

Teoretická informatika (TIN) – 2015/2016

Úkol 2

(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Dokažte nebo vyvráťte, že je jazyk $L = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N}\}$ bezkontextový.

10 bodů

2. S využitím uzávěrových vlastností bezkontextových a regulárních jazyků dokažte nebo vyvráťte, že je jazyk $L \setminus L'$ nutně bezkontextový, a to pro každý ze čtyř následujících případů:

- (a) $L \in \mathcal{L}_3, L' \in \mathcal{L}_3$
- (b) $L \in \mathcal{L}_3, L' \in \mathcal{L}_2$
- (c) $L \in \mathcal{L}_2, L' \in \mathcal{L}_3$
- (d) $L \in \mathcal{L}_2, L' \in \mathcal{L}_2$

8 bodů

3. Uvažujme bezkontextové gramatiky nad abecedou $\Sigma \subseteq \mathbb{Z}$. Definujeme váhu slova $w = k_1 \cdots k_n \in \Sigma^*$ jako $\|w\| = \sum_{i=1}^n k_i$. Váha bezkontextové gramatiky G nad abecedou Σ je pak definována jako minimální váha slova jejího jazyka, $\|G\| = \min\{\|w\| \mid w \in L(G)\}$. Minimum množiny čísel je definováno standardním způsobem s tím, že $\min(\emptyset) = \infty$, a pokud je S neprázdná množina, která neobsahuje minimální prvek, je $\min(S) = -\infty$. Pro $-\infty$ a ∞ počítáme s pravidly $\min(\{-\infty\} \cup S) = -\infty$ a $\min(\{\infty\} \cup S) = \min(S)$. Navrhněte algoritmus, který pro danou G vrátí $\|G\|$, a to

- (a) nejdříve pro případ, kdy $\Sigma \subset \mathbb{N}$, tedy mezi symboly nejsou záporná čísla,
- (b) a potom v obecném případě, kdy $\Sigma \subset \mathbb{Z}$.

15 bodů

4. Dokažte formálně, že $L \subseteq L(G)$, kde $L = \{0^i 1^j \mid 0 \leq 2i \leq j \leq 3i\}$ a $G = (\{S\}, \{0, 1\}, P, S)$ je bezkontextová gramatika s pravidly

$$S \rightarrow 0S11 \mid 0S111 \mid \epsilon.$$

Důkaz veďte indukcí k počtu symbolů 0 ve slově $w \in L$.

10 bodů

Poznámka: Pro důkaz $L = L(G)$ by bylo třeba ještě ukázat, že $L \supseteq L(G)$. To lze provést přímočarou indukcí k délce derivace slova (můžete si zkusit, nebude hodnoceno).

5. Mějme gramatiku $G = (\{S\}, \{\text{if}, \text{else}, \text{cond}, \text{com}\}, P, S)$ s pravidly

$$S \rightarrow \text{if } \text{cond } S \mid \text{if } \text{cond } S \text{ else } S \mid \text{com}.$$

- (a) Je gramatika jednoznačná? Dokažte.
- (b) Je $L(G)$ jazyk s inherentní víceznačností? Zdůvodněte.
- (c) Navrhněte deterministický zásobníkový automat akceptující $L(G)$. Prezentejte jej přechodovým diagramem a demonstруйте jeho běh na slově `if cond if cond com else com else if cond com`.

7 bodů