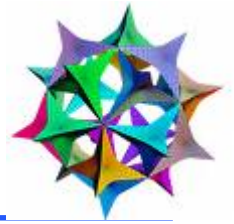




第三章:命题逻辑的推理理论

- 主要内容
 - 推理的形式结构
 - 自然推理系统 P
- 本章与其他各章的联系
 - 本章是第五章的特殊情况和先行准备



第一节：推理的形式结构



3.1 推理形式结构



- 何为推理？何为证明？

例子：

(1) 若 $A \subseteq B$ 且 $C \subseteq D$ ，则 $A \cup C \subseteq B \cup D$

(2) 若今天是星期一，则明天是星期二

(3) 若 $A \cup C \subseteq B \cup D$ ，则 $A \subseteq B$ 且 $C \subseteq D$

- **推理** (Inference) —— 从前提出发推出结论的思维过程
上例中，(1)，(2) 是正确的推理，而 (3) 是错误的推理
- **证明** (Proof) —— 描述推理正确或错误的过程



3.1 推理形式结构

□ 逻辑(语义)蕴涵(Logical Entailment): 给定 A_1, \dots, A_k 和 B

❖ 对任意赋值 v :

- 如果 $v(A_i) = T$, 则 $v(B) = T$
- 或者存在 A_j , 使得 $v(A_j) = F$

❖ 称由前提 A_1, \dots, A_k 推出结论 B 的推理是有效的

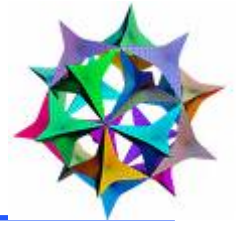
❖ B 为有效结论

❖ 符号: $\{A_1, \dots, A_k\} \models B$

□ 讨论

❖ 蕴涵跟蕴涵式的关系?

❖ 注意: 推理正确不能保证结论一定正确



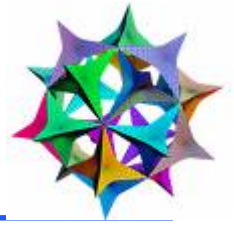
3.1 推理形式结构

□ 例子

$$\diamond \{p, p \rightarrow q\} \models q$$

$$\diamond \{p, q \rightarrow p\} \models q$$

p	q	$p \wedge (p \rightarrow q)$	q	$p \wedge (q \rightarrow p)$	q
F	F	F	F	F	F
F	T	F	T	F	T
T	F	F	F	T	F
T	T	T	T	T	T



3.1 推理形式结构

□定理: $\{A_1, \dots, A_k\} \models B$ 当且仅当

$A_1 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$ 为重言式

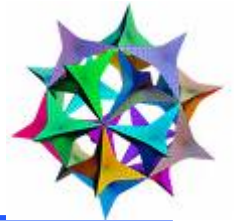
证明 必要性: 任意 v , 不会出现 $A_1 \wedge \dots \wedge A_k$ 为真且 B 为假的情况, 所以 $v(A_1 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B) = T$

充分性: 任意 v , $v(A_1 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B) = T$

则或者: $A_1 \wedge \dots \wedge A_k$ 和 B 同时为 T

或者: $A_1 \wedge \dots \wedge A_k$ 为假

所以 $\{A_1, \dots, A_k\} \models B$

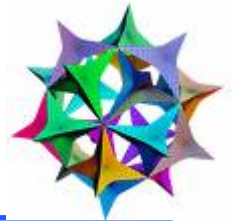


3.1 推理形式结构

- 蕴涵元符号: \Rightarrow
- $\mathbf{A}_1 \wedge \dots \wedge \mathbf{A}_k \Rightarrow \mathbf{B}$ 代表 $\{\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_k\} \models \mathbf{B}$
- 推理的形式结构
 - ❖ 前提: $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_k$
 - ❖ 结论: \mathbf{B}
 - ❖ 推理的形式结构: $\mathbf{A}_1 \wedge \dots \wedge \mathbf{A}_k \rightarrow \mathbf{B}$



回顾



□ 逻辑(语义)蕴涵(Logical Entailment): 给定 A_1, \dots, A_k 和 B

❖ 对任意赋值 v :

- 如果 $v(A_i) = T$, 则 $v(B) = T$
- 或者存在 A_j , 使得 $v(A_j) = F$

❖ 称由前提 A_1, \dots, A_k 推出结论 B 的推理是有效的

❖ B 为有效结论

❖ 符号: $\{A_1, \dots, A_k\} \models B$

□ 定理: $\{A_1, \dots, A_k\} \models B$ 当且仅当
 $A_1 \wedge \dots \wedge A_k \rightarrow B$ 为重言式



