Oppgave 4

På et tivoli består en konkurranse i å skyte med luftgevær på to blinker montert på en stang som roterer med en vinkelfart ω_0 (Fig. 2). Blinkene har hver en masse m_b, mens stanga har en masse M. Lengden til stanga er L og den roterer friksjonsfritt om omdreiningsaksen.

a) Finn et uttrykk for spinnet til systemet bestående av stanga og de to blinkene som funksjon av M, m_b, L og ω_0. Du kan betrakte de to blinkene som to punktpartikler.

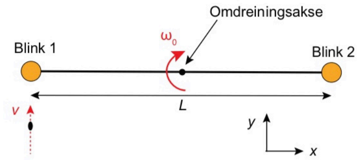


Fig. 2: To blinker festet på roterende stang. Kule med hastighet **v**= [0, v] treffer blink 1.

b) Anta nå at en luftgeværkule treffer en av de to blinkene og at den etter støtet henger fast i blinken. Kula har masse m_k og har før sammenstøtet med blinken en hastighet **v**= [0, v] (se Fig. 2). Finn et uttrykk for vinkelfarten til felleslegemet bestående av de to blinkene, stanga og kula. Uttrykket skal skrives som en funksjon av M, m_b, m_k, L, v og ω_0.

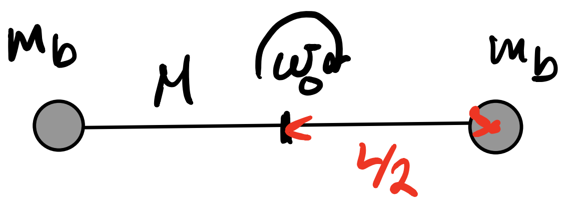
Spinn L

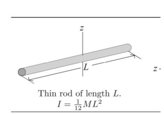
$\vec{L} = I\vec{\omega}$ - stive legemer

$\vec{L} = \vec{R} \times \vec{p}$ - punktpartikkel

$\vec{p} = m\vec{v}$

(Bevegelsesmengde)





Treghetsmoment stang: $\frac{1}{12} ML^2$

Treghetsmoment blinker: $m_b \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} m_b L^2$

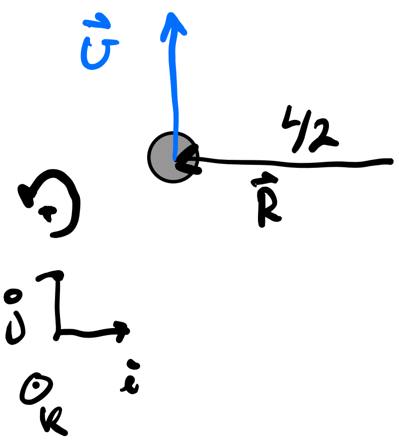
Treghetsmoment stang + to blinker

$$I_z = \frac{1}{12}ML^2 + 2\cdot\frac{1}{4}m_b L^2$$

$$= \left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{2}m_b\right)L^2$$

Spinn: $L = I_z\,\omega_0$

$$L = \left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{2}m_b\right)L^2\,\omega_0$$



$v = R\omega_0 = \frac{L}{2}\omega_0$

$\vec{p} = m\vec{v}$

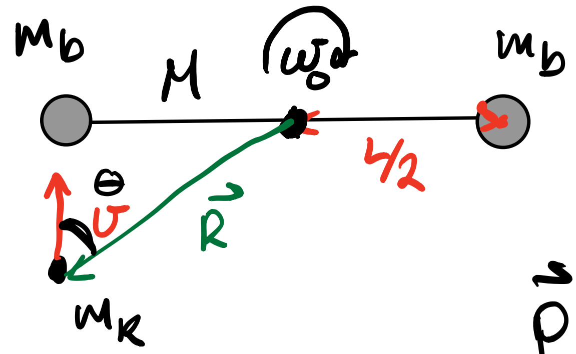
$$\vec{L} = \vec{R}\times\vec{p} = -\frac{L}{2}\vec{i} \times m\left(\frac{L}{2}\omega_0\right)\vec{j}$$

$$\vec{L} = -\frac{L}{2}\cdot\frac{L}{2}\cdot m\cdot\omega_0\ \vec{k}$$

$$\vec{L} = \frac{L^2}{4}m\,\omega_0\ -\vec{k}$$

b)

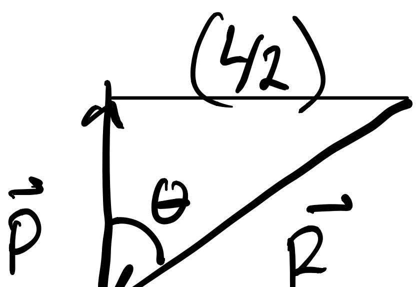
Hva er spinnet til kulen med masse m_k og hastighet $\vec{v} = v\,\vec{j}$



$$\vec{p} = m_K \cdot v\,\vec{j}$$

Spinn: $\vec{L}_z = \vec{R} \times \vec{P}$

$$|\vec{L}_z| = |\vec{R}| \cdot |\vec{P}| \cdot \sin\theta$$



$$|\vec{R}| \cdot \sin\theta = \frac{L}{2}$$

$$L_z = \frac{L}{2} \cdot m_K \cdot v$$

Spinn til kule

Spinn til kule + blinker m stang

$$L_{tot} = \left(\frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{2}m_b L^2\right)\omega_0 + \frac{L}{2}m_k v$$

I en kollisjon er spinnet bevart.

