

Øving 3, teori: Splitt og hersk

[← \(/inginius/course/TDT4120/02p\)](/inginius/course/TDT4120/02p)[→ \(/inginius/course/TDT4120/03p\)](/inginius/course/TDT4120/03p)

Du må besvare 10 av 16 oppgaver rett for å få denne øvingen godkjent. Trenger du hjelp, så [ta kontakt](https://algsdat.idi.ntnu.no/kontakt.html) (<https://algsdat.idi.ntnu.no/kontakt.html>).

Du kan levere teoriøvingen (trykke submit) **maksimalt tre ganger**. Etter dette vil det ikke lenger være mulig å levere øvingen.

Question 1: Sorteringsalgoritmer

Vi har en usortert liste med n elementer, og vi ønsker å finne ut hvor mange unike tall det er i lista. Etter algoritmene vi har lært til og med forelesningen om splitt og hersk, hva er den raskeste kjøretiden vi kan garantere for dette problemet (den beste *worst-case*-kjøretiden)?

- ☐ $\Theta(n \log n)$
- ☐ $\Theta(n)$
- ☐ $\Theta(\log \log n)$
- ☐ $\Theta(n\sqrt{n})$
- ☐ Ingen av alternativene stemmer
- ☐ $\Theta(n^2)$
- ☐ $\Theta(\sqrt{n})$
- ☐ $\Theta(\log n)$

Question 2: Sorteringsalgoritmer

Denne oppgaven handler om quicksort og mergesort. Med «sorteringsarbeid» menes her den faktiske flyttingen av tall som en sorteringsalgoritme gjør. Hvilket av følgende alternativ er sant?

- ☐ Begge algoritmene gjør sorteringsarbeidet etter det rekursive kallet
- ☐ Mergesort gjør sorteringsarbeidet før det rekursive kallet, mens quicksort gjør det etterpå
- ☐ Quicksort gjør sorteringsarbeidet før det rekursive kallet, mens mergesort gjør det etterpå
- ☐ Begge algoritmene gjør sorteringsarbeidet før det rekursive kallet

Question 3: Sorteringsalgoritmer

La liste **A** være en liste sortert i stigende rekkefølge, og **B** en liste sortert i synkende rekkefølge. Hvilken påstand stemmer da om kjøretiden til quicksort?

- ☐ Begge har kjøretid $\Theta(n \log n)$
- ☐ Kjøretid for liste **A** er $\Theta(n^2)$ og for liste **B** er kjøretiden $\Theta(n \log n)$
- ☐ Kjøretid for liste **B** er $\Theta(n^2)$ og for liste **A** er kjøretiden $\Theta(n \log n)$
- ☐ Begge har kjøretid $\Theta(n^2)$

Question 4: Sorteringsalgoritmer

Hvilket alternativ under er korrekt?

- ☐ Mergesort kan få $\Theta(n^2)$ kjøretid hvis listen allerede er sortert
- ☐ Quicksort er en inplace sorteringsalgoritme
- ☐ Mergesort som beskrevet i dette kurset er en *in-place* sorteringsalgoritme
- ☐ Quicksort har *worst-case*-kjøretid $\Theta(n \log n)$

Question 5: Sorteringsalgoritmer

Følgende er sant for randomized quicksort

- ☐ Randomized quicksort har worst case $O(n \log n)$
- ☐ Når vi har valgt pivot bytter pivot plass med det første elementet i lista
- ☐ Pivot elementet velges alltid som miderste element for å få en jevn partisjon
- ☐ En sortert liste vil ikke alltid ha kjøretid $\Theta(n^2)$

Question 6: Substitusjonsmetoden

Du ønsker å teste om kjøretiden til fire ulike, rekursive algoritmer er $O(n^2)$ ved hjelp av substitusjonsmetoden. Først setter du opp rekurrenser for algoritmene, og så forutsetter du for hver av dem den induktive hypotesen at $T(n) \leq c \cdot n^2$. Etter å ha gjennomført substitusjonsmetoden for hver av rekurrensene får du resultatene

$$T_1(n) \leq c \cdot n^2 - 5n$$

$$T_2(n) \leq c \cdot n^2 + 5n$$

$$T_3(n) \leq c \cdot n^2 + 1$$

$$T_4(n) \leq c \cdot n^2 - 1$$

Hvilke(n) av algoritmene har du greid å bevise at har kjøretid $O(n^2)$? Anta at grunntilfellene i den matematiske induksjonen også stemmer.

- ☐ T_1
- ☐ T_2
- ☐ T_4
- ☐ T_3

Question 7: Master-teoremet

La $T(n) = 27 \cdot T(n/3) + n^3$. Hvilket tilfelle tilhører rekurrensen når du benytter master-teoremet?

