Benha University
Faculty of Science
Mathematics Department

فلسفة وتاريخ الرياضيات

Prepared by

Mathematics Department

المحتوى

الرياضيات: هي علم التجريد والتعميم ويقال عنها اليوم هي علم التنظيم والترتيب وهي ايضا مجموعة من المعارف المجردة الناتجة عن الاستنتاجات المنطقية المطبقة على مختلف الكائنات الرياضية مثل المجموعات، والأعداد، والأشكال والبنيات والتحويلات .وتهتم الرياضيات أيضًا بدراسة مواضيع مثل الكمية والبنية والفضاء والتغير ولا يوجد حتى الآن تعريف عام متفق عليه للمصطلح.

وتعتبر الرياضيات لغة العلوم التي لا تكتمل إلا عندما يتم تحويل نتائجها إلى معادلات، وتحويل على كمية ّثوابتها إلى خطوط بيانية، ثم إن الاصطلاحات الرياضية تدل على الكم، والعدد يدل المعدود، والمقدار قابل للزيادة أو النقصان. ويمكن وصف الرياضيات بأنه علم لحل المسائل وتطوير النظريات، وفي هذه الحالة ينظر للرياضيات عادة باعتبارها لغة عالمية ذات رموز وقوانين مشتركة، بغض النظر عن بلد المنشأ، حيث يستطيع علماء الرياضيات فهم بعضهم من خلال تلك اللغة، والتي هي علم حي، كما يرى كثيرون أن للرياضيات قيمتها الخاصة، تلك القيمة التي تعمل من أجل الرياضيات.

أما الرياضياتية فهي صفة كل ما يتعلق بعلم الرياضيات من أشكال ورموز وصيغ ومشكلات، فإذا كان الرياضياتي هو المتخصص في الرياضيات، فإن مجال دراسته وكذلك أبحاثه تكون متعلقة بمجموعة سمى رياضياتية، وذلك لانتسابها إلى الرياضيات، وليميزها عن ُرموز وصيغ وأشكال وإجراءات ت الأمور الرياضية التي تتعلق بالرياضة كممارسة قائمة على توظيف وتمرين وتشغيل الجسم البشري.

وصف كارل فريدريش غاوس الرياضيات بأنها ملكة العلوم، فيما يعتقد عدد من الفلاسفة أنه من غير الممكن تخطيئ الرياضيات تجريبيا وبالتالي فهي ليست علما اذا ما نظر إلى تعريف كارل بوبر، ولكن في ثلاثينيات القرن الـ٢٠ جاءت مبرهنات عدم الاكتمال لغودل، وذلك كي تقنع العديد من علماء الرياضيات بأنه لا يمكن اختزال الرياضيات في المنطق وحده، الأمر الذي دفع بكارل بوبر إلى استنتاج أن أعظم النظريات الرياضية هي في الفيزياء والبيولوجيا، فرضية ثم استنتاجا استنباطياً.

حيث تنقسم الرياضيات الي قسمين رئيسيين وهما الرياضيات البحتة والرياضيات التطبيقية و تعنى الرياضيات البحتة انها دراسة الرياضيات من ناحية مجردة أي من دون التطرق للفوائد والتطبيقات الرياضية بالرغم أن الرياضيات البحتة كانت تمارس في اليونان القديمة إلا أن تطور الرياضيات البحتة بدأ منذ عام ١٩٠٠ عند إدخال نظريات بخصائص غير بديهية (مثل الهندسة غير الإقليدية ونظرية كانتور للمجموعات اللانهائية. أهم مجالات دراسة الرياضيات البحتة تأتي في مفهوم الكمية والحسابيات، الجبر، الفضاء الرياضي (الهندسة الرياضية التغير والتحليل الرياضي).

تهتم الرياضيات التطبيقية بالطرق الرياضية التي تستخدم عادة في العلوم والهندسة والأعمال والاقتصاد والصناعة . الرياضيات التطبيقية «هي علم الرياضيات مع المعرفة المتخصصة». يصف مصطلح الرياضيات التطبيقية أيضًا التخصص المهني الذي يعمل فيه علماء الرياضيات على حل المسائل العملية؛ كمهنة تركز على المسائل العملية، تركز الرياضيات التطبيقية على «صياغة ودراسة واستخدام النماذج الرياضية» في العلوم والهندسة وغيرها من مجالات الممارسة الرياضية.

في الماضي، حفزت التطبيقات العملية على تطوير نظريات رياضية، والتي أصبحت بعد ذلك موضوع الدراسة في الرياضيات البحتة، حيث يتم تطوير الرياضيات في المقام الأول من أجلها. وهكذا، يرتبط نشاط الرياضيات التطبيقية ارتباطًا حيويًا بالبحث في الرياضيات البحتة.

و في هذا العمل سوف نتطرق لدراسة تاريخ الرياضيات و نشأتها و ظهورها و علاقتها الوطيدة بالفلسفة.

الفصل الأول

نشأة الرياضيات

نشأت الرياضيات مع قياس الإنسان ما يشاهد من ظواهر الطبيعة، إذ بدأ من قياس قسمة الطعام بين أفراد العائلة، ثم وصل إلى قياس الوقت والفصول والمحاصيل الزراعية، وتقسيم الأراضي والغنائم والمحاسبة، وعلم الملاحة بالنجوم والاستكشاف، والقياسات اللازمة لتشييد الأبنية والمدن. أما البنى الرياضية التي يدرسها الرياضيون فغالبا ما يعود أصلها إلى العلوم الطبيعية، وخصوصاً علم الطبيعة، ومن المعروف أن للرياضيات دور بارز في عدة علوم وهي: الفيزياء والكيمياء، والبيولوجيا، بالإضافة إلى العلوم الإنسانية.

ويتصور الكثيرون من الناس أن الرياضيات، رغم وجودها منذ قديم الزمان، فليس لها تاريخ يُذكر. وهذا التصوّر مبنيّ على فكرة أنّ الأرقام والموضوعات الرياضية ليس من شأنها أن تتغير، وبالتالي فإن الرياضيات في السابق ربما لم تختلف اختلافاً كبيراً عمّا هي عليه في الوقت الحاضر. ومن هذا المنظور فإن كتابة تاريخ الرياضيات ليست سوى تحديد الظروف والأحوال التي حصلت فيها الاكتشافات الرياضية لتوضيح كيف ومتى أصبحنا نطّلع على بعض الحقائق الرياضية المعيّنة. ويتّفق على العكس أن التاريخ الرياضية هو أكثر إثارة من ذلك بكثير. فربّما من الرياضيات تختلف من ثقافة الي اخري إذ تُكتب بلغات وبأحرف كتابية مختلفة وكذلك بوسائل كتابية مختلفة، وقد تستخدم متنوّع الأنظمة العددية. ولكنه من غير البديهي أنّ، إذا سألنا الناس عن اعتقاداتهم بشأن الرياضيات وماهية مكوّناتها وماهية فوائدها، وجدنا أن الأجوبة على هذه الاسئلة هي أيضاً تختلف بصورة كبيرة من ثقافة الى اخري. وهكذا فإن هدف مؤرّخ الرياضيات هو وصف هذه الفروق الثقافية عبر العالمُ وتفسير أسبابها. فبأخذ هذه الافكار بعين الاعتبار، دعونا ننظر ما كان لدى الرياضيات البابلية من فحْوى منذ ما يقارب أربعة آلاف سنة.

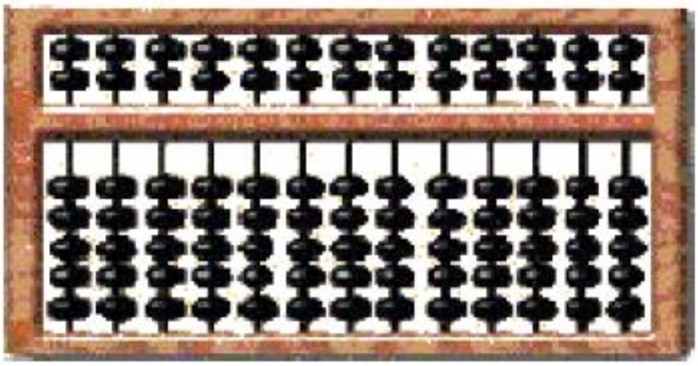
الرياضيات البابلية:

يُمكن تعريف الرياضيات البابلية على أنّها مجموعة من الممارسات الرياضية الرقمية، والتي تُعتبر من الممارسات الأكثر تقدمًا في الشرق الأدنى القديم، فالرياضيات البابلية مصطلح يُشير إلى رياضيات سكان بلاد الرافدين منذ بداية ظهور السومريين وحتى سقوط بابل عام ٥٣٩ ق.م، وقد عُرفت الرياضيات البابلية أيضًا باسم الرياضيات الآشورية البابلية ومن الأسباب والدوافع التي جعلت البابليين يهتمون بالرياضيات هي الظروف الطبيعية آنذاك ووجود نهري دجلة والفرات. حيث استدعت الضرورة السيطرة على فيضانات دجلة والفرات وشق الجداول وبناء خزانات المياه وإقامة السدود، كما تطلّب العمل في الزراعة وقياس الأراضي وبناء قنوات الري والقصور والمعابد والعمل بالتجارة معرفة الحساب والهندسة والجبر. ومنذ ما يقارب الثلاثة آلاف عام قام الكتبة البابليّون بممارسة كتابة حساب الفوائد والأعداد، وعلى وجه الخصوص في جميع أعمالهم التجاريّة في بابل، وكان يتمّ تدوين تلك العمليّات والأعداد على ألواحٍ صلصاليّة، مستخدمين قلم البوص المدبب في عمليّة التدوين تلك، ثم كانت توضع تلك الألواح في فرنٍ لتجف. وكُتبت الرياضيات البابلية بالأساس على الألواح الطينية وبالخط المسماري، أما لغة الكتابة فقد كانت اللغة السومرية أو الأكدية، ويُمكن القول إنّ معرفتنا بالرياضيات البابلية قد جاءت عن طريق الألواح الطينية، فقد اكتُشِفَ منها لحد الآن ٤٠٠ لوح طيني منذ عام ١٨٥٠م، وهي مكتوبة باللغة المسمارية. يعود تاريخ معظم الألواح الطينية التي تم ترميمها إلى الفترة الزمنية من ١٦٠٠ ق.م إلى ١٨٠٠ ق.م، وشملت مواضيعها الكسور والجبر والمعادلات التربيعية والدوال التكعيبية، وتضمنت نظرية فيثاغورس كذلك.

و بدأ الرياضيات عند البابليين بتأسيسهم رموزًا للأرقام لتسهيل استخدامها في مختلف مجالات الحياة، وتطورت الرياضيات عندهم باستحداثهم العمليات الحسابية؛ كالقسمة والضرب، فضلًا عن الكسور والمعادلات بمختلف درجاتها وكان قدماء البابليّين يعرفون العمليّات الحسابيّة كالجمع والطرح والضرب والقسمة، لكنهم لم يستخدموا في تلك العمليّات النظام العشري المستخدم في وقتنا الحاضر، وقد أدى هذا الأمر إلى زيادة تعقيدها وصعوبتها في ذلك الوقت لاتباعهم النظام الستيني المتكون من ستين رمزاً يدل على الأعداد من رقم واحد إلى رقم ستين.

المعداد الحسابي

وصف المعداد الحسابي اليدوي لأول مرة في بابل وهو أول آلة حسابية فعلية معروفة لدينا، ويعتقد أنه قد اخترع من البابليين في وقت ما بين ١٠٠٠ قبل الميلاد و٥٠٠ قبل الميلاد. والمعداد هو جهاز يستخدم للجمع والطرح، والعمليات ذات الصلة من الضرب والقسمة. أنها ال تتطلب استخدام القلم والورق. هناك نوعان من الأشكال الأساسية للمعداد: سطح مستو خصيصا الاستخدام مع عدادات الجدول العد مستمر، أو إطار مع حبات على الأسلاك .كان المعداد الأولي بشكل يكاد يكون من المؤكد على حجر مسطح تغطيها الرمال أو الغبار. وضعت الكلمات والحروف في الرمال، وفي نهاية المطاف تم إضافة أرقام والحصى المستخدمة لمساعدة العمليات الحسابية. استخدم البابليون هذا المعداد في وقت مبكر من عام ٢٤٠٠ قبل الميلاد. أصل المعداد مع سلاسل هو غامض، ولكن ينظر إلى الهند، وبالد ما بين النهرين أو مصر كنقطة محتملة للمنشأ .ولعبت الصين دورا أساسيا في تطور المعداد .وقد وضعت مجموعة متنوعة من العدادات؛ استندت الأكثر شعبية على نظام ثنائي خماسي، وذلك باستخدام مزيج من اثنين من القواعد(قاعدة ٢ وقاعدة -٥) لتمثيل الأرقام العشرية. ولكن أقرب العدادات استخدم لأول مرة في بالد ما بين النهرين وفيما بعد من قبل الكتبة في مصر واليونان باستخدام أرقام النظام الستيني ممثلة مع العوامل من ٥ ،٢ ،٣، لكل رقم.



تطور الرياضيات عند البابليون:

من أوائل العلوم الرياضيّة التي ظهرت على الأرض قديماً هي الهندسة لحساب المثلثات لقياس الميول في البناء والزوايا وقياس الأراضي، أما البابليّون فإنهم كانوا يقومون باستخدامه للتنبؤ بمواعيد خسوف القمر وكسوف الشمس، لأنّ هذه المواعيد كانت ترتبط بشكلٍ مباشر في عباداتهم و في عام ألفين قبل الميلاد، حقق البابليّون أعظم إنجازٍ لهم في مجال الرياضيّات، ألا وهو النظام الستيني وذلك عن طريق استخدام الأساس ستين، وقد اعتمد البابليّون بشكلٍ كلي على العدد ستين في جميع المعاملات اليوميّة والمسائل الحسابيّة والأرصاد الفلكيّة، حيث كان لهذا النظام الأفضليّة في عمليّة التعامل مع الكسور، نظراً لأنّ رقم ستين يقبل القسمة على الكثير من الأعداد. كان البابليّون أوّل من استخدم الجداول الرياضيّة في عمليّات الضرب والقسمة واستخراج جميع الجذور التكعيبيّة والتربيعيّة إضافةً للكسور، حيث إنّ قياس الدائرة عندهم ثلاثمئةٍ وستون درجة، أما طولها عند قدماء المصريين فكان ٢*ط*نق، وكان البابليّون أوّل من قسم السنة إلى اثني عشر شهراً، بحيث إنّ كل شهر يتكوّن من ثلاثين يوماً. بقيت آثار النظام الستيني البابلي باقية حتى يومنا هذا، ويتمثل هذا الأمر في وحدة قياس الزوايا وهي الدرجة الستينيّة، وقد ارتبطت الهندسة في عصر البابليين بالتطبيق العملي وكان البابليّون أوّل من قام بتجريد الرياضيّات وحل جميع معادلات الدرجةِ الثالثة والسادسة.

وهكذا ظلت الرياضيات البابلية ثابتة، في الشكل والمضمون، ما يقارب ألفيتين من الزمان. وعلى عكس قلة مصادر الرياضيات المصرية، فإن معرفتنا بالرياضيات البابلية أتت من الألواح الطينية ، وغطت مواضيع تتناول الكسور والجبر والمعادلات التربيعية والدوال التكعيبية واللوح البابلي خير مثال للرياضيات في بابل؛ حيث يعطي قيمة مقربة للجذر التربيعي للعدد ٢ تقترب لخمس منازل عشرية أصول الرياضيات البابلية الأرقام البابلية هو نظام عد استعمل قديما في بلاد الرافدين، وهو نظام مكتوب بالمسمارية، وهي طريقة التدوين الشائعة آنذاك اشتهر البابليون برصدهم الفلكي وبالحساب، ومساعدهم في ذلك نظام العد الستيني وهو نظام عد موضعي موروث من الحضارتين السومرية والأكدية. ولم يكن أي من الأنظمة السابقة لهذا النظام أنظمة موضعية بدأ ظهور هذا النظام في عام ٣١٠٠ ق.م. ويعزى إليه الفضل كأول نظام عد موضعي حتى الآن، حيث إن القيمة تعتمد على الرقم وموضعه من العدد. شكل هذا النظام تطورا مهما للغاية، لان القيم الموضعية تتطلب رموز خاصة لكل قوة (كالعشرة، المئة، والألف، وما إلى ذلك)، وهو ما يجعل الحساب أكثر صعوبة وما زال استعمال النظام الستيني موجود حتى وقتنا الحاضر، على هيئة الدرجة (٣٦٠ °في الدائرة أو ٦٠ °في زاوية

مثلث متساوي الأضلاع)، الدقائق، الثواني في الحساب المثلثي وفي قياس الزمن لم يكن لدى البابليين أي رقم، أو أي مفهوم عن الصفر. وعلى الرغم من ذلك، فقد كانوا على علم بلا شيء، ولم يروه كرقم، بل ببساطة فقدان الرقم وما استخدمه البابليون كان ببساطة مساحة فارغة الرياضيات البابلية (٢٠٠٠– ١٦٠٠ ق.م)الفترة البابلية القديمة هي الفترة التي ترجع إليها معظم الألواح الطينية في حقل الرياضيات في بابل، ولهذا تُعرف الرياضيات في بلاد الرافدين بالرياضيات البابلية. بعض هذه الألواح تحتوي على قوائم وجداول رياضية، وبعضها يحتوي على مسائل وحلول مفصلة الجبر

طور البابليون صيغ جبرية لحل المعادلات الرياضيات، وقد كانت، أيضا -الحسابية. مثلها مثلً، مبنية على الجداول قبل مجال العلوم الحسابية لحل المعادلات التربيعية، استخدم البابليون الصيغة القياسية للمعادلات التربيعية. ودرسوا هذه الصيغة للمعادلات التربيعية.

الأرقام البابلية:

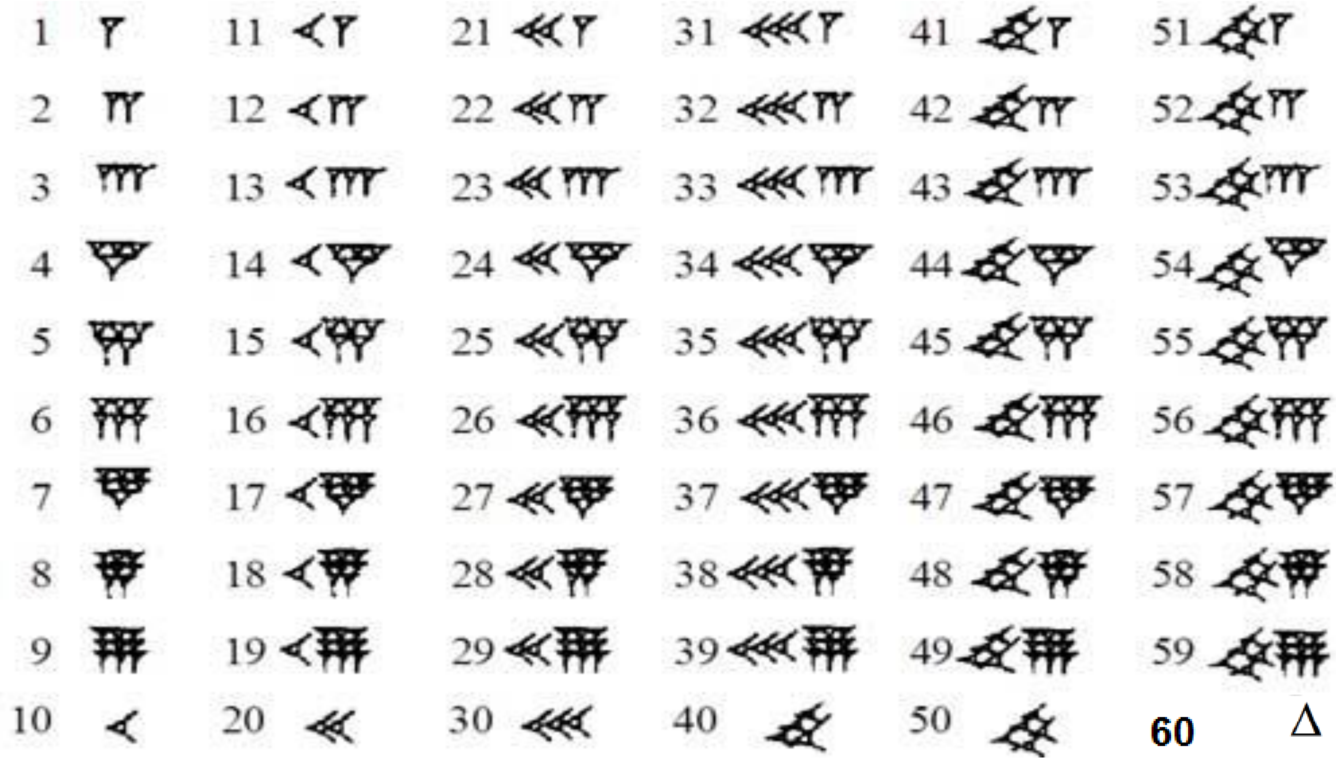
تبدو الأرقام البابلية في الوهلة الاولى وكأنها مختلفة تماماً عن الأرقام الغربية والعربية الحديثة، وذلك لأنها تتكوّن من أشكال إسفينية مطبوعة على الطين، وأيضا لأنها تُحسب على أساس نظام العد الستيني وليس النظام العشري. ولكن هذين النظامين في الحقيقة متشابهان كل التشابه من الناحية الفكرية: ذلك أن البابليين، بدلا من استخدام ١٠ أرقام مثلما هو عادتنا، استخدموا تسع علامات للآحاد

وخمس علامات للعشرات يمكن الجمع بينها بطرق مختلفة لتكوين أعداد تصل الى ٥٩ .ثمّ إن علامات الأعداد تلك، من ١ إلى ٥٩ ،يمكن تنظيمهاُ لتكوين أعداد غير محدودة إلى اللانهاية ، فإن كلاً من نظام العدّ البابلي ونظامنا العشري يستند وبعبارة أخري الي المبادئ الوضعية، بمعنى أنّ ترتيب الارقام له دلالة: ففي النظام العشري مثلاً، الرقم ٣٦(ثلاث عشرات وستة آحاد) هو أصغر من الرقم ٦٣(ست عشرات وثلاثة آحاد). وبالمثل فإن الرقم ١٢٤ في النظام الستيني يشير إلى واحد من منزلة الستينات واثنين من منزلة العشرات وأربعة من منزلة الآحاد (=٨٤)، ولكن الرقم ٤٢١ يشير إلى أربعة من منزلة الستينات واثنين من منزلة العشرات وواحد من منزلة الآحاد (=٢٦١) . فعلى الرغم من أن الرقمين الاخيرين كل منهما يتكوّن من علامات متطابقة إلا أنّ لديه قيمة مختلفة بحسب ترتيب العلامات ضمن الرقم المعنيّ. لذلك فإن أنظمة العدّ الوضعية هي ذات قيمة رياضية وعلمية عالية إذ إنّه

لا يوجد عملياً حد أعلى أو حد أدنى لما يمكن تدوينه من الأعداد أو ما يمكن استخدامه في الحساب . بالطبع فإن نظام العد على أساس الـ ٦٠ مألوف في حد ذاته عندنا أيضا: فما زلنا نخصّص ستين دقيقة للساعة وستين ثانية للدقيقة، كما نقيس الزوايا بمضاعفات وكسور الـ ٦٠. ويُعزى ذلك أساسا إلى أنّ علماء الفلك الإغريق من القرن الثاني قبل الميلاد اعتمدوا النظام الستيني البابلي بمبدئه الوضعي (وقد تمّ نسخها بواسطة كتابات أبجدية) لأن نظام العد خاصتهم لم يكن مناسبا للحسابات الفلكية. وعلى الرغم من أننا نحن أيضا نستخدم الكتابات والوسائل الكتابية الخاصة بنا - إذ إنا لا نعتمد كتابة الوقت وقياسات الزوايا بحروف مسمارية على الطين -إلا أنّ شأننا في طريقة التفكير بتلك الأرقام المبنية على أساس الـ ٦٠ هو شأن البابليين بشكل جوهري .فرغم الاختلافات الملحوظة فيما يتعلق بطرق تدوين الأرقام، إلا أن أنظمة العدّ البابلية والحديثة لا تختلف كثيراً بعضها عن بعض. استخدم البابليون رموز مختصرة للتعبير عن الأرقام بعينها ألي شيء، فبدأ استخدام مخروط صغير من الطين للتعبير عن رقم ١، واستخدام كرة طينية للتعبير عن رقم ١٠، ومخروط كبير للتعبير عن الرقم 60وكان ذلك خلال الألفية الرابعة قبل الميلاد .يعزوا البعض تقدم البابليين في الرياضيات إلى أن الرقم ٦٠ يقبل القسمة على العديد من الأرقام١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦. كما أن الرقم ٦٠ هو أصغر رقم يقبل القسمة على كل الأرقام من١ الى ٦، كما أن استمرار تقسيم الدقيقة لـ ٦٠ ثانية والساعة لـ ٦٠ دقيقة وتقسيم الدائرة ال ٣٦٠ درجة هي كلها شهادات على براعة النظام البابلي .اعتبر الرقم١٢ولأسباب مشابهة رقم هام تاريخي حيث يقبل القسمةً على (١ ٢ ٣ ٤ ٦) ولذلك نجد السنة مقسمة إلى ١٢ شهرا والقدم إلى ١٢ بوصة والنهار إلى ١٢ ساعة ومثلهم الليل .ابتكر البابليون كذلك مفهوما حسابيا ثوريا لم يمتلكها المصريون واليونانيين

والرومان وهو الرمز الدائرة، والتي تعبر عن الصفر، ولكن هذا الرمز كان مجرد سد خانة أكثر من رقم في حد ذاته. ان افتقار الى قيمة موضع الصفر قد تم التعبير عنه بفاصلة بين الارقام الستينية، فاستعملت عالمة تنقيط عددي تتمثل برمز مسماريين مائلين.

