

Topología II

Examen III

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Topología II

Examen III

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Topología II.

Curso Académico 2021/22.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Grupo Único.

Descripción Recopilación de ejercicios de repaso del Tema 1.

Ejercicio 1. Sea $M = \frac{I \times I}{\sim}$ con $I = [0, 1]$ la banda de Möbius con $(0, y) \sim (1, 1 - y)$. Probar que $\frac{I \times \{\frac{1}{2}\}}{\sim}$ es un retracto de deformación de M y deducir que $\pi_1(M) \cong \mathbb{Z}$. Probar que el borde $\frac{I \times \{0, 1\}}{\sim}$ es un lazo y hallar qué clase da en $\pi_1(M)$.

Ejercicio 2. Hallar el grupo fundamental de:

- a) $(\mathbb{S}^1 \times [0, 1]) \cup (\mathbb{D}^2 \cup \{0, 1\})$.
- b) $\mathbb{S}^1(-1, 0) \cup \mathbb{S}^1(1, 0) \cup [(-2, 0), (2, 0)]$.
- c) Tres esferas de \mathbb{R}^3 donde cada una es tangente a las otras dos.

Ejercicio 3. Sea G un grupo de homeomorfismos de X actuando de manera natural. Si G actúa propia y discontinuamente sobre X , probar que la aplicación proyección $p : X \rightarrow X/G$ es recubridora.

Ejercicio 4. Si Y es un espacio topológico discreto, probar que $(X \times Y, p_1 : X \times Y \rightarrow X)$ es recubridor de X .

Ejercicio 5. Probar:

- a) El grupo fundamental de un plano proyectivo menos un punto.
- b) Un espacio contráctil es arcoconexo.
- c) Si el recubridor de un espacio simplemente conexo también es simplemente conexo, entonces ambos espacios son homeomorfos.
- d) Si \overline{X} es simplemente conexo, entonces $|\pi_1(X)|$ es el número de hojas.