## Домашнее задание по разделу «Алгоритмы на графах» дисциплины «Технологии и методы программирования» (3 семестр)

Реализовать в виде программы абстрактный тип данных «Граф» согласно варианту (*Номер варианта* – две последние цифры шифра студента, номера зачетной книжки) с учетом заданного представления графа. Операторы (операции) АТД «Граф» функционально должны выполнять следующие операции (названия операций – *примерные*) (1 балл из 5):

- 1. FIRST(v) возвращает **индекс** первой вершины, смежной с вершиной v. Если вершина v не имеет смежных вершин, то возвращается "нулевая" вершина  $\Lambda$ .
- 2. NEXT(v, i)- возвращает **индекс** вершины, смежной с вершиной v, следующий за индексом i. Если i— это индекс последней вершины, смежной с вершиной v, то возвращается  $\Lambda$ .
- 3. VERTEX(v, i) возвращает *вершину* с индексом i из множества вершин, смежных с v.
- 4. ADD V(<имя>,<метка, mark>) добавить УЗЕЛ
- 5. ADD E(v, w, c) добавить ДУГУ (здесь с вес, цена дуги (v,w))
- 6. DEL V(<имя>) удалить УЗЕЛ
- 7. DEL E(v, w) удалить ДУГУ
- 8. EDIT\_V(<имя>, <новое значение метки или маркировки>) изменить метку (маркировку) У3ЛА

EDIT E(v, w, <новый вес дуги>) - изменить вес ДУГИ

Реализовать задание (заданный алгоритм) *(1 балл из 5)* с использованием методов АТД «Граф» *(1 балл из 5)* 

Оформление отчета не менее чем с двумя контрольными примерами, для каждого примера приводится рисунок (допускается скан рисунка «от руки» или изображение построенное с помощью графического или специализированного редактора) графа (1 балл из 5).

Защита работы (1 балл из 5)

Электронный вариант отчета выкладывается в личном кабинете в системе дистанционного образования в соответствующем разделе.

| №<br>вариа | Алгоритм   | Способ<br>представления                  | Фамилия |
|------------|--|--|---------|
| нта        |  | графа                                    |         |
| 1.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе,  | Матрица                                  |         |
|            | заданной длины х (вводится с клавиатуры)   | смежности                                |         |
| 2.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе,  | Матрица                                  |         |
|            | заданной длины х (вводится с клавиатуры)   | инцидентности                            |         |
| 3.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе,  | Список                                   |         |
|            | заданной длины х (вводится с клавиатуры)   | смежности                                |         |
| 4.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе,  | Список дуг                               |         |
|            | заданной длины х (вводится с клавиатуры)   |  |         |
| 5.         | Дана матрица весов дуг. Определить ВСЕ (т.е. не обязательно самые  | Матрица                                  |         |
|            | короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной длины х (вводится с  | смежности                                |         |
|            | клавиатуры).   |  |         |
| 6.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести ВСЕ (т.е. не  | Матрица                                  |         |
|            | обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной  | инцидентности                            |         |
|            | длины х (вводится с клавиатуры).   |  |         |
| 7.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести ВСЕ (т.е. не  | Список                                   |         |
|            | обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной  | смежности                                |         |
| 0          | длины х (вводится с клавиатуры).   |  |         |
| 8.         | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести ВСЕ (т.е. не  | Список дуг                               |         |
|            | обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной  |  |         |
| 0          | длины х (вводится с клавиатуры).   | M  |         |
| 9.         | Транзитивная редукция ориентированного графа $G = (V, E)$ определяется как произвольный граф $G' - (V, E')$ , имеющий то же  | Матрица                                  |         |
|            | определяется как произвольный граф G — ( ∨ , Е ), имеющий то же множество вершин, но с минимально возможным числом дуг (Е' ⊄ | смежности                                |         |
|            | Е), транзитивное замыкание которого совпадает с транзитивным   |  |         |
|            | замыканием графа G, (причем если граф G ацикличен, то его  |  |         |
|            | транзитивная редукция единственна). Реализуйте программу   |  |         |
|            | транзитивной редукции графа.   |  |         |
| 10.        | Транзитивная редукция ориентированного графа G = (V, E)  | Матрица                                  |         |
| 10.        | определяется как произвольный граф G' — (V, E'), имеющий то же   | инцидентности                            |         |
|            | множество вершин, но с минимально возможным числом дуг (Е' ⊄   | iiiiqiiqeiiiiioeiii                      |         |
|            | Е), транзитивное замыкание которого совпадает с транзитивным   |  |         |
|            | замыканием графа G, (причем если граф G ацикличен, то его  |  |         |
|            | транзитивная редукция единственна). Реализуйте программу   |  |         |
|            | транзитивной редукции графа.   |  |         |
| 11.        | Орграф G' = (V, E') называется минимальным эквивалентным   | Список                                   |         |
|            | орграфом для орграфа $G = (V, E)$ , если $E'$ — наименьшее   | смежности                                |         |
|            | подмножество множества $E\left(E'\subseteq E\right)$ такое что транзитивные  |  |         |
|            | замыкания обоих орграфов G и G' совпадают (причем если граф G  |  |         |
|            | ацикличен, то для него существует только один минимальный  |  |         |
|            | эквивалентный орграф). Написать программу нахождения   |  |         |
| 10         | минимального эквивалентного орграфа.   | C  |         |
| 12.        | Орграф $G' = (V, E')$ называется минимальным эквивалентным   | Список дуг                               |         |
|            | орграфом для орграфа $G = (V, E)$ , если $E'$ — наименьшее   |  |         |
|            | подмножество множества E (E' ⊆ E) такое что транзитивные замыкания обоих орграфов G и G' совпадают (причем если граф G       |  |         |
|            | ацикличен, то для него существует только один минимальный  |  |         |
|            | эквивалентный орграф). Написать программу нахождения   |  |         |
|            | минимального эквивалентного орграфа.   |  |         |
| 13.        | Мостом графа G называется каждое ребро, удаление которого  | Матрица                                  |         |
| 15.        | приводит к увеличению числа связных компонент графа.   | смежности                                |         |
|            | Представить алгоритм нахождения всех мостов графа  | J. J |         |
|            |  | •  |         |

