

# Ecuaciones Diferenciales I Examen XXI

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas  
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Ecuaciones Diferenciales I Examen XXI

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Arturo Olivares Martos

Granada, 2024-2025

**Asignatura** Ecuaciones Diferenciales I

**Curso Académico** 2019-20.

**Grado** Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

**Grupo** Único.

**Profesor** Rafael Ortega Ríos.

**Descripción** Parcial 2.

**Fecha** 14 de Diciembre de 2019.

**Ejercicio 1.** Se considera la ecuación diferencial

$$x'' + a(t)x = 0,$$

con  $a(t)$  es una función continua.

1. Demuestra que si  $x_1(t)$  es una solución positiva definida en  $I$ , entonces

$$x_2(t) = x_1(t) \int_{t_0}^t x_1(s)^2 ds,$$

donde  $t_0 \in I$ , también es solución.

2. Demuestra que forman un sistema fundamental.

**Ejercicio 2.** Consideramos el problema de valores iniciales

$$x' = f(x), \quad x(t_0) = x_0,$$

con  $f$  continua y globalmente Lipschitziana, i.e., existe  $L \in \mathbb{R}^+$  tal que

$$|f(x) - f(y)| \leq L|x - y|$$

para todo  $x, y$ . Demuestra que la sucesión de iterantes

$$x_0(t) \equiv x_0, \quad x_{n+1}(t) = x_0 + \int_{t_0}^t f(x_n(s)) ds$$

converge uniformemente en intervalos compactos a una solución del problema.

**Ejercicio 3.** Resuelve el sistema  $y' = Ay$  con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Ejercicio 4.** Sea  $A$  una matriz cuadrada de orden 3 con valor propio real triple.

1. Clasifica las posibles matrices de Jordan asociadas.
2. Demuestra que si  $\lambda$  es negativo, todas las soluciones de  $x' = Ax$  tienden a cero cuando  $t \rightarrow +\infty$ .