

Análisis Funcional

Examen XII



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Análisis Funcional

Examen XII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Análisis Funcional.

Curso Académico 2025-26.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor David Arcoya Álvarez.

Descripción Primer Parcial.

Fecha 19 de Noviembre de 2025.

Duración 2 horas.

Ejercicio 1 (3.5 Puntos). Sea E un espacio normado, $M \subset E$ un subespacio vectorial y $x_0 \in E$ verificando

$$d := \inf_{y \in M} \|x_0 - y\| > 0.$$

Prueba que existe un funcional $f \in E^*$ tal que

$$\langle f, x_0 \rangle = d, \quad \|f\| = 1 \quad \text{y} \quad \langle f, y \rangle = 0 \quad \forall y \in M$$

Ejercicio 2 (3.5 Puntos). Sean $(E, \|\cdot\|_E)$ y $(F, \|\cdot\|_F)$ dos espacios de Banach y $T : E \rightarrow F$ una aplicación lineal. Prueba que si

$$G(T) = \{(x, Tx) : x \in E\} \quad \text{y} \quad \|x\|_1 = \|x\|_E + \|Tx\|_F,$$

entonces

$$G(T) \text{ es cerrado} \iff (E, \|\cdot\|_1) \text{ es un espacio de Banach.}$$

Ejercicio 3 (3 Puntos). Enunciar y demostrar el Teorema de Riesz-Fréchet.

¹En el examen se aclaró que si se necesita usar que $\|\cdot\|_1$ es una norma, hay que demostrarlo.