回顾



□ 推理的形式结构

❖ 前提: $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_k$

❖ 结论: \mathbf{B}

❖ 推理的形式结构: $\mathbf{A}_1 \wedge \dots \wedge \mathbf{A}_k \rightarrow \mathbf{B}$



3.1 推理形式结构

□ 判断推理是否正确方法

- ① 真值表法
- ② 等值演算法
- ③ 主析取范式法



推理实例



例 判断下面推理是否正确

- (1) 若今天是1号, 则明天是5号. 今天是1号. 所以, 明天是5号.
- (2) 若今天是1号, 则明天是5号. 明天是5号. 所以, 今天是1号.

解 设 p : 今天是1号, q : 明天是5号.

(1) 推理的形式结构: $(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$

用等值演算法

$$(p \rightarrow q) \wedge p \rightarrow q$$

$$\Leftrightarrow \neg((\neg p \vee q) \wedge p) \vee q$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee \neg q \vee q \Leftrightarrow 1$$

由定理3.1可知推理正确



推理实例



(2) 推理的形式结构: $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$

用主析取范式法

$$(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \vee q) \wedge q \rightarrow p$$

$$\Leftrightarrow \neg ((\neg p \vee q) \wedge q) \vee p$$

$$\Leftrightarrow \neg q \vee p$$

$$\Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_2 \vee m_3$$

结果不含 m_1 , 故01是成假赋值, 所以推理不正确



3.1 推理形式结构



- 推理定律
- 推理定律——重言蕴涵式
- 重要的推理定律：

$$A \Rightarrow (A \vee B)$$

附加律

$$(A \wedge B) \Rightarrow A$$

化简律

例1:

如果谁骄傲自满，那么他就要落后；小张骄傲自满，
所以，小张必定要落后

$$(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$$

假言推理

例2:

如果谁得了肺炎，他就一定要发烧；小李没发烧，
所以，小李没患肺炎

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$$

拒取式



3.1 推理形式结构



□ 例3:

如果降落的物体不受外力的影响，那么，它不会改变降落的方向；这个物体受到了外力的影响，

所以，它会改变降落的方向

□ 例4:

如果赵某是走私犯，那么，他应受法律制裁；
经查明，赵某确实受到了法律制裁，

所以，赵某是走私犯



3.1 推理形式结构



□例5:

我要么选择汤要么选择色拉；我不选择汤。

所以，我选择色拉

$$(A \vee B) \wedge \neg B \Rightarrow A$$

析取三段论

□例6:

如果我不能起床，则我不能上班。

如果我不能上班，则我不能得到报酬。

所以，如果我不能起床，则我不能得到报酬

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \Rightarrow (A \rightarrow C)$$

假言三段论

$$(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C) \Rightarrow (A \leftrightarrow C)$$

等价三段论



3.1 推理形式结构



□ 例7:

东方朔偷饮了汉武帝求得的据说饮了能够不死的酒，汉武帝要杀他，他说：“如果这酒真能使人不死，那么你就杀不死我；如果这酒不能使人不死(你能杀得死我)，那么它就没有什么用处（不必杀我）；这酒或者能使人不死，或者不能使人不死；所以你或者杀不死我，或者不必杀我。”

$$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C) \Rightarrow (B \vee D)$$

构造性二难

$$(A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B) \Rightarrow B$$

构造性二难

(特殊形式)



3.1 推理形式结构



□例8:

If it rains, we will stay inside.

If it is sunny, we will go for a walk.

Either we will not stay inside, or we will not go for a walk.

Therefore, either it will not rain, or it will not be sunny.

$$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D) \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$$

破坏性二难



3.1 推理形式结构



- 普罗泰戈拉收了一名学生叫欧提勒士。普氏与他签订了这样一份合同：前者向后
者传授辩论技巧，教他帮人打官司；后者入学时交一半学费，另一半学费则在他
毕业后帮人打官司赢了之后再交。时光荏苒，欧氏从普氏那里毕业了。但他总不
帮人打官司，普氏于是就总得不到那另一半学费。

