Akademin för utbildning, kultur och kommunikation Avdelningen för tillämpad matematik

Examinator: Lars-Göran Larsson

TENTAMEN I MATEMATIK

MAA151 Envariabelkalkyl, TEN2

Datum: Övningstentamen nr 2 (2)

Hjälpmedel: Skrivdon

Skrivtid: 3 timmar

Denna tentamen är avsedd för examinationsmomentet TEN2. Provet består av fem stycken om varannat SLUMPMÄSSIGT ORDNADE uppgifter som vardera kan ge maximalt 4 poäng. För GODKÄND-betygen 3, 4 och 5 krävs erhållna poängsummor om minst 9, 13 respektive 17 poäng. Om den erhållna poängen benämns S_1 , och den vid tentamen TEN2 erhållna S_2 , bestäms graden av sammanfattningsbetyg på en slutförd kurs enligt

$$S_1 \ge 11, \, S_2 \ge 9$$
 OCH $S_1 + 2S_2 \le 41 \rightarrow 3$
 $S_1 \ge 11, \, S_2 \ge 9$ OCH $42 \le S_1 + 2S_2 \le 53 \rightarrow 4$
 $54 \le S_1 + 2S_2 \rightarrow 5$

Lösningar förutsätts innefatta ordentliga motiveringar och tydliga svar. Samtliga lösningsblad skall vid inlämning vara sorterade i den ordning som uppgifterna är givna i.

- 1. Bestäm längden av kurvan $\begin{cases} x = \frac{1 t^2}{1 + t^2}, \\ y = \frac{2t}{1 + t^2}, \end{cases}$ $t \ge 0.$
- 2. Bestäm Taylorpolynomet av ordning 2 kring punkten e till den funktion f vars funktionskurva y = f(x) med f(e) = 1 är en implicit lösning till ekvationen $x/y + 2e \ln(xy) = 3x$ i en omgivning till P: (e, 1).
- 3. Bestäm den GENERELLA primitiva funktionen till

$$x \curvearrowright f(x) = \sin^2(x)\sin(2x)e^{\sin^2(x)}.$$

4. Bestäm alla lokala extremvärden för funktionen f, definierad enligt

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2+1} + 2\arctan(x)$$
,

och avgör om det finns något absolut maximivärde och/eller något absolut minimivärde.

5. Avgör om serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-e^{-2})^n}{n}$$

är konvergent eller ej. Om svaret är NEJ: Ge en förklaring till varför! Om svaret är JA: Ge en förklaring till varför och bestäm seriens summa!