高等数学实验报告

实验人员：
院（系）：软件学院
学号：71117417
姓名：卢立强

实验一

一、 实验题目：空间曲线与曲面的绘制

利用参数方程作图，作出由下列曲面所围成的立体：

（1） $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$、$x^2+y^2=x$ 及 xOy 面

（2） $z=xy$、$x+y-1=0$ 及 $z=0$

二、实验目的和意义

利用数学软件 Mathematica 绘制三维图形来观察空间曲线和空间曲面图形的特点，以加强几何的直观性。

三、计算公式

（1）解得相应曲面部分的参数方程为

$$\begin{cases} x=r*\cos t \\ y=r*\sin t \\ z=\sqrt{1-r^2} \end{cases},\quad r=\cos t,\quad z=0$$

（2）解得相应曲面部分的参数方程为

$$\begin{cases} x=r*\cos t \\ y=r*\sin t \\ z=r^2*\cos t*\sin t \end{cases},\quad r*\cos t+r*\sin t-1=0,\quad z=0$$

四、程序设计

(1)

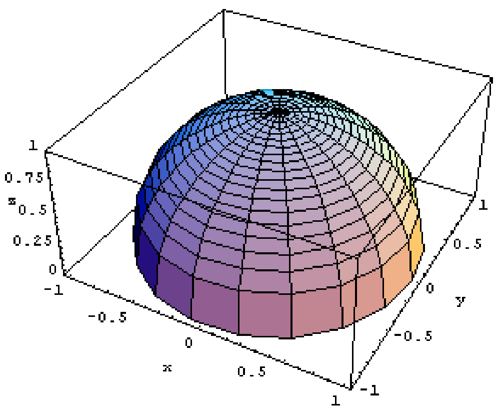
```
s1 = ParametricPlot3D[{r * Cos[t], r * Sin[t], √(1 - r^2)},
    {r, 0, 1}, {t, 0, 2 * Pi}, PlotRange → {0, 1},
    AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
s2 = ParametricPlot3D[{Cos[t] * Cos[t], Cos[t] * Sin[t], z},
    {t, 0, 2 * Pi}, {z, 0, 1}, PlotRange → {0, 1},
    AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
s3 = ParametricPlot3D[{x, y, 0}, {x, 0, 1}, {y, 0, 1},
    PlotRange → {0, 1}, AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
Show[s1, s2, s3]
```

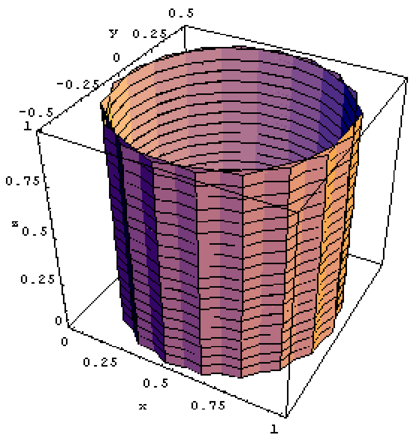
(2)

