

# 24 Fotoelektrický jev a Planckova konstanta

## ÚKOL

1. Stanovte Planckovu konstantu z měření vnějšího fotoelektrického jevu.
2. Určete výstupní práci použité fotonky.

## TEORIE

### Planckova konstanta

Světlo je podivuhodný úkaz. Při vysvětlování jevů s ním spojených bylo poprvé nutno sáhnout ke dvěma různým způsobům popisu. Ke způsobům tak odlišným, že nutnost jejich koexistence při vysvětlování vlastností světla byla neuvěřitelná. Difrakci či interferenci spolehlivě vysvětlila vlnová teorie světla. Tatáž teorie naprosto selhala při pokusu objasnit fotoelektrický jev. Zde byla překvapivě úspěšná teorie kvantová, která naopak nedovede předpovědět existenci jevů difrakce. Při určité události vykazuje světlo buď vlnovou, nebo částicovou povahu, nikdy však obojí zároveň.

Světlo jako vlnění charakterizujeme frekvencí  $f$  nebo vlnovou délkou  $\lambda$ . Vztah mezi nimi je jednoznačný

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (24.1)$$

kde  $c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$  je rychlost šíření světla ve vakuu.

Pro částice je zase charakteristická energie  $E$  a hybnost  $p$ . Oba přístupy vlnový i částicový jsou navzájem propojeny vztahy:

$$E = hf. \quad (24.2)$$

$$p = h \frac{f}{c} = h \frac{1}{\lambda}. \quad (24.3)$$

Spojovacím článkem je Planckova konstanta  $h$ . Jedná se o univerzální fyzikální konstantu o hodnotě  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$ . Často může být vyjádřena také ve tvaru  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , pak ve vztahu (24.2) při použití této modifikované Planckovy konstanty figuruje přímo úhlový kmitočet  $\omega$ :

$$E = hf = \hbar \cdot 2\pi \cdot f = \hbar \omega. \quad (24.4)$$

Číselnou hodnotu Planckovy konstanty lze také udávat v eV.s (elektronvolt sekunda) místo v J.s (joule sekunda). Převodní vztah je  $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , Planckova konstanta má pak hodnotu  $h = 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV.s}$ . Používá se často v atomové fyzice.

### Fotoelektrický jev

Fotoelektrický jev je jedním z důkazů kvantové povahy elektromagnetického záření. Nastává při vzájemné interakci (působení) elektromagnetického záření a látky. Energie záření je při tom předávána elektronům v látce.

### Vnitřní fotoelektrický jev

Vnitřní fotoelektrický jev je typický pro polovodiče a dielektrika. Dopadající elektromagnetické záření uvolňuje uvnitř látky elektrony, které také uvnitř látky zůstanou. Generují se tím páry elektron-díra, které zvyšují vodivost látky (fotovodivost).

## Vnější fotoelektrický jev

Vnější fotoelektrický jev je typický pro kovy a jejich sloučeniny. Atomy jsou v těchto látkách vázány tzv. kovovou vazbou, což vede k tomu, že se jejich valenční elektrony mohou volně pohybovat uvnitř mřížky. Opustit látku však nemohou. Brání jim v tom bariéra na povrchu. Světlo při dopadu předává svoji energii právě elektronům u povrchu ozářené látky. Působením elektromagnetického záření získají elektrony takovou energii, že díky její části mohou nejen energiovou bariéru překonat a dostat se na povrch, ale díky energii, která elektronu po uvolnění ještě zůstane, se pohybovat v okolí místa, odkud byly emitovány (fotoemise). Experimenty prováděné po objevu vnější fotoemise ukázaly, že se u ní vždy uplatní tři zákonitosti, které však nebyla schopna vysvětlit Maxwellova teorie elektromagnetického vlnění.