الأرقام عند البابليون



المدونات البابلية:

ولكن في الوقت ذاته كانت تصورات البابليين الفكرية بخصوص المكونات الاساسية لرياضياتهم أحيانا تختلف اختلافا كبيرا. وعلى سبيل المثال فتُظهر صورة الشكل ١ الشقين الأمامي والخلفي للوحة مسمارية كبيرة تعود إلى العصر البابلي القديم وهي موجودة حاليا في المتحف البريطاني. وقد تمّ ترميمها بتجميع شظاياها المتكسرة إذ تحطّمت أجزاءً منذ ألوف السنين. ومع أن الكثير منها مفقود الآن، فالمدهش من منظور آخر أنّ مثل هذا القدر المتبقّي منها ما زال موجودا وقد مرّت أربعة آلاف سنة على تاريخ صنعها. وعلى الشق الأمامي هناك صور متعددة من المثلثات والمربعات والدوائر: وهي أشكال تبدو لنا وكأنها مألوفة جدا على أساس ما نعرفه من الرياضيات الحديثة. ولكن على الشق الخلفي هناك تجمعات أشكال أقلّ أُلفة ليست لها مسميات هندسية حديثة. وكل صورة تحتها نص خاص، ويشكّل كل نص سؤالا أو

معضلا رياضيا يتعين على القارئ حلّها .فمثلا يروي لنا نص في الشق الخلفي، وهو المميّز بالشكل المربع في الصورة :جانب المربّع مقياسه يساوي ٦٠ قضيبا، وفي داخله هناك ٤ مثلثات، و١٦ صندلاً، و٥ خطوم أبقار، فما هي مساحاتها؟

الشكل ١: الشقان الأمامي والخلفي لكتاب في علم الهندسة من العصر البابلي القديم، يعود تاريخه إلى ما يقرب من سنة ١٧٥٠ قبل الميلاد

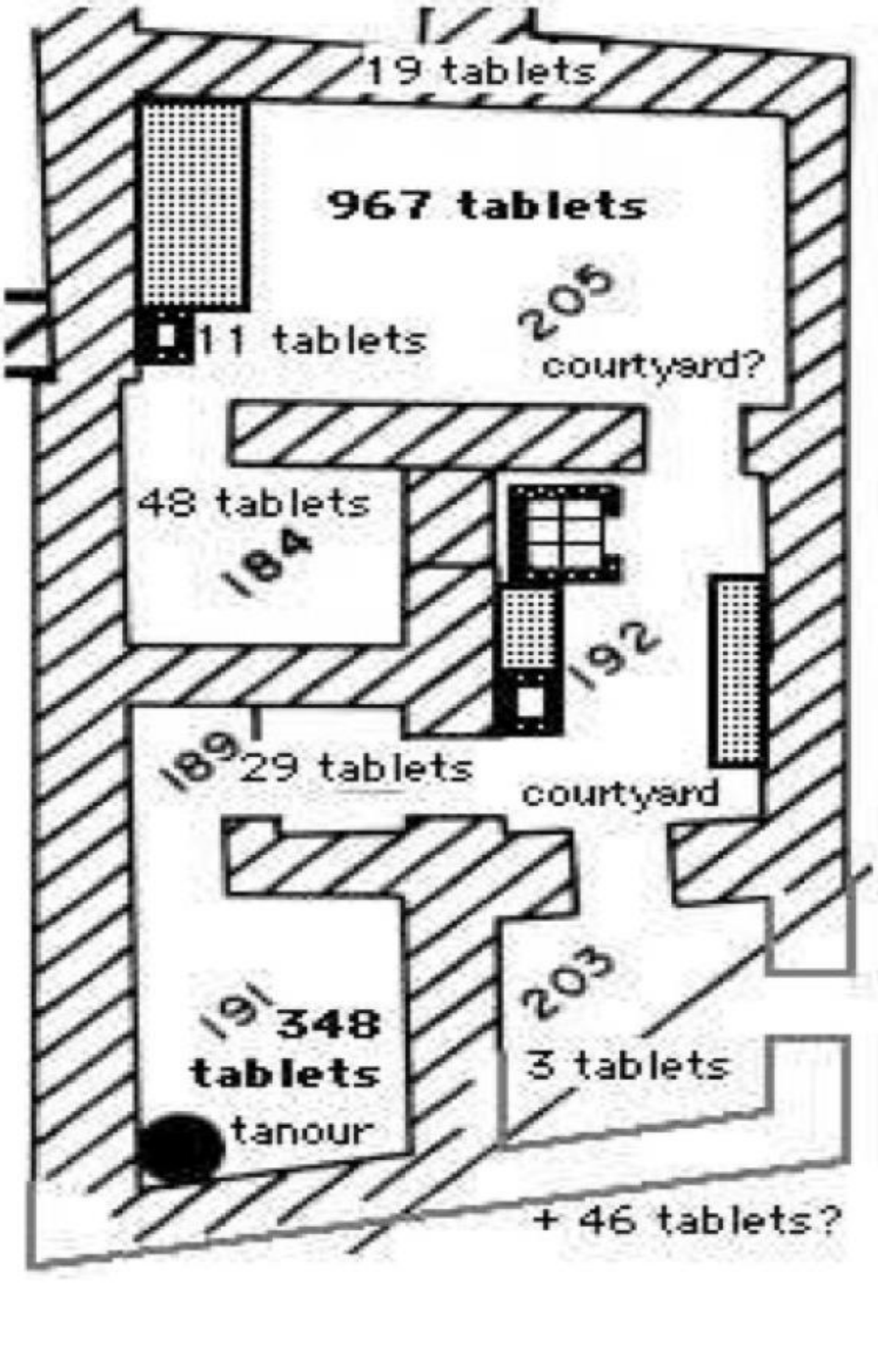
.الشكل ٢: نموذج قارب من الصلصال يعود إلى العصر البابلي القديم بمدينة أوكسفورد

ويتفق أن هذه المثلثات هي الزوايا الخارجية للمربعات التي تتكون أطول أجنابها من أرباع الأقواس المنتمية إلى الدوائر. أمّا" الصنادل "فحافاتها تتكون من أرباع الاقواس المتقاطعة للدوائر التي تشابه نماذج قوارب من الصلصال تم العثور عليها في حفريات المدن البابلية

وأخيرا فخطوط الابقار هي العناصر المركزية للدوائر حيث تشكل ما يبقى هناك عند إزالة" الصنادل". وإن تصويرات البابليين القدامى للثيران والأبقار تظهر هي الأخرى خطوطا مجرّدة للغاية تتألّف من أرباع أقواس الدوائر. وبالتالي فإن هذه الأدوات الرياضية مستوحاة من أشياء ذات أهمية في المحيط البابلي العادي، أي من القوارب في الأنهار والقنوات، ومن قطاع المواشي في الميادين .

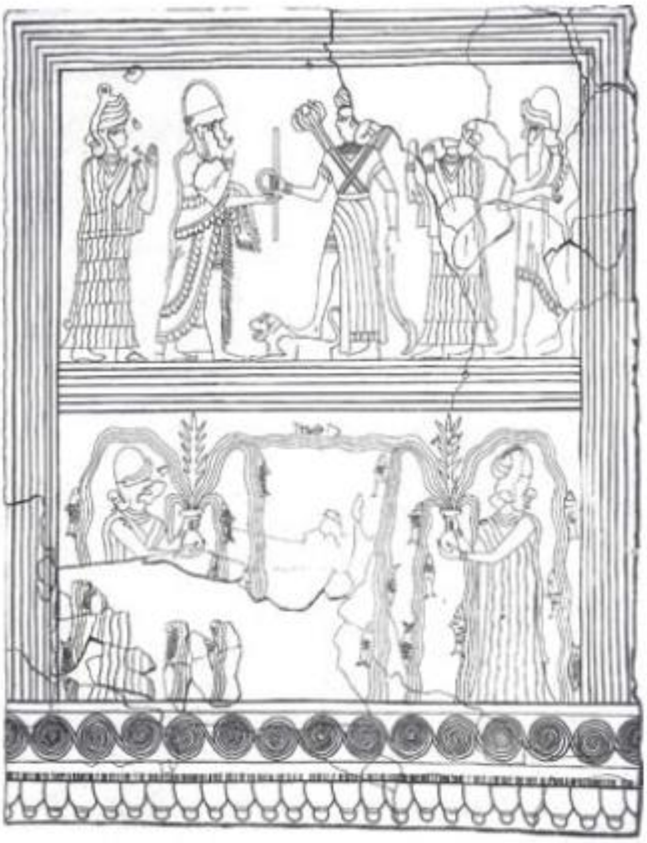
الشكل ٣: من التفاصيل الزخرفية لقيثار سومري يعود تاريخه إلى ما يقرب من سنة ٣٥٠٠ قبل الميلاد

إذن فكيف استفاد البابليون من الرياضيات؟ ومن هم الذين صنعوا مثل هذه اللوحة ولماذا؟ ولأجل الإجابة على هذا السؤال لنتعرّض لبعض الألواح التي تمّ اكتشافها أثناء التنقيب عن منزل في غاية الصغر يعود إلى ما يقرب من سنة ١٧٤٠ قبل الميلاد، وذلك في مدينة «نيبور» البابلية التي تقع على مسافة حوالي ١٥٠ كيلومترا من مدينته بغداد الحديثة في اتجاه الجنوب



الشكل ٤ .يعود إلى ما يقرب من سنة قبل الميلاد ١٧٤٠ خطة لحفر المنزل ا في مدينة نيبور

وجد المنقبون داخل المنزل مـا يعتـادون العثـور عليـه مـن وثـائق وأدوات بيتيـة، ولكنـه كـان مـن غيـر المتوقع أن يكون مدخورا هناك ما يقارب ١٥٠٠ جزء من التمارين المدرسية. وقـد كُتبـت هـذه الأخيـرة على ألواح طينية، ثم قُطعت أجزاءً فأُعيد استخدامها كأحجار طوب صغيرة اندمجت في الحيطان والأرضية وأثاث المنزل. وبما أن هذه الحفرية تم إجراؤها سنة ١٩٥١ - أي في فترة ما زال يُسمح فيها بنقل المخلفات الاثرية إلى خارج العراق - فتمّ توزيع أجزاء الألـواح علـى ثلاثـة متـاحف فـي شيكاجو وفيلادلفيا وبغداد ولم تتم دراستها قط بصفتها مجموعة متكاملة. ويمكننا، رغم ذلـك، التوصـل الـى عـدة نتائج عما كان يجري في هذا المنزل والسبب في كتابة تلك الألواح .إن بناء المنزل المعماري يُعدّ عاديـاً جدا حيث يحتوي في شقه الأمامي على مطبخ ذي فرن كبير، وفي جهتها الخلفيـة غرفـة كبيـرة خاصـة بالعائلة. ولكن منتصف البيت يشتمل على ساحة صغيرة فيهـا تـم تـدريب الكُتـاب الناشـئين - وهـم ربمـا أطفال المنزل - على الكتابة والعد والحساب. أما عن المسـاحتين المـربّعتين السوْداوين فهمـا صـندوقان ذوا بطانة من القار كانت الألواح القديمة توضع بداخلهما بغية نقعها فإعـادة اسـتخدامها. وكـان الأطفـال يبدؤون التعلم من خـلال التعـرف إلـى كيفيـات صـنع الألـواح ومسـك القلـم وكتابـة العناصـر الأساسية للنصوص المسمارية، أي بطبع الأشكال الإسفينية أفقيا وانحرافيا وعموديا على الطين. ومـن ثـم تعلمـوا كتابة العلامات الكاملة وأسماء الناس وأسـماء الأغـراض المصـنوعة مـن مختلـف المـواد علـى ترتيـب موحّد. واشتملت هذه العملية على تمارين مذاكرة مملة جدا حيث كـان الطلبـة يقومـون بكتابـة الـدروس نفسها مرارا وتكرارا حتى يحفظوها عن ظهر القلـب. ومـن المـرجح أن هـذه العمليـة اسـتمرت سـنة أو سنتين قبل ان يتعلموا كتابة الأرقام والأوزان والمقاييس، وخصوصيات العد على أساس الـ ٦٠. فعملـوا على مجموعة طويلة من جداول الضرب ذات أسـاس، بـدأ بـأكبر الأعـداد - أي ٥٠، و٤٨، و٤٥ ،و٤٠ ،إلى آخره - وانتهاءً بجدول العدد ٢ الذي لا بدّ من أن يكونً الـ٦٠ قد بدا لهم سهلا مقارنة بالأخرى.



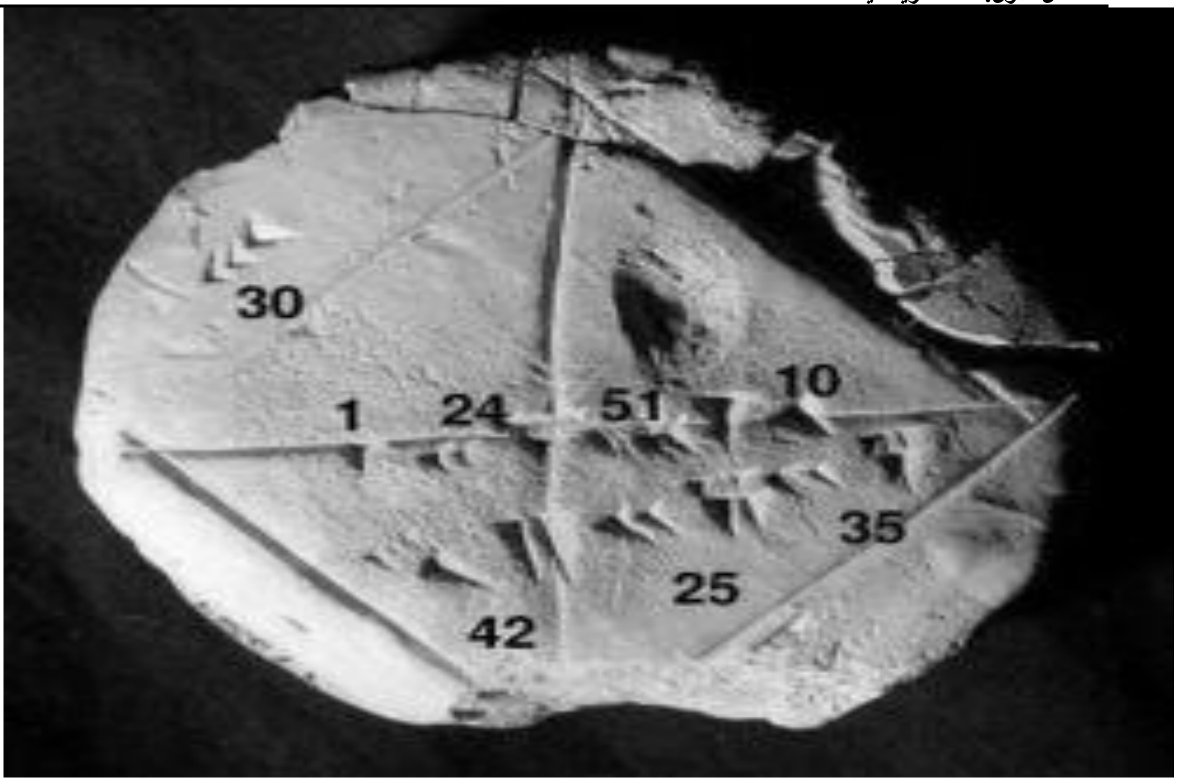
الشكل ٥: تفاصيل من لوحة جدارية في غرفة العرش لقصر ماري تمثل الإلاهة «إشطار» تعطي الملك زيمري-ليم آلات العدالة الرياضية. ويعود تاريخها إلى ما يقرب من سنة ١٧٦٠ قبل الميلاد

أن الكُتاب البابليين رأوا في الرياضيات أداة لضمان العدل والقسط في العالم .وهذه الفكرة لم تقتصر على أوساط الكُتاب، بل راجت أيضا دوائر القادة الساسة ورجال الدين. فإن أقوى الصور تأثيرا للملوك في هذه الفترة تمثلهم وهم يقبلون من الآلهة أدوات للقياس ـ أمثال المسطرة وحبل لقياس الحقول ـ وذلك على اعتبار أنها ترمز إلى التزامهم بإحلال العدالة ذات الدقّة الرياضية. ففي مدينة ماري كانت صورة لهذا المشهد مرسومة فوق عرش الملك «زيمري-ليم» بهدف تذكير كل من زار قاعة عرشه في القصر وعلى هذا النحو فإن النقوش الملكية لهذه الفترة تصرّح ُّ بالمهمة التي ولاه إياها السماء

. وأمثل مثال علي ذلك ما عمله حمورابي والذي يعود تاريخه إلى ما يقرب من سنة ١٧٦٠ قبل الميلاد، حيث قام بتكليف إنشاء نصب تذكاري ضخم يعرف الآن باسم «كوديكس» (دستور) حمورابي. ويُظهر السطح العلوي من هذا النصب تلقّيه لرموز العدالة الرياضية من إلاه الشمس الذي شاهد سائر النشاطات البشرية وهو يعبر سماء النهار، ولذلك فكان يخدم أيضا كإلاهة العدالة. وثمة في أسفل هذه الصورة نص طويل، ومقدمته تؤكد إرادة حمورابي" ألا يُظلم الضعيف على يد القوي"، في حين أن العديد من القوانين التي يبلغ مجموعها ٢٨٠ قانونا يحدّد مدفوعات عادلة للبضائع والخدمات، ويوزّع الاراضي والمواريث بتناسب، كما يُلقي العقوبات على من يتعدّى تلك القيم العليا.

الهندسة عند البابليون:

من الممكن أن يكون البابليون قد علموا بالقواعد العامة لقياس المساحة والحجم. لقد قاموا بحساب محيط الدائرة كثلاثة أضعاف القطر والحجم كواحد على إثني عشر من مربع المحيط، وهو ما قد يكون صحيحاً في πإذا قدرت بالعدد ٣. وقد حسبوا حجم الأسطوانة كناتج من الحجم في الارتفاع، وعلى كل، فإن حجم كل من المخروط الناقص والهرم المربع الناقص لم تؤخذ بشكل صحيح كناتج الارتفاع ونصف مجمع القواعد. وقد عرف البابليون مبرهنة فيثاغورس. أيضا، هناك اكتشاف يثبت أن البابليون عن لوح استُعمل فيه الرقم πعلى هيئة ٣ أو على هيئة ٨/١. ويعرف البابليون باكتشافهم الميل البابلي، وهي وحدة قياس مسافة تعادل سبعة أميال اليوم. وحدات قياس المسافات استعملت في قياس حركة الشمس، وذلك بتحويلها الميل إلى ميل زمني، وبالتالي يمثل بها الوقت. علم البابليون القدماء نظريات النسب للمثلثات متساوية الساقين لقرون عدة، لكن افتقروا لمفهوم قياس الزوايا ,وهكذا قاموا بدراسة أضلاع المثلث بدلا عن ذلك. أبقى علماء الفلك البابليون تسجيلات مفصلة عن ظهور واختفاء النجوم، والكسوف والخسوف الشمسي والقمري، وكل هذا يتطلب إلماما بالمسافات الزاوية التي تقاس على الكرة السماوية. وقد استعمل البابليون نوعا من تحويل فورييه لحساب التقويم الفلكي (جدول الأوضاع الفلكية)، والذي تم اكتشافه عام ١٩٥٠م على يد أوتو نوغبور.



المعاملات التجارية:

ان بالد ما بين النهرين القديمة لم يكن لديها اقتصاد العملة، لذلك وضعت نظاما موحدا للأوزان لتنفيذ العديد من المعاملات التجارية الخاصة بهم. وكانت أصغر وحدة هي الوزن التقريبي لحبة واحدة من الشعير .الشكل المدرج إلى الأسفل هو وثيقة تسجيل بيع قطع من الأرض، وربما لمشتر واحد. ويسمى مثل هذا السجل ". Kudurru " الأعمدة التسعة من النص المكتوب على كل من الوجه الصورة العليا والقفاء الصورة أسفل وصف لصفقة البيع بقدر كبير من التفصيل. على الرغم من أنها على شكل قرص من الطين، فأنها مصنوعة من الحجر مما يدل على أن هذه الوثيقة كانت تعتبر مهمة جدا ألن الحجر سلعة نادرة وباهظة الثمن في بالد ما بين النهرين، حتى يكون سجال دائما وغير قابل للتدمير. تم الاحتفاظ بسجلات المبيعات هذه في المعابد لمنحها حماية الآلهة، في نفس الوقت جعلها في متناول التدقيق العام .يسجل في الوثيقة مجالات الحقول المكتسبة وكميات الفضة والسلع الأخرى المستخدمة لشراء الأرض .شملت هذه السلع دهون الأغنام والصوف والخبز.

ملخص الاعمال الرياضية البابلية:

١) استعملوا النظام الستيني .

٢) كتبوا مربعات الأعداد من ١ إلى ٦٠ .

٣) كتبوا بعض الكسور بالنظام الستيني .

٤) عرفوا شيئاً من المتتاليات الحسابية والهندسية .

٥) لم يستخدموا رمز الصفر .

٦) استعملوا للنسبة التقريبية π العدد ٣.

٧) عرفوا شيئاً عن النسبة والتناسب .

٨) عرفوا المثلثات والاشكال الرباعية .

٩) عرفوا النظرية المشهورة بفيثاغورس قبله .

١٠) عرفوا بالخسوف وبعض الكواكب والنجوم .

١١) عرفوا قوانين إيجاد مجموع مربعات الاعداد ومكعباتها .

١٢) قسموا الدائرة إلى ٦ أجزاء متساوية وإلى ٣٦٠ جزء متساوٍ .

أصبح الآن بوسعنا إدراك كيف كانت الرياضيات - وعلى وجه الخصوص الهندسة - على هذه الدرجة من الأهمية بصفتها عنصر من عناصر تدريب الكُتاب في القرن التاسع عشر قبل الميلاد. فكانت الرياضيات تجسّد أحد أهمّ عوامل الفكر البابلي آنذاك، وهو مبدأ يقوم على أن المجتمع لا بد أن يكون منصفا فكانت الرياضيات من أدوات ضمان العدل فيما كانت مهمة الملوك والكُتاب استخدامها لمصلحة المجتمع.

الفصل الثاني

الرياضيات عند الفراعنة

استخدم الرياضيون في مصر القديمة قبل حوالي ٣٠٠٠ عام ق.م. النظام العشري (وهو نظام العد العشري) دون قيم للمنزلة. وكان المصريون القدماء روادًا في الهندسة، وطوروا صيغًا لإيجاد المساحات وحجوم بعض المجسمات البسيطة.

الرياضيات في مصر القديمة لها تطبيقات عديدة تتراوح بين مسح الأرض بعد الفيضان السّنوي إلى الحسابات المعقدة والضرورية لبناء الأهرامات. البابليون القدماء (٢١٠٠ ق.م) طوروا النظام الستيني المبني على أساس العدد ٦٠. ولا يزال هذا النظام مستخدمًا حتى يومنا هذا لمعرفة الوقت، بالسّاعات والدقائق والثواني

كيف نشأت الحاجة إلى العد

شعر الإنسان بالحاجة إلى العدّ منذ أوائل عهده بالعيش على سطح الأرض، وازدادت تلك الحاجة مع تطور حياة الإنسان، وزيادة حجم تعاملاته مع الآخرين من بني جنسه. وتتحدث صفحات التاريخ عن نظم عددية مختلفة، ارتبط كل منها بحضارة من الحضارات القديمة، أهمها حضارات المصريين، والبابليين، والإغريق، والرومان، والهنود، والعرب، إلا أن كلاً من هذه الحضارات كانت تضع لبنة أو لبنات في بناء صرح النظم العددية، إلى أن تميز ذلك النظام العددي الحالي الذي يسود العالم اليوم، والذي غدا لغة عالمية واحدة، يتعامل بها كافة بني الإنسان على وجه الأرض

مراحل وطرق العد

تشير الدلائل إلى أن فكرة الإنسان الأول عن الكميات لم تكن واضحة تمام الوضوح؛ فكان ينظر إلى الأشياء التي يراها باعتبارها وحدة واحدة؛ فإذا كانت مجموعة من الحيوان مثلاً، نظر إليها على أنها وحدة واحدة، وليست أفراداً. ولعل أول طريقة عبر بها القدماء عن الكمية كانت باستخدام الإشارة بالأيدي للدلالة على مقدار الكمية فهي كثيرة جداً أو كثيرة أو قليلة أو قليلة جداً، وكان في كل حالة يفتح الذراعين بقدر معلوم للدلالة على تلك الكمية كوحدة ، وهذا يشبه معاملة الأطفال الصغار عندما يعبرون عن الشيء الكثير قبل أن تكون لديهم فكرة عن معنى الأعداد، وأسمائها، وعن النظام العدي، أي أن فكرة الإنسان البدائي عن الكميات كانت فكرة تقريبية ، وليست فكرة مضبوطة تماماً. كما أنه لم يستخدم كلمات أو رموزاً للتعبير عن الكمية.

