

# Análisis Funcional

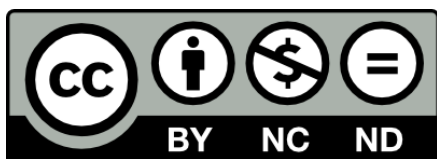
## Examen X

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Análisis Funcional

## Examen X

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Granada, 2025

**Asignatura** Análisis Funcional.

**Curso Académico** 2024/25.

**Grado** Grado en Matemáticas.

**Descripción** Parcial 1.

**Fecha** 31 de octubre de 2024.

**Ejercicio 1** (7 puntos). Se considera el operador lineal  $T : c_0 \rightarrow c_0$  definido por

$$T(x)(k) = \frac{k}{k+1}x(k) \quad \forall k \in \mathbb{N}, \quad \forall x \in c_0$$

- a) [3 puntos] Demuestra que  $T$  es continuo y  $\|T\| \leq 1$ .
- b) [3 puntos] Demuestra que  $\|T\| = 1$ .
- c) [1 punto] Demuestra que  $T$  no alcanza su norma.

**Ejercicio 2** (3 puntos). Sea  $H$  un espacio de Hilbert, sea  $u \in H$  con  $u \neq 0$  y sea

$$M = \{x \in H : \langle x, u \rangle = 0\}$$

para cada  $x \in H$ :

- a) [2 puntos] Demuestra que

$$\text{dist}(x, M) = \frac{|\langle x, u \rangle|}{\|u\|}$$

- b) [1 punto] Demuestra que existe un único punto  $y \in M$  tal que  $\text{dist}(x, M) = \|x - y\|$  y calcula ese punto.