- Pro každý materiál existuje určitá nejnižší frekvence  $f_m$  záření, při níž se z látky elektrony ještě uvolní. Pokud je frekvence záření menší než tato **mezí frekvence** ( $f < f_m$ ), fotoelektrický jev nenastane. Zákonitost můžeme také formulovat pomocí vlnové délky (24.1). Pro každý materiál existuje určitá největší vlnová délka  $\lambda_m$  záření, při níž se z látky elektrony ještě uvolní. Pokud je vlnová délka záření větší než tato **mezí vlnová délka** ( $\lambda < \lambda_m$ ), fotoelektrický jev nenastane.
- Kinetická energie emitovaných fotoelektronů je přímo úměrná frekvenci záření ( $E_k \approx f$ ), nezávisí však na intenzitě záření.
- Intenzitě dopadajícího záření (nebo velikosti dopadajícího světelného toku) je naopak přímo úměrný fotoproud, tedy počet emitovaných elektronů.

Vysvětlení vnějšího fotoelektrického jevu pochází z roku 1905 a je od Alberta Einsteina, který za něj v roce 1921 získal Nobelovu cenu. Formuloval tehdy tzv. kvantovou hypotézu. Elektromagnetické záření frekvence  $f$  může být pohlcováno a také vydáváno pouze nespojitě ve světelných kvantech, zvaných fotony. Pod pojmem foton si můžeme představit malou nedělitelnou část optického záření. Energie  $E$  fotonů je úměrná frekvenci tohoto záření, rovnice (24.2). Elektron, který absorbuje foton, dostal název fotoelektron. Fotoelektron absorpcí fotonu získává jeho energii.

Fotony světla různých barev mají různou energii. Je to tím, že jejich energie je úměrná frekvenci světla (24.2), která určuje jakou barvu vnímáme. Z viditelného spektra mají nejvyšší energii fotony světla fialového. Energie fotonů pak klesá přes barvu žlutou, zelenou až k červené. Fotonu můžeme také přiřadit jeho hybnost, (24.3).

Mají-li se fotoelektrony dostat z látky ven na její povrch látky, musí na to věnovat část své energie a překonat povrchovou energiovou bariéru. Pro tuto energii se ustálil název výstupní práce a označuje se symbolem  $W$ . Výstupní práce je tedy energie potřebná k tomu, aby se elektron z povrchu materiálu uvolnil, ale zůstal u něj s nulovou rychlostí. Pokud je energie fotoelektronu po absorpci fotonu větší než tato výstupní práce, může se nejen dostat z látky ven (tj. překonat bariéru), ale zbylou energii využít ke svému dalšímu pohybu.

Ze zákona zachování energie plyne, že po opuštění povrchu látky zbývá fotoelektronu kinetická energie  $E_k$ , rovná rozdílu energie pohlceného kvanta  $hf$  a výstupní práce  $W$ . Právě tuto skutečnost popisuje Einsteinova rovnice vysvětlující vnější fotoelektrický jev:

$$E_k = hf - W = \frac{hc}{\lambda} - W. \quad (24.5)$$

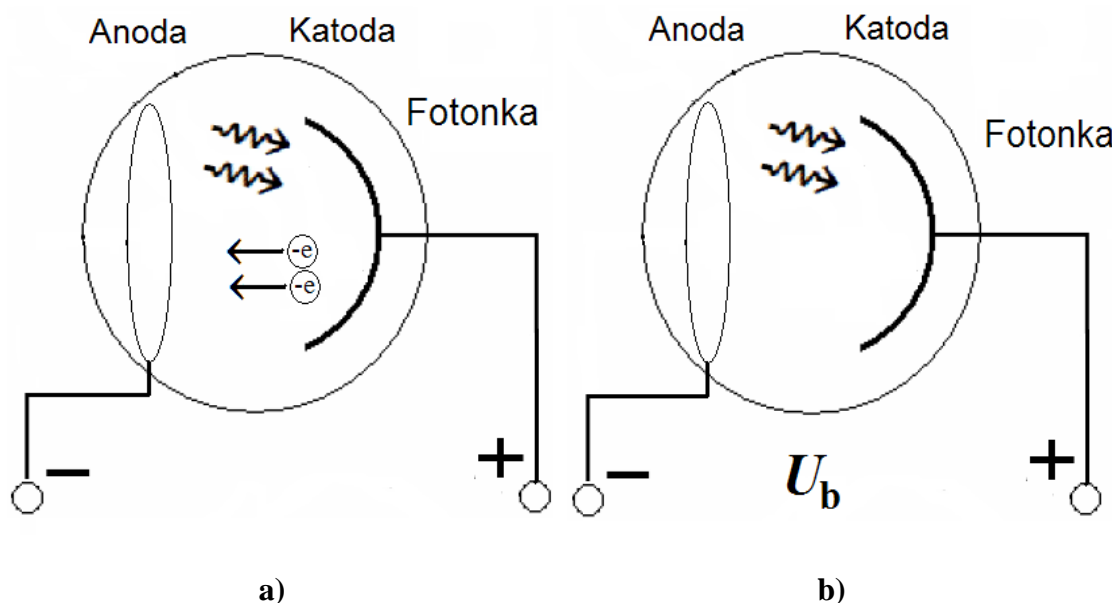
Výstupní práce  $W$  udává práci potřebnou na uvolnění elektronu z látky. Tato práce je tím větší, čím pevněji je elektron ve struktuře látky vázán. Nejnižší hodnotu výstupní práce mají alkalické kovy (např. Li, Na, K). Při použití viditelného světla lze vnější fotoelektrický jev

