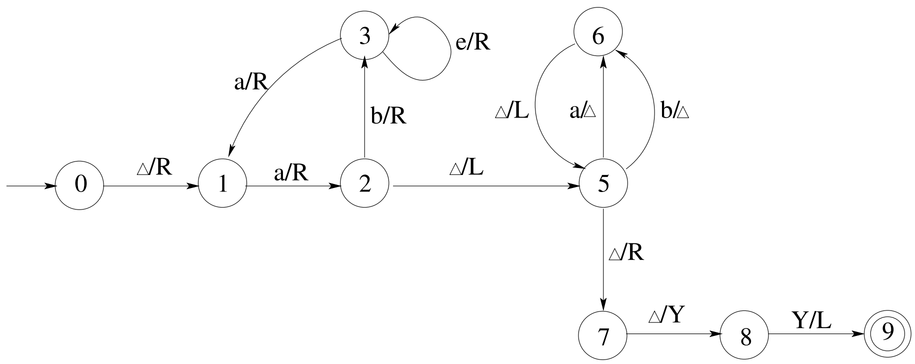
Teoretická informatika (TIN) – 2015/2016
Úkol 3
(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

1. Sestrojte gramatiku generující jazyk Turingova stroje na obrázku. Pro nějaké slovo z tohoto jazyka popište přijímající běh tohoto TS a derivaci tohoto slova ve vaší gramatice.



5 bodů

2. Technikou redukce dokažte, že problém prázdnosti jazyka daného Turingova stroje není ani částečně rozhodnutelný.

10 bodů

3. Pro danou množinu slov P řekneme, že TS P-*rozhoduje* jazyk L, pokud pro všechna slova mimo P zastaví, a ze slov mino P přijímá právě ta, která patří do L. Jazyk je pak P-*rozhodnutelný*, právě když existuje TS, který jej P-rozhoduje. Intuitivně je P-rozhodnutelnost „snadnější“ variantou rozhodnutelnosti – TS nemusí umět rozhodnout slova z P. Dokažte nebo vyvraťte následující tvrzení:

   (a) Existuje konečná množina P kódů Turingových strojů, pro kterou je HP P-rozhodnutelný.

   (b) Existuje nekonečná množina P Turingových strojů, pro kterou je HP P-rozhodnutelný.

   (c) Pro všechny nekonečné množiny P Turingových strojů je HP P-rozhodnutelný.

   V bodě (c) zkuste vybrat vhodnou nekonečnou množinu P a modifikovat pro ni přednášený důkaz nerozhodnutelnosti HP diagonalizací.

15 bodů

4. Rendez-vous síť je graf, v jehož každém uzlu běží proces vykonávající stejný konečně stavový program. Procesy spojené hranou (komunikačním kanálem) spolu komunikují formou tzv. rendez-vous – jsou schopni se atomicky (v jednom výpočetním kroce) shodnout na informaci komunikované komunikačním kanálem. Komunikační kanály jsou očíslovány a procesy mohou reagovat na komunikaci různými kanály různě. Pokud se proces snaží o komunikaci kanálem, na jehož druhém konci není žádný jiný proces, je takový proces nejprve vytvořen, a potom proběhne komunikace.

   Formálně je *rendez-vous síť* trojice $S = (A, P, K)$ kde: $A = (Q, \Sigma \times \{1, 2\}, \delta, q_0, F)$ je konečný automat popisující chování procesů (všechny se chovají stejně). Abeceda automatu je tvořena páry, kde první složka $a \in \Sigma$ je komunikovanou zprávou, a druhá složka, 1 nebo 2, je číslem komunikačního kanálu, kterým se má zpráva a komunikovat. P je konečná množina *procesů* a $K \subseteq P \times \{1, 2\} \times P$ je množina *komunikačních kanálů* označených čísly 1 nebo 2. *Konfigurace* sítě S je dvojice $(S, stav)$, kde $stav : P \to Q$ je funkce přiřazující stavy procesům. Konfigurace $(S' = (A, P', K'), stav')$ vznikne *výpočetním krokem* z konfigurace $(S, stav)$, psáno $(S, stav) \to (S', stav')$, v následujících dvou případech:

   (a) Dva existující procesy spojené komunikačním kanálem se dohodnou na zprávě. Tedy $S' = S$, a pro nějaké $u, v \in P$ a $i \in \{1, 2\}$ existuje kanál $(u, i, v) \in K$ a symbol $a \in \Sigma$ tak, že $stav'(u) \in \delta(stav(u), (a, i))$, $stav'(v) \in \delta(stav(v), (a, i))$ a $stav'(w) = stav(w)$ pro všechny $w \in P$ různé od u a v.

   (b) Nějaký proces $u \in P$ by rád komunikoval kanálem i, ale není tímto kanálem spojen s žádným jiným procesem. V tom případě se nejprve vytvoří nový proces v iniciálním stavu spojený s prvním procesem kanálem i, a potom proběhne komunikace jako v předchozím případě. Formálně, pro nějaké $i \in \{1, 2\}$ neexistuje kanál $(u', i, u'') \in K$ kde $u = u'$ nebo $u = u''$, $P' = P \cup \{v\}$ kde $v \notin P$ je nový proces, $K' = K \cup \{(u, i, v)\}$, $stav'(u) \in \delta(stav(u), (a, i))$, $stav'(v) \in \delta(q_0, (a, i))$ a $stav'(w) = stav(w)$ pro všechny $w \in P'$ různé od u a v.

   Řekneme, že z konfigurace (S_0, σ_0) je dosažitelný koncový stav, pokud existuje sekvence výpočetních kroků $(S_0, stav_0) \to (S_1, stav_1) \to \cdots \to (S_n, stav_n)$ taková, že $stav_n(v) \in F$ pro nějaký proces v sítě S_n.

   Dokažte, že problém dosažitelnosti koncového stavu z dané konfigurace rendez-vous sítě je nerozhodnutelný. Postupuje redukcí z problému náležitosti slova do jazyka Turingova stroje. Redukce bude založena na simulaci Turingova stroje rendez-vous sítí. Budete potřebovat kódovat konfiguraci Turingova stroje (obsah pásky, pozice hlavy, řídící stav) konfigurací sítě, a simulovat krok výpočtu Turingova stroje výpočetním krokem sítě.

   20 bodů