

Foto: José Juan Castro

Cálculo II

Examen XVI

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Cálculo II

Examen XVI

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

José Juan Urrutia Milán

Granada, 2024

Asignatura Cálculo II.

Curso Académico 2024-25.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor José Luis Gámez Ruiz.

Fecha 4 de julio de 2024.

Descripción Convocatoria Ordinaria.

Ejercicio 1 (2 puntos). Tema a desarrollar: Teorema del Valor Medio y consecuencias sobre el crecimiento.

Ejercicio 2 (2 puntos).

- a) Sea $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$. Calcula la imagen de f .
- b) Sea $a \neq 0$ y sea $g : \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{a}\right\} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = \arctan(a) + \arctan(x) - \arctan\left(\frac{a+x}{1-ax}\right)$$

Calcula la imagen de g .

Ejercicio 3 (2 puntos). Sea $f : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}_0^+$ continua con $f(\mathbb{R}^+) \subseteq \mathbb{R}^+$ cumpliendo:

$$f(x)^2 = 2 \int_0^x f(t) \, dt \quad \forall x \geq 0$$

- a) Demuestra que f es derivable en \mathbb{R}^+ y calcula su derivada.
- b) Determina qué función (o funciones) cumplen la condición anterior.

Ejercicio 4 (2 puntos). Calcula el área del recinto interior delimitado por la elipse de fórmula $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$), así como el volumen del sólido de revolución generado por rotar dicha elipse alrededor del eje OX .

Ejercicio 5 (2 puntos). Sea $F : \mathbb{R}_0^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$F(x) = \int_2^{x^2+2} t e^{-t} \, dt$$

- a) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{F(x)}{x \log(1+x)}$
- b) Estudia el crecimiento de F y calcula su imagen.