| Nº  | Алгоритм   | Способ<br>представления<br>графа | Фамилия |
|-----|--|----------------------------------|---------|
| 14. | Мостом графа G называется каждое ребро, удаление которого приводит к увеличению числа связных компонент графа. Представить алгоритм нахождения всех мостов графа   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 15. | Определить наличие всех циклов методом обхода в глубину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.   | Список смежности                 |         |
| 16. | Определить наличие всех циклов методом обхода в глубину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.   | Список дуг                       |         |
| 17. | Определить число сильно связных компонент в орграфе  | Матрица<br>смежности             |         |
| 18. | Определить число сильно связных компонент в орграфе  | Матрица инцидентности            |         |
| 19. | Определить число сильно связных компонент в орграфе  | Список<br>смежности              |         |
| 20. | Определить число сильно связных компонент в орграфе  | Список дуг                       |         |
| 21. | Определить диаметр не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. Вывести все пары узлов, образующие указанное значение и соответствующие диаметральные цепи.  | Матрица<br>смежности             |         |
| 22. | Определить диаметр не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. Вывести все пары узлов, образующие указанное значение и соответствующие диаметральные цепи.  | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 23. | Определить диаметр не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. Вывести все пары узлов, образующие указанное значение и соответствующие диаметральные цепи   | Список смежности                 |         |
| 24. | Определить диаметр не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. Вывести все пары узлов, образующие указанное значение и соответствующие диаметральные цепи   | Список дуг                       |         |
| 25. | Определить радиус не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. Вывести значение, а также соответствующие ему цепи.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 26. | Определить радиус не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. Вывести значение, а также соответствующие ему цепи.   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 27. | Определить внешний радиус не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. (Внешним радиусом графа будем называть наибольшее среди кратчайших расстояний от центра до какого-либо узла.) Вывести значение, а также соответствующие ему цепи. | Список смежности                 |         |
| 28. | Определить внешний радиус не взвешенного неориентированного графа методом обхода в ширину. (Внешним радиусом графа будем называть наибольшее среди кратчайших расстояний от центра до какого-либо узла.) Вывести значение, а также соответствующие ему цепи. | Список дуг                       |         |