pozorovat jen u těch látek, jejichž výstupní práce je maximálně 3,1 eV. To odpovídá mezní vlnové délce z modrého okraje viditelného světla  $\lambda_m = 400 \text{ nm}$ .

V kvantové a atomové fyzice je zvykem uvádět energii v jednotkách elektronvolt (eV). Je to energie, kterou získá částice s elementárním nábojem ( $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ) při přechodu mezi místy s potenciálovým rozdílem 1 V. Platí tedy

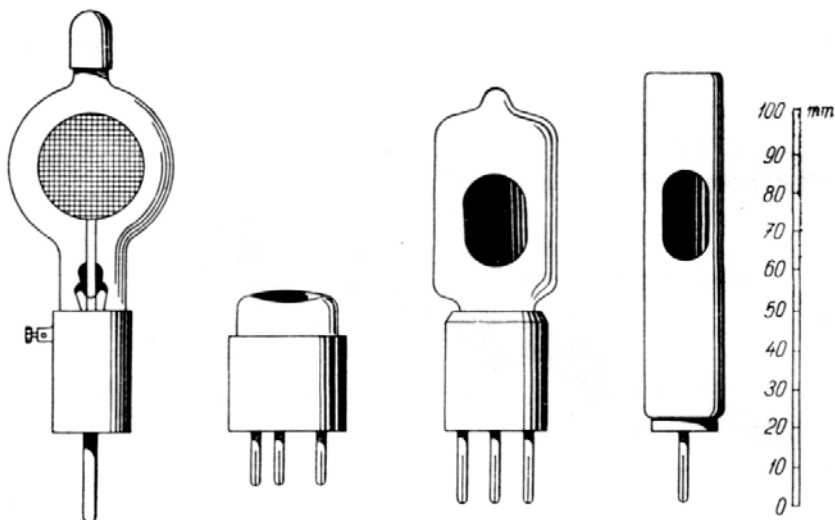
$$1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Přiblížíme-li ve vakuu k osvětlené fotoelektrodě – katodě sběrnou elektrodu – anodu, budou na ni uvolněné fotoelektrony dopadat. Katoda, ze které elektrony odcházejí, se bude stávat kladnou a anoda, na kterou elektrony přicházejí, se bude nabíjet záporně, obr. 24.1a. Tento proces se však neustále zpomaluje, protože elektrony, které přišly na anodu brání příchodu elektronů dalších (souhlasné náboje se odpuzují). Po velmi krátké době nastane stav dynamické rovnováhy a mezi katodou a anodou se bude udržovat potenciálový rozdíl  $U_b$ , který brání příchodu dalších elektronů, obr. 24.1b.



**Obr. 24.1.** Ustavení rovnováhy po osvětlení fotonky.

Mechanické provedení různých fotonek včetně měřítka je uvedeno na obr. 24.2. Anoda musí být subtilní a konstruovaná tak, aby kolem ní světlo dobře procházelo. Katoda mívá tvar válcové plochy, aby byla lépe využita pro příjem světla dopadajícího vstupním otvorem fotonky a také proto, aby elektrony vystupující z katody byly fokusovány na anodu.