وأتت بعد ذلك مرحلة استخدم فيها الإنسان الأشياء وأوصافها للتعبير عن الكميات. ولم يكن الراعي ليدرك مثلاً أنه يملك خمسة رؤوس من الأغنام، وإنما استخدم الكلمات لمعرفة كميتها بقوله :

إن عنده واحدة لونها أبيض، وواحدة لونها بني، وواحدة ذات قرون طويلة، وما يشبه ذلك، أي أنه يعرفها فرداً فرداً، بقدر ما تسمح به ذاكرته، وبقدر عدد القطيع، حتى إذا بلغ مقداراً لا تعيه ذاكرته، أو التبست عليه الألوان، أو تعددت الأنواع، وأصبح لديه من كل نوع أو لون، كمية معينة، شعر بعجز تلك الطريقة، وبدأ يفكر في طريقة أخرى أكثر دقة في العد.

وكانت المرحلة الثانية: هي مرحلة المطابقة بين الشيء ونظيره، أو "واحد لواحد"، وتتلخص هذه الطريقة في المقارنة بين الشيء وما يناظره. وكانت تلك النظائر في أول الأمر أشياء بسيطة سهلة يراها الإنسان، ويحس بها ومن أمثلتها: هي طريقة استخدام الحصى فعدد أفراد القطيع، أو السهام، أو

الأشجار، التي يملكها، أو كمية الطير التي اصطادها، يمكن أن يعرف مقدارها عن طريق مطابقتها مع كمية معينة من الحصى.

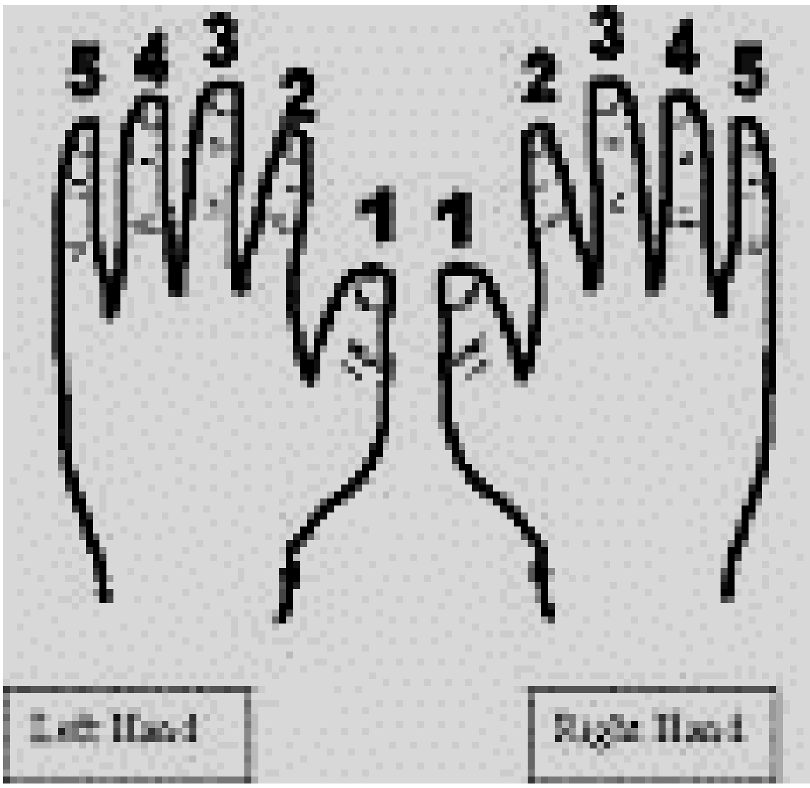
ومن أمثلة هذا أن يقول رجل لآخر" :قتلت اليوم من الذئاب قدر ما للنعامة من أظلاف" أو "إن عنده من النساء قدر ما عند الإنسان من آذان". وفكرة مقارنة الأشياء بمجموعات معروفة، مثل: الأنف، والأذنين، وأوراق نبات البرسيم، وأظلاف النعام، وأصابع اليد، تقابل اليوم ١، ٢، ٣، ٤، ٥، على الترتيب .

وما زال أفراد بعض القبائل الهندية، في ولاية أريزونا يحمل كيساً به مجموعة من الحصى تطابق كمية ما عنده من الخيل. وقد استخدم بعض الأقدمين بدلاً من المطابقة بالحصى نوعاً من الأحجار المستطيلة على هيئة عصى يحفرون عليها علامات. وكل علامة تقابل فرداً مما يملكون، بحيث يدل مقدار الحفرات، أو الحزَّات على عدد هذا الشيء. ولكن البعض تخلص من الجهد اللازم للحفر على الحجر؛ فاستخدام فروعاً من الأشجار يسجل عليها علاماته بعمل حزات بآلة حادة لتمثل الكميات التي لديه. ولجأ آخرون إلى استخدام ألياف الأشجار، وعمل عُقد عليها بقدر الكمية الموجودة. ولا شك أن طريقة المقارنة جعلت الإنسان يشعر بشيء من الثقة في معرفة كمية ما عنده من أشياء، عند مقارنتها بالعلامات أو بالحصى.

كما أن هذه الطريقة أعطت فكرة "التساوي" عندما تتم المطابقة وفكرة "أقل" أو "أكثر" في حالتي عدم المطابقة وهي على أي حال كانت خطوة نحو الأمام في تطور التفكير البشري، إلا أن هذه الطريقة ظلت قاصرة عن أن تدل الرجل البدائي على المقدار الذي عنده،

وعندما تطورت حياة الإنسان وبدأ ينتقل إلى مرحلة أكثر تعقيداً وأكثر رقياً وأخذ يتعامل مع غيره في التجارة عن طريق المبادلة أو المقايضة، شعر بالحاجة إلى أعداد كبيرة نوعاً ما، مما جعله يفكر في طريقة أخرى غير استخدام الحصى، وكانت تلك طريقة استخدام الأصابع في الدلالة على الكميات؛ فقد كانت الأصابع أسهل وسيلة وأقربها إلى الإنسان لإجراء عملية العد وضبطها. حيث يقابل الإنسان بين الأشياء المختلفة وبين أصابعه، أصبعاً أصبعاً. والواقع أن الإنسان يجد في أصابعه أداة تمكنه من أن ينتقل بطريقة سهلة إلى العدد الترتيبي فاستخدم أصابع اليد، ثم القدمين للتعبير عن الأرقام .

وقد ظهر استخدام الأصابع قبل أن توجد فكرة الأرقام، أي أن اليد كانت "العداد الطبيعي" أو "الآلة الحاسبة"، التي لا زال الكثيرون يستخدمونها إلى الآن. وقد استخدمت بعض قبائل المايا القديمة في الأمريكتين، كلمات مثل "يد" لتدل على "خمسة"، و "رجل" لتدل على "عشرة"، أو اليدين كلتيهما للدلالة على "عشرة"، وربما مجموع أصابع اليدين والقدمين للدلالة على "عشرين". وهكذا كانت نواة ظهور الأنظمة العددية: الخماسي، والعشري، والعشريني.



مثال:

احسب ٨×٧ باستخدام أصابع اليد؟

الطريقة:

نقول كم يتبقى للعدد ٨ لتصبح ١٠، الاجابة ٢ سنفتح ٢ اصابع من اليد اليمين

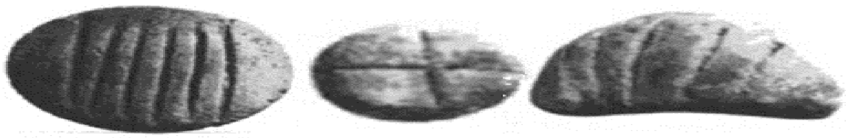
نقول كم يتبقى للعدد ٧ لتصبح ١٠، الاجابة ٣، سنفتح ٣ اصابع من اليد اليسار

الان لدينا ٢ اصابع مفتوحة من اليد اليمين تواجه ٣ أصابع مفتوحة من اليد اليسار، نحسب حاصل ضربهما يعطينا ٦.

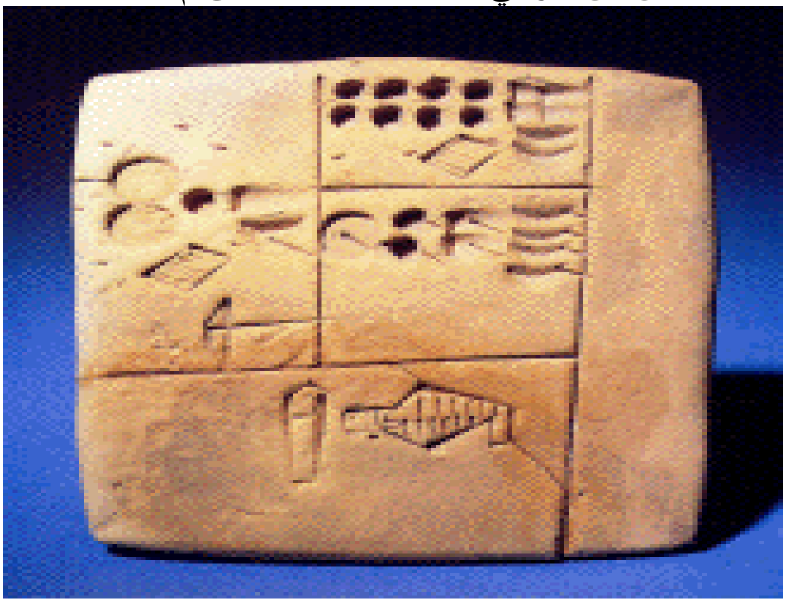
الان كل اصبع من الاصابع المغلقة المتبقية تحسب بعشرة، لتضاف الى ١٢، اصباع واحد مغلق من اليد اليمين و اصباعان من اليد اليسار، المجموع ٥٠. نجمع ٥٠ مع ٦ يعطينا ٥٦.

تتابعت البحوث الأثرية في تاريخ تسجيل الأعداد بحثاً في كهوف إنسان قبل التاريخ في أوروبا وأفريقيا وآسيا. ترجع أقدم التسجيلات إلى قدماء المصريين، وقدماء السومريين والبابليين، والصينيين، أي إلى 3500ق.م. وعند فحص هذه التسجيلات وجد الشبه الكبير في المبادئ، المستخدمة، ولا شك أنه كانت هناك وسائل اتصال ما بين هؤلاء القدماء، رغم بُعد المسافات التي تفصل بينهم. ولقد طوَّروا وسائل العد عندهم باستخدام الأعداد إلى ٩، ثم علامات أخرى للدلالة على العشرات، والمئات.

9000 سنة من الآن ....



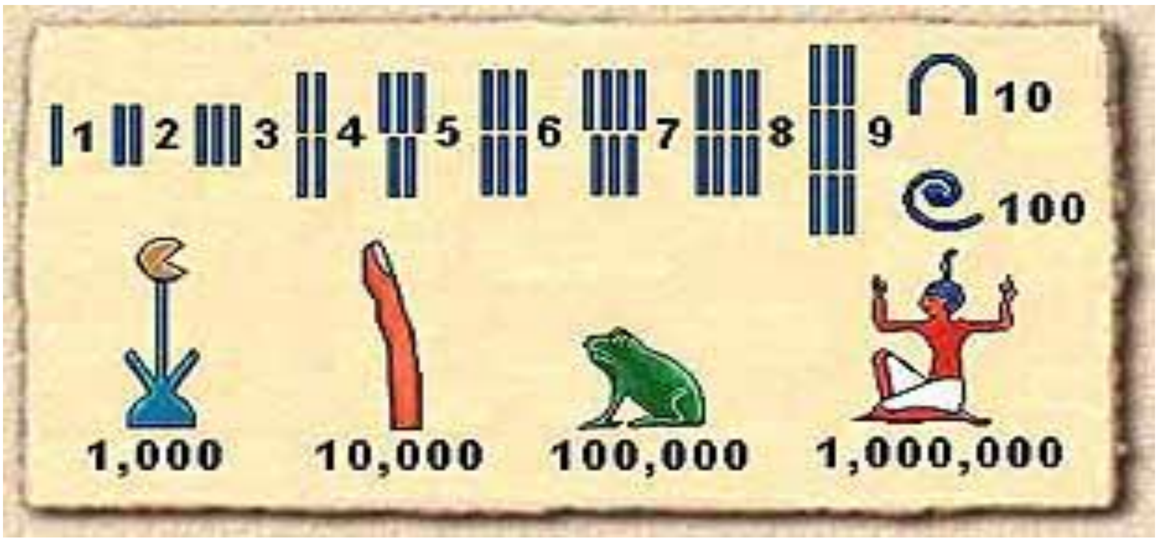
هذا النقش من حوالي 3800-4100ق م

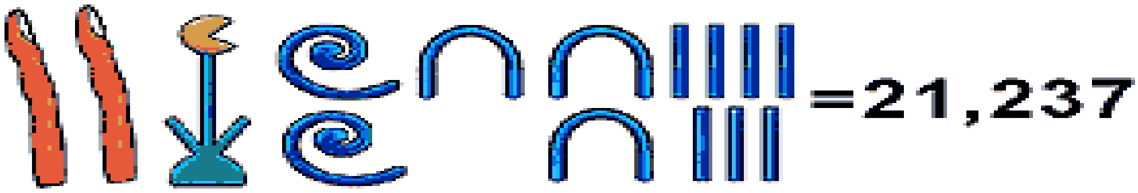


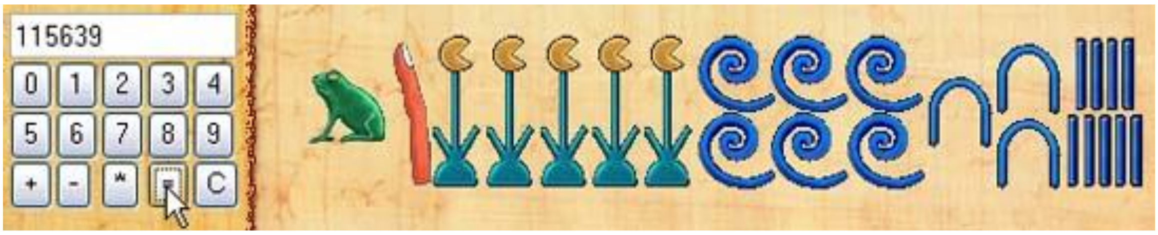
١٠٠٠ ق م

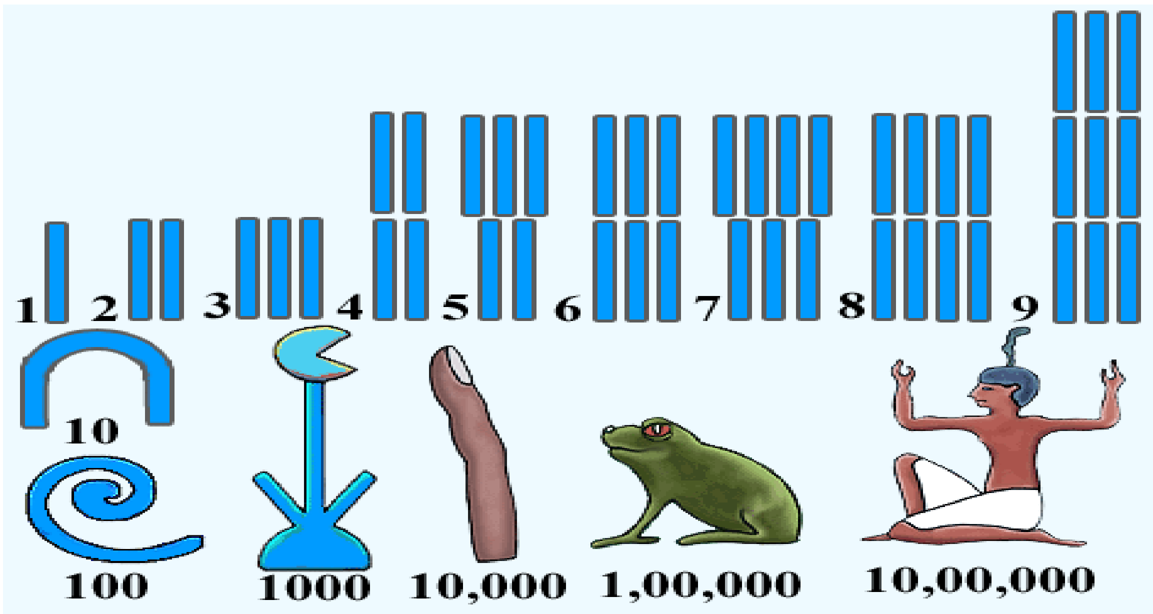
ابتكر المصريون القدماء نظاماً للأعداد تساعدهم على تعاملاتهم اليومية، وكذلك كان نظام الضرائب يستلزم تواجد نظام للأعداد وللحساب، حيث كان الفلاحون يعطون جزءا من محاصيلهم السنوية للقصر الملكي وأجزاءً أخرى للمعبد والكهنة. ولا ننسى التجارة المتداولة بين فراعنة مصر مع البلاد المحيطة. من تلك المعاملات التي بدأت منذ عهد ألأسر الأولى مع فلسطين ولبنان للحصول على الأخشاب، وكذلك مع العراق والنوبة. كان تعلم الكتابة والحساب يُزاول في المعابد. وكانت مهنة الكاتب مهنة مرموقة، بل كانت مهمة الكاتب حتى البسيط منهم مثلا تسجيل المحصول عند جنيه، وحساب النسبة المخصصة للقصر على أساس منسوب مياه النيل في ذلك العام، وتدوين أعداد الأغنام والثروة الحيوانية.

الأعداد (النظام العشري):



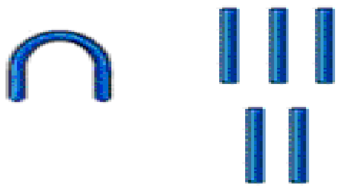






مثال١:

اكتب العدد ١٥ بالطريقة الفرعونية



١٥ =

مثال٢ :

اكتب العدد ٢٣١ بالطريقة الفرعونية

= ٢٣١

مثال ٣:

اكتب العدد ٤٦٢٢ بالطريقة الفرعونية

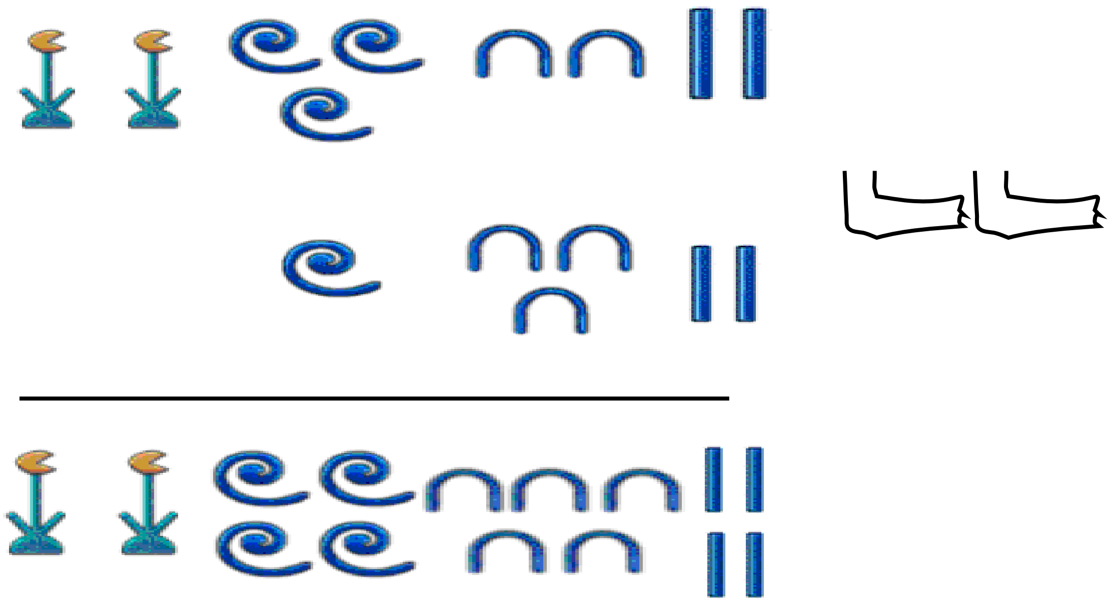
= ٤٦٢٢

ولكتابة العدد ٤٦٢٢ على السطر كانوا يكتبوه كالآتي، الرقم الكبير على اليسار والصغير على اليمين، مع العلم بأنهم كانوا يكتبون في العادة من اليمين إلى اليسار ، كما نكتب نحن اليوم . وكان اليمين بالنسبة لهم مباركاً وطيب ويسمونه (يمينت) أما اليسار فكانوا لا يحبوه ويعتقدوا أنه مكان الأرواح الشريرة:

الجمع والطرح عند قدماء المصريين

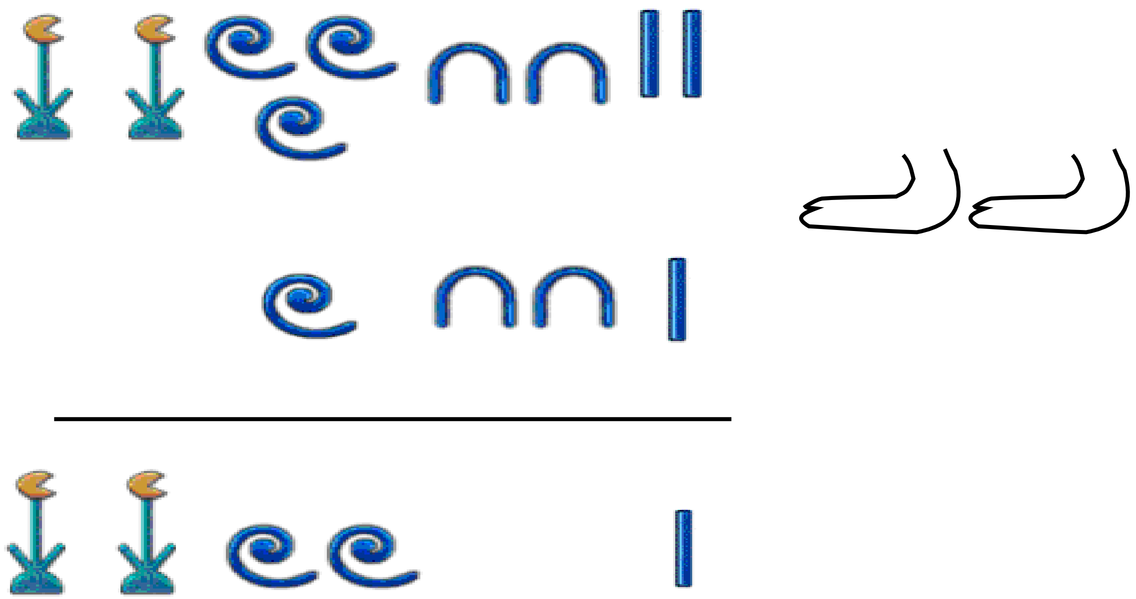
مثـــال ١:

نريد أن نجمع ٢٣٢٢ + ١٣٢ = ٢٤٥٤



مثال ٢: ٢٣٢٢-١٢١ =٢٢٠١

طريقة الطرح يسيرة أيضاً مثلها في بساطتها كمثل الجمع.



نلاحظ تغيير اتجاه القدم للدلالة

على ان العملية طرح وليست جمع

الضرب عند قدماء المصريين:

ابتكر قدماء المصريين طريقة لإجراء العملية الحسابية التي نُعرفها بعملية الضرب وذلك بطريقة استخدام الجمع، وكانت القاعدة الأساسية المتبعة في ذلك هي المضاعفة العددية. ونوضح طريقة المضاعفة المتوالية في عمليات الضرب بالمثال التالي:

مثال ١ : نريد حاصل الضرب ٨× ٩ = ٧٢

للحصول على نتيجة حاصل الضرب، يبدأ الكاتب المصري في مضاعفة العدد ٨ على التوالي ويبحث عن نتيجة المضروب (٨+ ١)، كالآتي:

١	٨
٢	١٦
٤	٣٢
٨	٦٤
١٦	١٢٨
٩	٧٢

نجد الناتج من جمع ٨ضرب ١ مع ٨ضرب ٨

مثال٢ : أوجد حاصل الضرب ١٨× ١٣ = ٢٣٤ بالطريقة الفرعونية القديمة

الحل

للحصول على نتيجة حاصل الضرب، يبدأ الكاتب المصري في مضاعفة العدد ١٨ على التوالي ويبحث عن نتيجة المضروب (١ +٨+٤) أو (٣-١٦) كـالآتـي:

١	١٨
٢	٣٦
٤	٧٢
٨	١٤٤
١٦	٢٨٨
١٣	٢٣٤=١٤٤+٧٢+١٨

او

١٦_٣	٢٨٨_٥٤

القسمة عند قدماء المصريين:

كانت القسمة تجرى عكس عملية الضرب، أي أنها كانت تعتمد على مضاعفة المقسوم عليه حتى يتعادل مع المقسوم أو أقل منه بجزء بسيط.