| №   | Алгоритм  | Способ<br>представления<br>графа | Фамилия |
|-----|---|----------------------------------|---------|
| 29. | Определить внешний радиус невзвешенного ориентированного графа методом обхода в ширину. (Внешним радиусом графа будем называть наибольшее среди кратчайших расстояние от центра до какого-либо узла.)   | Матрица<br>смежности             |         |
| 30. | Определить внешний радиус невзвешенного ориентированного графа методом обхода в ширину. (Внешним радиусом графа будем называть наибольшее среди кратчайших расстояние от центра до какого-либо узла.) Вывести значение, а также соответствующие ему цепи. | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 31. | Определить внешний радиус невзвешенного ориентированного графа методом обхода в ширину. (Внешним радиусом графа будем называть наибольшее среди кратчайших расстояние от центра до какого-либо узла.)   | Список смежности                 |         |
| 32. | Определить внешний радиус невзвешенного ориентированного графа методом обхода в ширину. (Внешним радиусом графа будем называть наибольшее среди кратчайших расстояние от центра до какого-либо узла.)   | Список дуг                       |         |
| 33. | Определить наличие всех циклов методом обхода в глубину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.  | Матрица<br>смежности             |         |
| 34. | Определить наличие всех циклов методом обхода в глубину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.  | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 35. | Определить наличие всех циклов методом обхода в глубину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.  | Список<br>смежности              |         |
| 36. | Определить наличие всех циклов методом обхода в глубину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.  | Список дуг                       |         |
| 37. | Определить наличие всех циклов методом обхода в ширину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 38. | Определить наличие всех циклов методом обхода в ширину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 39. | Определить наличие всех циклов методом обхода в ширину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.   | Список<br>смежности              |         |
| 40. | Определить наличие всех циклов методом обхода в ширину на орграфе. Вывести все циклы (варианты обхода, образующие циклы). Подсчитать их общее количество.   | Список дуг                       |         |
| 41. | Определить в орграфе сильно связные компоненты, подсчитать их число и вывести состав (номера узлов) каждой сильно связной компоненты.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 42. | Определить в орграфе сильно связные компоненты, подсчитать их число и вывести состав (номера узлов) каждой сильно связной компоненты.   | Матрица<br>инцидентности         |         |

| №   | Алгоритм  | Способ<br>представления<br>графа | Фамилия |
|-----|---|----------------------------------|---------|
| 43. | В заданном неориентированном графе вывести все вершины – точки сочленения.  | Матрица<br>смежности             |         |
| 44. | В заданном неориентированном графе вывести все вершины – точки сочленения.  | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 45. | Вывести на экран все существующие пути в ациклическом орграфе   | Матрица<br>смежности             |         |
| 46. | Вывести на экран все существующие пути в ациклическом орграфе   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 47. | Вывести на экран все существующие пути в ациклическом орграфе   | Список смежности                 |         |
| 48. | Вывести на экран все существующие пути в ациклическом орграфе   | Список дуг                       |         |
| 49. | Корнем ациклического орграфа называется вершина г такая, что существуют пути, исходящие из этой вершины и достигающие всех остальных вершин орграфа. Напишите программу, определяющую, имеет ли данный ациклический орграф корень и вывести его на экран. | Матрица<br>смежности             |         |
| 50. | Корнем ациклического орграфа называется вершина г такая, что существуют пути, исходящие из этой вершины и достигающие всех остальных вершин орграфа. Напишите программу, определяющую, имеет ли данный ациклический орграф корень и вывести его на экран. | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 51. | Корнем ациклического орграфа называется вершина г такая, что существуют пути, исходящие из этой вершины и достигающие всех остальных вершин орграфа. Напишите программу, определяющую, имеет ли данный ациклический орграф корень и вывести его на экран. | Список смежности                 |         |
| 52. | Корнем ациклического орграфа называется вершина г такая, что существуют пути, исходящие из этой вершины и достигающие всех остальных вершин орграфа. Напишите программу, определяющую, имеет ли данный ациклический орграф корень и вывести его на экран. | Список дуг                       |         |
| 53. | Определить, есть ли какой-либо путь, проходящий через ВСЕ вершины орграфа, причем через вершину можно проходить только один раз, а начальная и конечная вершины не должны быть смежными, и вывести его на экран.  | Матрица<br>смежности             |         |
| 54. | Определить, есть ли какой-либо путь, проходящий через ВСЕ дуги орграфа, причем через дугу можно проходить только один раз, а начальная и конечная вершины не должны быть смежными, и вывести его на экран.  | Матрица<br>смежности             |         |
| 55. | Определить, есть ли какой-либо путь, проходящий через ВСЕ вершины орграфа, причем через вершину можно проходить только один раз, а начальная и конечная вершины должны совпадать, и вывести его на экран.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 56. | Определить, есть ли какой-либо путь, проходящий через ВСЕ дуги орграфа, причем через дугу можно проходить только один раз, а начальная и конечная вершины должны совпадать, и вывести его на экран.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 57. | Напишите программу, на входе которой вводятся две его вершины. Программа должна распечатывать все простые пути, ведущие от одной вершины к другой.  | Матрица<br>смежности             |         |