**Obr. 24.2.** Mechanické provedení fotonek

## PRINCIP METODY MĚŘENÍ

Pokračujeme v úvahách o dění ve vakuové fotonce. Elektron, který vylétá z katody má kinetickou energii  $E_k$ . Po ustavení rovnováhy je brzdným napětím  $U_b$  zcela zastaven již na povrchu katody. Elektrická energie k tomu potřebná je  $eU_b$ . Velikost této elektrické energie musí být proto stejná jako je velikost kinetické energie právě vystupujícího fotoelektronu.

Platí tedy

$$eU_b = E_k, \quad (24.6)$$

a vzhledem k rovnici (24.5) také

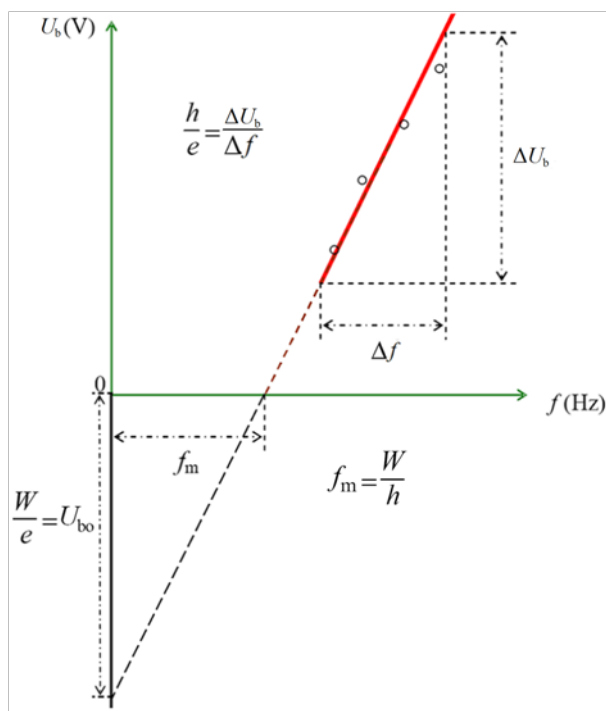
$$eU_b = E_k = hf - W, \quad (24.7)$$

kde  $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C je elementární náboj, tj. náboj elektronu.

Odtud již snadno dostaneme vztah pro  $U_b = U_b(f)$ , tj. vztah pro závislost napětí  $U_b$  na frekvenci dopadajícího světla:

$$U_b = \underbrace{\frac{h}{e}}_{\text{směrnice}} f - \frac{\frac{hf_m}{e}}{e} = \frac{h}{e} f - \frac{h}{e} f_m = \frac{h}{e} (f - f_m). \quad (24.8)$$

Vidíme, že rovnice popisuje přímkovou závislost, obr. 24.3.



**Obr. 24.3.** Graf závislosti  $U_b = U_b(f)$

Planckovu konstantu získáme ze směrnice této přímky

$$h = e \frac{\Delta U_b}{\Delta f}. \quad (24.9)$$

Extrapolací přímky dostáváme na vodorovné ose hodnotu mezní frekvence  $f_m$ , protože při mezní frekvenci je  $U_b = 0$ .

Výstupní práci můžeme získat buď z této hodnoty mezní frekvence

$$W = h f_m, \quad (24.10)$$

nebo z extrapolace až ke svislé ose z hodnoty  $U_{b0}$  při  $f = 0$  Hz

$$U_{b0} = \frac{h}{e} f - \frac{W}{e} \Rightarrow W = e U_{b0}. \quad (24.11)$$

Použijeme-li ke zpracování naměřených hodnot počítač, pak můžeme v některém z tabulkových procesorů (např. MS Excel) vytvořit bodový graf a pomocí lineární extrapolace přímku, kterou lze body proložit. Rovnice této přímky je k dispozici ve směrnicovém tvaru:

