

## Série 1-Partie1

### 1 Objectifs :

- Distinguer une expression du langage naturelle qui est une proposition d'une expression qui ne l'est pas.
- Traduire une proposition écrite dans le langage naturelle en une formule logique.
- Décider si une expression est une formule ou non.
- Définir l'ensemble des formules d'un langage propositionnel.

1. Lesquels des énoncés suivants ne sont pas des propositions ?
  - a. Les chemins qui montent.
  - b.  $x$  est supérieur ou égal à zéro.
  - c. Il refuse de manger.
  - d.  $5+5=11$
  - e. Cette phrase est fausse.
  - f. Si le lion
  - g. L'ensemble de tous les ensembles qui n'appartiennent pas à eux-mêmes appartient à lui-même.  
(Ie : Pour  $A=\{ E/ E \notin E \}, (A \in A)$ )
2. Traduire les énoncés suivants dans le langage propositionnel :
  - a. La pollution détruit la faune et la flore.
  - b. Il est des animaux domestiques comme il est des animaux sauvages.
  - c. Je bois du café mais je ne fume pas.
  - d. Je mange sans appétit.
  - e. Les humains sont mortels, les grecs sont des humains, donc les grecs sont mortels.
  - f. Il n'y a pas de fumée sans feu.
  - g. Je dors quand j'ai sommeil.
  - h. Il pleut quand il y a des nuages.
  - i. Quand il pleut, il y a des nuages.
  - j. S'il fait beau, alors s'il ne fait pas froid, je vais à la plage
3. Donner la négation de chacune des propositions de l'exercice 2.
4. Supprimer les parenthèses superflues :
 

a. $((\neg P) \wedge Q) \rightarrow R$	c. $Q \vee (P \rightarrow R)$
b. $P \rightarrow ((Q \wedge R) \rightarrow (Q \wedge \neg R))$	d. $(P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow (\neg R))$
5. Donner l'arbre d'analyse, puis l'ensemble des sous-formules des formules de l'exercice 4.
6. Soit  $L$  un langage propositionnel dont les connecteurs sont :  $\neg$  et  $\rightarrow$ . On désignera les variables propositionnelles par  $P_1, P_2, P_3, \dots$ 
  - a. Donner l'ensemble des formules de  $L$ .
  - b. Donner une expression qui n'est pas une formule de  $L$ .
  - c. Vérifier à l'aide d'un arbre que la formule  $\alpha : (P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow \neg(P_1 \rightarrow (\neg P_3)) \in L$ .
  - d. Donner une valuation qui satisfait et une valuation qui la falsifie.
  - e. Donner l'ensemble des sous-formules de la formule  $\alpha$ .

7. Une ligne ferroviaire comporte deux voies (a et b) régulièrement fréquentées par trois trains (1, 2 et 3). Encoder les énoncés suivants :

- e1 : « Aucun train ne circule sur la voie a ».
- e2 : « Il circule au moins un train sur la voie a ».
- e3 : « Il circule au plus un train sur la voie a ».
- e4 : « Il circule au plus un train sur chacune des voies ».
- e5 : « Il circule exactement un train sur la voie a ».

8. Arezki et Omar ont emprunté trois livres que nous désignerons par 1, 2 et 3 :

Ecrire dans le langage des propositions les énoncés suivants :

1. Ali n'a lu aucun des trois livres.
2. Ali a lu au moins l'un des trois livres.
3. Ali a lu exactement un livre.
4. Aucun des deux étudiants n'a lu le livre 1.
5. Un seul des étudiants au plus a lu le livre 2.
6. Chaque livre est lu par au moins l'un des deux étudiants.
7. L'un des deux étudiants a lu le livre 1.
8. Chaque étudiant a lu au moins l'un des trois livres.
9. Arezki et Omar ont lu un livre au plus chacun.
10. Chaque livre est lu par au moins l'un des deux étudiants.
11. Chaque étudiant a lu exactement l'un des trois livres.
12. Chaque livre est lu exactement par un seul des deux étudiants.