- ☐ Case 3
- ☐ Case 1
- ☐ Case 2
- ☐ Ingen av dem

Question 8: Master-teoremet

La $T(n) = 27 \cdot T(n/3) + n^3$. Løs rekurrensen.

- ☐ $\Theta(n^4 \log n)$
- ☐ $\Theta(n^3)$
- ☐ $\Theta(n^3 \log n)$
- ☐ $\Theta(n^4)$

Question 9: Master-teoremet

La $T(n) = 4 \cdot T(n/2) + n^3$. Løs rekurrensen.

- ☐ $\Theta(n^4)$
- ☐ $\Theta(n^3)$
- ☐ $\Theta(n^2)$
- ☐ $\Theta(n^3 \log n)$

Question 10: Rekursjonstrær

La $T(n) = T(n/10) + T(n/5) + T(n/\pi) + n^3$ der $T(1) = 1$. Hva blir høyden til rekursjonstreet?

- ☐ $\Theta(n^3)$
- ☐ $\Theta(n \log n)$
- ☐ $\Theta(\log n)$
- ☐ $\Theta(n)$
- ☐ $\Omega(n^3)$
- ☐ $\Theta(n^2)$

Question 11: Variabelskifte

Løs rekurensen gitt ved $T(n) = 4T(\sqrt{n}) + (\log(n))^2$ ved hjelp av variabelskifte.

Hint: \sqrt{n} er det samme som $n^{\frac{1}{2}}$.

- ☐ $\Theta(n \log n)$
- ☐ $\Theta((\log(n))^2(\log \log n))$
- ☐ $\Theta(n)$
- ☐ $\Theta(\log n)$

Question 12: Kjøretidsanalyse

Funksjonen `gjoerNoe(n)` under har kjøretid $\Theta(\sqrt{n})$. Hva blir kjøretiden til funksjonen `f1(n)` ?

Hint: Sett opp to rekurrensen $T_1(n)$ og $T_2(n)$ og finn først en løsning på lukket form for $T_1(n)$.

```
function f1(n)
    gjoerNoe(n)
    if n > 1
        f1(n / 3)
        f2(n - 2)
    end
end

function f2(n)
    gjoerNoe(n)
    if n > 1
        2*f1(n / 3)
    end
end
```

- ☐ $\Theta(n^2)$
- ☐ $\Theta(n)$
- ☐ $\Theta(n^{\log_3(2)})$
- ☐ $\Theta(n \log n)$
- ☐ $\Theta(\log n)$

Question 13: Kjøretidsanalyse

Hva blir kjøretiden til funksjonen $f3(n)$?

```
function f3(n)
    if n > 42
        f3(n - 42)
        f3(42)
    end
end
```

- ☐ $O(\log n)$
- ☐ $O(n)$
- ☐ Den vil aldri stoppe
- ☐ $O(1)$
- ☐ $\Theta(n \log n)$

Question 14: Kjøretidsanalyse

Hva blir kjøretiden til funksjonen `f4(n)` ? `println` tar konstant tid.

```
function f4(n)
  for i in 1:n
    for j in i:n
      println("Algdat ruler!")
    end
  end

  if n > 1
    for i in 1:36:
      f4(1/6* n)
    end
  end
end
```

- ☐ $O(n^2 \log(n))$
- ☐ $O(\sqrt[5]{n^6} \log n)$
- ☐ $\Theta(n \log n)$
- ☐ $\Theta(n^3)$
- ☐ $\Theta(n^2)$
- ☐ $\Theta(n)$
- ☐ $O(1)$
- ☐ $\Theta(\log n)$

Question 15: Kjøretidsanalyse

Funksjonen `gjoerNoeAnnet(n)` under har kjøretid $\Theta(n^2)$. Hva blir kjøretiden til funksjonen `f5(n)` ?

```
function f5(n)
  gjoerNoeAnnet(n/6)

  if n > 1
    f5(n/2)
    f5(n/2 - 1)
    2*f5(n/2 - 2)
    2*f5(n/2 - 3)
  end
end
```

- ☐ $O(n \log n)$

- ☐ $O(n)$
- ☐ $O(\log n)$
- ☐ $O(n^2 \log n)$
- ☐ $O(n^2)$

Question 16: Variabelskifte

Løs rekurensen gitt ved $\sqrt{\lg(n)} + 2T(\sqrt[n]{n}) = T(\sqrt[n]{n}) - \lg \lg n$ ved hjelp av variabelskifte. Hva blir kjøretiden?

- ☐ $\Theta((\log n)^{\log_{\pi/e} 2})$
- ☐ $\Theta(n^{\log_{\pi/2} e})$
- ☐ $\Theta(n^{\log_{e/\pi} 2})$
- ☐ $\Theta((\log n)^{\log_{\pi/2} e})$
- ☐ $\Theta(n^{\log_{\pi/e} 2})$
- ☐ $\Theta((\log n)^{\log_{e/\pi} 2})$

Submit

>_