مثال: ٥٣٩÷٤٩

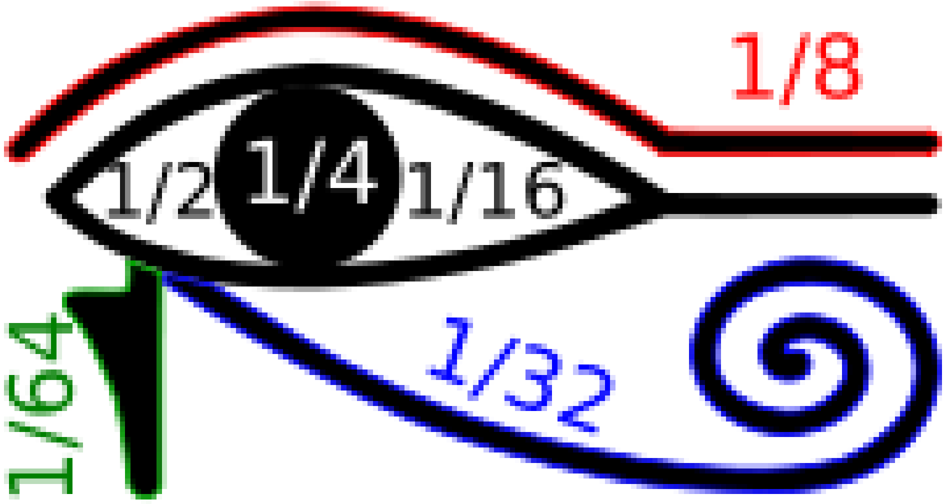
نجد أن مجموع ٤٩ + ٩٨ + ٣٩٢ = ٥٣٩، فيكون مجموع الأرقام المقابلة لها (١ + ٢ + ٨ = ١١) هو خارج القسمة .

العمود الأيمن	العمود الأيسر
١	٤٩
٢	٩٨
٤	١٩٦
٨	٣٩٢
١١	٥٣٩

الكسور وعـين حـورس

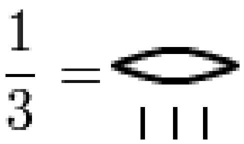
استعمل المصريون القدماء مكاييلا لقياس الحبوب والبقول، هذا المعيار كان يُسمى حقات . وكانت الحقات مقسمة للأحجام الآتية: ١\٢، ١\٤، ١\٨، ١\١٦، ١\٣٢، و١\٦٤. واستعملوا في كتاباتهم رموزاً مأخوذة عن أجزاء من رمز عين حورس التي كانت مقدسة لديهم، وكانوا عموماً يستخدمون عين حورس للزينة على شكل القلائد، ولكن الأهم في لبسهم القلائد في صورة عين حورس التي تُسمى وجاة هو الوقاية من الحسد ومن الكائنات الضارة، والأرواح الشريرة وكما في الصورة استعمل الكاتب المصري هذه الأجزاء من عين حورس لتدوين كميات الحبوب والبقول،

فكان يكتب مثلا كميات من القمح كالآتي: حقات ١\٤ أو حقات ١\١٦ ١\٣٢

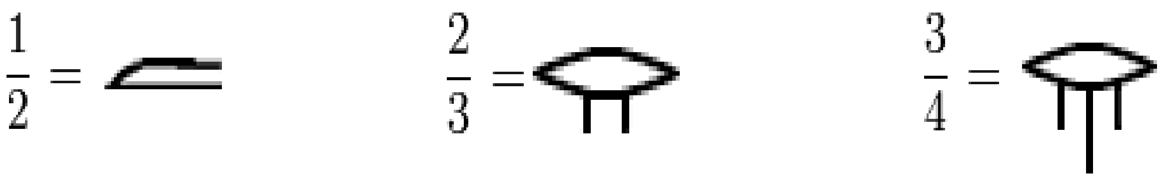


الكسور:

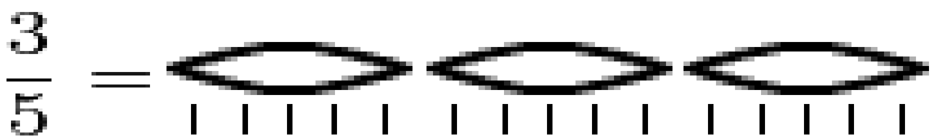
استطاع قدماء المصريين أن يبتكروا تركيبة للكسور من الأعداد، وهي طريقة تشابه طريقتنا الحديثة حيث استعملوا رمز الفـم وكتبوا تحته الرقم المعبر عن الكسر. فمثلا، هكذا كانوا يكتبون الكسر العددي ١\٣:



كما استخدموا لبعض الأعداد القليلة رموزاً خاصة، مثل النصف ١\٢ و الثلثين ٢\٣ و الثلاثة أرباع ٣\٤ :



مثال ١



الفصل الثالث

الرياضيات عند الاغريق

مع بداية توسُّع إمبراطورية الإغريق باتجاه آسيا الصغرى وبلاد ما بين النهرين وما بعدها، كان الإغريق أذكياء كفاية ليتقبَّلوا ويتبنَّوا العناصر المفيدة من المجتمعات التي اجتاحوها. وقد تحقَّق هذا مع الرياضيات عندهم بالضبط كما تحقَّق مع أي شيء آخر، حيث تبنَّوا استخدام بعض العناصر الرياضيَّة من البابليين والمصريين. ولكن سرعان ما قدَّموا إسهاماتهم الهامة، ولأول مرة يمكن أن تُنسب تلك الإسهامات لأشخاص محددين. وبحلول العصر الهلنستي، كان الإغريق قد قدَّموا بالفعل ما يمكن اعتباره أكبر ثورة في مجال تطوُّر الرياضيات على مدار التاريخ حيث ساهم علماء الرياضيات في اليونان القديمة في العديد من مجالات التي أثرت في الفكر العالمي، فكانوا ماهرين في مجالات مختلفة، مثل الهندسة، وعلم الفلك، والتصميم، تأثراً بالمصريين في البداية، ثم واصلوا التقدم لتحقيق إنجازاتهم الخاصة، مثل نظرية فيثاغوس للمثلثات، كما قدمت حلولهم الأساسيات للعديد من المشاكل الرياضية، والتي بنى عليها جميع علماء الرياضيات دراستهم حتى وقتنا الحاضر.

بدايات الرياضيات عند الاغريق:

تزامنت بداية الحاضرة الإغريقية مع وقت بناء الأهرامات في مصر، أي ٢٨٠٠ سنة قبل الميلاد، حيث استقر الإغريقيون في آسيا الصغرى، وتحديداً في منطقة اليونان الحديثة، بالإضافة إلى ذلك، ومنذ حوالي ٧٧٥ سنة قبل الميلاد بدأ الإغريقيون بتغيير الكتابة الهيروغليفية إلى الأبجدية الفينيقية، مما ساعدهم في تعلم القراءة والكتابة بشكل أكثر سهولة، وأصبحوا قادرين على التعبير عن أفكارهم النظرية.

بدأت العلوم الإغريقية بالظهور بعد أن ظهر التأثير المصري والبابلي في مدينة إيونيا في آسيا الصغرى، وكانت بداية الفلسفة والرياضيات، وقُسمت فترات العلوم الرياضية إلى فترتين رئيسيتين، وهما الفترة الكلاسيكية التي كانت من حوالي ٦٠٠ سنة قبل الميلاد، وامتدت حتى ٣٠٠ سنة قبل الميلاد، ثم بدأت الفترة الثانية والتي كانت من حوالي ٣٥٠ سنة قبل الميلاد، حين انتقل مركز العلوم الرياضية من أثينا إلى الإسكندرية في مصر، وهي المدينة التي بناها الإسكندر الأكبر.

الحساب عند الاغريق:

أكتمل نظام الأرقام الإغريقيَّة «اليونانيَّة» والمعروف بالأرقام الهيروديَّة بحلول عام ٤٥٠ قبل الميلاد، وإن كان استخدامه بصورة منتظمة ربما يعود للقرن السابع قبل الميلاد.

Value	1	2	3	4	5	10	20	21	50	100	500	1,000
Greek Herodianic Numeral	I	II	III	IIII	Γ	Δ	ΔΔ	ΔΔI	𐅄	H	𐅅	X

Example:
4,672 would be shown as: XXXXHHHHHH𐅄ΔΔII

وأعتمد النظام على الأساس ١٠ «النظام العشري» مماثلًا لنظيره المصري السابق «وإن كان أقرب للنظام الروماني»، حيث احتوى على رموز تُمثِّل الأرقام ١، ٥، ١٠، ٥٠، ١٠٠، ٥٠٠، ١٠٠٠، يتم تكرارها بالعدد المناسب من المرات لتُعبِّر عن العدد المطلوب.

I	II	III	IIII	Γ	ΓI	ΓII	ΓIII	ΓIIII	Δ
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Δ	𐅄	H	𐅅	X	𐅆	M	𐅇
10	50	100	500	1000	5000	10000	50000

وتتم عمليَّة الجمع بإضافة كل الرموز على حِدة «الآحاد والعشرات والمئات منفصلة»، بينما يُعتبر الضرب عمليَّة مُعقَّدة ومُرهقة حيث يعتمد على المُضاعفة المتكررة وتتم القسمة بعكس العمليَّة السابقة .

α	β	γ	δ	ε	ϛ	ζ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9

ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90

ια	ιβ	ιγ	ιδ	ιε	ιϛ	ιζ	ιη	ιθ
11	12	13	14	15	16	17	18	19

͵Α	͵Β	͵Γ	͵Δ	͵Ε	͵Ϛ	͵Ζ	͵Η	͵Θ
1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000

وإذا حاولنا ان نري كيف كان يحسب الاغريق تحديدا سنكتشف ان الاغريق كانوا يحسبون بطريقة عجيبة. فالإغريق كان الحساب عندهم يساوى الهندسة. ولم تكن ادواتهم في الحساب الورقة والقلم، بل المسطرة والفرجار. فهم كانوا يتخيلون الاعداد على انها خيط مرن او الزنبرك. فضرب عدد في ٢

يعنى عندهم استطالة هذا الزنبرك حتى يصبح ضعف طوله الأصلي. والقسمة على ٢ تعنى ضغط هذا الزنبرك حتى يصبح نصف طوله.

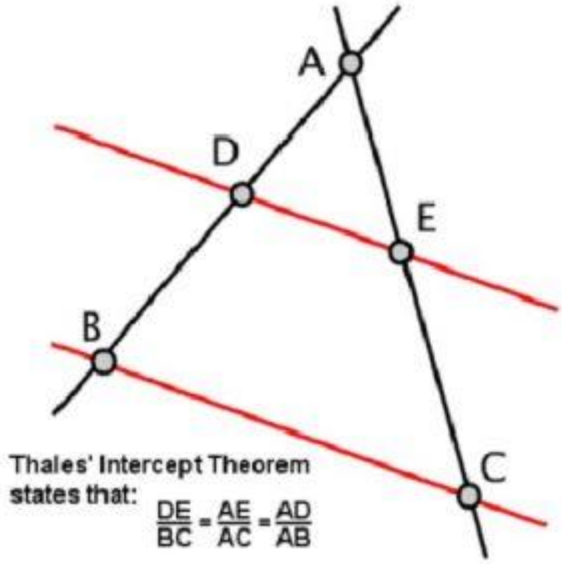
ولم يضع علماء الحساب اليونان رمزا للصفر رغم اخذهم عن البابليين في علم الفلك و التقويم و الجغرافيا النظام الستيني و الاثني عشر، و يرجع ذلك للتناقض مع قواعدهم المقررة للأعداد، اما الكسور فقد كانت تسبب لهم عناء كبيرا فهم لا يعرفون الا الكسور ذات البسط ١

ولقد كان اليونانيون يكتبون الارقام من اليسار الى اليمين. وكانوا ينظرون إليها نظرة تقديس ويرون أن لها خواص وأن لكل منها معنى. ووضعوا نظريات عن الأعداد وخصائصها وقسموها إلى زوجية وفردية وعرفوا شيئا من الأعداد التامة والناقصة والمتحابة وعرفوا كثيرا عن التناسب وكان بعض علمائهم يعتقدون أن لكل مسألة أو حقيقة في الحساب ما يقابلها في الهندسة، وأنه يمكن التعبير عنها وحلها هندسيا. لم يكن علم الجبر عند علماء الاغريق علما مستقلا كما هو الآن أو كما كان معروفا عند العرب، بل كانوا يعتبرونه جزاء من الحساب وبحثا من بحوثه. وقد عرفوا شيئا عن بعض المتطابقات في الجبر وبرهنوا عليها هندسيا. ونجد أيضا أن ديوفانتس قد أستعمل طرقا لجمع المساحات إلى الأطوال.

اشتهر ديوفانتس بكتابه علم الحساب الذي يعالج انماطا مختلفة من المسائل الجبرية ويحلها بطرق جبرية دون اللجوء الى الهندسة على غير عادة اليونانيين لكن دون ان يولي اهمية للقواعد العامة اذ يعطي حل محدد للمسألة المطروحة.

الهندسة عند الاغريق:

اشتغل اليونانيون بالهندسة فأقاموا لها البراهين العقلية والخطوات المنطقية فرتبوا نظرياتها وعملياتها أدخل الإغريق الاستنتاج المنطقي والبرهان، وأحرزوا بذلك تقدمًا مهمًا من أجل الوصول إلى بناء نظرية رياضية منظمة. ويرجع الفضل لتقدم الاغريق في الهندسة إلى طاليس.



Thales’ Intercept Theorem

ويُعتبر طاليس وهو أحد الحكماء الإغريق السبعة، والذي عاش في ساحل آسيا الصغرى في القرن السادس قبل الميلاد، والذي كان تاجراً، مما زاد من اتصاله مع التجار والعلماء البابليين حتى تعلم الهندسة، وكانت له بعض النظريات في الرياضيات وهو أول من وضع أساسيات القواعد الهندسيَّة، ومع ذلك فإنَّ كُلَّ ما نعرفه من أعماله «مثل عمله على المثلثات متساوية الساقين والقائمة» يبدو لنا بدائيًا.

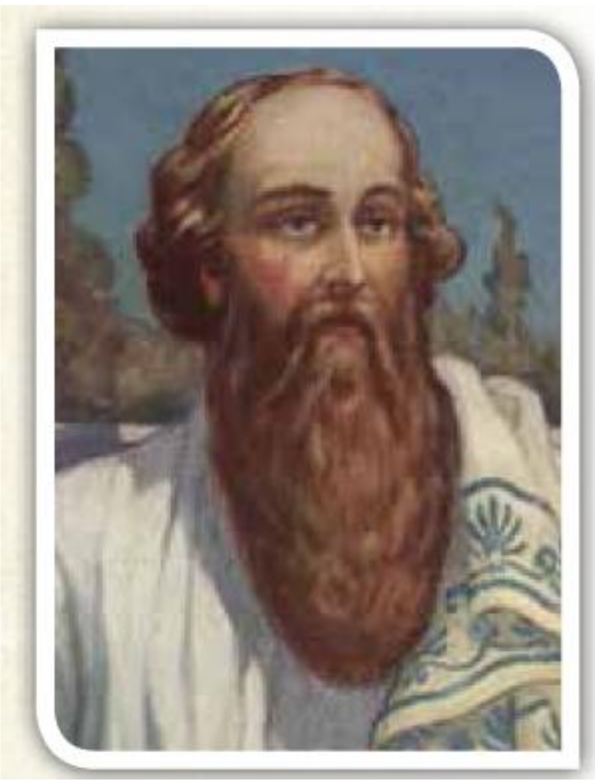
وقد أسَّس طاليس ما يُعرف باسم نظرية طاليس وهي تنصُّ على أنَّ أي مثلث مرسوم بداخل دائرة بحيث يكون الضلع الأطول هو قطر الدائرة فإنَّ الزاوية المقابلة له هي بالضرورة زاوية قائمة بالإضافة إلى بعض الخصائص الأخرى المُشتقة من تلك القاعدة.

كذلك تُنسب لطاليس نظرية أخرى أيضًا يُطلق عليها نظرية طاليس أو نظرية التقاطع، وهي تختص بالنسب بين أطوال أقسام الخطين المتقاطعين في نقطة عندما يقطعهما خطين متوازيين ويمكن تمديد النظرية لتشمل المثلثات المشابهة.

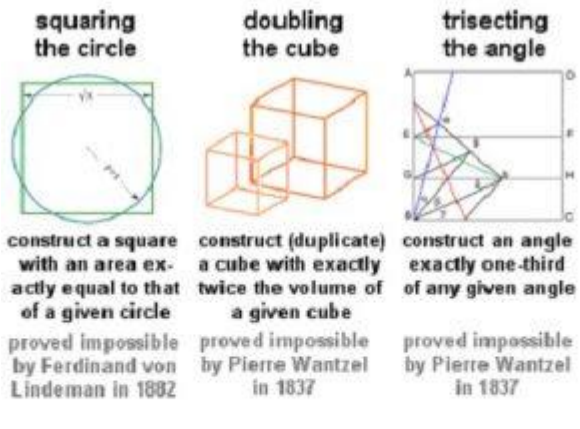
وأصبح أسطورة رياضيات القرن السادس قبل الميلاد فيثاغورث رمزًا للرياضيات الإغريقيَّة. وبالتأكيد فهو أول من اخترع كلمة الفلسفة بمعنى حب الحكمة وكلمة الرياضيات بمعنى ما نتعلَّمه. وربما يكون فيثاغورث أول من أدرك أنَّه يمكن بناء نظام رياضي بالكامل، بحيث يمكن تمثيل العناصر الهندسيَّة باستخدام الأرقام. وهو فيلسوف ورياضي إغريقي، عاش في القرن ال٦ ق.م، وإليه تنسب مبرهنة فيثاغورث وقد استفاد كثير من المهندسين في عصرنا هذا من تلك النظرية في عملية بناء الأراضي.

يقال ان فيثاغورث ولد في جزيرة ساموس على الساحل اليوناني، وفي مرحلة شبابه قام برحلة إلى بلاد ما بين النهرين، كما أقام في مصر، وبعد ٢٠ عاما من الترحال والدراسة تمكن من تعلم كل ما هو معروف في الرياضيات من مختلف حضارات ذلك الزمن، وفي حوالي ٥٢٣ ق.م، استقر في كرتوني بجنوب إيطاليا، وهناك تعرف على ميلان أحد أغنياء الجزيرة الذي كان مولعا بالفلسفة والرياضيات والرياضة، فساعد ميلان فيثاغورث، ومكنه من افتتاح مدرسة في جزء من بيته.

ومما يذكر عن فيثاغورث اهتمامه الكبير بالرياضيات، وخصوصا بالأرقام حيث قدس الرقم (١٠) لأنه يمثل بالنسبة إليه الكمال، كما اهتم بالموسيقى، ويعتقد فيثاغورس وتلامذته أن كل شيء مرتبط بالرياضيات، وبالتالي يمكن التنبؤ بكل شيء وقياسه بشكل حلقات إيقاعية.



كان للعـالم فيثـاغورس وأعضـاء مدرسـته مقتنعـون أن الكـون يمكـن وصـفه بالأعـداد الصـحيحة، مثـل ١،٢،٣،٤ وهكذا، وذلك استناداً إلى المثل المعروف لدى المصريين، كما توصل فيثاغورس إلى نظريـة رياضية تحمل اسمه، والتي كانت تنص علـى إذا تـم جمـع تربيـع الضـلعين الصـغيرين الموجـودين فـي مثلث القائم الزاوية، فستكون تساوي مساحة الضلع الأطول، أو الضلع المقابل للزاوية القائمـة (الـوتر) وتُعتبر نظرية فيثاغورث أحد أشهر النظريات الرياضيَّة. ولكن تبقـى نظريَّـة فيثـاغورث مثيـرةً للجـدل. كذلك كانت دراسات الفيثـاغوريين للقطـع المكـافئ، والقطـع الزائـد، والقطـع النـاقص هـي التـي مهـدت السبيل إلى مؤلف أبولونيوس البرجي في القطاعات المخروطية، وهو المؤلف الـذي كـان عظـيم الشـأن فـي تـاريخ العلـوم الرياضـية(٢). وفـي عـام ٤٤٠ ق.م. نشـر أبقـراط الطشـيوزي (وهـو غيـر أبقـراط الطبيـب) أول كتـاب معـروف فـي الهندسـة النظريـة وحـل مشـكلة تربيـع المسـاحة الكائنـة بـين قوسـين متقاطعين . وفي عام ٤٢٠ ق.م. أفلح هيبياس الإليائي في تقسيم الزاوية ثلاثة أقسام متسـاوية بالاسـتعانة بالمنحني.



The Three Classical Problems
الثلاث مسائل الكلاسيكية

وتعود ثلاث مسائل هندسيَّة «يُطلق عليها عادةً الثلاث مسائل الكلاسيكيَّة»، والتي يُفترض حلها هندسيًا باستخدام أداة مستقيمة وفرجار، إلى بدايات الهندسة الإغريقيَّة، وتلك المسائل هي: تربيع دائرة «رسم مربع أو مضلع يمتلك نفس مساحة الدائرة المطلوبة بالضبط»، ومُضاعفة مكعب «إنشاء مكعب له ضِعف حجم المكعب الأصلي»، وتقسيم أي زاوية إلى ثلاثة زوايا متساوية.

وقد كانت تلك المسائل المستعصية عاملًا مؤثرًا في الهندسة المستقبليَّة، كما أنَّها قادت للعديد من الاكتشافات الهامة، وذلك على الرغم من أنَّ تلك المسائل لم تحصل على حل «أو بمعنى أدق إثبات استحالة الوصول لحل» حتى القرن التاسع عشر.

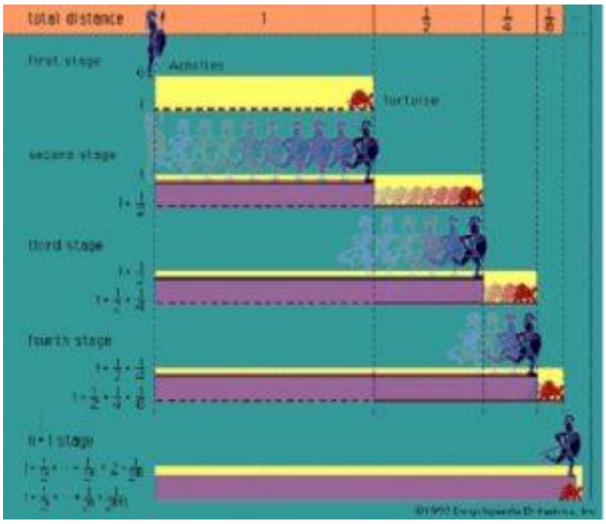
وكان هيبوقريطس الخيوسي ، ويجب التفرقة بينه وبين هيبوقريطس كوس ، أحد الرياضيين الإغريق والذي وهب نفسه ليحلَّ تلك المسائل في القرن الخامس قبل الميلاد وتُعرف مساهماته في حل مشكلة تربيع الدائرة باسم هلال هيبوقريطس.

ولد إقليدس عام ٣٠٠ق. م. وهو عالم رياضيات يوناني اشتهر بلقب أبي الهندسة، بدأ مشواره العلمي في الإسكندرية أيام حكم بطليموس الأول. ويعتبر العالم إقليدس اليوناني هو أحد علماء الرياضيات الذين عاشوا في الإسكندرية، وهو مؤلف الكتاب المعروف باسم العناصر أوThe Elements ، والذي جمع فيه جميع الأعمال الرياضية التي كانت موجودة سابقاً في اليونان، ونظمها بكتاب واحد، وكان يحتوي على العديد من التعريفات لأساسيات الهندسة، مثل أطراف الخط هي نقاط، وأن الخط له طول وليس له عرض، وكان ذلك الكتاب تحفة من التراث الفكري الإغريقي. كما يُعتبر كتابه العناصر The - Elements، والذي يعود لعام ٤٤٠ قبل الميلاد تقريبًا، أول تجميع للعناصر الهندسيَّة، ويُعتبر عمله مصدرًا هامًا لأعمال إقليدس ومن بعده. ويضم الكتاب مبادئ الهندسة الإقليدية التي تتكون من مجموعة من البديهيات. وعلى الرغم من شهرة الكتاب في مجال الهندسة الرياضية، إلا أنه يتحدث عن نظرية الأعداد، واضعا بعين الاعتبار العلاقة بين الأعداد المثالثة وأعداد ميرسين، واللاتناهي في الأعداد الأولية، وقد أنشأ إقليدس بعض المصنفات في عدة حقول مثل المنظور، القطع المخروطي، الهندسة الكروية، نظرية الأعداد، وغيرها.

ويُعتبر الإغريق أول من تحدَّثوا عن فكرة اللانهاية، كما تمَّ وصفها في المعضلة الشهيرة والتي تُنسب للفيلسوف زينو من اليا في القرن الخامس قبل الميلاد. اشتهر العالم زينومن اليا بحججه ومفارقاته التي كانت تتحدث عن الانهائية، ومتناهي الصغر، والتي كانت لها أثر في تحفيز الفلاسفة لآلاف السنين، كما استمرت حتى القرن الثامن عشر، حيث بدأ نظرية التفاضل والتكامل.