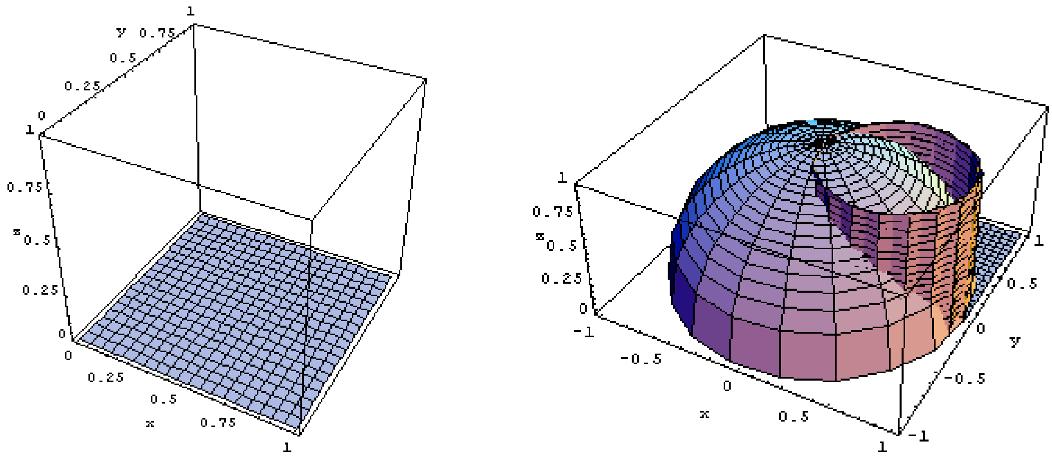
```
s1 = ParametricPlot3D[
    {r * Cos[t], r * Sin[t], r^2 * Cos[t] * Sin[t]},
    {r, 0, 1}, {t, 0, 2 * Pi}, PlotRange → {0, 1/2},
    AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
s2 = ParametricPlot3D[
    {1/(Sin[t] + Cos[t]) * Cos[t], 1/(Sin[t] + Cos[t]) * Sin[t], z},
    {t, 0, 2 * Pi}, {z, 0, 1}, PlotRange → {0, 1/2},
    AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
s3 = ParametricPlot3D[{x, y, 0}, {x, 0, 1}, {y, 0, 1},
    PlotRange → {0, 1/2}, AxesLabel → {"x", "y", "z"}];
Show[s1, s2, s3]
```

五、程序运行结果

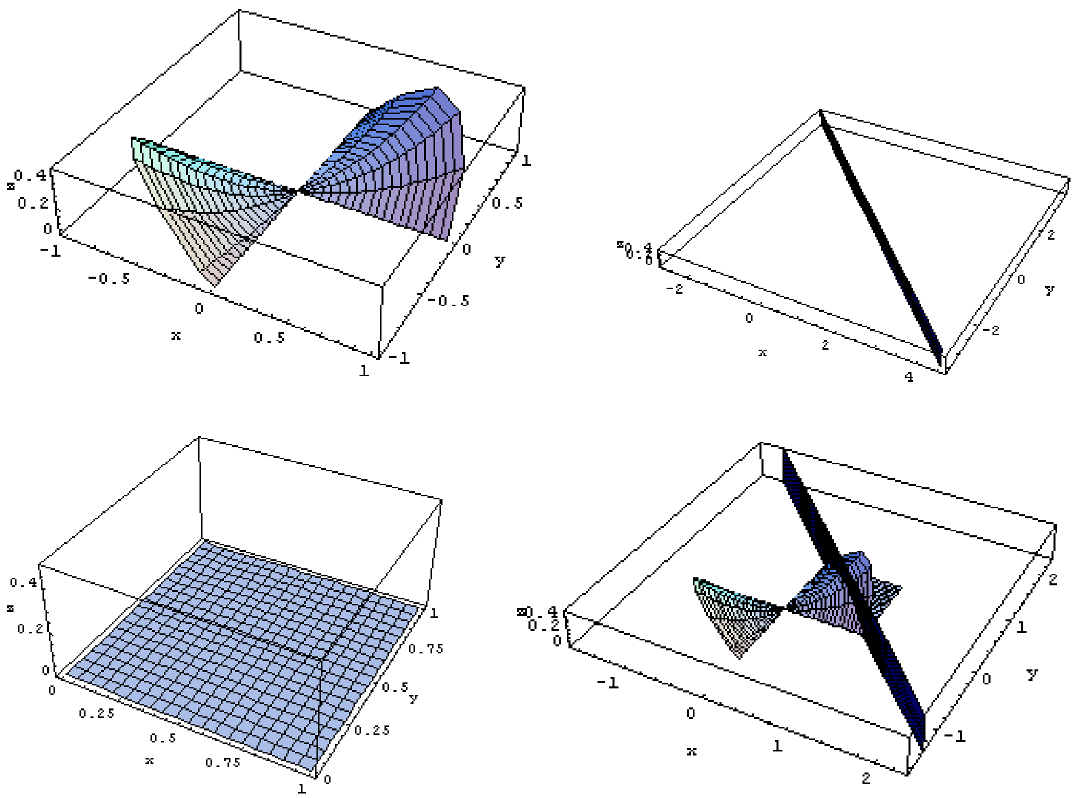
(1)







(2)