普氏为了要那另一半学费，他去与欧氏打官司，并打着这样的如意算盘：

如果欧氏打赢了这场官司，按照合同的规定，他应该给我另一半学费。

如果欧氏打输了这场官司，按照法庭的裁决，他应该给我另一半学费。

欧氏或者打赢这场官司，或者打输这场官司。

总之，他应该付给我另一半学费。

但欧氏却对普氏说：

如果这场官司我打赢了，按照法庭的裁决，我不应该给您另一半学费。

如果这场官司我打输了，按照合同的规定，我不应该给您另一半学费。

我或者打赢这场官司，或者打输这场官司。

总之，我不应该付另一半学费

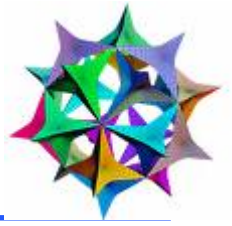
究竟谁的说法对呢？



3.1 推理形式结构

□ 推理定律

$A \Rightarrow (A \vee B)$	附加
$(A \wedge B) \Rightarrow A$	律简律
$(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$	假言推理
$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$	拒取式
$(A \vee B) \wedge \neg B \Rightarrow A$	析取三段论
$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \Rightarrow (A \rightarrow C)$	假言三段论
$(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C) \Rightarrow (A \leftrightarrow C)$	等价三段论
$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C) \Rightarrow (B \vee D)$	构造性二难
$(A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow B) \Rightarrow B$	构造性二难 (特殊)
$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D) \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$	破坏性二难



3.1 推理形式结构

$$\begin{aligned} &\text{证明: } (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \Rightarrow (A \rightarrow C) \\ &\quad ((A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C) \\ &\Leftrightarrow ((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)) \rightarrow (A \rightarrow C) \\ &\Leftrightarrow \neg ((\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C)) \vee (A \rightarrow C) \\ &\Leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg C)) \vee (A \rightarrow C) \\ &\Leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg C)) \vee (\neg A \vee C) \\ &\Leftrightarrow ((A \wedge \neg B) \vee \neg A) \vee ((B \wedge \neg C) \vee C) \\ &\Leftrightarrow (\neg B \vee \neg A) \vee (B \vee C) \\ &\Leftrightarrow 1 \end{aligned}$$



第二节：自然推理系统P



3.2 自然推理系统P



- **自然演绎推理**: 从一组已知为真的事实出发, 直接运用经典逻辑推理规则推出结论的过程
- 为什么要自然演绎(**Natural Deduction**)?
给出验证 $A_1 \wedge \dots \wedge A_k \Rightarrow B$
的推理过程
- 需要引入**证明**的概念
一个描述推理过程的命题公式序列, 其中的每个公式或者是已知前提, 或者是由前面的公式应用到推理规则得到的结论
- 自然演绎模拟人类的推理



3.2 自然推理系统 P



定义3.2 一个形式系统 I (Formal System) 由下面四个部分组成:

- (1) 非空的字母表, 记作 $A(I)$.
- (2) $A(I)$ 中符号构造的合式公式集, 记作 $E(I)$.
- (3) $E(I)$ 中一些特殊的公式组成的公理集, 记作 $A_X(I)$.
- (4) 推理规则集, 记作 $R(I)$.

记 $I = \langle A(I), E(I), A_X(I), R(I) \rangle$, 其中 $\langle A(I), E(I) \rangle$ 是 I 的**形式语言系统**, $\langle A_X(I), R(I) \rangle$ 是 I 的**形式演算系统**.

自然推理系统: 无公理, 即 $A_X(I) = \emptyset$

公理推理系统 推出的结论是系统中的重言式, 称作**定理**



自然推理系统 P



定义3.3 自然推理系统 P (Natural Deduction System) 定义如下:

1. 字母表

- (1) 命题变项符号: $p, q, r, \dots, p_i, q_i, r_i, \dots$
- (2) 联结词符号: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- (3) 括号与逗号: $(,), ,$

2. 合式公式 (同定义1.6)