وتُعتبر معضلة أخيل والسلحفاة أشهر معضلة له، وهي تشرح سباقًا افتراضيًا بين أخيل وسلحفاة. يمنح أخيل السلحفاة البطيئة مهلةً لتبدأ قبله، ولكن عندما يصل أخيل للنقطة التي كانت بها السلحفاة عندما تحرَّك هو تكون السلحفاة تحرَّكت بالفعل لنقطة أخرى، وعندما يصل أخيل إلى تلك النقطة تكون السلحفاة تحرَّكت بالفعل لنقطة جديدة وهكذا، ولذلك فإنَّ أخيل السريع لن يلحق أبدًا بالسلحفاة البطيئة.

وتعتمد معضلة زينو وما يُشبهها، والتي يُطلق عليها معضلة ديكوتوميَّة، على تقسيم المسافات والوقت إلى أجزاء لا نهائيَّة، كذلك تعتمد على فكرة أنَّ النصف مضافًا إليه الربع والثمن وجزء من الـ ١٦ إلى ما لا نهاية لا يمكن أن ينتج عنها واحد صحيح. وتنشأ المعضلة من المغالطة أنَّه لا يمكن أن نُكمل عددًا لا نهائيًا من الحركات المنفصلة في وقت محدد، ولكن من الصعب جدًا إثبات خطأ تلك المغالطة.



Zeno's Paradox of Achilles and the Tortoise
معضلة زينو عن أخيل والسلحفاة

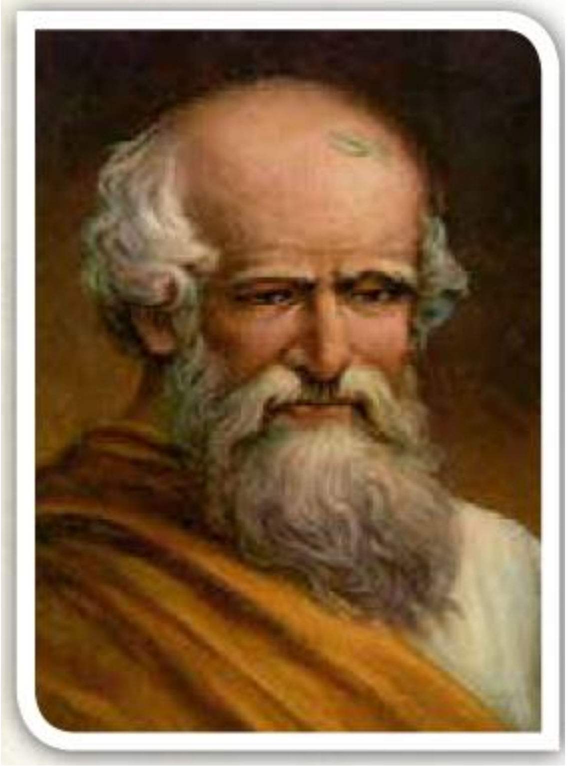
وقد كان أرسطو الفيلسوف الإغريقي أول من حاول إثبات خطأ تلك المعضلة، ويرجع ذلك لإيمانه القوي بأنَّ المالانهاية هي قيمة غير حقيقيَّة.

ويُعدُّ ديموقريطوس، والمشهور بفكرته التي تنبَّأ فيها بأنَّ كُلَّ المواد تتكوَّن من ذرات صغيرة، أحد رواد الرياضيات والهندسة في القرنين الرابع والخامس قبل الميلاد، كما أنَّه قدَّم بعض الأعمال وكانت عناوينها مثلًا عن الأرقام وعن الهندسة وعن التماس وعن اللامنطق، ولكن لم ينجو أيٌّ من تلك الأعمال. ولكننا نعرف أنَّه كان من أول من أدركوا أنَّ حجم المخروط «أو الهرم» يُعادل ثلث حجم الأسطوانة «أو المنشور» عند تساوي مساحة القاعدة والارتفاع، كما أنَّه كان أول من فكر جديًا في إمكانيَّة تقسيم الأجسام إلى عدد لا نهائي من المقاطع العرضيَّة.

وبالتأكيد كان فيثاغورث صاحب تأثير كبير على من تَبِعه، ومن ضمنهم أفلاطون، والذي أنشأ أكاديميته الشهيرة في أثينا عام ٣٨٧ قبل الميلاد، وتلميذه أرسطو، والذي أُعتبِرَت أعماله شاملة لعِلم المنطق بالكامل لأكثر من ألفي عام. ولكن كرياضي، عُرِف أفلاطون بسبب تعريفه ووصفه للمجسمات الأفلاطونيَّة الخمسة، ولكن قيمة عمله كمعلم وناشر للرياضيات لا يمكن أن يُستهان بها.

وعادةً ما يُنسب لتلميذ أفلاطون ايدوكسوس من كنيدوس التنفيذ الأول لـ طريقة الاستنفاد والتي طوَّرها أرخميدس لاحقًا، وهي طريقة قديمة للتكامل بالتقريب المتوالي والتي استخدمها في حساب حجم الهرم والمخروط. كما طوَّر النظريَّة العامة للنسب والتي كانت تنطبق على القيم التي لا يمكن التعبير عنها كنسبة بين رقمين صحيحين، كما تنطبق على تلك التي يمكن التعبير عنها كنسبة بين رقمين صحيحين، مُكملًا بذلك أفكار فيثاغورث حول ذلك الموضوع.

أرخميدس هو عالم طبيعة ورياضيات، وأحد أهم مفكري العصر القديم، ولد لأب فلكي شهير عام ٢٨٧ ق. م. في سرقوسة بجزيرة صقلية، سافر إلى الإسكندرية وبعدها إلى اليونان طلبا للعلم. وصفه مؤرخو الرياضيات والعلوم أنه واحد من أعظم علماء الرياضيات، حيث قال العالم الرياضياتي جاوس: (إنه واحد من أعظم ثلاثة في العلوم الرياضية، وإلى جانبه نيوتن، وإيسنستن). ومن أشهر اكتشافات أرخميدس طرائق حساب المساحات والأحجام والمساحات الجانبية للأجسام، وإثباته القدرة على حساب تقريبي دقيق للجذور التربيعية، واخترعه طريقة لكتابة الأرقام الكبيرة، وتحديده قيمة (π باي) (Pi=3.14) وهي العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها بدقة عالية، كما اكتشف أرخميدس النظريات الأساسية لمركز الثقل للأسطح المستوية والأجسام الصلبة واستخدام الروافع، وهو مخترع قلاووظ أرخميدس، لكن من أبرز القوانين التي اكتشفها أرخميدس قانون طفو الأجسام داخل المياه أو ما بات يعرف بـ (قانون أرخميدس).



وخلال القرن الثالث قبل الميلاد عمَّم عالم الرياضيات الإغريقي أرخميدس طريقة الاستنفاد، مستخدمًا مضلعًا من ٩٦ ضلعًا لتعريف الدائرة، حيث أوجد قيمة عالية الدقة للنسبة التقريبية باي (وهي النسبة بين محيط الدائرة وقطرها). وفي حوالي العام ١٥٠ ق.م. استخدم الفلكي الإغريقي بطليموس الهندسة وحساب المثلثات في الفلك لدراسة حركة الكواكب، وتمّ هذا في أعماله المكونة من ١٣ جزءًا. عرفت فيما بعد بالمجسطي أي الأعظم.

وربما تكون أكبر إسهامات الإغريق، بالرغم من أهمية وتأثير أعمال فيثاغورث وأفلاطون وأرسطو، هي فكرة الإثبات واستخدام خطوات استدلاليَّة منطقيَّة لإثبات أو نفي أي نظرية أو فرضيَّة سابقة.

فبينما اعتمدت الحضارات السابقة كالحضارة المصريَّة والبابليَّة على المنطق الاستقرائي والذي بدوره اعتمد على المشاهدات المتكرِّرة لصياغة القاعدة. ولكن كانت فكرة الإثبات هي ما تُعطي للرياضيات قوتها وهي ما تجعل تلك النظريات صحيحة الآن كما كانت صحيحة منذ ٢٠٠٠ عام مضت، وهي ما وضعت حجر الأساس للتفكير النظامي في رياضيات إقليدس وكُلُّ مَن أتى بعده.

الفصل الرابع

الرياضيات عند العرب

ان القرنـــان الثالـــث والرابـــع الهجريـــان / التاســـع والعاشـــر الميلاديـــان القـــرنين الـــذهبيين لعلماء الرياضيات المسلمين، الذين يدين لهم العالم بـالكثير، لحفظهم التـراث العلمـي القـديم وتوسيعه ولابتكاراتهم الجديدة، في الوقت الـذي كانـت فيـه أوروبـا تفتقـر إلـى الإبـداع العلمـي فـي هـذا الجانـب، وتسـعى للاسـتفادة مـن التقـدم العلمـي الـذي سـبقهم إليـه العـرب المسـلمون أشـواطاً كثيـرةً، وحتى الرياضيات الإغريقية لم تصل للعالم المعاصـر إلا عـن طريـق العلمـاء العـرب المسلمين، حيث اعتمدت الترجمات اللاتينية القديمة الإغريقية على مؤلفات إسلامية أكثـر مـن اعتمادهـا علـى المؤلفـات الإغريقية الأصلية، ونتيجة لهذا انتقل الحساب والفلك الإغريقيـان إلـى أوروبـا بواسـطة المسلمين، ولـم تقتصر خدمة المسلمين لعلـم الرياضـيات علـى حفـظ ونقـل مـا قامـت بـه الأمـم السـابقة، بـل كانـت لهـم إسهامات هائلة في دقائق وجزيئات هذا العلم.

أثبت العلماء العرب أن لهم مكانـة مرموقـة ومهمـة فـي علـم الرياضـيات، الـذي أثـروه، وابتكـروا فيـه، وأضافوا إليه، وطوروه، فاستفاد العالم أجمع من الإرث الذي تركوه، والذي لولاه ما وصـل الغـرب إلـى التقدم الملحوظ في هذا العلم. في بادئ الأمر جمع علماؤنا العـرب نتـاج علمـاء الأمـم السـابقة فـي حقـل الرياضيات، ثم ترجموه، ومنه انطلقوا في عوالم الاكتشاف والابتكار والإبداع، فقدموا للإنسانية جمعـاء خدمات جليلة ومهمة يعترف بها الجميع، حيث اعتمدوا على الملاحظة والتجريب والقيـاس، ذلـك لأنهـم شككوا في الكثير من نظريات قدماء اليونان وعدلوها حين اكتشافهم أنها خاطئة، منتهجين طريقة علميـة حديثة في التفكر والبحث للوصول إلى النظريات الرياضية الصحيحة، ذلك أن الرياضـيات التـي ورثهـا علماؤنا القدماء عن علماء اليونان كانت معقدة إلى درجة كبيرة.

بدايات الرياضيات عند العرب:

قـد أبـدى العلمـاء العـرب والمسـلمون اهتمامـاً بالغـاً بعلـم الرياضـيات بفروعـه المختلفـة، وركزوا في دراستهم لهذا العلـم علـى اتجـاهين: الأول: الناحيـة النظريـة: وذلـك باسـتيعاب الموضـوع وفهمه، ومن ثم القيام بالعديد من الابتكارات الجديدة التي لم يسبقهم إليها أحد. الثاني : الناحية التطبيقية : حيـث بـدءوا بـإجراء دراسـات عمليـة مفيـدة للغايـة فـي العلـوم الأخـرى ذات الارتبـاط المباشـر

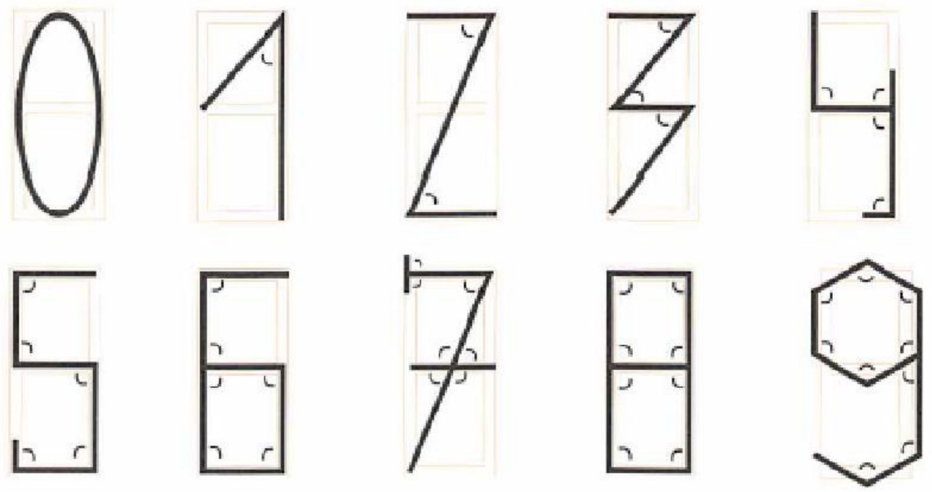
بعلم الرياضيات مثل علم الفلك والهندسة الميكانيكية والكهربائية والمعمارية، وعلم المواريث، والأعمال التجارية وغيرها من العلوم والأعمال التي تتطلب معرفة بعلم الرياضيات، وكان علم الرياضيات في بداياته شاملاً لكثير من الاختصاصات كالفيزياء وعلم الفلك والتنجيم ، ويذكر أن أهم تطور في علم الرياضيات قد استند إلى أسس ثابتة منطقية منذ عصر إقليدس الذي أبدع في الحساب وعلم الهندسة وحتى وصوله إلى المرحلة التي وضعت فيها أسسه وقواعده وأطره، وفي هذه الدراسة يتم تناول كافة العلوم العلمية والنظرية التي كان للعلماء العرب والمسلمين بصمات واضحة فيها ذكرها التاريخ لهم

يُعد المسلمون أول من اشتغل في علم الجبر وأول من كتب فيه الخوارزمي، وهم الذين أطلقوا عليه اسم «الجبر»، ونتيجة الاهتمام الذي أولوه إليه، فقد كانوا أول من ألّف فيه بطريقة علمية منظمة. كما توسعوا في حساب المثلثات وبحوث النسبة التي قسموها إلى ثلاثة أقسام: عددية وهندسية وتأليفية، وحلّوا بعض المعادلات الخطية بطريقة حساب الخطأين، والمعادلات التربيعية، وأحلّوا الجيوب محل الأوتار، وجاءوا بنظريات أساسية جديدة لحل مثلثات الأضلاع، وربطوا علم الجبر بالأشكال الهندسية، وإليهم يرجع الفضل في وضع علم المثلثات بشكل علمي منظم مستقل عن علم الفلك، ما دفع الكثيرين إلى اعتباره علماً عربياً خالصاً .

أما بالنسبة للأرقام العربية فقد قامت على النظام العشري الذي طوره المسلمون عن الهنود واستخدموه في حساباتهم ومعاملاتهم مبكراً، وباستخدام الأرقام والصفر صار حل المسائل الحسابية وتدوين الكسور العشرية والعادية وبناء المعادلات الرياضية من مختلف الدرجات سهلاً. ومن ناحية أخرى، توصّل الرياضيون المسلمون إلى طرائق ميسّرة لإجراء شتى العمليات الحسابية، فاستخدموا في القسمة والضرب طرائق عدة يكاد بعضها يطابق ما هو مستخدم اليوم. وعلى صعيد المتتاليات الحسابية والهندسية بأنواعها فقد عرفها العلماء المسلمون، فذكروا قوانين خاصة لجمعها، وبنوا قواعد لاستخراج الجذور ولجمع المربعات المتوالية والمكعبات، وبرهنوا على صحتها.

و كانت البلدان الاسلامية تستخدم في القرن العاشر ثلاثة أنماط من الحساب هي :النظام الأصبعي، والنظام الستيني، والنظام العشري، وعند نهاية القرن كان مؤلفون مثل عبد القاهر البغدادي يكتبون نصوصاً في مقارنة هذه الأنماط. جاء النظام الأصبعي من استخدام أعداد مكتوبة كلها بالكلمات وكان إحصاؤها على الأصابع شائعاً في مجتمع الأعمال، وكتب علماء الرياضيات من أمثال أبي الوفاء البوزجاني في بغداد في القرن العاشر مقالات استعملوا فيها هذا النظام. كان أبو الوفاء

خبيراً في الأعداد العربية ولكنه قال: «...إنها لم تطبق في دوائر الأعمال ولا عند سكان الخلافة الشرقية مدة طويلة من الزمن». أما النظام الستيني فكان يستخدم أعداداً يدل عليها بالأبجدية العربية، وجاءت أساساً من البابليين، واستخدمها علماء الرياضيات العرب في العمل الفلكي. وتطور حساب الأعداد العربية مع ظهور النظام العشري؛ إذ وائم المسلمون الأرقام الهندية من ١ إلى ٩، وطوروها إلى الأرقام الحديثة التي تُستخدم اليوم في الغرب، وهي تتميز بأنها بُنيت على عدد الزوايا التي يحملها كل رقم، ولكن الرقم سبعة ٧ يخالف القاعدة لأن الشارحة التي تقطع الخط العمودي من الوسط يرجع تطورها إلى القرن التاسع عشر .ولقد أصبحت تستخدم هذه الأعداد اليوم في أوروبا وشمال أفريقيا تمييزاً لها عن الأعداد الهندية التي ما زالت تستخدم في بعض البلدان الشرقية من العالم الإسلامي. في العدد ١ مثلاً زاوية واحدة، وفي العدد ٢ زاويتان، وفي العدد ٣ ثلاث زوايا، وبوصول هذه الأعداد إلى أوروبا انتهت المشكلات التي كانت تواجهها الأعداد اللاتينية المستخدمة حينذاك. وكان يشار إلى الأعداد العربية بالأعداد الغبارية (ghubari) لأن المسلمين كانوا يستخدمون الألواح الغبارية في حسابهم بدلاً من المعداد .

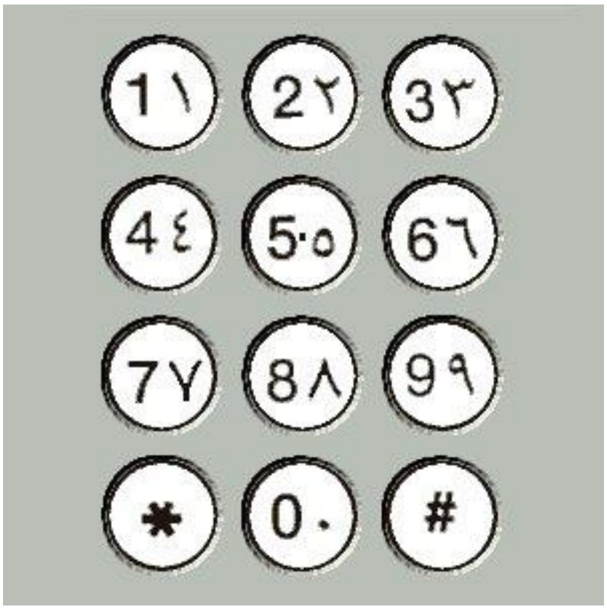


امتد الأرقام العربية على مبدأ الزوايا؛ ففي العدد ١ زاوية واحدة، وفي العدد ٢ زاويتان، وفي العدد ٣ ثلاث زوايا، وهكذا.

تطوير علم الحساب:

إن أول الإنجازات الإسلامية تتمثل في تطوير النظام الحسابي العشري، ويُشير مؤلَّف الإقليدسي جزئياً إلى أولى المحاولات التي بُذلت في هذا المجال: استبدال اللوحة الحسابية (الغبارية) بالورق والحبر مما يسمح بحفظ مختلف مراحل العملية الحسابية وذلك للتمكن من مراجعتها. وقد يبدو لنا هذا التطور سهلاً،

ولكنه لم يكن كذلك في الواقع؛ فقد لعب البطء في الاتصالات بين البشر كما لعبت العقليات المحافظة لدى من تأصَّل لديهم استخدام لوحات الغبار، دوراً أساسياً في تأخير هذا التبدل أجيالاً بأكملها.



لوحة هاتف تُظهر الأرقام الهندية-العربية التي كانت تُستخدم في البلاد الإسلامية الشرقية، والأرقام العربية التي كانت تستخدم في البلاد الإسلامية الغربية، ومنها انتقلت إلى أوروبا.

ولقد بدأ هذا التبدل، حسب الإقليدسي، في دمشق في القرن العاشر، من دون أن يكون معروفاً في بغداد. وفي القرن الثالث عشر نجد تلميحات إلى استعمال اللوحة الغبارية في كتابات ابن البناء المراكشي (١٢٥٦-١٣٢١م). وبابتعاد قليل شرقاً، إلى مراغة نجد الرياضي نصير الدين الطوسي المتوفى عام ١٢٧٤م، يُكرِّس مؤلفاً بأكمله حول استعمال اللوحات الغبارية. ومن قبله بنصف قرن تقريباً، قام سلفه شرف الدين الطوسي بمجهود كبير لحل معادلات الدرجة الثالثة بواسطة حساب اللوحات الغبارية. لكن نظام اللوحات هذا انتهى إلى الزوال، ولم يبق من هذا النظام سوى العمليات الحسابية التي تُدرَّس في المدارس، التي لم يطوها النسيان بعد، على الرغم من استعمال الحاسبات الإلكترونية. إن أهمية تحرير النظام الحسابي الهندي من اللوحات الغبارية لا تقل عن أهمية تفضيل المسلمين هذا النظام وتبنيهم له على حساب النظام الأصبعي، الذي استمر طويلاً عبر المفهوم العربي للكسور.

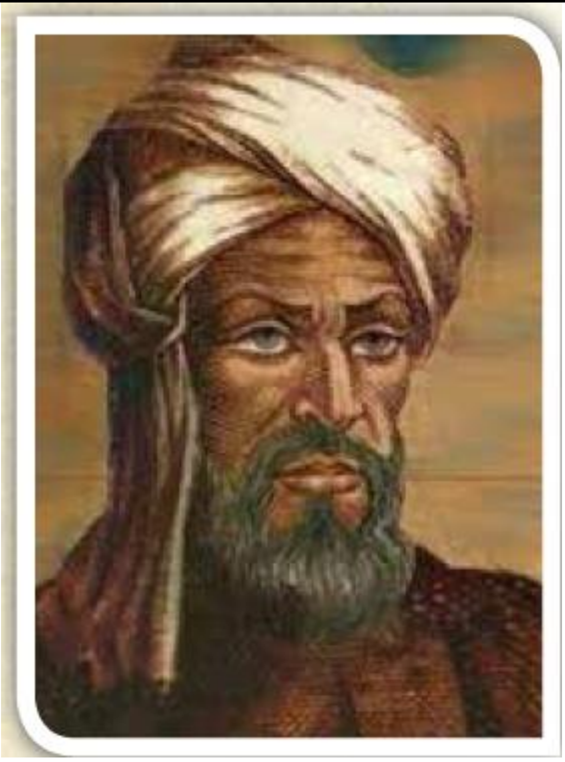
ومن التعديلات العظيمة التي أدخلها علماء الرياضيات المسلمون على النظام الهندي التعريفُ والتطبيق الواسعان للصفر؛ إذ أعطوه خاصية رياضية تنص على أنه إذا ضرب بأي عدد آخر كانت النتيجة

صفراً. وكان يُحدد له في السابق فراغ أو «لا شيء»، واستخدموه كذلك لتطبيق النظام العشري، ومن ثم أصبح ممكناً معرفة ما إذا كانت كتابة ٢٣ مثلاً تعني ٢٣٠ أو ٢٣ أو ٢٣٠٠ .

لقد حقق علماء الرياضيات المسلمون معظم التقدم الذي حصل في الأساليب العددية بفضل هذا النظام من الحساب بالأعداد العربية؛ فتمكن بعضهم كأبي الوفاء وعمر الخيام من استخراج الجذور. إن اكتشاف الكرجي لنظرية ذات الحدين للأسس الصحيحة كان عاملاً كبيراً في تطور التحليل العددي القائم على النظام العشري. ورفد غياث الدين الكاشي في القرن الرابع عشر تطور الكسور العشرية، ليس فقط من أجل تقريب الأعداد الجبرية بل من أجل تقريب الأعداد الحقيقية كالنسبة الثابتة ط (π)، وقد جاء رفده للكسور العشرية مهماً جداً وعدّه بعضهم ولسنوات هو مخترعها. ومع أن الكاشي لم يكن أول من فعل ذلك، إلا أنه قدّم نظام عددٍ عشري عربي لحساب الجذور القصوى بالإنجليزية (nth root)تُعد حالةً خاصةً من الأساليب التي قدمها بعد قرون من الزمن كل من روفيني الإيطالي، وهورنر الإنجليزي، وكلاهما من القرن التاسع عشر.

علم الجبر:

نشأ علم الجبر في الرياضيات مع عمل العالم المسلم محمد بن موسى الخوارزمي الذي اقترن علم الجبر بكتابه الجبر والمقابلة . وهو أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي القرطبلي، وحسب بعض الروايات فقد انتقلت عائلته من مدينة خوارزم في أوزبكستان – حاليا إلى بغداد، ويعتبر الخوارزمي من أوائل علماء الرياضيات المسلمين، وهو مؤسس علم الجبر الذي يتقاسم لقبه مع ديوفانتوس. أسهمت أعماله كثيرا في تقدم الرياضيات خلال العصر الذي عاش فيه، وهو الذي عمل في بيت الحكمة في بغداد، وقد كلفه المأمون به برسم خارطة للأرض عمل فيها أكثر ٧٠ جغرافيا كما عينه أيضا على رأس خزانة كتبه، وطلب منه جمع الكتب اليونانية وترجمتها، فاستفاد الخوارزمي من الكتب التي كانت متوافرة في مكتبة الخليفة، إذ درس الرياضيات والجغرافية والفلك والتاريخ، كما كان محيطا المعارف اليونانية والهندية، ونشر كل أعماله بالعربية التي كانت لغة العلم آنذاك، وقد ترك الخوارزمي بعد وفاته العديد من المؤلفات في علوم الفلك والجغرافيا.



