

Pokyny

Písomka sa skladá z troch (a bonusovej záverečnej) úloh, za každú viete získať 20 bodov.

Pri každej úlohe (ak nie je napísané inak) očakávam slovný popis jej riešenia. Tento popis by sa mal zamerať na hlavnú myšlienku riešenia, odôvodnenie správnosti a mal by obsahovať odhad časovej zložitosti.

Za riešenia je možné získavať aj čiastkové body a to buď za menej efektívne riešenia, alebo myšlienky smerujúce k správne riešeniu.

Ak používate algoritmus alebo postup priamo z prednášky, nemusíte ho bližšie popisovať, zamerajte sa na to, ako ho upravujete, poprípade aplikujete.

Čo (ne)používať: Počas písomky môžete voľne používať akékoľvek materiály uverejnené na stránke predmetu a takisto nahrané prednášky. Úplne v poriadku je využívať aj ďalšie materiály, ktoré ste využili pri učení (napr. stránku wikipédie o LCA).

V poriadku **nie je** využívať cudzie riešenia príkladov z písomky a takisto akákoľvek vzájomná komunikácia poprípade "vonkajšia" pomoc.

Férovosť a s rozumom, ďakujem.

Odovzdávanie: Riešenie každej úlohy spracujte do samostatného dokumentu. Preferujem pekne natexované pdf-ká, nestrácajte tým však zbytočne veľa času. Akceptujem (aj keď nebudem nadšený) aj rukou písané a odfotené riešenia. Výsledné súbory však nech sú jasne pomenované a buď .pdf alebo .jpg.

Písomku môžete ukončiť kedykoľvek, stačí mi poslať jeden .zip nazvaný vašim AIS menom obsahujúci všetky odovzdávané súbory na adresu `michal.anderle@fmph.uniba.sk`. Keď vám potvrdím, že som riešenie dostal, môžete z písomky odísť.

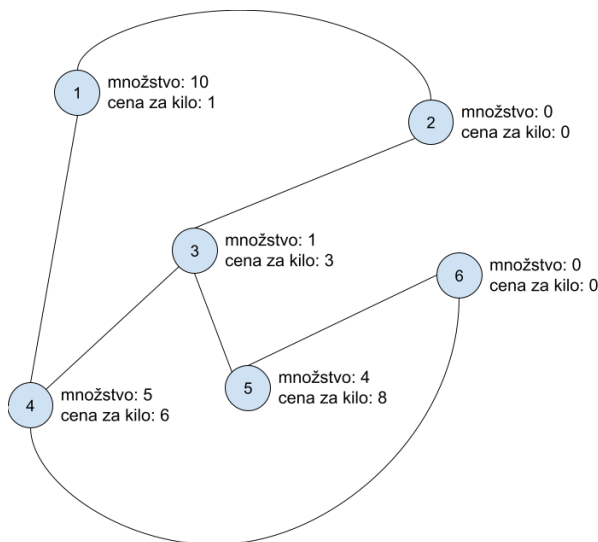
1. Tá o zásobovaní (20 bodov)

Majme neorientovaný graf s n vrcholmi. V niektorých vrcholoch sú zásobárne múky. O každom takomto vrchole viete, koľko kíl múky v ňom je a koľko stojí jedno kilo múky.

Vašou úlohou je odpovedať na q otázok nasledovného typu: Ako najrýchlejšie vieme do vrcholu v dopraviť a kíl múky, pričom nezaplatíme viac ako x peňazí?

Každá zásoba má vlastného kuriéra, ktorý nám objednanú múku donesie najkratšou možnou cestou pozdĺž hrán grafu, ktorého hrany majú jednotkovú dĺžku. Za prepravu sa neplatí, cena je vypočítaná iba na základe toho, koľko kíl múky zoberieme z ktorej zásobárne. Výsledný čas (teda ako najrýchlejšie) je preto iba vzdialenosť najvzdialenejšej zásobárne, z ktorej si kupujeme múku.

