2x_3x_4, 2x_1x_3x_4 + x_2(x_3^2 - x_4^2))$$

o equivalentemente,

$$p(\cos \theta, \sin \theta, \cos \varphi, \sin \varphi) = (\cos(\theta + \varphi), \sin(\theta + \varphi), \cos(\theta + 2\varphi), \sin(\theta + 2\varphi))$$

Demuestra que p es una aplicación recubridora (3.5 puntos). Además, para el punto $x_0 = (1, 0, 1, 0)$ calcula $p_*(\pi_1(\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1, x_0))$ (1.5 puntos).