MN I
Examen V

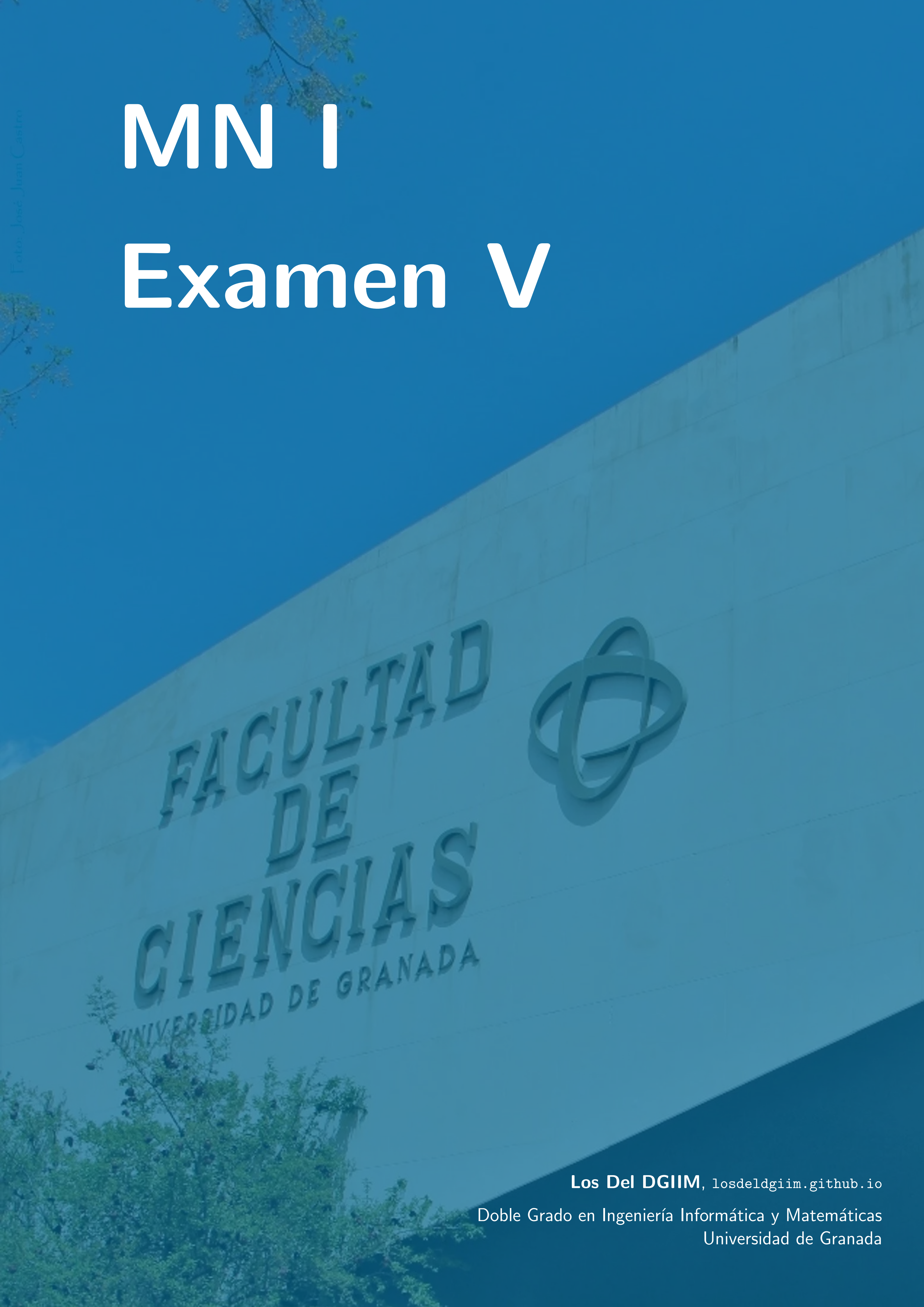

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

MN I
Examen V

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024

Asignatura Métodos Numéricos I.

Curso Académico 2023-24.

Grado Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Miguel Ángel Piñar González.

Descripción Parcial Temas 4 y 5.

Fecha 29 de mayo de 2024.

Ejercicio 1. Se desea interpolar la función $f(x) = x^2 + \cos x$ en los puntos de abcisas $x_k = -\frac{\pi}{2} + k \cdot \frac{\pi}{4}$, para $k = 0, 1, 2, 3$, mediante un polinomio de grado adecuado.

1. Calcule el polinomio de interpolación utilizando la fórmula de Newton.
2. Use dicho polinomio de interpolación para aproximar el valor de $f\left(\pi/6\right)$.
3. Obtenga una cota lo más ajustada posible del error cometido en la aproximación anterior.

Ejercicio 2. Responda a las siguientes cuestiones:

1. Determine el spline cúbico $s(x)$ que interpola la tabla de datos siguiente:

x_i	-2	-1	1	2
f_i	-2	0	0	2
f_i'	$5/2$			$5/2$

2. Decida si $s(x)$ coincide con el spline cúbico natural que interpola a la siguiente tabla de datos:

x_i	-2	-1	1	2
f_i	-2	0	0	2

Justifique la respuesta.

Ejercicio 3. Responda a las siguientes cuestiones:

1. Utilizando el algoritmo de Gram-Schmidt, determine una base ortogonal de $\mathbb{P}_2$ utilizando el producto escalar siguiente:
$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)\ dx$$
2. Use integración por partes para obtener una fórmula recursiva para las integrales
$$I_n = \int_{-1}^{1} x^n e^{-x}\ dx$$
3. Utilizando los apartados anteriores obtenga el polinomio de grado no mayor que 2 mejor aproximación por mínimos cuadrados de la función $f(x) = e^{-x}$ con respecto al producto escalar definido en el primer apartado.