

Aufgabenheft

Prüfer:

Albert

Studiengang:

WInfo

Datum:

21. Juni 2021

Modul:

Analysis und Stochastik I147

Uhrzeit:

13:00 Uhr - 14:30 Uhr

I19

Dauer:

90 min

Zugelassene Hilfsmittel: Ein Nordakademie Taschenrechner, I147 Formelsammlung, Stifte, aber kein roter Stabilo 88/40.

Wichtige Hinweise:

- Verwenden Sie zur Lösung der Aufgaben leere, bereitliegende Blätter.
- Bitte schreiben Sie auf jedes Lösungsblatt Ihren Namen / Ihre Matrikelnummer und Ihre Zenturie.
- Nummerieren Sie alle verwendeten Blätter!
- Geben Sie immer an zu welcher Aufgabe eine Lösung auf einem Blatt gehört!
- Bitte beachten Sie die gesondert zur Verfügung gestellten Hinweise für die Prüfungsdurchführung und für die Abgabe der Prüfungsleistung.
- Prüfungssprache ist Deutsch.
- Das Klausuraufgabenheft umfasst inkl. Deckblatt 4 Seiten. Bitte überprüfen Sie Ihr Aufgabenheft auf Vollständigkeit!
- Diese Klausur enthält 8 Aufgaben. Es können 100 Punkte erreicht werden. Zum Bestehen der Klausur benötigen Sie 50 Punkte.

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe
Erreichbare Punkte	12	8	13	10	14	21	14	8	100
Punktzahl									

Note: _____ Prozentsatz: _____ Ergänzungsprüfung: _____

Datum: _____ Unterschrift: _____

Datum: _____ Unterschrift: _____

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Bestimmen Sie bei (1.1) den Grenzwert und prüfen Sie bei (1.3), ob die Reihe konvergent ist. Geben Sie im Konvergenzfall auch den Reihenwert an, wenn möglich.

(1.1) (6 Punkte)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x \sin(x)}$$

(1.2) (6 Punkte)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{6^{(n-2)}}$$

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Berechnen Sie

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{5x^3 + 2}} dx$$

Aufgabe 3 (13 Punkte)

Berechnen Sie

(3.1) (5 Punkte) Ermitteln Sie das Taylorpolynom 2.Grades $T_2(x)$ mit Entwicklungspunkt $a = 0$ für die Funktion

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1}.$$

(3.2) (2 Punkte) Berechnen Sie mit dem Taylorpolynom aus 3.1 eine Approximation für

$$\sqrt[3]{1,2} \quad (\text{„Dritte Wurzel aus eins-komma-zwei“})$$

(3.3) (3 Punkte) Wie lautet das zugehörige Restglied $R_2(x)$ des Taylorpolynoms aus 3.1?

(3.4) (3 Punkte) Wie gross kann der absolute Fehler in 3.2 höchstens sein (Abschätzung mit dem Restglied)? Wie groß ist der Fehler tatsächlich laut Taschenrechner?

(Rechnung mit 5 Dezimalstellen)

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Ein monopolistischer Anbieter eines beliebig teilbaren Gutes beschreibt die Abhängigkeit der Kosten von der hergestellten Menge x mit der Kostenfunktion K , definiert durch

$$K(x) = 0,3x^3 - 1,8x^2 + 5x + 30 \quad (x \geq 0).$$

Die Preis-Absatz-Funktion p ist definiert durch $p(x) = -0,9x + 15 \quad (0 \leq x \leq 16,67)$.

(4.1) (6 Punkte) Berechnen Sie die Grenzen der Gewinnzone und den Maximalgewinn.

(4.2) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Absatzmenge mit dem maximalen Stückgewinn.

(Rechnung mit 2 Dezimalstellen)

Aufgabe 5 (14 Punkte)

Ein Zulieferer produziert ein Bauteil X auf den drei Maschinen A, B und C, die mit den Ausschussquoten von 3%, 4% bzw. 2% arbeiten. Bei einer Lieferung an einen seiner Kunden stammen 30% der Bauteile von Maschine A, 25% von B und 45% von C.