| Nº  | Алгоритм   | Способ<br>представления<br>графа | Фамилия |
|-----|--|----------------------------------|---------|
| 58. | Напишите программу, на входе которой вводятся две его вершины. Программа должна распечатывать все простые пути, ведущие от одной вершины к другой.   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 59. | Напишите программу, на входе которой вводятся две его вершины. Программа должна распечатывать все простые пути, ведущие от одной вершины к другой.   | Список смежности                 |         |
| 60. | Напишите программу, на входе которой вводятся две его вершины. Программа должна распечатывать все простые пути, ведущие от одной вершины к другой.   | Список дуг                       |         |
| 61. | Определить ВСЕ простые пути в орграфе.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 62. | Определить ВСЕ простые пути в орграфе.   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 63. | Определить ВСЕ простые пути в орграфе.   | Список<br>смежности              |         |
| 64. | Определить ВСЕ простые пути в орграфе.   | Список дуг                       |         |
| 65. | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе, заданной длины х (вводится с клавиатуры)   | Матрица<br>смежности             |         |
| 66. | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе, заданной длины x (вводится с клавиатуры)   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 67. | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе, заданной длины x (вводится с клавиатуры)   | Список смежности                 |         |
| 68. | Дана матрица весов дуг. Определить и вывести все циклы в орграфе, заданной длины х (вводится с клавиатуры)   | Список дуг                       |         |
| 69. | Дана матрица весов дуг. Определить ВСЕ (т.е. не обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной длины х (вводится с клавиатуры).   | Матрица<br>смежности             |         |
| 70. | Дана матрица весов дуг. Определить ВСЕ (т.е. не обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной длины х (вводится с клавиатуры).   | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 71. | Дана матрица весов дуг. Определить BCE (т.е. не обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной длины x (вводится с клавиатуры).   | Список смежности                 |         |
| 72. | Дана матрица весов дуг. Определить ВСЕ (т.е. не обязательно самые короткие) незамкнутые пути в орграфе заданной длины x (вводится с клавиатуры).   | Список дуг                       |         |
| 73. | Транзитивная редукция ориентированного графа G = (V, E) определяется как произвольный граф G' — (V, E'), имеющий то же множество вершин, но с минимально возможным числом дуг (E' ⊄ E), транзитивное замыкание которого совпадает с транзитивным замыканием графа G, (причем если граф G ацикличен, то его транзитивная редукция единственна). Реализуйте программу транзитивной редукции графа.           | Матрица<br>смежности             |         |
| 74. | Транзитивная редукция ориентированного графа $G = (V, E)$ определяется как произвольный граф $G' — (V, E')$ , имеющий то же множество вершин, но с минимально возможным числом дуг (E' ⊄ E), транзитивное замыкание которого совпадает с транзитивным замыканием графа $G$ , (причем если граф $G$ ацикличен, то его транзитивная редукция единственна). Реализуйте программу транзитивной редукции графа. | Список смежности                 |         |