$$U_b = k f + q. \quad (24.12)$$

Odtud již snadno získáme hodnotu Planckovy konstanty plynoucí z našeho měření

$$h = ek. \quad (24.13)$$

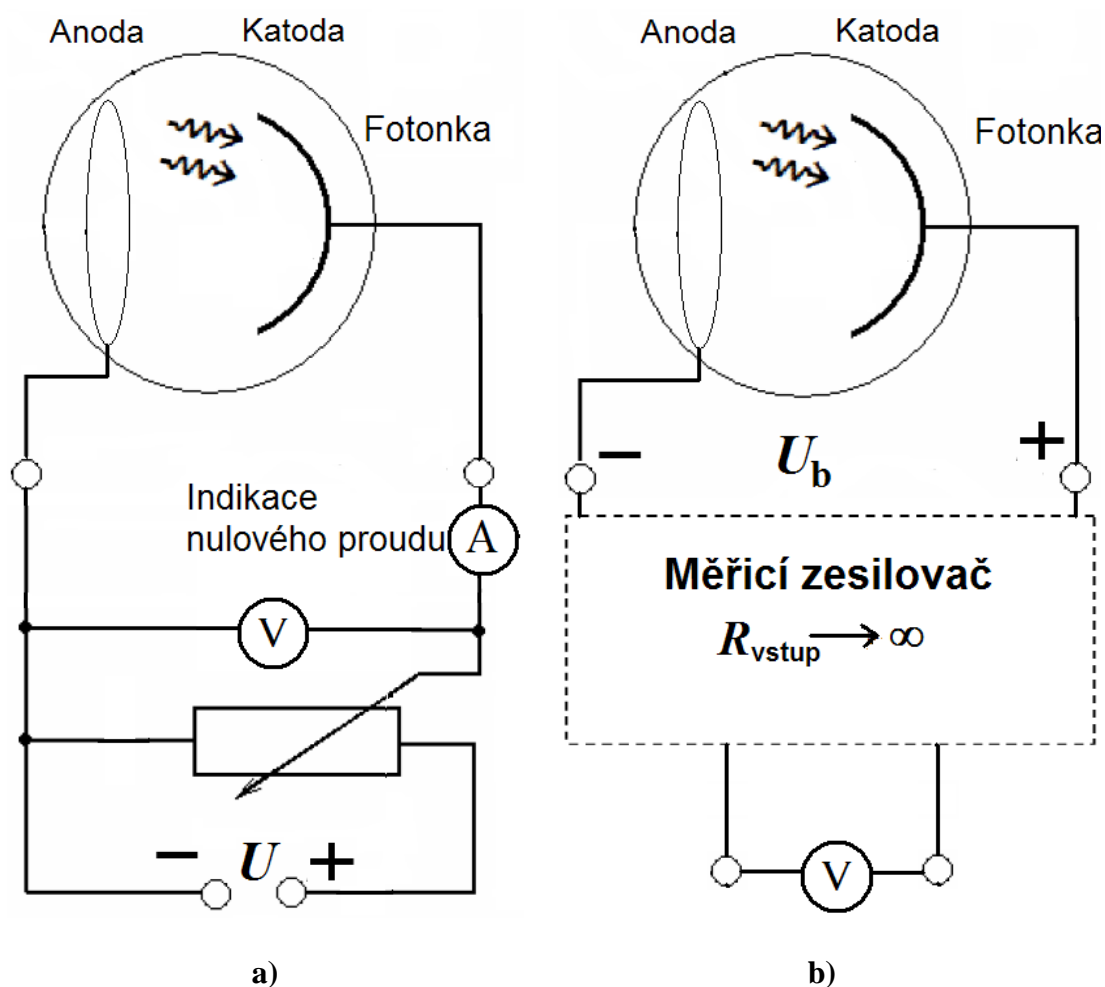
Hodnotu výstupní práce materiálu, kterým je potažena katoda a který tedy po dopadu světla emituje fotoelektrony dostaneme ze vtahu

$$W = -eq. \quad (24.14)$$

### Získání hodnot $U_b$ a $f$ pro závislost $U_b = U_b(f)$ .

Z výše uvedeného plyne, že potřebujeme změřit hodnoty napětí  $U_b$  při různých frekvencích dopadajícího světla. Stanovení frekvencí světla je snadné. Monochromatické světlo budeme získávat průchodem světla sodíkové výbojky interferenčními filtry. Na každém filtru je uvedena vlnová délka, kterou filtr propouští. Příslušná frekvence vyplyne z jednoduchého výpočtu  $f = c/\lambda$ , viz rovnice (24.1).