3. 推理规则

- (1) 前提引入规则
- (2) 结论引入规则
- (3) 置换规则



3.2 自然推理系统P



□ 假言推理规则

$$(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$$

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{\text{结论: } B}$$

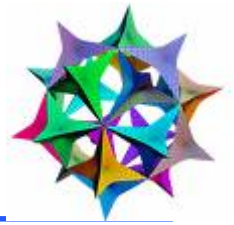
All men are mortal

~~Socrates is a man~~

Therefore Socrates is mortal



3.2 自然推理系统P



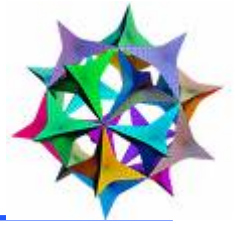
□ 附加规则

$$A \Rightarrow (A \vee B)$$

$$\frac{A}{\text{结论: } A \vee B}$$



3.2 自然推理系统P



□ 化简规则

$$(A \wedge B) \Rightarrow A$$

$$\frac{A \wedge B}{\text{结论: } A}$$

□ 合取引入规则

$$\frac{A \quad B}{\text{结论: } A \wedge B}$$



3.2 自然推理系统P



□证明: $p, q, p \wedge q \rightarrow r \models r$



3.2 自然推理系统P



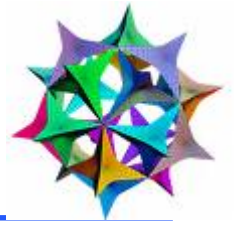
□ 证明: $p, q, p \wedge q \rightarrow r \models r$

$$\frac{\frac{p}{q}}{p \wedge q} \quad p \wedge q \rightarrow r}{r}$$

推理过程可以写成证明树



3.2 自然推理系统P



□ 拒取式规则

$$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \Rightarrow \neg A$$

$$A \rightarrow B$$

$$\neg B$$

结论: $\neg A$

□ 假言三段式规则 $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \Rightarrow (A \rightarrow C)$

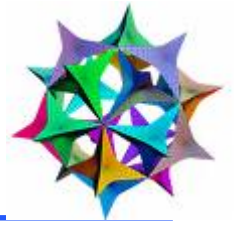
$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

结论: $A \rightarrow C$



3.2 自然推理系统P



□ 析取三段式规则

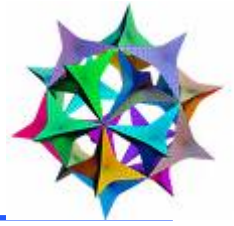
$$\frac{\begin{array}{l} (A \vee B) \wedge \neg B \Rightarrow A \\ A \vee B \\ \neg B \end{array}}{\text{结论: } A}$$

□ 构造二难推理规则 $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (A \vee C) \Rightarrow (B \vee D)$

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ C \rightarrow D \\ A \vee C \end{array}}{\text{结论: } B \vee D}$$



3.2 自然推理系统P



□ 破坏性二难推理规则

$$(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \wedge (\neg B \vee \neg D) \Rightarrow (\neg A \vee \neg C)$$

$$A \rightarrow B$$

$$C \rightarrow D$$

$$\neg B \vee \neg D$$

$$\text{结论: } \neg A \vee \neg C$$



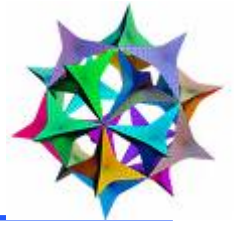
3.2 自然推理系统P



- 形式推演(语法蕴涵)(Formal Deduction): 给定 A_1, \dots, A_k 和 B
- ❖ 符号: $\{A_1, \dots, A_k\} \vdash B$
 - ❖ 存在公式序列 C_1, C_2, \dots, C_n , 对每个 $i (i=1, \dots, n)$,
 - C_i 是某个 A_j 或者
 - C_i 是由序列中前面的公式应用推理规则得到
 - $C_n = B$
 - ❖ 称 C_1, \dots, C_n 是由 A_1, \dots, A_k 推 B 的证明



3.2 自然推理系统P



□ 例：考虑下述论证

- ❖ 如果这里有球赛，则通行是困难的
- ❖ 如果他们按时到达，则通行是不困难的
- ❖ 他们按时到达了

问：得到什么结论？



3.2 自然推理系统P



□ 例：考虑下述论证

- ❖ 如果这里有球赛，则通行是困难的
- ❖ 如果他们按时到达，则通行是不困难的
- ❖ 他们按时到达了

问：得到什么结论？

设 p :这里有球赛 q :通行是困难的 r :他们按时到达

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ r \rightarrow \neg q \\ \hline r \\ \therefore \neg p \end{array}$$



3.2 自然推理系统P



□ 证明

❖ 前提: $p \rightarrow q, r \rightarrow \neg q, r$

❖ 结论: $\neg p$

解:

- | | |
|--------------------------|------|
| ① r | 前提引入 |
| ② $r \rightarrow \neg q$ | 前提引入 |
| ③ $\neg q$ | 假言推理 |
| ④ $p \rightarrow q$ | 前提引入 |
| ⑤ $\neg p$ | 拒取式 |