كان ظهور هذا العلم تحولاً ثورياً عن المفهوم الإغريقي للرياضيات الذي قام أساساً على علم الهندسة . جاء علم الجبر بوصفه نظرية توحيدية أتاحت لنا أن نعامل الأرقام الطبيعية والأرقام الصماء والأحجام الهندسية كلها على أنها «كميات جبرية»، ووفّر الجبر للرياضيات بعداً جديداً ومسارَ تطورٍ جديداً أوسع مفهوماً بكثير من ذي قبل، كما فتح الباب لتطور مستقبلي. ومن المظاهر المهمة الأخرى لإدخال الوسائل الجبرية أنها أتاحت لعلم الرياضيات أن يُطبَّق بطريقة لم تكن ممكنة سابقاً .

كان ظهور كتاب الخوارزمي في بداية القرن التاسع - ما بين ٨١٣ و٨٣٠م -حدثًا مميزًا في تاريخ الرياضيات. فللمرة الأولى تظهر كلمة «الجبر» في عنوان، وذلك للدلالة على مادة رياضية متميزة تمتلك تعابيرها التقنية الخاصة. عن هذا الكتاب يقول المؤلف نفسه، محمد بن موسى الخوارزمي، الرياضي والفلكي والعضو المرموق من أعضاء بيت الحكمة في بغداد :ألفت من حساب الجبر والمقابلة كتاباً مختصراً حاصراً لِلَطِيف الحساب وجليله.

الصفحة الأولى من كتاب المختصر في حساب الجبر والمقابلة، للخوارزمي.

إنه لحدث عظيم باعتراف مؤرخي الرياضيات، القدامى منهم والمحدثون، ولم تخفَ أهمية هذا الحدث على رياضيي ذلك القرن أو القرون التي تلته. وما انفك كتاب الخوارزمي هذا يشكل مصدر إلهام، لا للرياضيين بالعربية والفارسية فحسب، إنما أيضاً باللغة اللاتينية وبلغات أوروبا الغربية، حتى القرن الثامن عشر للميلاد .

كان هدف الخوارزمي واضحاً، ويتلخص هذا الهدف بإنشاء نظرية معادلات قابلة للحل بواسطة الجذور، يمكن أن تُرجع إليها مسائلُ علمَي الحساب والهندسة على السواء، وبالتالي يمكن استخدامها في مسائل الاحتسابات والتبادلات التجارية ومسائل الإرث ومسح الأراضي... إلخ. يستهل الخوارزمي القسم الأول من كتابه بتحديد ما نسميه اليوم «التعابير الأولية» لنظريته؛ هذه النظرية اقتصرت على معالجة المعادلات من الدرجة الأولى والثانية وذلك انسجاماً مع متطلبات الحل بواسطة الجذور ومع مستوى معارفه في هذا المجال. وهذه التعابير الأولية كانت: المجهول الذي سماه «الجذر» أو «الشيء» ومربع المجهول والأعداد العقلانية (المنطقية) الموجبة والقوانين الحسابية (جمع وطرح وضرب وقسمة وجذر تربيعي وعلاقة المساواة). ومن ثم أدخل الخوارزمي مفاهيم: معادلة الدرجة الأولى، ومعادلة الدرجة الثانية وثنائيات الحدود وثلاثياتها الملازمة لهذه المعادلات والشكل المنتظم للمعادلة والحلول الطرائقية (الخوارزميات) (التي اشتق اسمها بالإنجليزية «Algorithms» من اسم الخوارزمي) وبرهان صيغة الحل .ويظهر مفهوم المعادلة في كتاب الخوارزمي للدلالة على فئة لا نهائية من المسائل، لا كما يظهر مثلاً عند البابليين في مجرى حل هذه أو تلك من المسائل . كانت

لإسهامات الخوارزمي تأثيرها على اللغة، فدخل مصطلح الجبر واللوغاريتمات والـ(ziro) كل اللغات، والمثبت أنه في القرن الـ١٢ الميلادي انتشرت أعمال الخوارزمي في أوروبا من خلال الترجمات اللاتينية التي كان لها تأثير كبير على تقدم الرياضيات فيها. وظهرت عبقرية "الخوارزمي" في " الزيج " أو الجدول الفلكي الذي صنعه وأطلق عليه اسم "السند هند الصغير"، وقد جامع فيه بين مذهب الهند، ومذهب الفرس، ومذهب بطليموس (مصر)، فاستحسنه أهل زمانه ذلك وانتفعوا به مدة طويلة فذاعت شهرته وصار لهذا الزيج أثر كبير في الشرق والغرب. وقد نقل الغرب العلوم الرياضية عن العرب وطوروها. وعرف حساب أباكوس.Abacus :أو أباكس. (لوحة العد). وهي عبارة عن أطار وضعت به كرات للعد اليدوي. وكانت هذه اللوحة يستعملها الأغريق والمصريون والرومان وبعض البلدان الأوربية قبل وصول الحساب العربي إلى أوروبا في القرن الثالث عشر. وكان يجري من خلال لوحة العد الجمع، والطرح، والضرب، والقسمة. كما كان ابن الهيثم هو أول من استخرج الصيغة العامة لمجموع المتوالية الحسابية من الدرجة (رياضيات) الرابعة في علم الرياضيات.

من ناحية ثانية توصل الرياضيون العرب إلى طرائق ميسره لإجراء شتى العمليات الحسابية، فاستخدموا في القسمة والضرب طرائق عدة يكاد بعضها يطابق ما هو مستخدم اليوم، وفي الضرب ابتكروا طرائق مختلفة تشوب بعضها الطرافة، أطلقوا عليها اسم رياضيات التسلية عند العرب ومعظم كتب الحساب التطبيقية زاخرة بالأمثلة والتمارين الرياضية التي كانت تتناول مسائل واقعية كان معمولا بها آنذاك.

وقد تفوّق علماء الرياضيات المسلمون في القرن العاشر بحقل آخر، فكان ابن الهيثم أول من حاول تصنيف الأعداد الزوجية الكاملة (وهي الأعداد المساوية لمجموع قواسمها)، مثل ٢ص حيث إن ٢ص هو عدد أولي لا يقبل القسمة من غير باقٍ إلا على نفسه. كما كان ابن الهيثم أول من بسّط وصاغ ما سمي بمبرهنة ويلسون، وهي أنه إذا كان "ق" عدداً أولياً فإن المتعدد الحدود ١+(ق-١)! ينقسم على ق، ولم يُعرف بوضوح فيما إذا كان يَعرف كيف يبرهن على هذه النتيجة .وسميت مبرهنة ويلسون نسبة إلى جون ويلسون، عالم الرياضيات من جامعة كامبريدج الذي وضعها عام ١٧٧٠م، وهنا أيضاً لا ندري إن كان ويلسون قد استطاع البرهنة عليها، أم كانت لديه مجرد تخمين. وبعد سنة وضع عالم رياضي يدعى جوزيف لوي لاغرانج أول برهان لهذه النظرية، وذلك بعد سبعمائة وخمسين سنة من اكتشافها الأول.

وعلى صعيد المتواليات الحسابية والهندسية بأنواعها فقد عرفها العلماء العرب، فذكروا قوانين خاصة لجمعها، وبنوا قواعد لاستخراج الجذور ولجمع المربعات المتوالية والمكعبات، وبرهنوا على صحتها.

حاول الجبريون "الحسابيون" حل المعادلات بواسطة الجذور وأرادوا تبرير خوارزميات حلولهم، وقد نجد أحياناً عند بعضهم (مثل أبي كامل) تبريرين، أحدهما هندسي والآخر جبري .وفيما يتعلق بالمعادلة التكعيبية، لم يكن ينقصهم الحل بواسطة الجذور فحسب، إنما أيضاً تبرير الخوارزمية المتبعة، وذلك لتعذر بناء الحل بواسطة المسطرة والفرجار .ولقد وعى رياضيو ذلك التقليد تماماً هذا الواقع، فكتب أحدهم في العام ١١٨٥م وذلك لأن المجهول الذي يُحتاج إلى استخراجه ومعرفته في كل واحد من هذه المقترنات هو ضلع المكعب المذكور فيها ويؤدي تحليله إلى إضافة مجسم متوازي السطوح معلوم إلى خط معلوم يزيد على تمامه أو ينقص مكعباً ولا يتركب ذلك إلا باستعمال القطوع المخروطية.

واللجوء الصريح إلى القطوع المخروطية، بهدف حل المعادلات التكعيبية، قد تبع، من دون إبطاء، الترجمات الجبرية الأولى للمسائل المجسمة. ولم تتأخر بعد ذلك كتابة المسائل المجسمة الأخرى، مثل تثليث الزاوية ومسألة المتوسطين، وخاصة مسألة المسبع المنتظم، بواسطة تعابير جبرية. لكن الصعوبات التي تقدم ذكرُها بما فيها حل معادلة الدرجة الثالثة بواسطة الجذور، حَدَت بالرياضيين من أمثال أبي جعفر الخازن ، و هو أول عالم حل المعادلات التكعيبية هندسيا بواسطة قطوع المخروط، وأنه بحث في المثلثات على أنواعها فسبق بذلك بيكر وديكارت في كتابه (شكل القطوع)، ودرس في الحساب مسائل العدد، كما ألف كتابا في (حساب المثلثات)، وحل بعض المسائل الخاصة بحساب المتوازيات، وللخازن العديد من المؤلفات غير تلك التي ذكرناها، من بينها (المسائل العددية)، (الآلات العجيبة الرصدية)، (شكل القطوع)، (السماء والأرض)، (زيج الصفائح)، (الأبعاد والأجرام)، (شرح كتاب تفسير المجسطي)، (شرح المقالة العاشرة من كتاب الأصول لإقليدس).

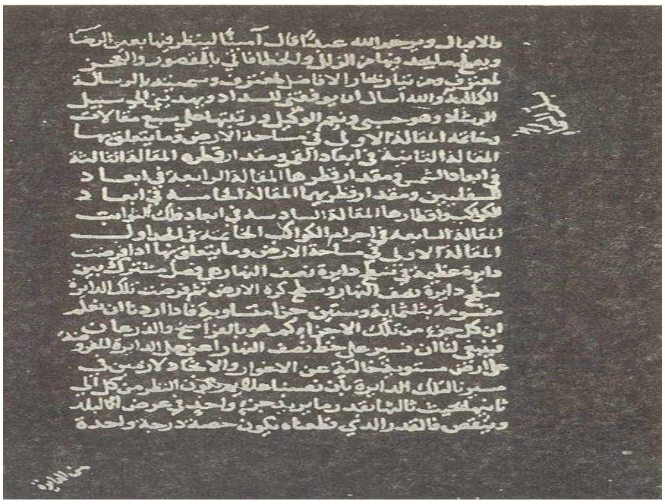
وكذلك منصور بن عراق الذى عمد إلى ترجمة حل المعادلات التكعيبية إلى لغة الهندسة، فإذا بها تتحول إلى مسألة يستطيع أن يطبق في دراستها تقنية درج استخدامها في عصره في معالجة المسائل المجسمة وهي تقنية القطوع المخروطية. وهنا بالتحديد يكمن السبب الأساسي فيما نسميه "هندسة" نظرية المعادلات الجبرية (أي تحويلها إلى مسائل هندسية).

علم المثلثات عند العرب:

عرف علم المثلثات عند العرب باسم علم الأنساب، وقد أطلق عليه هذا الاسم لأنه يقوم على استخراج الأوجه المتعددة الناشئة عن النسبة بين أضلاع المثلث، ويعد هذا الفرع من الرياضيات علما عربيا مثل الجبر، حيث يعود الفضل للعرب في وضعه مستقلاً عن الفلك، ولعل من أبرز ما أضافه الرياضيون العرب والمسلمون إلى علم المثلثات؛ استعمالهم الجيب بدلا من وتر ضعف القوس في قياس الزوايا، الأمر الذي أدى إلى تسهيل حل الكثير من المسائل الرياضية، كما استنبط الرياضيون العرب الظل في قياس الزاوية المفروضة بالضلع المقابل لها مقسوم على الضلع المجاور.

رسم تخيلي للبيروني على طابع للاتحاد السوفيتي من عام ١٩٧٣م.

تكمن ولادة علم المثلثات ضمن علم الفلك، الذي يعد واحداً من العلوم التي درسها المسلمون باهتمام بالغ لصلته بتحديد أوقات الصلاة والشعائر الدينية. ولكن علماء الفلك الإغريق كانوا قبل المسلمين يحسبون أضلاع مثلث ما وزواياه المجهولة بافتراض معرفة قيمة الأضلاع والزوايا الأخرى، وذلك من أجل معرفة حركة الشمس والقمر والكواكب الخمسة المعروفة حينذاك. اعتمد الفلكيون الأقدمون لحل مسائل علم المثلثات المستوية كلها على جدول موحد في كتاب بطليموس(المجسطي او الاعظم) اسمه "جدول الأوتار في الدائرة"، أما الأقواس التي تحصر الزوايا بزيادات من نصف درجة حتى ١٨٠ درجة، فإن الجدول يفيد في إعطائها أطوال الأوتار المقابلة لها في دائرة نصف قطرها ستون وحدة .

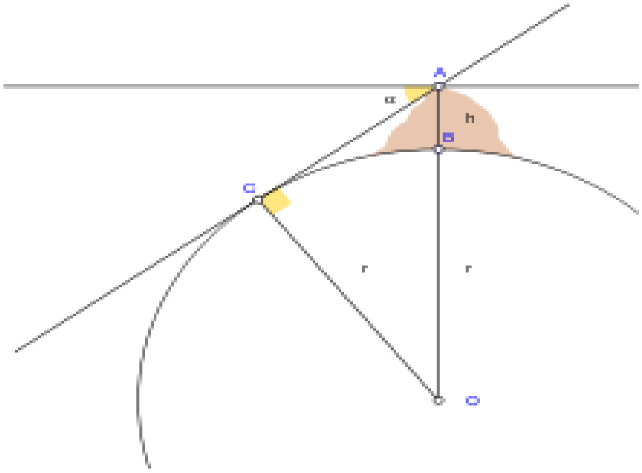


مخطوطة "سلم السماء "لغياث الدين الكاشي باللغة العربية، وهي تبحث فيما يتعلق بأبعاد الأجرام اعتماداً على علم المثلثات.

يشرح الطوسي، من علماء القرن الثالث عشر، في كتابه "شكل القطاع"، كيف استُخدمت قائمة أطوال الأوتار هذه لحل المسائل المتعلقة بالمثلثات قائمة الزاوية،

وقد أبدى الطوسي ملاحظة حاسمة، وطدت الرابطة بين المثلثات وأقواس الدوائر، وهي: كل مثلث يمكن أن يحصر بدائرة؛ ولذلك فإنه ينظر إلى أضلاعه بوصفها أوتاراً تقابل أقواساً مقابلة لزوايا المثلث. لكنّ عيبين ظهرا في الاعتماد على هذه الجداول: العيب الأول أن جل التحولات التي يمكن أن تنشأ عند حل أطوال مجهولة أو زوايا مثلث قائم الزاوية، تتطلب معالجات كثيرة للجدول وخطوات وسيطة متعددة؛ وهذا مناقض لاستخدام الدلالات المثلثاتية المألوفة الست، وهي :الجيب، والتجيب جيب التمام، والزوايا المتبادلة، وقاطع الزاوية وقاطع تمام الزاوية - والظل وظل التمام - المميزة للتقنيات الحديثة التي ابتكرها ورتبها بطريقة منتظمة أول مرة علماء الرياضيات المسلمون. وأما العيب الثاني لجداول أطوال أوتار الدائرة فهو أنه لا بدّ من مضاعفة الزوايا في غالب الأحيان لحساب طول قوس ما.

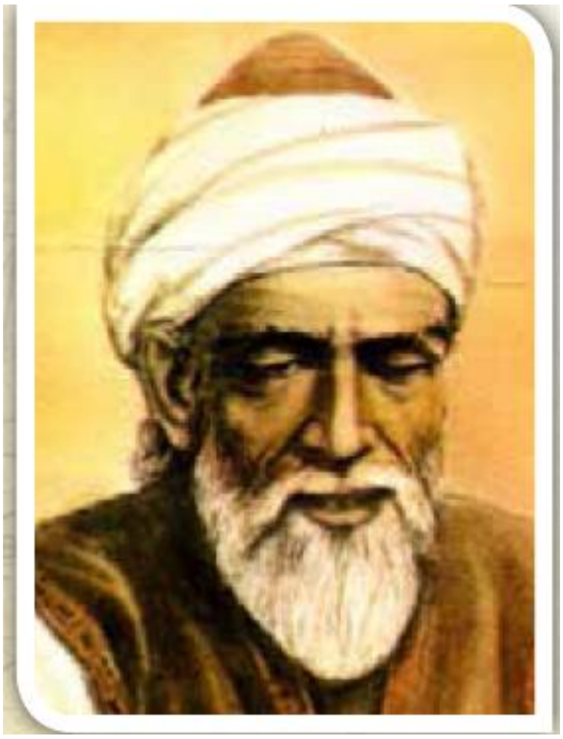
ترك الطوسي عدة مؤلفات من بينها (الجبر والمقابلة)، (رسالة في الخطين الذين يقربان ولا يلتقيان)، (المعادلات).



حساب أبي الريحان البيروني لمحيط الأرض.

والواقع أن سلسلة من العلماء المسلمين كانوا قد أرسوا قواعد علم المثلثات قبل القرن العاشر، ممهدين بذلك الطريق للطوسي كي يجمع إسهاماتهم وينظمها ويفصل فيها. ومن أبرز هؤلاء الأعلام وأكثرهم تأثيراً محمد بن جابر بن سنان البتاني المولود في حرّان شمال شرق سورية اليوم، والمتوفى في سامراء بالعراق عام ٩٢٩م، ويعد واحداً من أعظم علماء الفلك والرياضيات المسلمين، ومما حفزه على ريادة دراسة علم المثلثات مراقبته حركات الكواكب. والمسألة الأهم هي أن البتاني شرح عملياته الرياضية، وحث الآخرين على متابعة المراقبة والبحث من أجل إتمام عمله وتوسيعه، كما طور هو وأبو الوفاء البوزجاني، وابن يونس المصري، وابن الهيثم، علم المثلثات الكروي وطبقوه على حل المسائل الفلكية. وكان البتاني أول من استخدم مصطلحي "جيب" و"جيب التمام" معرفاً إياهما بوصفهما أطوالاً بدلاً من نسب كما نعرفهما اليوم، أما الظل فقد أشار إليه البتاني بعبارة "الظل الممدود"، أي ظل قضيب أفقي وهمي مركب على جدار. وفي القرن الحادي عشر عرّف البيروني الدالّات المثلثاتية للظل وظل التمام التي ورثها عن الهنود بصورة تجريبية .ومن الجدير بالذكر أن كلمة "جيب الزاوية" العربية (وهي نسبة الضلع المقابل للزاوية القائمة مقسوماً على وتر المثلث قائم الزاوية) تعني بالعربية أيضاً "فجوة" أو "تجويف" أو "جيب" (بالمعنى التشريحي) ووجد هذا المصطلح طريقه إلى اللاتينية (Sinus) وإلى الإنجليزية .(Sine) كان الخوارزمي المولود عام ٧٨٠م قد طور الجيب وجيب التمام والجداول المثلثاتية، والتي ترجمت فيما بعد إلى اللغات الأوروبية. أما العالم الفذّ البيروني المولود عام ٩٧٣م، فكان من بين أولئك الذين أرسوا أسس علم المثلثات الحديث.

وينبغي ذكر بعض الإنجازات المميزة الأخرى التي حققها العلماء المسلمون في حقل علم المثلثات وكذلك تطبيقات البيروني في قياس محيط الأرض، ومما يُذكر أن الطوسي وضع قانون الجيب معتمداً على أفكار هندسية بدائية واستخدمها بذكاء، ثم تابع ليطبق القانون في حل أنواع المسائل كلها بطريقة منتظمة.



أما أبو الوفاء البوزجاني فقد برهن على نظرية الإضافة المألوفة للجيوب التي تعد أكثر كفاءة ودقة إذا ما قورنت بنظرية أطوال الأوتار في كتاب" المجسطي ."كان من المهم قبل ظهور الحواسيب وضع جداول دقيقة للدلالات الأساسية للقيم المتباعدة بانتظام لإزاحة الزاوية للدالات؛ فقد كان مطلوباً: أولاً، أن تتوافر طريقة موجزة جداً لحساب جيب درجة واحدة، وأن تتوافر ثانياً قوانين استكمال مبنية على الجداول. كانت هاتان القضيتان موضع تدقيق نقدي عند عدد من العلماء المسلمين أمثال البيروني وابن يونس والكاشي، وهذا الأخير استخدم لكي يحصل على تقريب جيب الدرجة الواحدة إجراءً يُعرف باللغة الحديثة بالأسلوب التكراري . إن ظهور الدالات المثلثاتية واستخدامها في الرياضيات أدى إلى تنوير العلوم الرياضية، وأصبح بالإمكان الآن إضافة علم المثلثات إلى قائمة حقول المعرفة الأساسية التي أتقنها المسلمون ومن ثم أوصلوها إلى أوروبا بطرق شتى .

اخترع العرب حساب الأقواس التي كان من فوائدها تسهيل قوانين التقويم، والتخفيف من استخراج الجذور المربعة، كما كشفوا بعض العلاقات الكائنة بين الجيب والمماس والقاطع ونظائرها، وتوصلوا أيضا إلى معرفة القاعدة الأساسية لمساحة المثلثات الكروية، والمثلثات الكروية المائلة الزاوية، و يعتبر استعمال العرب المماسات والقواطع ونظائرها في قياس الزوايا والمثلثات نقلة هائلة في تطور العلوم، لأنه سهل كثيرا من المسائل الرياضية المعقدة.

الهندسة الرياضية:

أصل المصطلح فارسي (أندازة) ثم تم تعريبه إلى هندسة، والمعروف أن العرب اهتموا بهذا العلم، وبنوا فيه على ما نقلوه من اليونان، حيث كان أهم مرجع لديهم كتاب إقليدس الذي ترجم ثلاث مرات على يد كل من حنين بن إسحاق، وثابت بن قره، ويوسف بن الحجاج تحت عنوان (الأصول فـ"وكتاب أقليدس)، ثم اختصره عدة علماء من بينهم ابن سينا وابن الصلت، وفي مرحلة أخرى الف العرب على نسقه، وأضافوا عليه كما فعل ابن الهيثم والكندي ومحمد البغدادي.

تعود الآثار الهندسية الأولى المكتوبة بالعربية إلى أواخر القرن الثامن وأوائل القرن التاسع للميلاد؛ واللغة العربية التي اعتمدها، بشكل عام، علماء البلاد الإسلامية منذ انطلاق نشاطاتهم، كانت أداة التعبير في علم الهندسة. وهذه الكتابات تؤكد بشكل مقنِع أن التقاليد القديمة: التقليد الإغريقي والهلينستي والتقليد الهندي - الذي اتَّبع أيضاً وجزئياً التقليدَ الإغريقي - أثرت بشكل هام في الهندسة وفي فروع رياضية أخرى كما في العلوم الدقيقة بشكل عام.

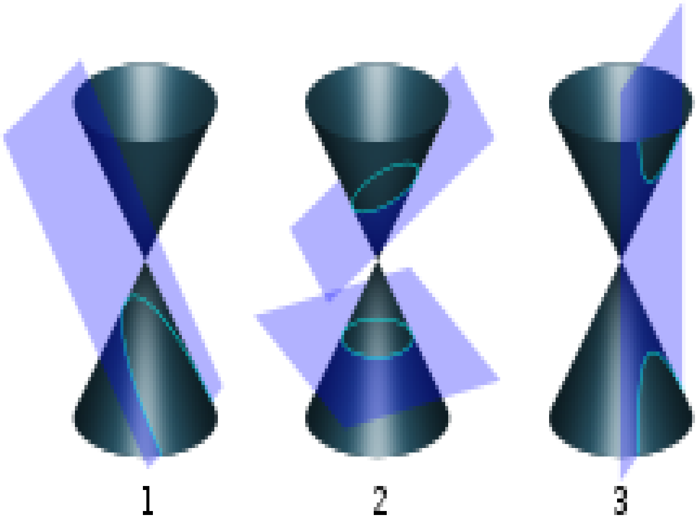
وعلى الرغم من أهمية هذا التأثير فإن الهندسة الإسلامية اكتسبت، ومنذ المراحل الأولى لنموها، خصائصها المميزة التي تتعلق بموقعها في نظام العلوم الرياضية، وبترابطها مع سائر فروع الرياضيات - على الأخص مع الجبر - وبتفسيرها للمسائل المعروفة وبطرحها للمسائل الجديدة كلياً. فبدمجهم لعناصر الإرث الإغريقي وباستيعابهم لمعارف أمم أخرى أرسى العلماء المسلمون أسس توجهات جديدة للأفكار الهندسية وأغنوا بفكرهم الخاص المفاهيمَ التي اعتمدوا، فإذا بهم يخلقون نوعاً جديداً من الهندسة ومن الرياضيات عامة .