| Nº  | Алгоритм  | Способ<br>представления<br>графа | Фамилия |
|-----|---|----------------------------------|---------|
| 75. | Орграф G' = (V, E') называется минимальным эквивалентным орграфом для орграфа G = (V, E), если E' — наименьшее подмножество множества E (E' ⊆ E) такое что транзитивные замыкания обоих орграфов G и G' совпадают (причем если граф G ацикличен, то для него существует только один минимальный эквивалентный орграф). Написать программу нахождения минимального эквивалентного орграфа. | Список смежности                 |         |
| 76. | Орграф G' = (V, E') называется минимальным эквивалентным орграфом для орграфа G = (V, E), если E' — наименьшее подмножество множества E (E' ⊆ E) такое что транзитивные замыкания обоих орграфов G и G' совпадают (причем если граф G ацикличен, то для него существует только один минимальный эквивалентный орграф). Написать программу нахождения минимального эквивалентного орграфа. | Матрица<br>смежности             |         |
| 77. | Мостом графа G называется каждое ребро, удаление которого приводит к увеличению числа связных компонент графа. Представить алгоритм нахождения всех мостов графа  | Список смежности                 |         |
| 78. | Мостом графа G называется каждое ребро, удаление которого приводит к увеличению числа связных компонент графа. Представить алгоритм нахождения всех мостов графа  | Матрица<br>смежности             |         |
| 79. | Определить k-связанность заданного неориентированного графа и вывести полученное число k на экран. (Граф называется k-связным, если между любой парой вершин v и w существует не менее k разных путей, таких, что, за исключением вершин v и w, ни одна из вершин, входящих в один путь, не входит ни в какой другой из этих путей).  | Матрица<br>смежности             |         |
| 80. | Определить k-связанность заданного неориентированного графа и вывести полученное число k на экран. (Граф называется k-связным, если между любой парой вершин v и w существует не менее k разных путей, таких, что, за исключением вершин v и w, ни одна из вершин, входящих в один путь, не входит ни в какой другой из этих путей).  | Список смежности                 |         |
| 81. | Пусть дана сеть (узел а – исток, b–сток). Определить все разрезы сети.(на основе определения понятия разреза)   | Матрица<br>смежности             |         |
| 82. | Пусть дана сеть (узел а – исток, b–сток). Определить все разрезы сети. (на основе определения понятия разреза)  | Список смежности                 |         |
| 83. | Пусть дана сеть (узел а – исток, b–сток). Определить все разрезы сети. (на основе определения понятия разреза)  | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 84. | Определить величину минимального разреза сети.  | Матрица<br>смежности             |         |
| 85. | Определить величину минимального разреза сети.  | Список смежности                 |         |
| 86. | Определить величину минимального разреза сети.  | Матрица<br>инцидентности         |         |
| 87. | Определить все непересекающиеся цепи между двумя произвольными узами графа.   | Матрица<br>смежности             |         |
| 88. | Определить все непересекающиеся цепи между двумя произвольными узами графа  | Список смежности                 |         |
| 89. | Определить все непересекающиеся цепи между двумя произвольными узами графа  | Матрица<br>инцидентности         |         |

| Nº   | Алгоритм  | Способ<br>представления<br>графа | Фамилия |
|------|---|----------------------------------|---------|
| 90.  | Методом обхода в ширину вычислить цикломатическую сложность графа                                     | Матрица<br>смежности             |         |
| 91.  | Методом обхода в ширину вычислить цикломатическую сложность графа                                     | Список смежности                 |         |
| 92.  | Методом обхода в ширину вычислить цикломатическую сложность графа                                     | Матрица инцидентности            |         |
| 93.  | Методом обхода в ширину вычислить цикломатическую сложность графа                                     | Список дуг                       |         |
| 94.  | Методом обхода в глубину вычислить цикломатическую сложность графа                                    | Матрица<br>смежности             |         |
| 95.  | Методом обхода в глубину вычислить цикломатическую сложность графа                                    | Список смежности                 |         |
| 96.  | Методом обхода в глубину вычислить цикломатическую сложность графа                                    | Матрица инцидентности            |         |
| 97.  | Методом обхода в глубину вычислить цикломатическую сложность графа                                    | Список дуг                       |         |
| 98.  | Определить минимальное число красок, которыми можно раскрасить граф и вывести пример такой раскраски. | Матрица<br>смежности             |         |
| 99.  | Определить минимальное число красок, которыми можно раскрасить граф и вывести пример такой раскраски. | Список смежности                 |         |
| 100. | Определить минимальное число красок, которыми можно раскрасить граф и вывести пример такой раскраски. | Матрица инцидентности            |         |