

Pokyny

Písomka sa skladá z troch (a bonusovej záverečnej) úloh, za každú viete získať 20 bodov.

Pri každej úlohe (ak nie je napísané inak) očakávam slovný popis jej riešenia. Tento popis by sa mal zamerať na hlavnú myšlienku riešenia, odôvodnenie správnosti a mal by obsahovať odhad časovej zložitosti.

Za riešenia je možné získavať aj čiastkové body a to buď za menej efektívne riešenia, alebo myšlienky smerujúce k správne riešeniu.

Ak používate algoritmus alebo postup priamo z prednášky, nemusíte ho bližšie popisovať, zamerajte sa na to, ako ho upravujete, popripade aplikujete.

Čo (ne)používať: Počas písomky môžete voľne používať akékoľvek materiály uverejnené na stránke predmetu a takisto nahrané prednášky. Úplne v poriadku je využívať aj ďalšie materiály, ktoré ste využili pri učení (napr. stránku wikipédie o LCA).

V poriadku **nie je** využívať cudzie riešenia príkladov z písomky a takisto akákoľvek vzájomná komunikácia popripade "vonkajšia" pomoc.

Férovo a s rozumom, ďakujem.

Odovzdávanie: Riešenie každej úlohy spracujte do samostatného dokumentu. Preferujem pekne natexované pdf-ká, nestrácajte tým však zbytočne veľa času. Akceptujem (aj keď nebudem nadšený) aj rukou písané a odfotené riešenia. Výsledné súbory však nech sú jasne pomenované a buď .pdf alebo .jpg.

Písomku môžete ukončiť kedykoľvek, stačí mi poslať jeden .zip nazvaný vašim AIS menom obsahujúci všetky odovzdávané súbory na adresu `michal.anderle@fmph.uniba.sk` Keď vám potvrdím, že som riešenie dostal, môžete z písomky odísť.

1. Tá o kombinačných číslach (20 bodov)

Vymyslite a popíšte algoritmus, ktorý vypíše posledných x cifier kombinačného čísla $\binom{n}{k}$. Hodnoty n, k a x sú zadané na vstupe, pričom platí, že $0 \leq k \leq n \leq 10^6$ a $1 \leq x \leq 1000$.

Až 5 bodov môžete získať za riešenie, ktoré predpokladá, že $0 \leq k \leq n \leq 1000$.

Až 12 bodov môžete získať za riešenie, ktoré počíta hodnotu $\binom{n}{k}$ modulo 2^x .

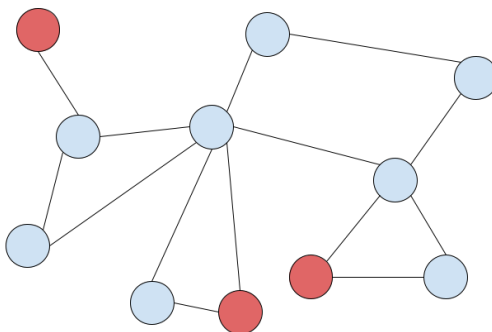
Dobrá rada: Riešenie za 12 bodov je medzikrokom k celkovému riešeniu, môže sa preto oplatíť začať riešiť túto jednoduchšiu verziu. Pri riešení si dajte pozor na to, že hodnota n môže byť väčšia ako 2^x alebo 10^x . Napríklad pre vstup $n = 12, k = 4, x = 1$ je správna odpoveď 1.

2. Tá (subjektívne najťažšia) o rozpadávajúcom sa grafe (20 bodov)

Máme zadaný jednoduchý súvislý graf s n vrcholmi a m hranami. Nájdite čo najmenšiu množinu vrcholov S takú, že po odstránení ľubovoľného vrcholu grafu bude naďalej z každého vrcholu existovať cesta do vrcholu z množiny S .

Plný počet bodov je možné získať za riešenie s lineárnou časovou zložitou.

Správne riešenia s polynomiálnou časovou zložitou získajú čiastkové body. Čiastkové body je tiež možné získať za vhodné pozorovania vedúce k riešeniu úlohy.



Obr. 1: Červenou sú vyznačené vrcholy tvoriace jednu možnú najmenšiu množinu S .

3. Tá o štruktúre (20 bodov)

Máme zakorenený strom s n vrcholmi. Každý vrchol má priradené celé číslo. Chodia nám tri typy operácií, ktoré musíme nad týmto stromom vykonávať (*italicom je označená alternatíva pre podúlohu a*):

- Ak je číslo vo vrchole (*na pozícii*) v ostro menšie ako x , treba ho zvýšiť o y .
 - Ak je priemerná hodnota vrchola v podstrome pod vrcholom v (*intervalu v_1 až v_2*) ostro menšia ako x , treba každému vrcholu v tomto podstrome (*každéj pozícii v tomto intervale*) zvýšiť jeho hodnotu o y .
 - Nech x je najmenšia hodnota vrchola v podstrome pod vrcholom v (*intervalu v_1 až v_2*). Nastavte hodnotu každého vrchola v tomto podstrome (*každéj pozície v tomto intervale*) na x .
- (a) (15 bodov) Zabudnime na chvíľu na to, že pracujeme so všeobecným stromom a predstavme si, že sme si to transformovali na intervalový strom. Máme teda postupnosť n čísel, vrcholy predstavujú jednotlivé pozície v tejto postupnosti a namiesto podstromov sa pýtame na súvislý interval týchto hodnôt. Znenie upravených operácií je dané v zátvorkách.
- Navrhňte intervalový strom, ktorý bude spracovávať všetky tri uvedené operácie. Okrem slovného popisu napíšte aj pseudokód týchto operácií.
- (b) (5 bodov) Vymyslite spôsob, akým transformovať pôvodný problém so všeobecným stromom na problém z podúlohy a).

4. Tá o ankete (2 body)

Čestne prehlasujete, že hneď po odovzdaní vášho riešenia (a prípadnom obede) si otvoríte anketu a vyplníte časť k predmetu TEA, optimálne aj so slovným komentárom. A ku koncu skúškového tú anketu aj odošlete (či tam vyplníte zvyšok je na vás).

Ďakujem pekne za spätnú väzbu :)