六、结果的讨论和分析

在实验过程中，通过对参数方程的求解，绘制出各个曲面的图形以及叠加曲面的图形，在（1）中使用参数方程，简化了运算，使绘制的图形更确切，而在（2）中使用参数方程效果不太理想，对于参数的取值范围掌握不准，绘制显得模糊，考虑到原方程很简单，或许直接绘制会得到更好的效果。

实验二

一、 实验题目：无穷级数与函数逼近

观察函数 $f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi\le x<0\\ 1, & 0\le x<\pi\end{cases}$ 展成的傅里叶级数的部分和逼近 $f(x)$ 的情况。

二、实验目的和意义

用 Mathematica 显示级数部分和的变化趋势；学会如何利用幂级数的部分和对函数的逼近以及进行函数值的近似计算；展示傅里叶级数对周期函数的逼近情况。

三、计算公式

根据傅里叶系数公式可得：

$$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx=1+\frac{\pi}{2}$$

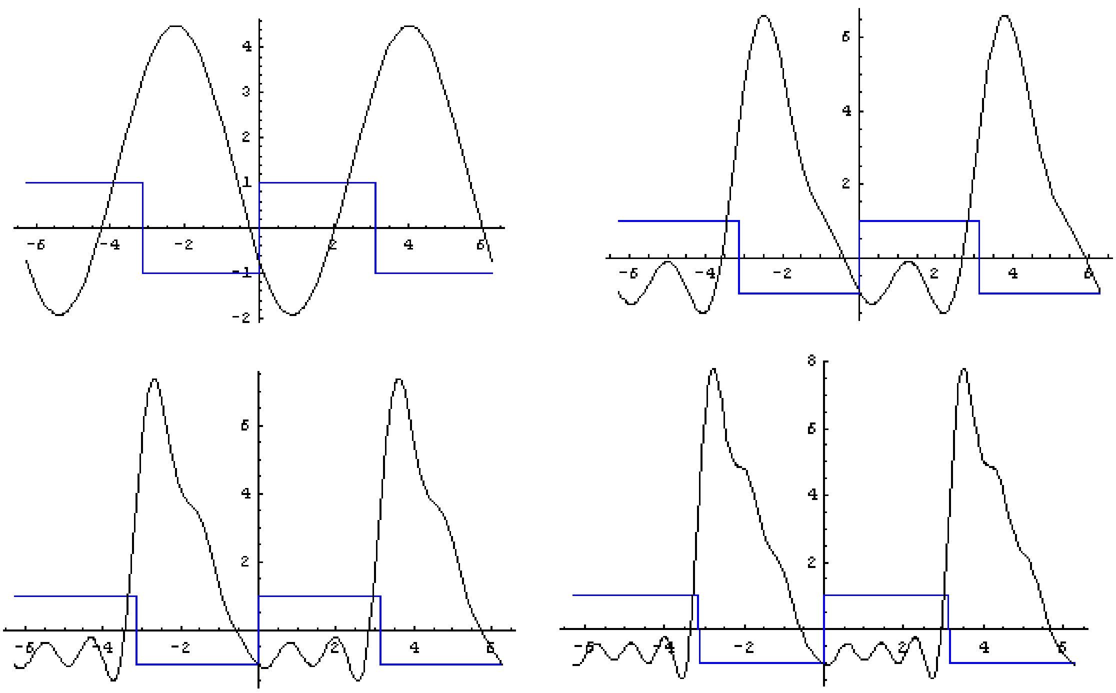
$$a_n=\frac{1}{\pi}[\int_{-\pi}^{0}(-x\cos nx)dx+\int_{0}^{\pi}\cos nxdx]$$,

