In[59]:=
```
fsrc := 7*x^2 - 14*x*y + 9*y^2 + 8*x*z - 11*z^2 + x + y + z - 10
TraditionalForm[fsrc]
```

Out[60]//TraditionalForm=

$$7 x^2 - 14 x y + 8 x z + x + 9 y^2 + y - 11 z^2 + z - 10$$

In[61]:=
```
(*Составим матрицу квадратичной формы*)
A = {
{7, -7, 4},
{-7, 9, 0},
{4, 0, -11}
};
MatrixForm[A]
```

Out[62]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 7 & -7 & 4 \\ -7 & 9 & 0 \\ 4 & 0 & -11 \end{pmatrix}$$

In[63]:=
```
(*Получение характеристического полинома через определитель*)
AE = A - IdentityMatrix[3]*l;
MatrixForm[AE];
charPoly = Det[AE]
```

Out[65]= $-298 + 178\, l + 5\, l^2 - l^3$

In[66]:=
```
(*Сравниваем результы со встроенной функцией*)
autoCharPoly = CharacteristicPolynomial[A, l];
SameQ[autoCharPoly, charPoly]
```

Out[67]= True

In[68]:=
```
(*Результаты совпали, значит полином найден верно*)
```

In[69]:=
```
(*Найдем теперь собственные числа*)

sol = Solve[charPoly == 0, l];
myeigenValues = l /. sol
```

Out[70]= {-12.0…, 1.62…, 15.3…}

In[71]:=
```
% // N(*тут выводим в явном виде.А до этого получили в аналитическом*)
```

Out[71]= {-11.9624, 1.62413, 15.3383}

```
In[72]:= (*Сравниваем результаты со встроенной функцией*)
autoEigenValues = Eigenvalues[A]
myeigenValues = Sort[myeigenValues];
autoEigenValues = Sort[autoEigenValues];
SameQ[myeigenValues, autoEigenValues]

Out[72]= {15.3…, -12.0…, 1.62…}

Out[75]= True

In[76]:= (*Найдем собственные векторы*)
X = {x, y, z};(*вектор неизвестных*)

In[77]:= myD1 = AE /. l → myeigenValues[[1]];
my1 = myD1.X;

In[79]:= myeigenVector1 = Solve[my1 == 0 /. z → 1];
myeigenVector1 = {x, y, 1} /. myeigenVector1[[1]]
(*Находим первый СВ.Аналогично находим другие два*)
```

Out[80]= $\left\{\frac{1}{4}\times(11 + -12.0\ldots),\ \frac{1}{28}\times\left(93 - 4\ -12.0\ldots - -12.0\ldots^{2}\right),\ 1\right\}$

```
In[81]:= myD2 = AE /. l → myeigenValues[[2]];
my2 = myD2.X;
myeigenVector2 = Solve[my2 == 0 /. z → 1];
myeigenVector2 = {x, y, 1} /. myeigenVector2[[1]]
```

Out[84]= $\left\{\frac{1}{4}\times(11 + 1.62\ldots),\ \frac{1}{28}\times\left(93 - 4\ 1.62\ldots - 1.62\ldots^{2}\right),\ 1\right\}$

```
In[85]:= myD3 = AE /. l → myeigenValues[[3]];
my3 = myD3.X;
myeigenVector3 = Solve[my3 == 0 /. z → 1];
myeigenVector3 = {x, y, 1} /. myeigenVector3[[1]]
```

Out[88]= $\left\{\frac{1}{4}\times(11 + 15.3\ldots),\ \frac{1}{28}\times\left(93 - 4\ 15.3\ldots - 15.3\ldots^{2}\right),\ 1\right\}$

```
In[89]:= (*Найдем СВ с помощью встроенной функции*)
autoEigenSystem = Eigensystem[A]

Out[89]= {{15.3…, -12.0…, 1.62…},
  {{6.58…, -7.27…, 1}, {-0.241…, -0.0803…, 1}, {3.16…, 3.00…, 1}}}
```

