

# Geometría II

## Examen VIII

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Geometría II

## Examen VIII

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2023

**Asignatura** Geometría II.

**Curso Académico** 2022-23.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Antonio Ros Mulero<sup>1</sup>.

**Descripción** Convocatoria Ordinaria.

**Fecha** 16 de junio de 2023.

---

<sup>1</sup>El examen lo pone el departamento.

**Ejercicio 1.** Se considera la matriz con coeficientes reales:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Calcular los valores propios y los subespacios de vectores propios de  $A$ .
2. Calcular una matriz no singular  $P$  tal que  $P^{-1}AP$  sea diagonal.
3. Calcular  $A^{2023}$ .
4. Sin realizar cálculo directo, razonar que  $A^{-1} = \frac{1}{2}(A^2 - 3I)$ .

**Ejercicio 2.** Razona si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. El endomorfismo  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dado por

$$f(x, y, z) = \frac{1}{2}(4x - 3y + z, y + 3z, -2z)$$

no es isometría para ninguna métrica  $g$  sobre  $\mathbb{R}^3$ .

2. Existe  $Q \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  tal que

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = Q^t \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} Q$$

3. Todo endomorfismo diagonalizable  $f : V \rightarrow V$  en  $\mathbb{R}$  es autoadjunto para alguna métrica euclídea  $g$  sobre  $V$ .

**Ejercicio 3.** En el espacio vectorial Euclídeo  $(\mathbb{R}^3, \langle, \rangle)$ , consideramos el giro  $f$  de eje  $L$  y ángulo  $\theta \in ]0, \pi]$ , y la reflexión  $s$  respecto de un plano vectorial  $U \subset \mathbb{R}^3$  tal que

$$f \circ s = s \circ f.$$

1. Demostrar que  $s$  lleva vectores propios de  $f$  en vectores propios de  $f$ , del mismo valor propio.
2. Concluir que  $L = U^\perp$  o  $L \subset U$ .
3. Demostrar que si  $L \subset U$ , entonces el giro  $f$  es la reflexión respecto de  $L$ .