Víme, že mezi katodou a anodou fotonky se při ozáření ustaví napětí  $U_b$  které se rovná kinetické energii právě vystupujícího fotoelektronu. Toto však platí pouze pokud není fotonka zatížena. To znamená, že obvodem, jehož je fotonka součástí, nesmí téci žádný proud. Fotonku si můžeme z elektrického hlediska představit jako velmi měkký zdroj napětí či ekvivalentně zdroj proudu s vysokým vnitřním odporem. Nelze tedy jednoduše připojit mezi katodu a anodu voltmetr. Proud tekoucí vnitřním odporem voltmetru by výsledky znehodnotil.



**Obr. 24.4.** Dvě cesty k získání hodnoty  $U_b$ .

Pro měření napětí  $U_b$  se nabízí dvě cesty. Výběr závisí na přístrojovém vybavení. Obě však musí zajistit podmínku, že obvodem mezi katodou a anodou žádný proud neteče.

První možností je umístit fotonku do obvodu, v němž napětí  $U_b$  bude kompenzováno regulovatelným napětím z vnějšího obvodu, obr. 24.4a. Na fotonku přikládáme napětí takové (opačné) polarity, že fotoelektrony vylétající z katody jsou brzděny. S rostoucí velikostí tohoto brzdícího napětí stále méně elektronů dolétá až na anodu. Proud obvodem proto klesá až k nulové hodnotě. V okamžiku, kdy obvodem přestane téci elektrický proud, odečteme hodnotu tohoto brzdícího napětí. Jeho velikost je v tomto okamžiku stejná jako velikost  $U_b$ . Určitou komplikaci v právě popsaném způsobu měření tvoří malá část elektronů vystupujících při dané polaritě vnějšího napětí naopak z anody. Geometrická konstrukce elektrod fotonky však tento efekt dostatečně potlačuje.

Druhou možností měření napětí  $U_b$  je použití měřicí aparatury, která je nyní k dispozici v laboratorích fyzikálního praktika. Prostřednictvím dostatečně citlivého zesilovače napětí s velmi vysokým vstupním odporem se měří napětí přímo na svorkách fotonky. Díky velmi vysokému vstupnímu odporu měřicího zesilovače není fotonka prakticky nijak zatížena a měřené napětí odpovídá hledanému napětí  $U_b$ .

## Univerzální měřicí zesilovač



Obr. 24.5. Univerzální měřicí zesilovač

1. Vstup při režimu elektrometr, zásuvka BNC, vstupní odpor 10 T $\Omega$ .
2. Vstup při režimu „low drift“, zdířky pro banánky, vstupní odpor 10 k $\Omega$ .
3. Výstupní zdířky pro banánky k připojení voltmetru nebo zapisovače, výstupní odpor 500 $\Omega$ .
4. Tlačítko vybíjení, fungující v elektrometrickém režimu.
5. Přepínač režimu elektrometr a „low drift“.
6. Nastavení nuly.
7. Přepínač zesílení: 1, 10, 10<sup>2</sup>, 10<sup>3</sup>, 10<sup>4</sup>, 10<sup>5</sup>.
8. Volič časové konstanty: 0 s; 0,1 s; 0,3 s; 1 s; 3 s.

## POSTUP PŘI MĚŘENÍ, ZPRACOVÁNÍ A VYHODNOCENÍ

1. Zkontrolujte zapojení měřicího obvodu pracoviště, na zesilovači nastavte nejnižší hodnotu napětíového zesílení a přepínač vstupu (5) ponechte v poloze „electrometer“ pro měření signálu přivedeného na BNC konektor v režimu s vysokým vstupním odporem. Zasuňte mechanickou clonu fotonky, aby na fotonku nedopadalo žádné světlo. Zapněte digitální voltmetr (s nastaveným počátečním rozsahem, např. 20 V), napájení zesilovače a napájení osvětlovací výbojky.

