Geometría III
Examen VIII

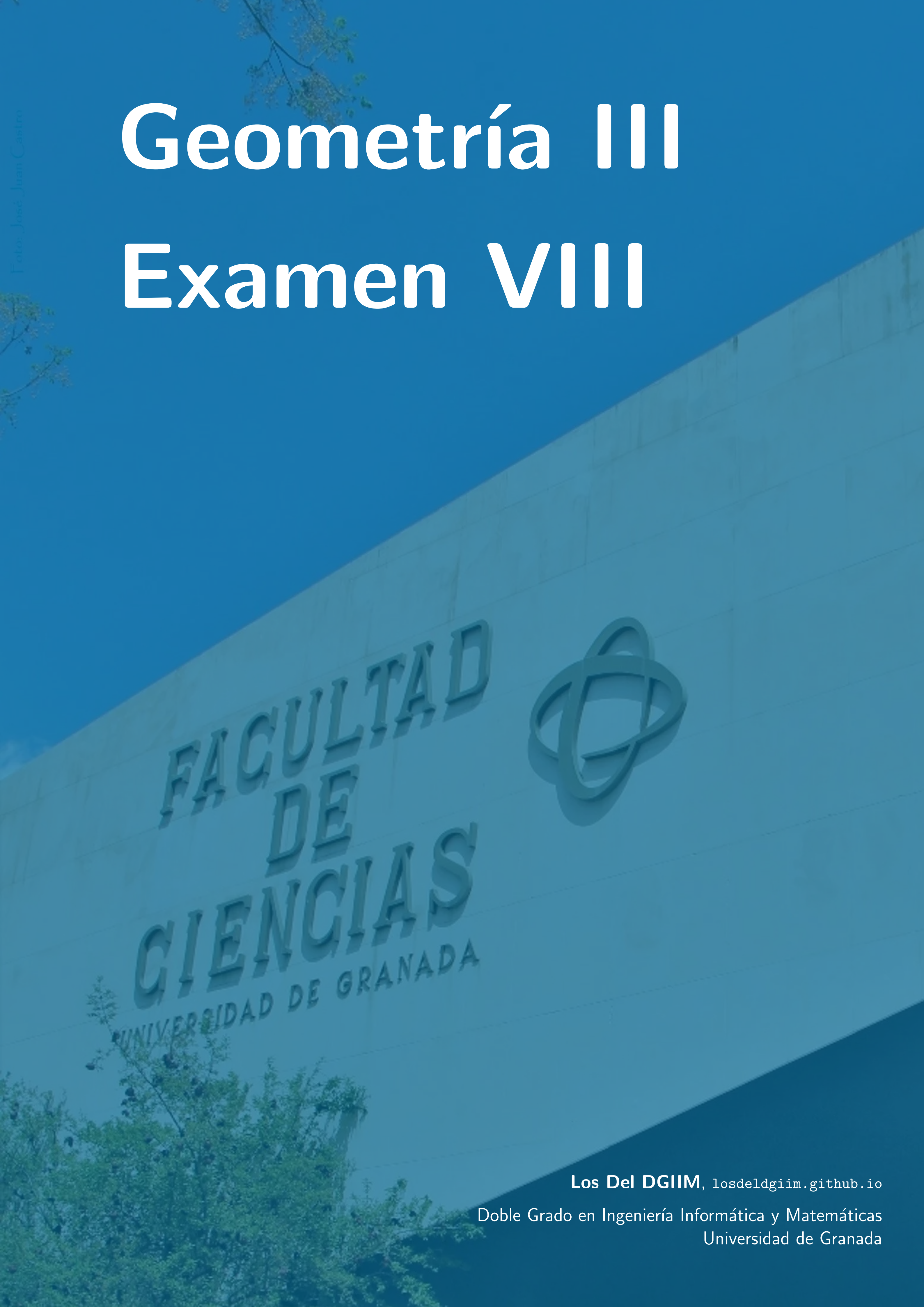

Foto: José Juan Castro

Los Del DGIIM, `losdeldgiim.github.io`

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada

Geometría III
Examen VIII

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Jesús Muñoz Velasco

Granada, 2023-2024

Asignatura Geometría III.

Curso Académico 2022-23.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Antonio Martínez López.

Descripción Convocatoria Extraordinaria[1].

Fecha 16 de febrero de 2023.

Duración 3 horas.

[1]El examen lo pone el departamento.

Ejercicio 1 (2,5 puntos)**.** Contesta a dos de los siguientes apartados:

1. (1,25 puntos) Razona si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: "En $\mathbb{R}^3$, los únicos movimientos rígidos que tienen al menos tres puntos fijos no alineados son la identidad y las simetrías especulares".

2. (1,25 puntos) Razona si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: "Una cónica de $\mathbb{R}^2$ que pase por los puntos $(1, 0)$ y $(-1, 0)$ ha de ser invariante respecto de la simtería axial cuyo eje es la recta de ecuación implícita $x = 0$".

3. (1,25 puntos) Enuncia y demuestra las fórmulas de Grassmann.

Ejercicio 2 (2,5 puntos)**.**

1. (1,5 puntos) Calcula la suma e intersección de los siguientes subespacios afines de $\mathbb{R}^4$:

$$S = \{(1, \lambda - \mu, -2\lambda, \mu) : \lambda, \mu \in \mathbb{R}\} \quad \text{y}$$
$$T = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1\}$$

2. (1 punto) ¿Existe un subespacio paralelo a S y a T que pase por el punto $(0, 1, 0, -1)$? En caso afirmativo, calcúlalo.

Ejercicio 3 (2,5 puntos)**.** Sean a y b dos puntos distintos de $\mathbb{R}^2$.

1. (1,25 puntos) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la aplicación tal que a cada punto p le hace corresponder
$$f(p) = a + \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{ab} + \overrightarrow{ap}\right).$$
(Observa que, cuando p no pertenece a la recta que pasa por a y b, $f(p)$ es el baricentro del triángulo $\{a, b, p\}$). ¿Es f una afinidad? En caso afirmativo, identifícala.

2. (1,25 puntos) ¿Existe una afinidad de $\mathbb{R}^2$ en $\mathbb{R}^2$ tal que a cada punto p que no pertenezca a la recta que pasa por a y b y le hace corresponder el ortocentro del triángulo $\{a, b, p\}$?
Indicación: Razona cuál sería la imagen de los puntos de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento entre a y b.

Ejercicio 4 (2,5 puntos)**.** Dada la ecuación $x^2 + (a - 1)y^2 - 6xy + 4x - 12y = 0$, elige uno de los dos siguientes apartados:

1. (2,5 puntos) Clasifica desde un punto de vista afín la cuádrica de $\mathbb{R}^3$ dada por la ecuación anterior dependiendo del parámetro $a \in \mathbb{R}$ y determina un sistema de referencia afín en el que esta tenga una expresión reducida. Justifica si contiene alguna recta.

2. (2,5 puntos) Clasifica desde un punto de vista euclídeo la cónica de $\mathbb{R}^2$ dada por la ecuación anterior para $a = 0$ y calcula sus elementos euclídeos.