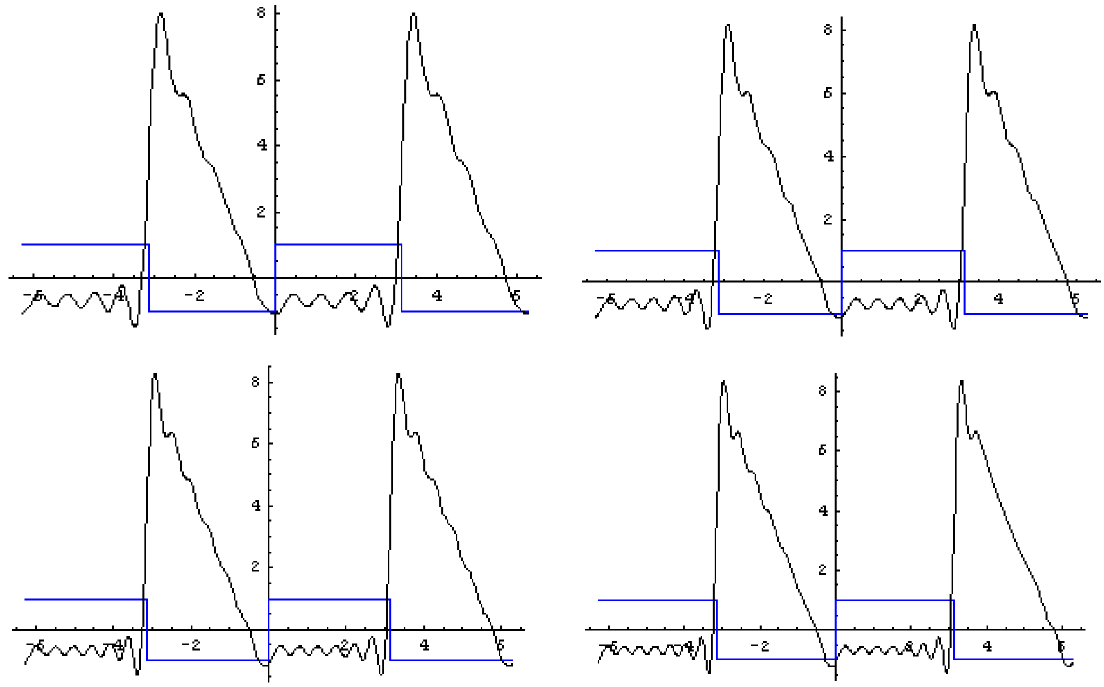
$$b_n=\frac{1}{\pi}[\int_{-\pi}^{0}(-x\sin nx)dx+\int_{0}^{\pi}\sin nxdx]$$

四、程序设计

```
f[x_] := Which[-2 Pi ≤ x < -Pi, 1, -Pi ≤ x < 0, -1, 0 ≤ x < Pi,
  1, Pi ≤ x < 2 Pi, -1];
a[n_] := Integrate[-x * Cos[n x], {x, -Pi, 0}] +
   Integrate[Cos[n x], {x, 0, Pi}] / Pi;
b[n_] := Integrate[-x * Sin[n x], {x, -Pi, 0}] +
   Integrate[Sin[n x], {x, 0, Pi}] / Pi;
s[x_, n_] :=
  (1 + Pi/2)/2 + Sum[a[k] * Cos[k x] + b[k] * Sin[k x], {k, 1, n}];
g1 = Plot[f[x], {x, -2 Pi, 2 Pi},
   PlotStyle → RGBColor[0, 0, 1],
   DisplayFunction → Identity];
m = 16;
For[i = 1, i ≤ m, i += 2,
 g2 = Plot[Evaluate[s[x, i]], {x, -2 Pi, 2 Pi},
   DisplayFunction → Identity];
 Show[g1, g2, DisplayFunction → $DisplayFunction]]
```

五、程序运行结果





六、结果的讨论和分析

题中函数显然在任一周期内，f(x)除了有限个第一类间断点外都连续，并且只有有限个极值点，所以函数可以展开成 Fourier 级数。

再次观察函数逼近的图像，可以发现当 N 的值小的时候，逼近曲线接近于三角函数曲线，与原来的分段函数相去甚远。但是随着 N 的值的增大，曲线不断向着 f(x)逼近,从最后一个图像可以看出 Fourier 级数的曲线已经几乎与原函数完全重合。这也再一次验证了题中周期函数可以展开为 Fourier 级数。

从图表可以看出，n 越大逼近函数的效果越好，还可以注意到傅里叶级数的逼近是整体性的。

由于篇幅的限制，只打出了取 8 个值的图表，如果打出更多，可以更加形象的看出函数的逼近效果。