**POZOR**, napájení osvětlovací výbojky již dále zbytečně nevypínejte.

2. Vykompenzujte stejnosměrný posuv pracovního bodu měřicího zesilovače: Na přípravku se zesilovačem stiskněte a držte tlačítkový spínač (4) určený pro nastavení nuly. Současně pomocí potenciometru (6) jenž slouží k nastavování nuly, dosáhněte co nejmenší hodnotu

napětí na výstupu zesilovače indikovanou připojeným voltmetrem. Toto nastavení proveďte pečlivě i pro vyšší hodnoty zesílení zesilovače, při vhodné volbě měřicího rozsahu vnějšího voltmetru. Po vykompenzování vraťte zesílení zesilovače na nižší hodnotu dle potřeby.

3. Vložte první optický filtr na přípravek s fotonkou a přípravek umístěte do co nejlepší optické vazby se světlem z výbojky. Do tabulky запиšte hodnotu vlnové délky udanou na optickém filtru. (**POZOR**, optický filtr nikdy nevkládejte na stranu osvětlovací výbojky tj. přímo na kryt osvětlovací výbojky!)
4. Vysuňte optickou clonu na přípravku s fotonkou a nastavte vhodnou hodnotu zesílení zesilovače, aby se napětí na výstupu pohybovalo s dostatečnou rezervou mezi nulou a saturačním napětím výstupu zesilovače (tj. do asi 10 V). V případě příliš slabého signálu zvyšte přepínačem (8) hodnotu časové konstanty zesilovače. Snižte tím šum, ale za cenu o něco delší doby měření. Zapište hodnotu měřeného napětí. Nezapomeňte vzít v úvahu použité zesílení. Napětí zjištěné na vstupu zesilovače odpovídá brzdnému napětí fotonky pro danou vlnovou délku.
5. Zasuňte optickou clonu před fotonkou a snižte zesílení zesilovače.
6. Měření brzdného napětí fotonky proveďte pro zbývající vlnové délky dle dostupných optických filtrů.
7. **POZOR**, osvětlovací výbojku vypněte po provedeném měření až na pokyn vyučujícího.
8. Pro každou hodnotu vlnové délky optického záření vypočítejte odpovídající hodnotu frekvence, rovnice (24.1).
9. Naměřenou závislost brzdného napětí na frekvenci optického záření vynesete graficky a graf proložíte přímkou.
10. Vypočítejte velikost Planckovy konstanty. Výpočet doložte v příkladu výpočtu na základě odečtení dvou hodnot ležících na linearizované části vyneseno grafu a jejich dosazením do vztahu (24.9) pro výpočet směrnice přímky.
11. Vypočítejte velikost výstupní práce elektronu z kovu u použité fotokatody buď ze vztahu (24.10) nebo ze vztahu (24.14).

## DODATEK

Známe-li výstupní práci v **elektronvoltech** můžeme ze vztahu (24.10) spočítat mezní frekvenci nebo mezní vlnovou délku.

$$f_m = \frac{W}{h} \quad \text{nebo} \quad \lambda_m = \frac{hc}{W}.$$

Příklad pro mezní vlnovou délku

$$\lambda_m = \frac{hc}{W} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{W \times \underbrace{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}_{\text{převod eV na J}}} = \frac{12,43}{W} 10^{-7} \text{ m} = \frac{1243}{W} 10^{-9} \text{ m} = \frac{1243}{W} \text{ nm}.$$

Poznamenejte si do přípravy, pomůže to při testech.

## Otázky k zamyšlení

- Proč je nutno počítat  $h = \frac{\Delta U}{\Delta f} e$  a ne  $h = \frac{U}{f} e$  ?
- Proč na anodu přivádíme záporné napětí?
- Lze pro studium vnějšího fotoelektrického jevu použít polovodičovou fotodiodu?