3.2 自然推理系统P



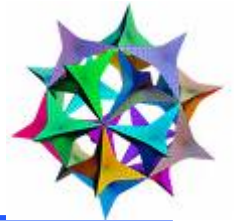
□ 证明 $c \vee d, c \rightarrow r, d \rightarrow s \vdash r \vee s$

解:

- | | | |
|---|-----------------------------|-------|
| ① | $c \vee d$ | 前提引入 |
| ② | $\neg c \rightarrow d$ | 置换规则 |
| ③ | $d \rightarrow s$ | 前提引入 |
| ④ | $\neg c \rightarrow s$ | 假言三段论 |
| ⑤ | $c \rightarrow r$ | 前提引入 |
| ⑥ | $\neg r \rightarrow \neg c$ | 置换规则 |
| ⑦ | $\neg r \rightarrow s$ | 假言三段论 |
| ⑧ | $r \vee s$ | 置换规则 |



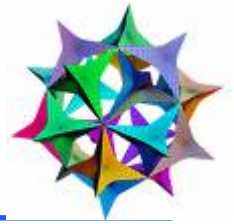
3.2 自然推理系统P



- 构造证明的方法
 - ❖ 附加前提证明法
 - ❖ 归谬法



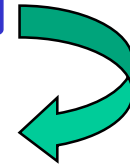
3.2 自然推理系统P



□ 附加前提证明法

❖ 对形如 $(A_1 \wedge \dots \wedge A_k) \rightarrow (A \rightarrow B)$ 的证明

转化为: $A_1, \dots, A_k, A \vdash B$





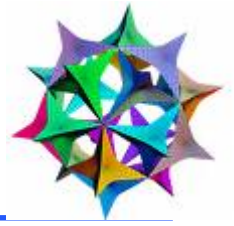
3.2 自然推理系统P



□ 证明 $((p \rightarrow (q \rightarrow s)) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q) \rightarrow (r \rightarrow s)$



3.2 自然推理系统P



□ 证明 $((p \rightarrow (q \rightarrow s)) \wedge (\neg r \vee p) \wedge q) \rightarrow (r \rightarrow s)$

解:

- | | | |
|---|-----------------------------------|------|
| ① | r | 前提引入 |
| ② | $\neg r \vee p$ | 前提引入 |
| ③ | $r \rightarrow p$ | 置换规则 |
| ④ | p | 假言推理 |
| ⑤ | $p \rightarrow (q \rightarrow s)$ | 前提引入 |
| ⑥ | $q \rightarrow s$ | 假言推理 |
| ⑦ | q | 前提引入 |
| ⑧ | s | 假言推理 |



3.2 自然推理系统P



□ 归谬法

❖ 对形如 $(A_1 \wedge \dots \wedge A_k) \rightarrow B$ 的证明

转化为: $A_1 \wedge \dots \wedge A_k \wedge \neg B$ 为矛盾式





3.2 自然推理系统P

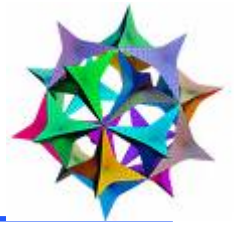


□ 证明

$$((r \rightarrow \neg q) \wedge (r \vee s) \wedge (s \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$$



3.2 自然推理系统P



□ 证明

$$((r \rightarrow \neg q) \wedge (r \vee s) \wedge (s \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$$

解:

- ① p
- ② $p \rightarrow q$
- ③ q
- ④ $s \rightarrow \neg q$
- ⑤ $q \rightarrow \neg s$
- ⑥ $\neg s$
- ⑦ $r \vee s$
- ⑧ r
- ⑨ $r \rightarrow \neg q$
- ⑩ $\neg q$



第三章 习题课



主要内容

- 推理的形式结构
- 判断推理是否正确的方法
 - 真值表法
 - 等值演算法
 - 主析取范式法
- 推理定律
- 自然推理系统 P
- 构造推理证明的方法
 - 直接证明法
 - 附加前提证明法
 - 归谬法(反证法)



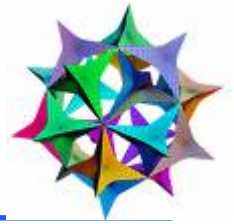
基本要求



- 理解并记住推理形式结构的两种形式：
 1. $(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_k) \rightarrow B$
 2. 前提: A_1, A_2, \dots, A_k
结论: B
- 熟练掌握判断推理是否正确的不同方法（如真值表法、等值演算法、主析取范式法等）
- 牢记 P 系统中各条推理规则
- 熟练掌握构造证明的直接证明法、附加前提证明法和归谬法
- 会解决实际中的简单推理问题