(5.1) (4 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, ein defektes Bauteil auszuliefern?

(5.2) (4 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein defektes Bauteil auf der Maschine A gefertigt wurde?

(5.3) (6 Punkte) Nachdem ein Kunde sich beschwert hat, wird zusätzlich eine Endkontrolle für alle produzierten Bauteile eingerichtet. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 98,5% wird ein defektes Bauteil als solches erkannt. Andererseits wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 1,8% ein fehlerfreies Bauteil irrtümlich als defekt eingestuft.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil defekt ist, wenn es bei der Endkontrolle als fehlerhaft eingestuft wurde?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bauteil defekt ist, wenn es bei der Endkontrolle als fehlerfrei eingestuft wurde?

(Rechnung mit 4 Dezimalstellen)

Aufgabe 6 (21 Punkte)

Man möchte Aufschluss erhalten, ob die Zugaben eines Wirkstoffes Einfluss auf das Wachstum einer bestimmten Pflanze haben. Eine Messreihe über Zugaben des Wirkstoffes (in mg) und beobachtetes Wachstum (in cm) der Pflanze ergab die folgenden fünf Beobachtungspaare:

i	1	2	3	4	5
Wirkstoff (mg)	1	3	6	14	20
Wachstum (cm)	1	4	12	15	15

- (6.1) (5 Punkte) Bestimmen Sie eine lineare Regression $y = a + bx$ (Methode der kleinsten Quadrate) für die Beschreibung des gemessenen Zusammenhangs von Wirkstoff und Wachstum.
- (6.2) (4 Punkte) Bestimmen Sie ebenfalls eine quadratische Regression $y = a + bx + cx^2$ (Methode der kleinsten Quadrate) für die Beschreibung des gemessenen Zusammenhangs von Wirkstoff und Wachstum.
- (6.3) (6 Punkte) Vergleichen Sie die Güte beider Regressionen anhand eines geeigneten Gütemaßes und interpretieren Sie das Ergebnis.
- (6.4) (6 Punkte) Beurteilen Sie die folgenden Aussagen zur linearen Regression jeweils mit „richtig“ oder „falsch“.
- Die Steigung der Regressionsgerade lässt auf den Zusammenhang zwischen Wirkstoff und Wachstum schließen.
 - Die ermittelte Regressionsgerade verläuft durch den Punkt (\bar{x}, \bar{y}) , wobei $x = \text{Wirkstoff}$, $y = \text{Wachstum}$.

(Rechnung mit 4 Dezimalstellen)

Aufgabe 7 (14 Punkte)

Bei einem Versandhandel treffen durchschnittlich 160 Eilbestellungen pro Tag ein. 170 Eilbestellungen können am Tag des Auftragseingangs ausgeliefert werden. Der Versandhandel wirbt damit, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% alle Eilbestellungen noch am selben Tag ausgeliefert werden.

- (7.1) (3 Punkte) Welches Lösungsmodell ist anzuwenden?
- (7.2) (6 Punkte) Können die 90% bestätigt werden? Falls nicht, wie ist die Aussage zu korrigieren?
- (7.3) (5 Punkte) Der Versandhandel hat einen Konkurrenten gekauft, bei dem durchschnittlich 50 Eilbestellungen pro Tag eintreffen. Im Zuge einer Reorganisation wurde die Auslieferungskapazität so erhöht, dass 230 Eilbestellungen am Tag des Auftrageingangs ausgeliefert werden können. Wie ist die Werbeaussage des Versandhandels jetzt zu beurteilen?

Rechnung mit 2 Dezimalstellen

Aufgabe 8 (8 Punkte)

Bei einem Sportschützen ist bekannt, dass er bei einem Schuss in normaler Tagesform mit einer Wahrscheinlichkeit von 92% ins Schwarze trifft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 60 abgegebenen Schüssen in normaler Tagesform mindestens 55 ins Schwarze gehen?

Rechnung mit 2 Dezimalstellen