

# Системы линейных алгебраических уравнений и матрицы

конспект от TheLostDesu

8 сентября 2021 г.

## 1 Определение

Матрицей размера  $m \times n$  называется упорядоченная прямоугольная таблица содержащая  $m$  строк и  $n$  столбцов.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$a_{ij}$  - элемент матрицы

$i$  - номер строки

$j$  - номер столбца

$m$  и  $n$  называют размерами матрицы  $[A]_{ij} = a_{ij}$

## 2 Частные случаи матриц

Квадратная матрица  $(m = n)$

$m$ -мерный столбец  $n = 1$

$n$ -мерная строка  $m = 1$

Нулевая матрица все  $a_{ij} = 0$

Едичная матрица квадратная матрица,  $\forall i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \ a_{ij} = \delta_j^i$ <sup>1</sup>

В единичной матрице на диагонали стоят единицы, на остальных местах - нули.

---

<sup>1</sup>Символ кронекера -  $\delta_j^i$ . Равен 1, когда  $i = j$ , иначе равен 0

### 3 Операции с матрицами

Две матрицы  $A$  и  $B$  называются равными, если они одинакового размера и соответствующие элементы матриц равны.

$$\forall i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \quad a_{ij} = b_{ij}$$

Матрица  $C$  называется суммой матриц  $A$  и  $B$ , если матрицы  $A$ ,  $B$  и  $C$  одинаковых размеров, и  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \forall i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ .  $C = A + B$ . Сложение матриц - коммутативно, так как сложение элементов коммутативно. Сложение матриц ассоциативно, так как сложение элементов ассоциативно. Сложение матрицы с нулевой матрицей = самой матрице.

Матрица  $C$  называется произведением числа  $\lambda$  на матрицу  $A$ , если матрицы  $C$  и  $A$  одинаковых размеров, и  $c_{ij} = \lambda \cdot a_{ij}$ .  $C = \lambda \cdot A$ .

Транспонированием матрицы называется операция, переводящая все строки в столбцы с сохранением порядка следования.  $A^t$ . Матрица типа  $m \times n$  переходит в матрицу  $n \times m$ . Матрица называется симметрической, если  $A = A^t$ .

Произведением матриц  $A_{n \times p}$  и  $B_{p \times k}$  называется матрица  $C$  размера  $n \times k$ , где  $\forall i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n} \quad C_{ij} = \sum_{q=1}^p a_{iq} \cdot b_{qj}$