

26 Tepelné záření

Ověření Stefanova-Boltzmannova zákona

ÚKOL

Ověřte platnost Stefanova-Boltzmannova zákona a určete pohltivost α zářícího tělesa.

TEORIE

Teplo je druh energie. Vyjadřuje, jak se změni vnitřní energie systému jestliže klesne nebo vzroste jeho teplota. Přenos tepelné energie (šíření, sdílení) z jednoho místa na druhé může probíhat jedním ze tří způsobů: vedením, prouděním nebo zářením. **Vedení** je nejčastější způsob šíření tepla v pevných tělesech, při kterém si část své pohybové energie předávají pomocí nárazů sousední částice těles. Samotné částice však zůstávají na místě a kmitají kolem svých rovnovážných poloh. **Proudění** má své místo v kapalinách a plynech. Přemísťují se při něm přímo ty částice, které mají vyšší energii. Na rozdíl od vedení a proudění, které se mohou uskutečnit pouze v látkovém prostředí je třetí způsob přenosu tepla tj. **tepelné záření** možný i ve vakuu. Je to možné proto, že tepelné záření je ve své podstatě elektromagnetické vlnění. Právě tomuto jevu je věnována tato úloha.

Elektromagnetické vlnění je jednou z nejrozšířenějších forem hmoty v přírodě. Jsou-li jeho zdrojem přeměny energie v atomech, molekulách nebo jádrech atomů, nazýváme je elektromagnetické záření. Tělesa nejsnáze vybudíme k záření zahřátím. Při teplotách nižších než 525°C není toto záření viditelné a nazývá se infračervené, resp. tepelné záření.

Zvyšujeme-li dále teplotu tělesa, stoupá celkové množství vyzážené energie a záření se posouvá ke kratším vlnovým délkám. Těleso mění barvu postupně od temně červené až po bílou při velmi vysokých teplotách. Souhrnně se tato část spektra elektromagnetického záření počínaje infračerveným zářením až po ultrafialové světlo nazývá **tepelné záření**.

Výkon přenášený zářením se nazývá **zářivý tok** Φ_e , jeho jednotkou je watt (W). Je to zářivá energie, která prochází plochou S za jednotku času. Abychom mohli vyjádřit vyzařování a ozařování těles v jednotlivých místech jejich povrchu, zavádíme **intenzitu vyzařování** M_e , **intenzitu ozařování** E_e , což je zářivý tok vycházející nebo dopadající na jednotku plochy.

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dS}, \quad E_e = \frac{d\Phi_e}{dS}, \quad [M_e] = [E_e] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}. \quad (26.1)$$

Tělesa záření vydávají, ale zároveň přijímají záření z jiných těles. Z celkového dopadajícího toku Φ_e každá látka část odráží $\Phi_{e,odr}$, část propouští $\Phi_{e,vyst}$ a zbytek pohlcuje $\Phi_{e,pohl}$. Pohlceným zářením se tělesa hlavně zahřívají. Omezme se na látky, které zářivou energii nepropouštějí, ale pouze odrážejí nebo pohlcují. Pro tato látky můžeme definovat odrazivost a pohltivost.

Odrizivost

je poměr odraženého ku dopadajícímu toku

$$\frac{\Phi_{e,odr}}{\Phi_{e,dop}} = \rho; \quad (26.2)$$

Pohltivost

je poměr pohlceného ku dopadajícímu toku
$$\frac{\Phi_{e,pohl}}{\Phi_{e,dop}} = \alpha . \quad (26.3)$$

Součet pohlceného a odraženého toku je roven jedné. Uvažujeme totiž látky, které nepropouštějí zářivou energii, takže vše co dopadne se buď odrazí nebo pohltí.

$$\Phi_{e,dop} = \Phi_{e,odr} + \Phi_{e,pohl} \Rightarrow \rho + \alpha = 1 . \quad (26.4)$$

Zcela tedy postačí určovat koeficient pohltivosti, jenž nabývá hodnot od 0 do 1.

Pohlcování a vyzařování záření jsou dvě strany téže mince. Těleso, které záření pohlcuje více, je také více vyzařuje.