练习1：判断推理是否正确



1. 判断下面推理是否正确：

(1) 前提： $\neg p \rightarrow q, \neg q$

结论： $\neg p$

解 推理的形式结构： $(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$

方法一：等值演算法

$$\begin{aligned} & (\neg p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p \\ \Leftrightarrow & \neg((p \vee q) \wedge \neg q) \vee \neg p \\ \Leftrightarrow & (\neg p \wedge \neg q) \vee q \vee \neg p \\ \Leftrightarrow & ((\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee q)) \vee \neg p \\ \Leftrightarrow & \neg p \vee q \end{aligned}$$

易知10是成假赋值，不是重言式，所以推理不正确.



练习1解答



方法二：主析取范式法，

$$(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$$

$$\Leftrightarrow \neg((p \vee q) \wedge \neg q) \vee \neg p$$

$$\Leftrightarrow \neg p \vee q$$

$$\Leftrightarrow M_2$$

$$\Leftrightarrow m_0 \vee m_1 \vee m_3$$

未含 m_2 , 不是重言式, 推理不正确.



练习1解答



方法三 真值表法

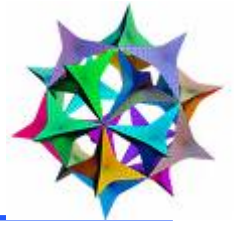
p	q	$\neg p \rightarrow q$	$(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg$	$(\neg p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$
0	0	0	q	1
0	1	1	0	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	1
0				

不是重言式, 推理不正确

方法四 直接观察出10是成假赋值



练习1：判断推理是否正确



(2) 前提： $q \rightarrow r, p \rightarrow \neg r$

结论： $q \rightarrow \neg p$



练习1解答



(2) 前提: $q \rightarrow r, p \rightarrow \neg r$

结论: $q \rightarrow \neg p$

解 推理的形式结构: $(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow \neg r) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$

用等值演算法

$$(q \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow \neg r) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$$

$$\Leftrightarrow ((\neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r)) \rightarrow (\neg q \vee \neg p)$$

$$\Leftrightarrow \neg((q \wedge \neg r) \vee (p \wedge r)) \rightarrow (\neg q \vee \neg p)$$

$$\Leftrightarrow \neg((q \vee p) \wedge (q \vee r) \wedge (\neg r \vee p)) \rightarrow (\neg q \vee \neg p)$$

$$\Leftrightarrow ((q \vee p) \wedge (q \vee r) \wedge (\neg r \vee p)) \vee (\neg q \vee \neg p)$$

$$\Leftrightarrow 1$$

推理正确



练习2：构造证明



(1) 前提: $p \rightarrow q$

结论: $p \rightarrow (p \wedge q)$

(2) 前提: $p \rightarrow (q \rightarrow r), s \rightarrow p, q$

结论: $s \rightarrow r$

(3) 前提: $p \rightarrow \neg q, \neg r \vee q, r \wedge \neg s$

结论: $\neg p$



练习3：实际问题



3. 在系统 P 中构造下面推理的证明：

如果今天是周六，我们就到颐和园或圆明园玩. 如果颐和园游人太多，就不去颐和园. 今天是周六，并且颐和园游人太多. 所以，我们去圆明园或动物园玩.

证明：

(1) 设 p ：今天是周六， q ：到颐和园玩，
 r ：到圆明园玩， s ：颐和园游人太多
 t ：到动物园玩

(2) 前提： $p \rightarrow (q \vee r)$, $s \rightarrow \neg q$, p , s
 结论： $r \vee t$



练习3解答



(3) 证明:

- | | |
|------------------------------|---------|
| ① $p \rightarrow (q \vee r)$ | 前提引入 |
| ② p | 前提引入 |
| ③ $q \vee r$ | ①②假言推理 |
| ④ $s \rightarrow \neg q$ | 前提引入 |
| ⑤ s | 前提引入 |
| ⑥ $\neg q$ | ④⑤假言推理 |
| ⑦ r | ③⑥析取三段论 |
| ⑧ $r \vee t$ | ⑦附加 |



作业



- ☐ 14
- ☐ 15
- ☐ 16
- ☐ 17
- ☐ 18 (2)