وبما أن العرب حينذاك كانوا يميلون إلى الجانب التطبيقي في تناولهم المعارف أكثر من الجانب النظري، فقد خرجوا بالهندسة النظرية اليونانية إلى المجال العملي التطبيقي، وقسموا الهندسة إلى قسمين: عقلية وحسية؛ فالعقلية هي النظرية التي ألحقوها بالفلسفة، والتي لا يعمل بها إلا الحكماء الراسخون في الرياضيات البحتة، وأبدع فيها علماء اليونان، في حين برع العرب في الهندسة الحسية التطبيقية التي ظهرت إبداعاتهم فيها من خلال فن العمارة.

اشتهر المسلمون بالتصاميم الهندسية المعقدة والأنيقة، كانوا يزينون بها مبانيهم التاريخية، وما كان لهذه التصاميم العجيبة أن تظهر لولا القفزات التي حققوها في علم الهندسة وفي قياس النقاط والخطوط والزوايا والأشكال ذات البعدين وذات الأبعاد الثلاثة بخصائصها وعلاقاتها. ورث العلماء المسلمون الهندسة عن الإغريق الذين أولوها اهتماماً كبيراً فطوروها ووسعوها، ولقد عرض إقليدس علم الهندسة على نحو موسع جداً في كتابه "الأصول"، وعلماء الرياضيات يَعدون هذا العلم قد نشأ من كتاب إقليدس. وقد اعتمدت أبحاث المسلمين الهندسية، في ما اعتمدت، على ثلاثة مصادر إغريقية مهمة: الأول كتاب "الأصول "لإقليدس الذي ترجم في بيت الحكمة ببغداد، والثاني "الكرة والأسطوانة" و"المسبّع في الدائرة"، وهما لأرخميدس، وقد وصلا إلينا عن العربية بترجمة ثابت بن قرة، إذ ضاعت النسخة الإغريقية. أما المصدر الثالث فكتاب أبلونيوس البرغاوي" المخروطات" الذي ظهر في ثمانية كتب عام ٢٠٠ ق.م تقريباً، بقي منها باللغة الإغريقية أربعة، في حين وصلنا منها سبعة بالعربية.

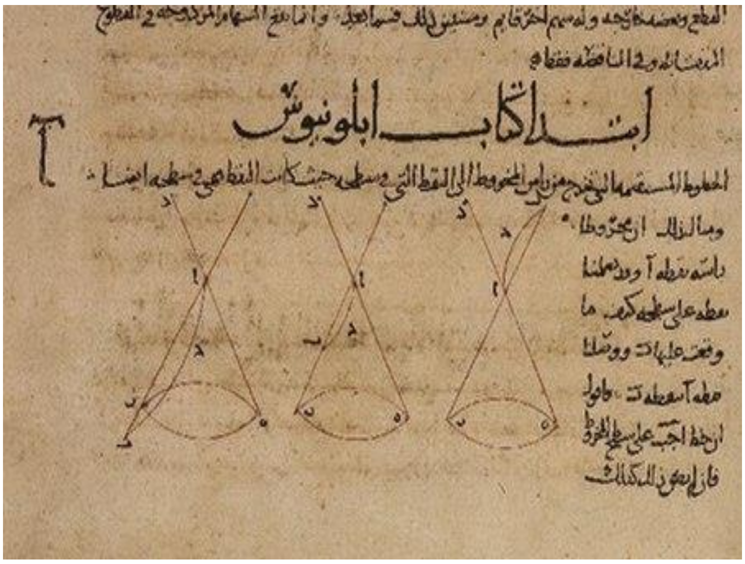
ومن الأمور التي عرفها الرياضيون العرب كذلك علم تسطيح الكرة الذي مكنهم من نقل الخرائط من سطح الكرة إلى السطح المستوي، ومن السطح المستوي إلى السطح الكروي، وللعرب مصنفات في هذا الفرع من الهندسة، مثل كتاب (تسطيح الكرة) لبطليموس، و(الكامل)، و(الاستيعاب)، و(دستور الترجيح في قواعد التسطيح). كما الف العرب مصنفات كثيرة في المسائل الهندسية، وفي التحليل والتركيب الهندسي، وفي موضوعات متصلة بذلك مثل تقسيم الزاوية، ورسم المضلعات المنتظمة وربطها بمعادلات جبرية، أما المساحات فقد تناولوها في ثنايا المصنفات الرياضية باعتبارها فرعا من الهندسة.

دراسة القطوع المخروطية عند العرب :



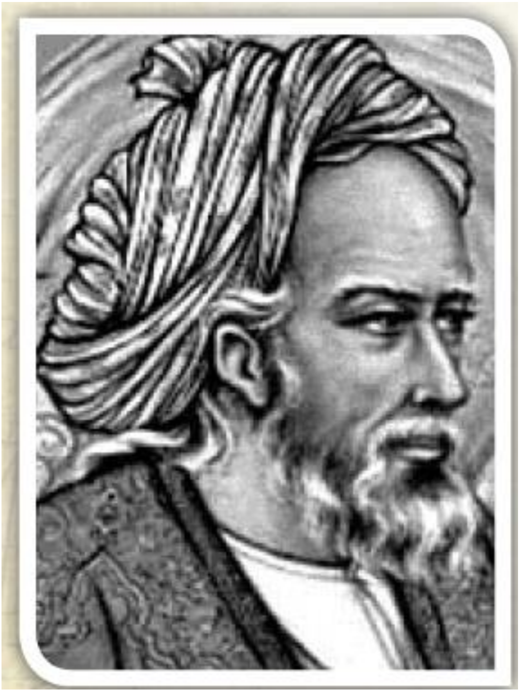
أنواع القطوع المخروطية (بالترتيب): القطع المكافئ، والقطع الناقص، والقطع الزائد.

لقد اندمجت أغلب الهندسات الإغريقية والإسلامية فكونت نظرية القطوع المخروطية التي استُخدمت في المنشآت الهندسية وتصاميم المرايا لتركيز الضوء وفق نظرية الساعات الشمسية .يتشكل سطح المخروط الصلب المزدوج بسبب خطوط مستقيمة (مولدات) تتشعب من محيط الدائرة التي تسمى القاعدة وتمر في نقطة ثابتة تدل على الذروة (رأس المخروط) التي لا تقع في مستوى القاعدة، وتتولد القطوع المخروطية من قطع المخروط المزدوج بمستويات تقطع المولدات، أما شكل القطع المستوي الذي يبقى فيتحدد بالزاوية التي تتشكل بين المستوي والمولدات. قال أبلونيوس :يمكن توليد ثلاثة قطوع مخروطية، ما خلا الدائرة، وهي: القطع الناقص والقطع المكافئ والقطع الزائد.

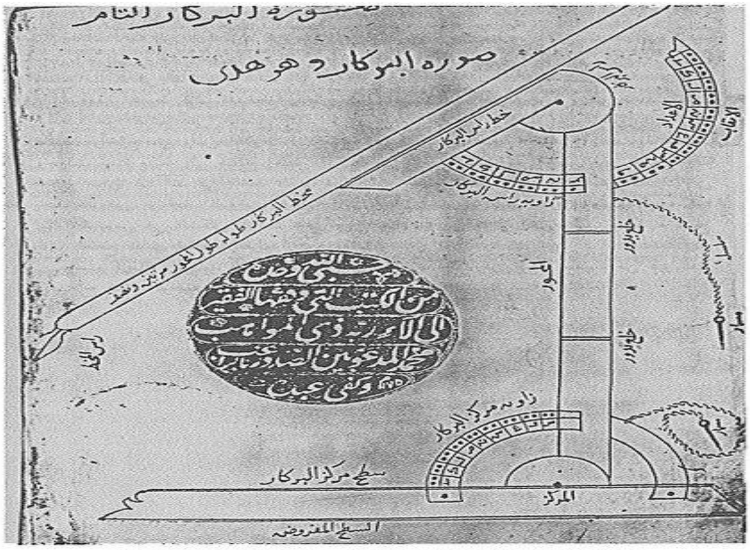


مخطوطة عربية تعود إلى القرن التاسع الميلادي، وهي ترجمة لكتاب أبلونيوس" المخروطات."

استخدم أبو سهل القوهي) نسبة إلى قوه في جبال طبرستان، توفي عام ١٠١٤م) نظرية القطوع المخروطية لتطوير إجراء مشهور لإنشاء مضلع منتظم ذي سبعة أضلاع هو المُسبّع (الشكل السباعي). كان أبو سهل القوهي واحداً من مجموعة علماء موهوبين اجتمعوا من مختلف أنحاء القطاع الشرقي للعالم الإسلامي برعاية أعيان الأسرة البويهية صاحبة النفوذ في بغداد .



جاء أبو سهل من المنطقة الجبلية جنوب بحر قزوين لتسلية الناس في سوق بغداد بلعبة القوارير الزجاجية، ثم تحول إلى دراسة العلوم، فاهتم بأعمال أرخميدس، وكتب تعليقاً على الكتاب الثاني لـ"الكرة والأسطوانة"، وتركز اهتمامه الأساسي على القطوع المخروطية واستخداماتها في حل المسائل المتعلقة بإنشاء موضوعات هندسية معقدة، فبيّن، على سبيل المثال، كيف يمكن بوساطة القطوع المخروطية، إنشاء كرة ذات قطاع مماثل لقطاع دائرة معينة له مساحة سطح تساوي قطاع دائرة أخرى، كما شرح بالتفصيل كيف يمكن استخدام أداة لرسم قطوع مخروطية تُعرف باسم "الفرجار الكامل."



Kitāb al-Qūhī fī al-birkār al-tāmm, MS Istanbul, Raghib Pasha 569, fol. 235v.

نقش لبوصلة أبي سهل القوهي المثالية لرسم القطوع المخروطية.

بيد أن أبا سهل القوهي وضع نصب عينيه طموحات أعظم؛ فقدم تعليمات مفصلة لإنشاء الشكل السباعي المنتظم. كان أرخميدس قد قدّم برهاناً يتعلق بالمسبّع المنتظم الموضوع داخل دائرة ويوحي برهانه بإمكان إنشاء الشكل السباعي، إلا أنه لم يُقدّم الإجراء الفعلي. كان ذلك شائعاً في عالم الرياضيات المجردة، ومن الصعب اشتقاق إجراء تدريجي بين الفينة والأخرى لإنشاء موضوعات رياضية معينة. وفي مثل تلك الحالات، كان العلماء يشغلون أنفسهم بالتأكيد - ولو قليلاً - على وجود إجراء كهذا، تاركين اكتشاف الإجراء التفصيلي للآخرين. وعلى الرغم من أن أرخميدس برهن على وجود المسبع، فإن كبار علماء الرياضيات الإغريق والمسلمين لم يستطيعوا إنشاءه فعلياً حتى قال أبو الجود، أحد علماء المسلمين في القرن العاشر: «ربما كان تنفيذ إنشائه أكثر صعوبة، وبرهانه أبعد من أن يكون مقدمة لذلك»، فكانت تلك الملاحظة تحدّياً لأبي سهل القوهي الذي استطاع بفضل معالجة رشيقة أن يقلّص المسألة إلى ثلاث خطوات، وبيّن أنها إذا عُكست أدت إلى إنشاء الشكل السباعي. بدأ أولاً بإنشاء قطع مخروطي على طول ضلع المسبّع، ثم ولّد قطاعاً خطياً مقطعاً وفق نسب معينة، ومن هذا القطاع، أنشأ مثلثاً ذا خصائص معينة، وأخيراً أنتج المسبع من المثلث المنشأ. واشتهر أبو سهل القوهي أيضاً باكتشافه لأسلوب تقسيم زاوية معينة إلى ثلاثة أقسام متساوية. عالم معاصر له هو عبد الجليل السجزي أشار إلى هذا الاكتشاف، ووصفه بقوله: "قضية أبي سهل القوهي المساعدة" واستخدمها في إنشاء مضلع ذي تسعة أضلاع، أي "التساعي."

ومن المؤلفات التي تركها القوهي (مراكز الأكر)، (الأصول على تحريكات إقليدس)، (صنعة الإسطرلاب بالبراهين)، (الزيادات على أرشميدس في المقالة الثانية)، (إخراج الخطين من نقطة على زاوية معلومة)، (تثليث الزاوية وعمل المسبع المتساوي الأضلاع في الدائرة)، غير أن معظم مؤلفات هذا العالم لم يعرف عنها إلا القليل من بعض الإشارات في المراجع اللاتينية.

كان صانعو الأدوات بحاجة إلى القطوع المخروطية لحفرها على سطوح الساعات الشمسية، وكان الإغريق يعلمون «أن الشمس تسير في مسارها الدائري عبر السماء في أثناء النهار، فتمر إشعاعاتها فوق رأس قضيب شاقولي مغروز في الأرض، فتشكل مخروطاً مزدوجاً، وبما أن مستوى الأفق يقطع جزئي المخروط فإن مقطع المخروط مع مستوى الأفق لا بد أن يكون قطعاً زائداً»، فحفز ذلك ميول إبراهيم بن سنان، حفيد ثابت بن قرة، فأجرى دراسة للموضوع، لكن حياته انتهت مبكراً بسبب ورم في كبده أدى إلى وفاته عام ٩٤٦م وهو في السابعة والثلاثين من عمره، ومع ذلك فقد «أكدت أعماله الباقية شهرته ليكون شخصية مهمة في تاريخ الرياضيات» كما يقول مؤرخ العلوم المعاصر ج. ل. بيرغرين الذي لخص إنجازات إبراهيم بن سنان على النحو الآتي:

إن معالجته لمساحة قطاع من القطع الزائد أبسط من كل ما جاءنا منذ ما قبل عصر النهضة، ففي عمله المتعلق بالساعات الشمسية يعالج تصميم أنواع المزاول (الساعات الشمسية) المحتملة وفق إجراء واحد موحد، يمثل هجوماً على الإشكالات التي لم ينجح بها أسلافه في غالب الأحيان.
ولابن سنان كتاب في حركة الشمس، ومقالات ورسائل في الفلك، ومؤلفات في الرياضيات من أهمها: (رسالة في الهندسة والنجوم)، (رسالة في المعاني المستخرجة من علم الهندسة وعلم النجوم)، (أصول الهندسة)، (مساحة القطع المكافئ).

كان المهندسون المسلمون مهتمين بإبراز الأهليّة في مهنة الفنانين واستكشاف فنهم بما يقومون به من تصاميم هندسية قد تزين المرافق العامة كالمساجد والقصور ودور الكتب؛ فأبو نصر الفارابي (المتوفى عام ٩٥٠م) المشهور بالفلسفة والموسيقى وتعليقاته على أرسطو، كتب مقالة في الإنشاءات الهندسية من وسائل ذات قيود متنوعة ووضع له عنواناً غريباً نوعاً ما هو "الأسرار الطبيعية في دقائق الأشكال الهندسية"، وعندما توفي أدخل أبو الوفاء البوزجاني مقالة الفارابي في كتابه "كتاب فيما يحتاج إليه الصناع في أعمال الهندسة" وقدم تفاصيل إنشائية وتعليلات كاملة. إن المسائل التي ركز أبو الوفاء اهتمامه بها شملت مسألة إنشاء عمود على قطاع مفترض وعلى طرفيه؛ مُقسّماً القطاع الخطي

إلى أي عدد من الأقسام المتساوية، وإنشاء مربع ضمن دائرة معينـة ومضـلعات منتظمـة متنوعـة (ذات ٣، ٤، ٥، ٦، ٨، ١٠ أضلاع)، وكانت هذه الإنشاءات كلها تتم فقط بحافـة مسـتقيمة وفرجـار ذي فتحـة مثبتة واحدة .

الفصل الخامس

الرياضيات في عصر النهضة

بدأ المكتشفون الأوروبيون في القرنين الخامس عشر والسادس عشر البحث عن خطوط تجارية جديدة لما وراء البحار مما أدى إلى تطبيق الرياضيات في التجارة والملاحة، ولعبت الرياضيات كذلك دورًا في الإبداع الفني، فطبق فنانو عصر النهضة مبادئ الهندسة وابتدعوا نظام الرسم المنظوري الخطي الذي أضفى الخداع في العمق والمسافة على لوحاتهم الفنية، وكان لاختراع الطباعة الآلية في منتصف القرن الرابع عشر الميلادي أثر كبير في سرعة انتشار وإيصال المعلومات الرياضية. وواكب عصر النهضة الأوروبية كذلك تطور رئيسي في الرياضيات البحتة. ففي عام ١٥٣٣م نشر عالم رياضيات ألماني اسمه ريجيومانتانوس كتابًا حقق فيه استقلالية الهندسة كمجال منفصل عن الفلك. وحقق عالم الرياضيات الفرنسي فرانسوا فييت تقدمًا في الجبر، وظهر هذا في كتابه الذي نشر عام ١٥٩١م.

الرياضيات والثورة العلمية مع حلول القرن السابع عشر، ساهم ازدياد استخدام الرياضيات ونماء الطريقة التجريبية في إحداث تغيير جذري في تقدم المعرفة، ففي العام ١٥٤٣م ألف الفلكي اليولوني نيكولاس كوبرنيكوس كتابًا قيمًا في الفلك بين فيه أن الشمس ـ وليست الأرض ـ هي مركز الكون. وأحدث كتابه اهتمامًا متزايدًا في الرياضيات وتطبيقاتها. وعلى الأخص في دراسة حركة الأرض والكواكب الأخرى. وفي عام ١٦١٤م نشر عالم الرياضيات الأسكتلندي جون نابيير اكتشافه للوغاريتمات وهي أعداد تستخدم لتبسيط الحسابات المعقدة كتلك المستخدمة في الفلك. ووجد الفلكي الإيطالي جاليليو ـ الذي عاش في نهاية القرن السادس عشر وبداية القرن السابع عشر ـ أنه يمكن دراسة أنواع كثيرة لحركة الكواكب رياضيًا. وبين الفيلسوف الفرنسي رينيه ديكارت في كتابه الذي نشر عام ١٦٣٧م، أن الرياضيات هي النموذج الأمثل للتعليل، وأوضح ابتكاره للهندسة التحليلية مقدار الدقة

واليقين اللذين تزودنا بهما الرياضيات. وأسس الرياضي الفرنسي بيير دو فيرما، وهو أحد علماء القرن السابع عشر، نظرية الأعداد الحديثة. كما اكتشف مع الفيلسوف الفرنسي بليس باسكال نظرية الاحتمالات. وساعد عمل فيرما في الكميات المتناهية الصغر إلى وضع أساس حساب التفاضل والتكامل.

وفي منتصف القرن السابع عشر الميلادي اكتشف العلاّمة الإنجليزي السير إسحق نيوتن حساب التفاضل والتكامل. وكانت أول إشارة إلى اكتشافه هذا في الكتاب الذي نشر عام ١٦٨٧م. واكتشف الرياضي والفيلسوف الألماني غوتفرين فلهلم لايبنين ـ كذلك وبشكل مستقل ـ حساب التفاضل والتكامل في منتصف عام ١٦٧٠م، ونشر اكتشافاته ما بين ١٦٨٤م و١٦٨٦م. التطورات في القرن الثامن عشر الميلادي خلال أواخر القرن السابع عشر ومطلع القرن الثامن عشر قدمت عائلة برنولي ـ وهي عائلة سويسرية شهيرة ـ إسهامات عديدة في الرياضيات. فقد قدم جاكوب برنولي عملاً رائدًا في الهندسة التحليلية، وكتب كذلك حول نظرية الاحتمالات. وعمل أخوه جوهان كذلك في الهندسة التحليلية، والفلك الرياضي والفيزياء. وساهم نقولا يوهان في تقدم نظرية الاحتمالات، واستخدم دانيال يوهان الرياضيات لدراسة حركة الموائع وخواص اهتزاز الأوتار. وخلال منتصف القرن الثامن عشر طور الرياضي السويسري ليونارد أُويلر حساب التفاضل والتكامل وبين أنّ عمليتي الاشتقاق والتكامل عكسيتان. وبدأ عالم الرياضيات الفرنسي جَوزِيفْ لاجْرانْجْ في نهاية القرن الثامن عشر العمل لتطوير حساب التفاضل والتكامل على أسس ثابتة، فطوّر حساب التفاضل والتكامل مستخدمًا في ذلك لغة الجبر بدلاً من الاعتماد على الفرضيات الهندسية التي كانت تساوره الشكوك حولها.

-

عصر التنوير (النهضة) و الاهتمام بالعلم والتعلم


MIRIFICI
Logarithmorum
Canonis descriptio,
Ejusque usus, in utraque
Authore ac Inventore,
IOANNE NEPERO,

▲ أمضى جان نابير 20 عاماً في الأبحاث التي أدت إلى نشر جداول اللوغاريتمات عام 1614.

المفكرون من جانبهم عكفوا على ترجمة أعمال علماء الرياضيات السابقين، كما أن اختراع المطبعة أدى إلى توفر الكتب بشكلٍ واسع. لكن الثورة الحقيقية في الرياضيات كانت نتاج اختراع الكسور العشرية واللوغاريتمات خلال القرنين السادس عشر والسابع عشر. ارتحل المفكرون الأوروبيون خلال العصور الوسطى إلى بقاع كثيرة من العالم وتعلم بعضهم اللغة العربية. ومن بين أكثرهم غزارة إنتاج في الترجمة الفيلسوف الانجليزي أدلارد من مدينة باث بإنجلترا (حوالي ١٠٨٠ – حوالي ١١٦٠) الذي ترجم الكثير من الأعمال العربية إلى اللغة اللاتينية.

أعمال المستشرق المستعرب الإنجليزي أديلارد

أعمال المستشرق المستعرب الإنجليزي أديلارد الذي استبد به الشغف العلمي للاطلاع على نهضة العرب ـ المسلمين في أوائل العصور الوسطى. حيث أجاد اللغة العربية وعكف على ترجمة أهم الكتب والموسوعات العلمية، والمقارنة بين ما وصل إليه العالم العربي الإسلامي من تقدم حضاري واستنارة فكرية، وبين حالة الجهل والتخلف والظلام التي كانت مخيمة على أوروبا في تلك الفترة، يشير إلى أنه تجّول في مناطق المشرق المسلم ابتداء من عام ١١٠٩ للميلاد. قيام الراهب أديلارد بترجمة واحد من أعظم المؤلفات العلمية في التاريخ وهو: النظام الرياضي لهندسة أقليدس. مؤسس مدرسة الإسكندرية وبديهي أن العمل المذكور ينسب إلى الحكيم اليوناني الذي أنشأ مدرسة الإسكندرية حوالي ٣٠٠ سنة قبل الميلاد، وأسدى أيادي بيضاء إلى علوم الرياضيات والمنطق في حضارة اليونان العريقة. إلى أن علماء العروبة والإسلام لم يظلوا على آثار العبقري الإغريقي أقليدس من منظور الانبهار أو التسليم: لقد درسوه وعمدوا إلى تصحيح ما وقع فيه من أخطاء. ولكنهم في كل حال أفادوا العلم الإنساني عندما أنجزوا ترجمة أقليدس من اليونانية إلى لغتهم العربية وبهذا توفرت لحكيم اليونان ترجمتان «عباسيتان». وكان العمل الأول من إنجاز العالم المسلم «الحجاج» الذي أكمل ترجمة كاملة لموسوعة أقليدس ثم وضع موجزاً ملحقاً بها وتم هذا العمل بتكليف مباشر من الخليفة عبد الله المأمون. كما أسلفنا، بمثابة أكاديمية البحث العلمي في بغداد العباسية.

فضل الترجمة العربية

لولا هذه الترجمات من اليونانية إلى العربية ما حظيت البشرية عبر ما جاء بعد ذلك من عصور بالإبقاء على هذه الكنوز من الإبداع الإنساني التي نجمت عن حضارة ومبدعي ومفكري اليونان، وهو ما اعترفت به مجامع الغرب المنصف حين أقرت بفضل الحضارة العربية في ترجمة كنوز اليونان واللاتين إلى لغتهم. ومن ثم حفظتها عبر مراحل الزمن إلى أن بدأ الأوروبيون مع انقضاء العصور الوسطى في ترجمة تلك الكلاسيكيات الثمينة من العربية إلى اللاتينية والى عدد من لغات أوروبا الحديثة (الإنجليزية والفرنسية) وكان في ذلك تباشير المرحلة الواعدة التي أطلقوا عليها اسم «الرينسانس» بمعنى الإحياء أو الانبعاث أو هي عصر النهضة الأوروبية التي كانت مقدمة منطقية وإرهاصاً مبشراً بإنجازات الغرب في العصر الحديث. وهنا يجدر الاشارة إلى جهود «أديلارد» وخاصة في ترجمته الخطيرة لواحد من أهم كتب الرياضيات في تاريخ الحضارة الإسلامية وهو كتاب الخوارزمي بعنوان «زيج السندبند» عن الجداول الرياضية. وفي كل حال فقد أفضى هذا الشغف من جانب الرحالة الإنجليزي المثقف إلى أن أولى اهتماماً متزايداً بهذه الإنجازات العلمية التي حققتها حضارة العرب والمسلمين بعامة وهو ما عبرت عنه سطور دراسته الحافلة التي حملت عنوان «قضايا في العلوم الطبيعية» وهي التي حفلت بعبارات أعرب فيها أديلارد عن امتنانه بشأن كل دارس محترم، لمن سبقه ولمن ترجم واستوعب دراساتهم من علماء ومفكري الإسلام والعروبة. بل يبدو أن رحلة أديلارد، الراهب الإنجليزي المثقف، إلى بلدان المشرق الإسلامي، دفعته إلى نوع من المقارنة التي يسجلها كتابنا بين حال التحضر الذي لمسه في بلاد الإسلام في القرن الثاني عشر وحال التدهور الذي كانت عليه إنجلترا نفسها وهي وطنه الأم كما سلف إيضاحه مخالطيه ورفاقه. طرح مقارنة بين حال

الشـــــرق العربــــــي المســــــلم وأحــــوال المجتمـــــع الإنجليــــزي وقتئـــــذ فقـــــال: في مجتمعنا (الإنجليزي) وجدت الأمراء برابرة ورجال الدين منافقين والقضاة مرتشين والكبـار كـذابين والأصدقاء حاقدين.وعندما سألوه عن سبل الحل أو العلاج الناجع لهذا كله أجـاب أديـلارد   لقـد أصـبح أديلارد مواطنا عالميا (بعد رحلتـه فـي ربـوع الإسـلام): راحـت إذن شخصـية الوجيـه الريفـي الأمثـل، وحلت محلها شخصية الإنسان الذي يؤرقه القلق واللهفـة إلـى العلـم والمعرفـة، فهـو لا ينفـك باحثـا عـن الحقيقة العلمية بغير هوادة، وهو ما أفضى به إلى رفض الفساد الثقافي والغرور البشري والفكر الجامـد المتخلف الذي كان مخيما على أقطار الغرب قرونا طويلة.