Čím větší je pohltivost α , tím tmavší se nám jeví těleso v denním světle. V mezním případě je $\alpha = 1$. Takové těleso tedy pohltí veškeré záření dopadající na jeho povrch. Nazýváme je **dokonale černé těleso**. Zahřejeme-li toto těleso na vysokou teplotu, jeho intenzita vyzařování $M_{e,0}$ je největší, jaká je při teplotě T možná a závisí pouze na této teplotě.

Vztah mezi oběma veličinami vyjadřuje **Stefanův – Boltzmannův zákon**

$$M_{e,0} = \sigma T^4 , \quad (26.5)$$

kde konstanta úměrnosti (nazývá se Stefanova-Boltzmannova konstanta) má hodnotu $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-4}$.

Dokonale černé těleso ovšem ve skutečnosti neexistuje, stejně tak jako neexistuje dokonale lesklé těleso, které by odráželo všechno dopadající záření. U reálných zářičů je **pohltivost** $\alpha < 1$. Je-li pohltivost α pro všechny vlnové délky ve spektru záření stejná, nazýváme takový zářič **šedé těleso**. Intenzita vyzařování šedého zářiče je $M_e = \alpha M_{e,0}$, je tedy α -krát menší než černého tělesa při téže teplotě.

Pro takový zářič (šedé těleso) má Stefanův-Boltzmannův zákon tvar

$$M_e = \alpha \sigma T^4 , \quad [M_e] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2} . \quad (26.6)$$

PRINCIP METODY MĚŘENÍ

Při ověřování platnosti tohoto zákona použijeme jako vyzařující těleso dlouhé tenké wolframové vlákno žárovky stočené do spirály, které je zahříváno procházejícím proudem.

Součin proudu I a napětí U na vlákne určuje elektrický výkon P dodávaný vláknu, jenž se přeměňuje v Jouleovo teplo a zvyšuje teplotu vlákna. V žárovce je dostatečné vakuum, takže můžeme zanedbat odvod tepla přenosem zbytky plynu a stejně tak odvod tepla držáky vlákna.

V rovnovážném stavu musí být výkon dodávaný vláknu roven výkonu vyzářenému. Jouleovo teplo sice není jediný výkon, který přijímá vlákno, na vlákno dopadá také záření okolních těles, ale pokud se spokojíme s chybou asi 5 %, můžeme pro výpočet vyzářeného výkonu použít jednoduchý vztah

$$P = S \alpha \sigma T^4 , \quad (26.7)$$

kde S je plocha zářící spirály žárovky. Zanedbání teploty okolí je možné již od teploty vlákna 600 K (to je přibližně dvojnásobek teploty okolí).

Plochu zářící spirály žárovky můžeme považovat za plochu povrchu válce, jehož délka L a průměr d jsou stejné jako vnější rozměry spirály. Protože navíc je $L \gg d$, lze zanedbat plochu základu ($2 \times \pi d^2$) proti ploše pláště, takže $S = L\pi d$. Rovnice (26.7) bude mít tedy tvar

$$P = L\pi d\alpha\sigma T^4. \quad (26.8)$$

Zbývá vyřešit určení teploty a rozměrů vlákna.

Teplota vlákna

Odpor vlákna R se s teplotou mění podle vztahu

$$R_T = R_{293} \left[1 + 4,636 \cdot 10^{-3} (\{T\} - 293) + 3,19 \cdot 10^{-7} (\{T\} - 293)^2 \right]. \quad (26.9)$$

