Topología II
Examen III

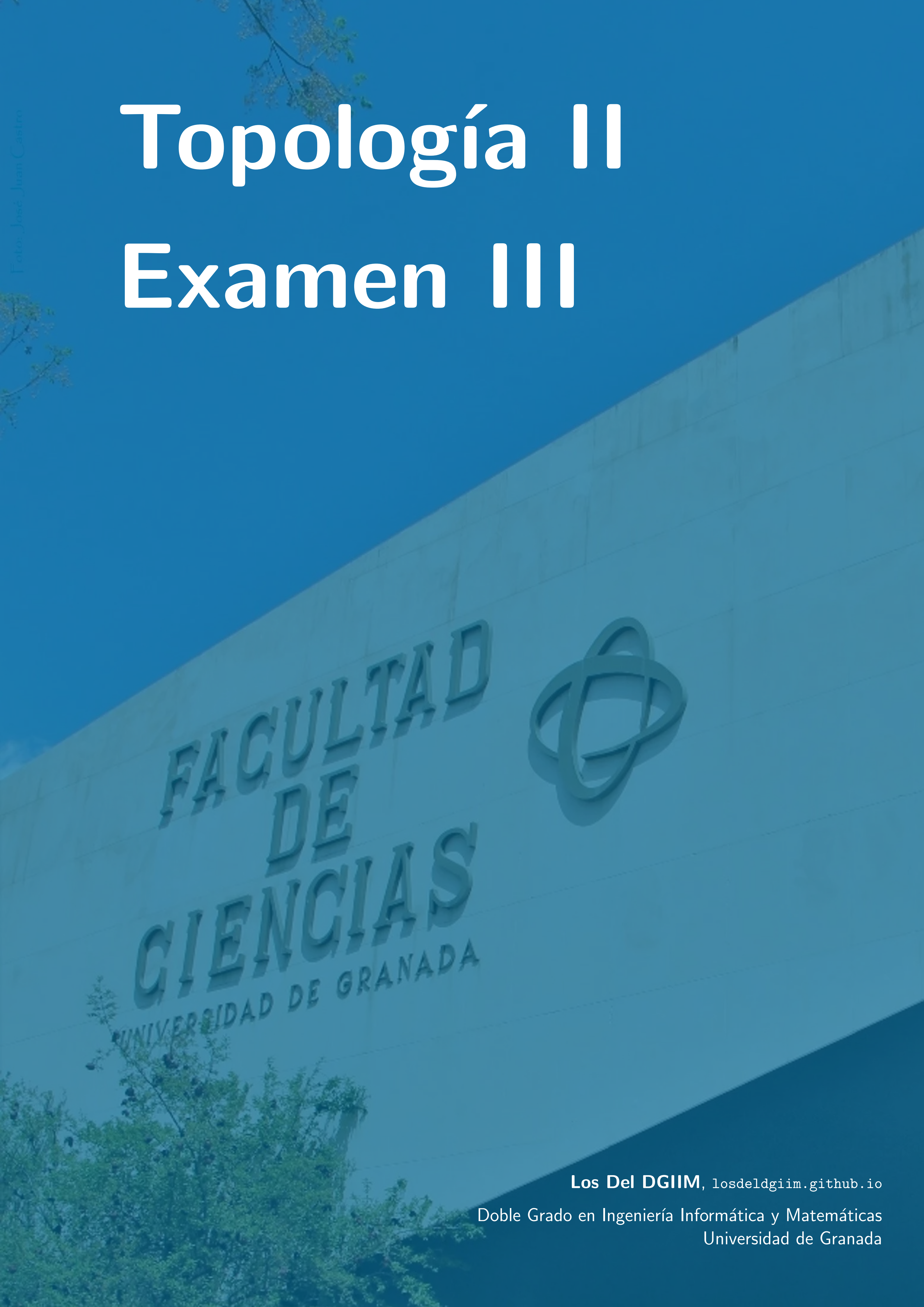

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Topología II
Examen III

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2025

Asignatura Topología II.

Curso Académico 2021/22.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Grupo Único.

Descripción Recopilación de ejercicios de repaso del Tema 1.

Ejercicio 1. Sea $M = \frac{I\times I}{\sim}$ con $I = [0,1]$ la banda de Möbius con $(0,y) \sim (1, 1-y)$. Probar que $\frac{I\times\{\frac{1}{2}\}}{\sim}$ es un retracto de deformación de M y deducir que $\pi_1(M) \cong \mathbb{Z}$. Probar que el borde $\frac{I\times\{0,1\}}{\sim}$ es un lazo y hallar qué clase da en $\pi_1(M)$.

Ejercicio 2. Hallar el grupo fundamental de:

a) $(\mathbb{S}^1 \times [0,1]) \cup (\mathbb{D}^2 \cup \{0,1\})$.

b) $\mathbb{S}^1(-1,0) \cup \mathbb{S}^1(1,0) \cup [(-2,0),(2,0)]$.

c) Tres esferas de $\mathbb{R}^3$ donde cada una es tangente a las otras dos.

Ejercicio 3. Sea G un grupo de homeomorfismos de X actuando de manera natural. Si G actúa propia y discontinuamente sobre X, probar que la aplicación proyección $p : X \to X/G$ es recubridora.

Ejercicio 4. Si Y es un espacio topológico discreto, probar que $(X\times Y, p_1 : X\times Y \to X)$ es recubridor de X.

Ejercicio 5. Probar:

a) El grupo fundamental de un plano proyectivo menos un punto.

b) Un espacio contráctil es arcoconexo.

c) Si el recubridor de un espacio simplemente conexo también es simplemente conexo, entonces ambos espacios son homeomorfos.

d) Si $\overline{X}$ es simplemente conexo, entonces $|\pi_1(X)|$ es el número de hojas.