Otázky sa navzájom neovplyvňujú, všetky chcete riešiť vzhľadom na pôvodné množstvá a ceny múky.



Obr. 1: Ak by sme chceli z vrcholu 5 čo najrýchlejšie nakúpiť 3 kilá múky za najviac 22 peňazí, odpoveď by bola 1 – pre jedno kilo múky by sme išli do vrcholu 3 (vzdialenosť 1) a zvyšné dve kilá by sme nakúpili priamo vo vrchole 5 (vzdialenosť 0). Ak by však pri rovnakom zadaní bol náš rozpočet len 4 peniaze, odpoveď by bola 3, nemali by sme totiž inú možnosť ako všetku múku nakúpiť z vrchola 1 aby sme sa zmestili do rozpočtu. Ak by sme z vrcholu 6 chceli nakúpiť 10 kilo múky, pričom náš rozpočet by bol 1000 peňazí, odpoveď by bola dva. Vo vzdialenosti jedna (vrcholy 5 a 4) totiž nie je dostatok múky a prebytok peňazí nám v tom nepomôže.

2. Tá šťastná (20 bodov)

Jožko má rád cifry 2 a 7, pokladá ich totiž za dobré znamenie. Je preto rád, keď nájde číslo, ktoré sa skladá iba z týchto čísel, teda napríklad 2272 alebo 77, takéto číslo nazýva *šťastné*. Aj dobrého však veľa škodí, preto si dáva pozor, aby okolo neho neboli dve rovnaké šťastné čísla.

Jožko má postupnosť n kladných celých čísel menších ako 10^9 . Chcel by z nich vybrať podpostupnosť (nie nutne súvislú) práve k čísel tak, aby sa medzi vybranými číslami nenachádzali dve rovnaké šťastné čísla. Koľko možností má na výber?

Dve podpostupnosti pokladáme za rôzne ak sa líšia výberom pozícií, nie nutne samotných hodnôt (pozri príklad vstupu).

Program: Okrem slovného popisu vyžadujem v tejto úlohe aj pseudokód navrhnutého riešenia. Sústreďte sa najmä na hlavné časti algoritmu.

Až 12 bodov môžete získať za efektívne riešenie, ktoré predpokladá, že všetkých n čísel je šťastných.

vstup

n=7 k=2 2 4 27 4 27 72 1

výstup

20

Zo všetkých možných dvojíc, ktoré si môže vybrať nie je vhodná iba jediná – výber oboch čísel 27. Všimnite si, že nevyberáme podmnožiny čísel ale postupnosti. Preto musíme započítať napríklad dve možnosti podpostupností (4, 1) – raz totiž vyberieme 4 na pozícii dva, druhýkrát 4 na pozícii štyri.

3. Tá s cestami v strome (20 bodov)

Máte zadaný strom s n vrcholmi. Každá hrana tohto stromu má určenú dĺžku d_e – nezáporné celé číslo. Vašou úlohou je odpovedať na q otázok. Každá otázka pozostáva z dvojice vrcholov a_i a b_i . Pre každú dvojicu potrebujete zistiť dĺžku najkratšej hrany, ktorá leží na ceste medzi a_i a b_i .

Plných 20 bodov môžete získať za riešenie, ktoré zvládne efektívne riešiť vstupy, v ktorých je $n, q \leq 100\,000$.

Až 10 bodov môžete získať za riešenie, ktoré predpokladá, že $n, q \leq 100\,000$, ale v strome je najviac 50 vrcholov so stupňom väčším ako 2.

4. Tá o ankete (2 body)

Čestne prehlasujete, že hneď po odovzdaní vášho riešenia (a prípadnom obede) si otvoríte anketu a vyplníte časť k predmetu TEA, optimálne aj so slovným komentárom. A ku koncu skúškového tú anketu aj odošlete (či tam vyplníte zvyšok je na vás).

Ďakujem pekne za spätnú väzbu :)