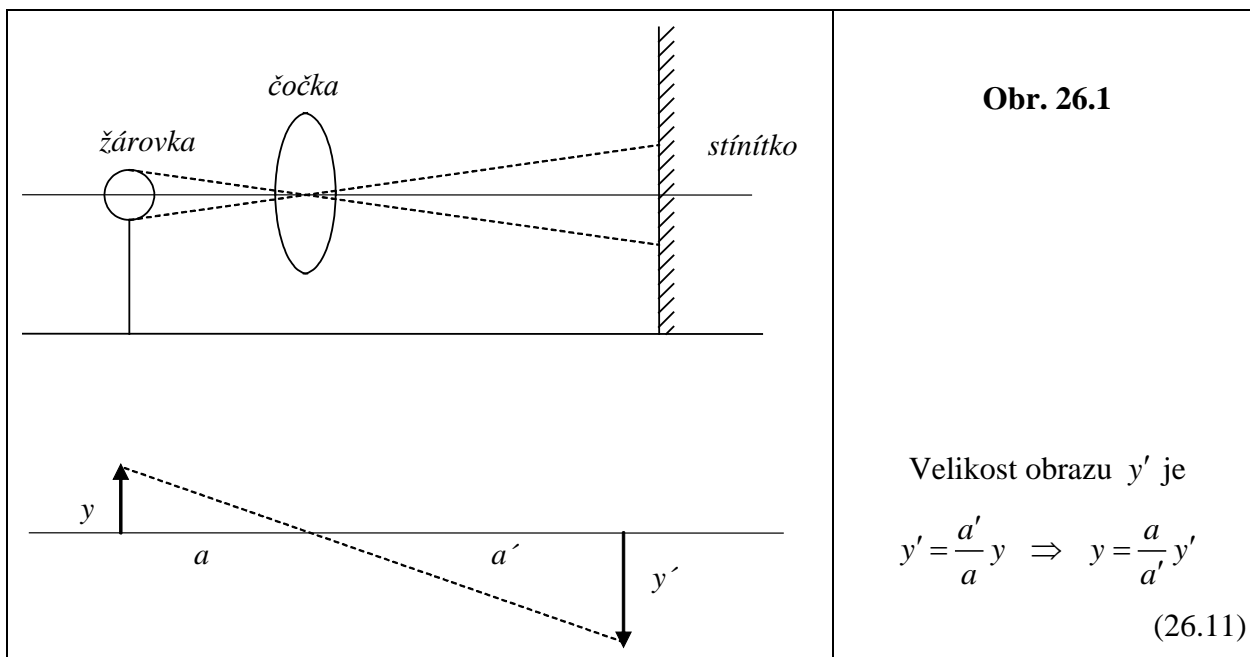
Řešením této rovnice určíme teplotu T vlákna pro všechny změřené hodnoty proudu procházejícího vláknem. Abychom z Ohmova zákona mohli určit odpor vlákna za studena (R_{293}), musí zůstat jeho příkon – a tedy napětí i proud – co nejmenší. Ve druhé fázi měření (voltampérová charakteristika) potřebujeme již větší proudy i napětí. K dispozici máte ampérmetr i voltmetr, ale povšimněte si, že ampérmetrem můžeme měřit také napětí a stejně tak voltmetrem lze měřit i proud.

Rozměry vlákna

Přímé změření vlákna žárovky je technicky nemožné nebo přinejmenším velmi nepřesné, neboť vlákno je nepřístupné. Svítící vlákno žárovky lze však promítnout spojnou čočkou na stínítko a z rozměrů tohoto obrazu vypočítat rozměry vlákna. Ostrý obraz se vytvoří, je-li splněna zobrazovací rovnice čočky (tzv. čočková rovnice)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad (26.10)$$

kde a je vzdálenost vlákna od čočky, a' je vzdálenost stínítka od čočky a f je ohnisková vzdálenost použité čočky.



Šířku obrazu měříme mikrometrem pevně spojeným se stínítkem, nelze s ním tedy samostatně pohybovat. Stínem pohyblivé čelisti se dotkneme obrazu vlákna z jedné a druhé strany a šířku vypočítáme jako rozdíl obou poloh. Délku obrazu vlákna měříme příložným měřítkem.

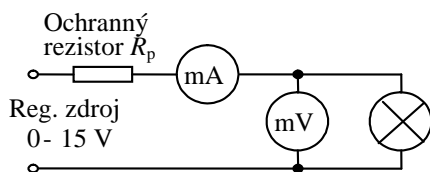
Poznámka:

U této úlohy je k dispozici počítač, který za Vás provede většinu výpočtů. Předpokládá to ovšem kromě pochopení teorie úlohy také prostudování postupu při zpracování měření.

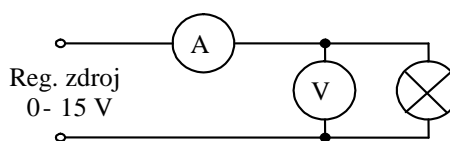
POSTUP PŘI MĚŘENÍ, ZPRACOVÁNÍ A VYHODNOCENÍ

1. Zapojte obvod podle schématu na obr. 26.2. **Nezapomeňte** do obvodu připojit ochranný předřadný (sériový) rezistor R_p vyznačený na schématu, který jednoduše zabezpečí napájení měřeného obvodu se žárovkou velmi malým proudem a to i při použití běžného stabilizovaného zdroje. Při průchodu velmi malého proudu zůstane vlákno žárovky studené. Při takto zapojeném obvodu určíme tedy odpor vlákna za studena R_{293} . Vláknem prochází malé proudy a na svorkách měřené žárovky jsou malá napětí.