In[90]:=
```
myeigenValues〚1〛
myeigenValues〚2〛
myeigenValues〚3〛
```

Out[90]= −12.0 …

Out[91]= 1.62 …

Out[92]= 15.3 …

In[93]:=
```
(*Сравниваем результаты*)
autoEigenSystem〚2, 2〛 == N[myeigenVector1]
autoEigenSystem〚2, 3〛 == N[myeigenVector2]
autoEigenSystem〚2, 1〛 == N[myeigenVector3]
```

Out[93]= True

Out[94]= True

Out[95]= True

In[96]:=
```
(*Составим матрицу из СВ.Сначала нормализуем эти векторы*)
Normalize[myeigenVector3]
S = {
  Normalize[autoEigenSystem〚2, 1〛],
  Normalize[autoEigenSystem〚2, 2〛],
  Normalize[autoEigenSystem〚2, 3〛]
};
N[S] // MatrixForm
```

Out[96]=

$$\left\{\frac{11+15.3\ldots}{4\sqrt{1+\frac{1}{16}\left(11+15.3\ldots\right)^2+\frac{1}{784}\left(-93+4\ 15.3\ldots+15.3\ldots^2\right)^2}},\right.$$

$$\frac{93-4\ 15.3\ldots-15.3\ldots^2}{28\sqrt{1+\frac{1}{16}\left(11+15.3\ldots\right)^2+\frac{1}{784}\left(-93+4\ 15.3\ldots+15.3\ldots^2\right)^2}},$$

$$\left.\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{16}\left(11+15.3\ldots\right)^2+\frac{1}{784}\left(-93+4\ 15.3\ldots+15.3\ldots^2\right)^2}}\right\}$$

Out[98]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 0.667741 & -0.737454 & 0.10141 \\ -0.233217 & -0.0778783 & 0.969301 \\ 0.706917 & 0.670893 & 0.223989 \end{pmatrix}$$

In[99]:=
```
(*Создадим вектор-столбец коэффициентов линейной формы*)
a = {1, 1, 1};
a // MatrixForm
```

Out[100]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

In[101]:=
```
(*Вектор S^T*a *)

a1 = Transpose[S].a;
```

In[102]:=
```
a0 = -10;(*свободный член*)
```

In[103]:=
```
fCanonical = autoEigenSystem⟦1, 1⟧ * x1^2 + autoEigenSystem⟦1, 2⟧ * y1^2 +
   autoEigenSystem⟦1, 3⟧ * z1^2 + 2 * a1⟦1⟧ * x1 + 2 * a1⟦2⟧ * y1 + 2 * a1⟦3⟧ * z1 + a0;
```

In[104]:=
```
fCanonical = FullSimplify[fCanonical];
N[fCanonical] // TraditionalForm
fCanonical /. {x1 → x, y1 → y, z1 → z}
```

Out[105]//TraditionalForm=

$$15.3383\ (x1 - 1.\ y1)\ (x1 + y1) + 2.28288\ x1 + 1.62413\ \left(z1^2 - 1.\ y1^2\right) + 5.\ y1^2 - 0.288878\ y1 + 2.5894\ z1 - 10.$$

Out[106]=

$$-10 + 5\,y^2 + \left(-y^2 + z^2\right)\ \boxed{1.62\ldots} + (x - y)\,(x + y)\ \boxed{15.3\ldots} + 2\,x\ \boxed{1.14\ldots} + 2\,z\ \boxed{1.29\ldots} + 2\,y\ \boxed{-0.144\ldots}$$

In[107]:=
```
canonical[a_, b_, c_] := fCanonical /. {x1 → a, y1 → b, z1 → c}
ContourPlot3D[canonical[x, y, z] == 0, {x, -10, 10}, {y, -10, 10}, {z, -10, 10}]
```

Out[108]=