Teoretická informatika (TIN) – 2015/2016
Úkol 1
(max. zisk 5 bodů – 10 bodů níže odpovídá 1 bodu v hodnocení předmětu)

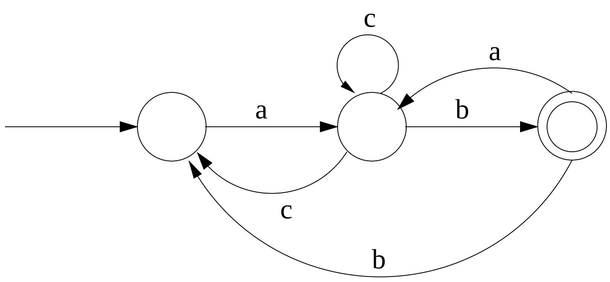
1. Uvažte jazyk $L_1 = \{a^i b^j c^i d^k \mid i, j, k \geq 0\}$.
   (a) Sestavte gramatiku G_1 takovou, že $L(G_1) = L_1$.
   (b) Jakého typu (dle Chomského hierarchie jazyků) je G_1 a jakého typu je L_1? Mohou se tyto typy obecně lišit? Svoje tvrzení zdůvodněte (formální důkaz není požadován).

   8 bodů

2. Uvažte regulární výraz $r_2 = (abc)^*(a + \varepsilon)(abc)^*$.
   (a) Převeďte r_2 algoritmicky na redukovaný deterministický konečný automat M_2 (tj. RV $\longrightarrow$ RKA $\longrightarrow$ DKA $\longrightarrow$ redukovaný DKA), přijímající jazyk popsaný výrazem r_2.
   (b) Pro jazyk $L(M_2)$ určete počet tříd ekvivalence relace $\sim_L$ (viz Myhill-Nerodova věta) a vypište tyto třídy. Jednotlivé třídy můžete popsat například konečným automatem, který akceptuje všechna slova patřící do dané třídy.

   12 bodů

3. Uvažte NKA M_3 nad abecedou $\Sigma = \{a, b, c\}$ z obrázku 1:



Obrázek 1: NKA M_3

   K tomuto automatu sestavte soustavu rovnic nad regulárními výrazy a jejím řešením sestavte ekvivalentní regulární výraz.

   8 bodů

4. Pro dva formální jazyky L_1 a L_2 definujme operaci $restrict$ následovně:

$$restrict(L_1, L_2) = \{w \mid w \in L_1 \wedge \exists w' \in L_2 :\ |w| = |w'|\}$$

   Navrhněte a *formálně popište* algoritmus, který má na vstupu dva konečné automaty $M_1 = (Q_1, \Sigma_1, \delta_1, q_1^0, F_1)$ a $M_2 = (Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_2^0, F_2)$ (mohou být nedeterministické), a jehož výstupem bude konečný automat $M_{restrict}$ takový, že $L(M_{restrict}) = restrict(L(M_1), L(M_2))$.

   8 bodů

5. Mějme jazyk $L = \{a^i b^{2i} c^j \mid i > 0 \wedge i < j < 2i\}$. Je jazyk L regulární? Dokažte nebo vyvraťte.

   8 bodů

6. Uvažujme algebru regulárních množin (A_{RM}) nad abecedou Σ.

   (a) Ukažte, že pro A_{RM} platí následující vztah: $\{\varepsilon\} \cup A.A^* = A^*$, kde A je libovolná regulární množina. Nepoužívejte fakt, že A_{RM} je Kleeneho algebrou.

   (b) Určete, zdali je $\subseteq$ *totální uspořádání* v A_{RM}. Tedy že pro libovolné dvě regulární množiny A a B platí vždy alespoň jedna z nerovností $A \subseteq B$ nebo $B \subseteq A$. Své tvrzení dokažte.

6 bodů