Všimněte si, že oběma přístroji, které máte k dispozici se dá měřit jak proud, tak i napětí. **Jako voltmetr použijte tedy ten z přístrojů, na němž je možno zařadit rozsah 30 mV/1 mA.** Protékající proud měřte druhým přístrojem, který ačkoliv má značku V, je schopen měřit i malé proudy. Zde vyberte **proudový** rozsah označený „60 mV/10 Ω “. (Jakou hodnotu má I_{\max} na tomto rozsahu?)



Obr. 26.2



Obr. 26.3

2. Nyní už budeme měřit při větších hodnotách proudu a napětí (schéma je na obr. 26.3, přístroje budete muset přehodit). Proměřte voltampérovou charakteristiku vlákna žárovky, napětí měňte od 0,4 V až do plného výkonu zdroje. Změřte alespoň deset hodnot. Všechny hodnoty vkládejte ihned do počítače.
3. Promítnutím žhavého vlákna žárovky na stínítko určete rozměry vlákna: změříte délku a šířku obrazu a ze vztahu (26.11) vypočítejte rozměry vlákna. Do programu zadejte také teplotu v laboratoři.
4. Po zadání naměřených hodnot můžete na monitoru zobrazit a poté také vytisknout tabulky vypočtených hodnot a graf závislosti $P = f(T)$. Tento graf je pouze orientační, přesný logaritmický graf sestrojte doma na počítači např. v tabulkovém procesoru MS Excel (nebo jiném programu).
5. Má-li měření prokázat platnost Stefanova-Boltzmannova zákona, musí v regresní funkci exponent u T mít hodnotu velmi blízkou 4. Postup je podrobně popsán v *Úvodu do měření* v kapitole 00-4 *Vyhodnocení naměřených závislostí* na straně 00-4/5 a na stranách 00-4/7 až 00-4/10. Příklad výpočtu u tabulky naměřených a vypočtených hodnot doplňte dále výpočtem hledaného exponentu mocninné funkce, tedy směrnice přímky logaritmického grafu na základě odečtených hodnot z grafu.

POSOUZENÍ PŘESNOSTI MĚŘENÍ

Uvažte chyby měřidel i chyby metody při určování rozměrů vlákna. V „Závěru“ protokolu proveďte celkové zhodnocení měření. Nezapomeňte na porovnání naměřených výsledků s očekávanými. Pokuste se alespoň slovně najít všechny zdroje chyb při tomto měření.

Otázky k zamyšlení

V testu připravenosti k úloze se objevují i příklady. Jsou to příklady typu:

- Plocha povrchu lidského těla je 2 m^2 , teplota povrchu kůže 306 K , pohltivost $0,9$. Stefanova – Boltzmannova konstanta má hodnotu $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$. Vypočítejte energii, kterou by vyzařil neoblečený člověk za 30 s .

Postup: Vyjdeme ze vztahu (26.6), což je Stefanův-Boltzmannův zákon popisující intenzitu vyzařování M_e pro šedé těleso, to je takové jehož pohltivost $\alpha < 1$,

$$M_e = \alpha \sigma T^4, \quad [M_e] = \text{W} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Intenzita vyzařování ovšem není energie, její jednotka je $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$. Musíme ji násobit plochou, která vyzařuje, $[S] = \text{m}^2$. Tím získáme vyzařovaný výkon. Po vynásobení časem, po který vyzařování trvalo dostaneme vyzařenou energii:

$$E = M_e \cdot S \cdot t = \alpha \sigma T^4 \cdot S \cdot t = 0,9 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (306)^4 \cdot 2 \cdot 30 = 2,684 \cdot 10^{-4} \doteq 2,68 \cdot 10^{-4} \text{ J}.$$

- Vypočítejte odpor (rezistanci) žárovky o výkonu 100 W , ke které je přiloženo napětí 220 V .

Postup: Ohmův zákon: $U = R \cdot I$, výkon v elektrickém obvodu: $P = U \cdot I$. Odtud

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{P/U} = \frac{U^2}{P} = \frac{(220)^2}{100} = 484 \Omega.$$