$(\tau = 0)$

Spinn etter kollisjon

$$L_{etter} = I_{tot} \cdot \omega$$

$$I_{tot} = \underbrace{\frac{1}{12}ML^2}_{\text{stang}} + \underbrace{2\cdot\frac{1}{4}m_b L^2}_{\text{2 blinker}} + \underbrace{\left(\frac{L}{2}\right)^2 \cdot m_k}_{\text{kule}}$$

$$I_{tot} = \left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{2}m_b + \frac{1}{4}m\right)L^2$$

$$L_{tot} = L_{efter}$$

$$\left(\frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{2}m_D L^2\right)\omega_0 + \frac{L}{2}m_k v =$$

$$\left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{2}m_D + \frac{1}{4}m\right)L^2 \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{\left(\frac{1}{12}ML^2 + \frac{1}{2}m_D L^2\right)\omega_0 + \frac{L}{2}m_k v}{\left(\frac{1}{12}M + \frac{1}{2}m_D + \frac{1}{4}m\right)L^2}$$

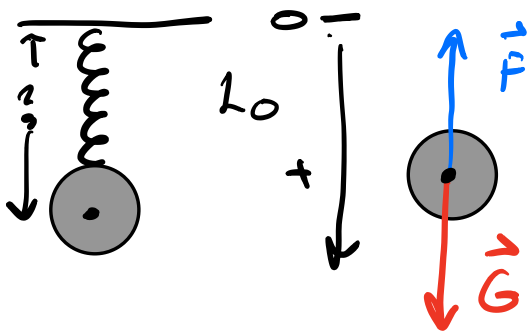
Fys 128 Høst 2020

Oppgave 3

En kule med masse m henger i en fjær med fjærkonstant k. Fjærens lengde når den ikke utsettes for belastning er L_0.

(a) Tegn frilegemediagram for kulen når den henger i ro. Hvor langt fra opphengspunktet henger den da?

(b) Kulen trekkes så ned i posisjonen x_0 og slippes. Sett opp bevegelsesligningene med initialbetingelser og beskriv bevegelsen til kulen.



$$G = mg$$

$$F = -k(x - L_0)$$

N. 1. lov

$$\Sigma F = 0$$

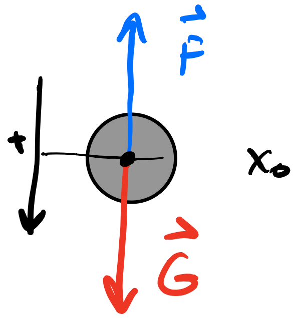
$$F + G = 0$$

$$-k(x - L_0) + mg = 0$$

$$-kx + kL_0 + mg = 0$$

$$kL_0 + mg = kx \quad \Big| \; \frac{1}{k}$$

$$\underline{\underline{L_0 + \frac{mg}{k} = x}}$$



N.2.6 $\quad \Sigma F = ma$

$$x(0) = x_0$$
$$v(0) = 0$$

$$G + F = ma$$

$$mg - k(x - L_0) = ma \quad \Big/ \cdot \frac{1}{m}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} g - \frac{k}{m}x + \frac{k}{m}\cdot L_0 = a, \\ x(0) = x_0 \\ v(0) = 0 \end{array}}$$

1) Løses ved Euler-Cromers metode.

2) Løses Analytisk:

$$a + \frac{k}{m}x = g + \frac{k}{m}L_0$$

$$x'' + \frac{k}{m}x = g + \frac{k}{m}L_0 \qquad \text{Partikulær lign.}$$

$$x'' + \frac{k}{m}x = 0 \qquad \text{homogen lign.}$$

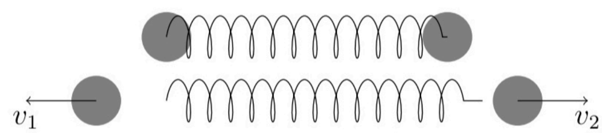
$$x'' + \omega^2 x = 0$$

$$x = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$

$$X(t) = X_0 \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)t + h_0 + \frac{mg}{k}$$

Oppgave 4

To kuler med masse m_1 og m_2 ligger på nnnbeitet friksjonsfritt underlag. Mellom kulene er det en fjær med fjærkonstant k. Fjæra blir presset sammen en avstand Δx fra likevekt. Massene slippes. Hvilke størrelser er bevart? Hva er hastigheten til hver av kulene når de forlater fjæra?



Bevarte størrelser

1) Bevegelsesmengde.

2) Energi

1) $P_{før} = 0$ Begge kulene ligger i ro ($p = mv$)

$P_{etter} = m_1 v_1 + m_2 \cdot v_2$

$$\boxed{m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0} \quad (1)$$

2)

$$\underbrace{K_0}_{=0} + \underbrace{U_0}_{\frac{1}{2}k(\Delta x)^2} = \underbrace{K_1}_{\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2} + \underbrace{U_1}_{=0}$$

kulene i ro

$$\boxed{\frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2} \quad (2)$$

(1) $$v_1 = -\frac{m_2}{m_1} v_2$$

(2) $$k(\Delta x)^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

$$k(\Delta x)^2 = m_1\left(-\frac{m_2}{m_1} v_2\right)^2 + m_2 v_2^2$$

$$k(\Delta x)^2 = \left(\frac{m_2^2}{m_1} + m_2\right) v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{k(\Delta x)^2}{m_2\left(\frac{m_2}{m_1} + 1\right)}}$$