مقالة في الإسطرلاب وقد وضع مقالة مهمة بشأن ناحية عملية أو فلنقل بخصوص آليـة تكنولوجيـة كـان لهـــا أهميتهـــا بالنســـبة للعـــالم كلـــه منـــذ أيـــام العصـــور الوســـطى ومـــا بعـــدها. والمقالة تحمل العنوان التـالي: عـن اسـتعمال الإسـطرلاب وهـي الآلـة التـي توصـل إليهـا علمـاء الفلـك والرياضيات المسلمون منذ أيـام «بيـت الحكمـة» لقيـاس ارتفاعـات الأجـرام السـماوية. لكـي تقـدم علـم الأجرام السماوية ورصدها ومتابعتها ولأول مرة فـي العـالم اللاتينـي، ولكـن مـن خـلال دراسـة متسـقة وأسلوب يحاول الالتصاق بالتحليل العلمي بعيدا عن الخرافات.

ومن خلال المقالة أيضاً أنهى أديلارد المقولة العتيقة التي سبق وروج لها العـالم الإشـبيلي ايـزادور بـأن «الأرض مسطحة». وبدأ أدريلارد يقول لقومه أنه تعلم من أساتذته العرب والمسلمين أن الكون لا يتخـذ شكلا مربعا، ولا مستطيلاً، ولكنه يتخذ شكل النطاق الدائري. كان لتجربـة أديـلارد فـي مضـمار العلـوم العربية الفضل في رسم صورته وإقرار مكانته بوصفه عالِمَا يحظـى بـالاحترام ومثقفـا سياسـيا متمكنـا

ومتمرسا لدى عودته إلى وطنه الأم في إنجلترا، حيث كانت سيرته ورحلاته مصدر إلهام لعدد من المثقفين الذين شجعتهم أيضاً روح المغامرة ومن ثم اتبع بعضهم خطوات اديلارد نفسه كي يستزيدوا من علوم العرب في العالم الإسلامي في كل شيء، ابتداء من علم الفلك وليس انتهاء بعلم الحيوان.

عن الملك ـ الفيلسوف

عمد أديلارد إلى استثمار مكانته في بلاط ملك إنجلترا، هنري الثاني وفي هذا المجال أفاض في الإحالة إلى كتاباته ومعارفه التي ثقفها عن أهل العالم الإسلامي الناطقين باللغة العربية.. وليس صدفة أن يسدي مشورته إلى الملك الإنجليزي قائلاً إن مملكته في المستقبل لابد وأن تكون نموذجا راديكاليا لما يجب أن تكون عليه السياسة والحكم بمعنى أن يحكمها ملك ـ فيلسوف أو هو الفيلسوف- الملك. لماذا؟ لأن الفلاسفة يا مولاي هم الذين ينطقون بالحق ويسيرون على هدى من العدل والعقل ومن ثم تكون مملكتك يا صاحب الجلالة (هنري الثاني) متسامحة مع كافة الأديان والعقائد، وعليها يضيف أديلارد، أن تعترف بمكانة العرب بفضل ما تضمه مجتمعاتهم من مفكرين وعلماء. فقد كانت سيرة «أديلارد أوف باث» مصدر إلهام لكثير ممن نسجوا على منواله ممن يصفهم كتابنا مع بدايات الفصل السابع بأنهم رواد الدراسات العربية، (ستوديا أرابوم كما كانوا يعرفونها باللاتينية)، وهم علماء الغرب الذين شرعوا مع العصور الوسطى في التجوال عبر أراضي الأندلس الإسبانية المسلمة آنذاك. إضافة إلى جزيرة صقلية (حيث عاش الإدريسي مثقفا وأستاذا لعلم الجغرافيا) ثم جنوب إيطاليا. وكان رائدهم وقتئذ قد التمس المؤلفات المستجّدة التي طرحها المسلمون في ميادين الفلسفة والآداب والعلوم الطبيعية ـ التطبيقية. وحتى بعد الحروب التي استرد بها الفرنجة الأوروبيون إسبانيا، وحتى بعد الغزوات الاستعمارية الأوروبية التي رفعت شعار الصليب، فضلا عن وقائع التبادل التجاري بين

أوروبا وبين العالميْن العربي والإسلامي، كانت عيون الغرب مسلطة، ثم يواصل المؤلف تحليله قائلاً: بعد سقوط غرناطة في يد جيوش ايزابيلا وفرديناند عام ١٤٩٢، شهدت تلك المناطق سلوكيات أقرب ما تكون إلى ظاهرة «حمى البحث عن الذهب» التي شهدتها أميركا خلال القرن التاسع عشر .

ترجم أدلارد عام ١١٤٢ كتاب العناصر لعالم الرياضيات الإغريقي إقليدس (اشتهر حوالي ٣٠٠ ق.م.)، وبذلك توفرت أمضى جان نابير ٢٠ عاماً في الأبحاث التي أدت إلى نشر جداول اللوغاريتمات عام ١٦١٤.

للأوروبيين أعمال إقليدس لأول مرة. (المترجم: تمت الترجمة من النسخة العربية للكتاب). كما ترجم القوائم الفلكية للفلكي العربي أبو جعفر محمد بن موسى الخوارزمي (حوالي ٧٨٠ – حوالي ٨٥٠)، مستنسخاً منه النظام الهندي – العربي للأعداد أيضاً. وفي عام ١١٤٥ قام المفكر الانجليزي روبرت من مدينة تشستر بأول ترجمة لكتاب الخوارزمي حساب الجبر والمقابلة مدخلاً إلى اللغة الإنجليزية مفردتـــي الجبـــر

▲ تبين اللوحة المرسومة عام ١٤٩٥ الراهب الإيطالي لوكا باتشيولي (وسط) أمام طاولة عليها بعض الأدوات الهندسية بما في ذلك بوصلة وشكلاً ثنعشريا (له ١٢ ضلعاً). يشرح باتشيولي لطلابه نظرية من نظريات إقليدس بينما يتفحص جسماً زجاجياً متعدد الأضلاع.

«واللوغاريتم».

ورغم أن أدلارد وروبرت استخدما النظام الجديد للأعداد، بيد أن أكثر الناس حماساً لتبني هذا النظام كان عالم الرياضيات الإيطالي ليوناردو فبوناتشي (حوالي ١١٧٠ – ١٢٥٠)، وشرح كيفية استخدامه في مؤلفه كتاب الحساب المنشور عام ١٢٠٢.

فيبوناتشي

كما بين فيبوناتشي ميزات استخدام نظام عددي تعتمد فيه قيمه الرمز على موضعه بالنسبة للرموز الأخرى. وهو أيضاً أول من أدخل علامة الخط الأفقي لكتابة الكسور (١/٤ على سبيل المثال).

كتب فبوناتشي في الهندسة والسلاسل العددية، بما في ذلك سلسلة تحمل اسمه تساوي فيها قيمة كل عدد (عنصر) مجموع العددين (العنصرين) السابقين له: ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ... وهكذا.

ولد فبوناتشي في مدينة بيزا الإيطالية وهي مركز تجاري رئيسي، ولذلك كرس جهداً كبيراً للحسابات التي تهم التجار.

كان على التجار الانتظار حتى عام ١٤٩٤ حين حد ث اختراق علمي رئيسي مفيد لهم . ففي تلك السنة اخترع الراهب الإيطالي لوكا باشيولي سجلاً محاسبياً يتضمن قيدا مزدوجاً وشرح دفتر حساباته الجديد في كتابه كل شيء حول الحساب والهندسة والتناسب، ولذلك يعتبر باتشيولي مؤسس المحاسبة الحديثة.

كانت جميع الكتب المنشورة في الرياضيات موجهة إلى العلماء والتجار. أما أول مؤلف في الثقافة العامة في الرياضيات فهو كتاب أرضية الفنون للمفكر الانجليزي روبرت ركورد (حوالي ١٥١٠ – ٥٨) والذي طبعت منه طبعات متتالية على مدى ١٥٠ سنة. أدخل روبرت ركورد لأول مرة رمز التساوي (=) عام ١٥٥٧ بينما أدخل المؤلفون الألمان رمزي الجمع (+) والطرح.(-)

كان علماء الرياضيات يعبرون عن المعادلات الجبرية بالكلمات، واستخدموا مفردة كوسا باللاتينية والكوس بالألمانية للتعبير عن المتغير المجهول في المعادلة. في عام ١٥٩١ نشر السياسي الفرنسي فرانسوا فييت (١٥٤٠ – ١٦٣٠) كتاب مقدمة الفن التحليلي مستخدماً حروف العلة للتعبير عن الكميات المجهولة والحروف الساكنة لتمثيل الكميات المعلومة، مخترعاً بذلك أول علاقة جبرية يمكن لدارس الرياضيات المعاصرة تمييزها.

يسمى فييت أبو علم الجبر، رغم أن الرياضيات لم تكن إلا هواية بالنسبة له. إن الإنجاز المثير لفييت هو حله الشيفرة التي استخدمها ملك إسبانيا فيليب الثاني عند اندلاع الحرب بين فرنسا وإسبانيا بينما كان فييت يخدم في جيش الملك هنري الرابع.

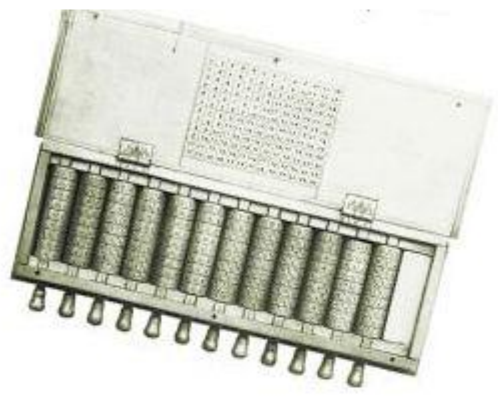
خلال الفترة نفسها عكف بارون ميرتشتون (قرب أدنبرة) الأسكتلندي جون نابير (١٥٥٠ – ١٦١٧) على اختراع، وليس تشييد، أسلحة دمار رهيبة لحماية إسكتلندا من تهديدات الهجوم الإسباني. لكن الهجوم لم يقع قط وأعتقد الكثير من الناس أن نابير غير متزن عقليا.

أطلق نابير مسمى «اللوغاريتمات» على التعبير الآسي للأعداد، وتعني مفردة اللوغاريتم الأعداد المتناسبة، ونشر جداول لها عام ١٦١٤ وضع الأعداد فيها بتعبير أسي أساسه العدد ٢.٧١٨٢٨ في عدد لامنتاه من الكسور العشرية وعبر عن هذا العدد بالرمز e.

مازال استخدام اللوغاريتمات النابيرية، أو «الطبيعية»، سائداً حتى يومنا الحالي، لكن أستاذ الهندسة بجامعة أكسفورد و صديق نابير هنري برجز (١٥٦١ – ١٦٣٠) اقترح عليه استخدام العدد ١٠ أساساً للحسابات بدلاً من العدد e مبيناً أن ذلك يؤدي إلى سهوله أكبر في الحسابات، وبذلك فإن log ١٠ = ١ و log ١ = ٠. اخترع برجز اللوغاريتمات «العامة»، ونشر عام ١٦٢٤ جداول لها من العدد ١ إلى

العــدد ١٠٠,٠٠٠. كمــا أن برجــز اختــرع الطريقــة الحديثــة للقســمة المطولــة. (المتــرجم: تســمية اللوغارتيمات ذات الأس eبالطبيعية نتجت عن اتخاذ العديد من الظاهرات الطبيعية شكلاً أسيا أساسه العدد .e . من أمثلة ذلك انحلال أنوية العناصر المشعة وتكاثر البكتيريا في بيئة عفن ومن ثم موتها بسبب فضلاتها السامة وزيادة عدد السكان على سطح الكرة الأرضية ونقص الغذاء والكثير من الظاهرات الأخرى. أما إطلاق مسمى العامة على اللوغاريتمات ذات الأساس العدد ١٠ فقد جاءت التسمية في الغالب بسبب استخدامنا الشائع للنظام العشري.(أدخل الفيزيائي والمهندس وعالم الرياضيات الفنلندي سايمن ستيفن (حوالي ١٥٤٨ – ١٦٢٠)، ويعرف أيضا بلقب ستيفينوس، التمثيل العشري للأعداد بصورة جزئية في علم الرياضيات. لكن لم يكن مقدراً استخدام الكسور العشرية إلا بعد ٣٠ عاما عندما استحدث جون نابير الفاصلة العشرية.

في حماسه لتسريع العمليات الحسابية أضاف نابير إلى سجله اختراعاً ثالثاً عام ١٦١٧، وسمي الاختراع الجديد «عظام» نابير أو قضبانه. لم تكن العظام أو القضبان إلا أعواداً مستقيمة حفرت على كل منها جداول ضرب الأعداد.



تتكون «عظام» نابير من عصي خشبية أو عظام محفور عليها جداول الضرب.
وفي نسخة منقحة، كالمبنيـــة، استخـدمـــت قضبان أسطوانية.
تحول الأداة عمليات الضرب والقسمة المعقدة إلى عمليات جمع وطرح بسيطة.

وللقيام بالعمليات الحسابية يقوم المستخدم بترتيب القضبان على شكل شبيكة ليظهر جواب مسألة حسابية طويلة على شكل عملية جمع بسيطة. وفي نسخة معدلة لاحقة ثبتت ١٢ أسطوانة «عظام» قابلة للتدوير داخل صندوق.

اخترع عالم الرياضيات الانجليزي وليام أوترد (١٥٧٤ – ١٦٦٠) عام ١٦٢٢ المسطرة المنزلقة التي استمر استخدام المهندسين والعلماء لها حتى زمن اختراع الحاسبات الإلكترونية في نهايات القرن العشرين.

تتكون المسطرة المنزلقة من مسطرتين معلمتين بعلامات تبعاً لمقياس لوغاريتمي، مما يمكن المستخدم من القيام بالعمليات الحسابية بجر أحداهما لتتقابل أرقام العملية الحسابية المعنية ومن ثم قراءة الناتج على المسطرة نفسها كما أن أوترد أدخل الرمز للتعبير عن ضرب الأعداد ورمز:: للدلالة على التناسب وذلك في كتاب نشره عام ١٦٣١

كارل فريدريش غاوس

ولد في 30أبريل عام 1777وتوفي في 23 فبراير عام 1855

كان رياضياتياً، وإحصائياً، وفيزيائياً، وعالماً ألمانياً .قدم مساهماتٍ هامّةً في العديد من المجالات في الرياضيات والعلوم. يُشار إليه بلقب أمير علماء الرياضيات أو أمير الرياضياتيين بفعل إنجازاته العلمية البارزة، وبـ«أعظم عالم رياضياتٍ منذ العصور القديمة»، وهو يرقى إلى سوية أكثر العقول تأثيراً في الرياضيات عبر التاريخ، بل اعتُبر واحداً من أهم ثلاثة علماءٍ في تاريخ الرياضيات ساهم بالكثير من الأعمال في نظرية الأعداد، والإحصاء، والتحليل الرياضي، والهندسة التفاضلية، والجيوديزيا، وعلم الاستاتيكا الكهربائية، وعلم الفلك، والبصريات، كما كان ذا تأثيرٍ

استثنائيٍّ على العديد من المجالات الأخرى في الرياضيات والعلوم. شمل نشاطه المجالات التطبيقية أيضاً، كمسح أراضي مملكة هانوفر، وكان أحد الرواد في اختراع التلغراف الكهرمغناطيسي مع ڤيلهلم إدوارد ڤيبر، كما طوّر مقاييس المغناطيسية وأسس شبكة عالمية من المحطات لدراسة المغناطيسية الأرضية.

أهم أعمال جاوس

في رسالة الدكتوراة في العام - 1799وفي غياب برهانٍ جديدٍ على النظرية القائلة بأن كل دالّةٍ جبريّةٍ جذريّةٍ كاملةٍ لمتغيرٍ واحدٍ يمكن حلها إلى عواملَ حقيقيّةٍ من الدرجة الأولى أو الثانية- أثبت غاوس النظريةَ الأساسيةَ للجبر والتي تنص على أن كل دالةٍ غير ثابتةٍ كثيرة الحدود لمتحولٍ واحدٍ وذاتِ معاملاتٍ عُقَدِيّةٍ لها جذرٌ عُقَدِيٌّ واحدٌ على الأقل. كان علماء الرياضيات بمن فيهم «جان لو روند دالمبرت» قد قدموا أدلةً خاطئةً من قبل، وقد احتوت أطروحة غاوس على نقدٍ لعمل «دالمبرت». ومن المفارقات -وفقاً لمعايير اليوم- أن محاولةَ غاوس الخاصةَ غيرُ مقبولةٍ بسبب الاستخدام الضمني لنظرية منحني «جوردان»، ومع ذلك فقد قدم -فيما بعد- ثلاثة أدلةٍ أخرى كان آخرها -في عام -1849بليغاً بشكلٍ عامٍّ. أوضحت محاولاته مفهوم الأعداد المركبة بشكلٍ كبيرٍ على طول الخط.

ي الأول من يناير/كانون الثاني من العام 1801اكتشف عالم الفلك الإيطالي «جوزيبي بيازي» الكوكب القزم «سيريس»، وتمكن من تقصّي مساره إلى حدٍّ ما لما يزيد عن شهرٍ، وتتبعه حتى زاوية ثلاث درجاتٍ [عبر مداره] في سماء الليل قبل أن يختفيَ مؤقتاً خلف وهج الشمس، وبعد عدة أشهرٍ وحيثما كان من المفترض ظهوره مجدداً لم يتمكن بيازي من تحديد موقعه. لم تكنِ الأدوات الرياضية ذلك الوقت بقادرةٍ على استقراء موضعٍ بمثل هذه الكمية الضئيلة من البيانات (تمثل ثلاث درجاتٍ سمع غاوس بالمشكلة وعمل على معالجتها، وعقِبَ ثلاثةِ أشهرٍ من العمل المكثف توقع موقع «سيريس» في

ديسمبر/كانون الأول من العام 1801بعد نحو عامٍ من رؤيته لأول مرةٍ، واتضح أن هذا كان دقيقاً بدقة نصف درجةٍ وذلك عندما أعاد «فرانز اكزافير فون زاخ» اكتشافه في ٣١ ديسمبر/كانون الأول في «غوتا) «بالألمانية(Gotha :، وبعد ذلك بيومٍ واحدٍ من قبل «هاينريش أولبرز» في بريمن. أدى هذا التأكيد في الختام إلى تصنيف «سيريس» على أنه كوكبٌ صغيرٌ. كان «سيريس ١» أول كُويْكبٍ جرى اكتشافه على الإطلاق (حالياً يسمى كوكب قزم.

كيف تنتشر الأفكار الرياضية

المقدمة:

قدَّمَ الفصل السابق استعراضًا واسعًا للنشاط الرياضي في أزمنة وأماكن مختلفة. إحدى طرائق دراسة تاريخ الرياضيات؛ تحديدُ ما فعله الناس حقًّا. لكنَّ المؤرخين يريدون دائمًا توجيهَ المزيد من الأسئلة، ليس فقط بشأن ما عرفه الناس، وإنما بشأن كيفية توصيلهم الأفكارَ بعضهم لبعض، وتوصيلها لمَن عاشوا بعدهم؛ كيف نُقِلَت الأفكار الرياضية من شخص إلى آخَر، ومن ثقافة إلى أخرى، ومن جيل إلى آخَر؟ (تَذكَّرْ ما أثرتُه في الفصل الأول: كيف تعرَّفَ فيرما على ديوفانتس، وكيف تعرَّفَ وايلز على فيرما؟)

وامتدادًا لهذه الأسئلة نسأل: كيف استطاع مؤرِّخو الرياضيات أنفسهم أن يعرفوا رياضيات الماضي؟ ما المصادر التي نملكها؟ وكيف انتهت إلينا؟ وما مدى الثقة بها؟ وكيف نستطيع أن نتعلَّم قراءتها؟ سيتناول هذا الفصل الطريقةَ التي انتقلت بها الأفكار الرياضية أحيانًا لمسافاتٍ طويلة في الزمان والمكان، كذلك يبيِّن كيف أنها في أحيان كثيرة لم تنتقل بعيدًا.

الهشاشة والندرة والغموض

إن أولئك الذين تصوَّروا، مستريحين، أن الرياضيات بدأت بفيثاغورس، ربما يصابون ببعض الارتباك حين يكتشفون أن الرياضيات المعقَّدة بدأت ممارستها قبل ما يزيد على الألف عام من وقت فيثاغورس في مصر، وفي المنطقة التي يوجد بها العراق الحديث. عاشت الحضارتان المصرية والبابلية في الألفيتين الأولى والثانية قبل الميلاد، إحداهما على مقربة من الأخرى، ولكننا نعرف عن الرياضيات في بابل أكثر كثيرًا ممَّا نعرفه عنها في مصر؛ وذلك لسبب بسيط جدًّا؛ أَلَا وهو أن الألواح الطينية التي استُخدِمت كمادة للكتابة على امتداد نهرَيْ دجلة والفرات كانت متينةً ومعمرةً، بينما لم يكن ورقُ البردي المستخدَم في منطقة النيل كذلك. استُخرِجت آلاف الألواح بالحفر من العراق، وكثيرٌ منها كان به محتوًى رياضيٌّ، ويظل الآلاف منها مدفونًا على الأرجح إذا لم تكن قد حُطِّمت عندما وطِئَتْها الدبابات، أو سُلِبت في خضمِّ الفوضى التي ضربت المنطقة مؤخرًا. أما على الجانب الآخر، في مصر، فإن عدد النصوص الباقية والأجزاء يمكن أن يُعَدَّ على أصابع ثلاث أيدٍ، وهي مبعثرة على امتداد ألف عام من التاريخ. إن المكافئ بالنسبة إلى بريطانيا سيكون عددًا قليلًا من النصوص من زمن الفتح النورماندي، وعددًا قليلًا من القرن التاسع عشر. من الواضح أن النصوص المصرية الباقية لا تقدِّم لنا سوى منظور ضيق، وفي الوقت نفسه ستترك مجالًا كبيرًا للتخمين والتخيُّل بشأن النشاط الرياضي في مصر القديمة.

في الهند وجنوب شرق آسيا وأمريكا الجنوبية، كان الموقف مشابِهًا بدرجة كبيرة له في مصر؛ فقد دمَّرَ المناخُ الموادَّ الطبيعية مثل الخشب أو الجلد أو العظام، حتى إن المؤرخين كان عليهم أن يبذلوا أحسنَ ما يستطيعون بعددٍ قليلٍ جدًّا من النصوص التي حُفِظت على نحوٍ رديء. من الواضح أن ندرة المادة تشوِّه صورتنا عن الماضي. يجب أن نتساءل عمَّا إذا كان ما ظلَّ باقيًا مماثِلًا لما قد فُقِد أم لا، علمًا بأن من شأن اكتشاف جديد وحيد (مثل «سوان شو شو» في الصين) أن يغيِّر جذريًّا إدراكَنا ثقافةً رياضية كاملة. في الوقت نفسه، ربما كان نقْصُ النصوص له بعض فوائد؛ ذلك أنه أجبَرَ المؤرخين على أن يوسعوا بحثَهم عن المصادر. إن التقارير الحكومية، على سبيل المثال، يمكن أن تُظهِر عمليات العدِّ والقياس التي كانت تُجرَى في الحياة اليومية. وقد حسَّنَتِ البراهين والأدلة الأثرية معلوماتنا عن كيفية تصميم وتخطيط وإنشاء الأبنية، وعن الحسابات التي لا بد أنها قد دخلت فيها (لأنه ليس لدينا أيُّ دليل مباشِر عن الحسابات التي دخلت في عملية بناء أثر ستونهنج أو الأهرامات). وعندما تتنوَّع المصادر؛ كالصور والقصص والقصائد، فربما تتضمَّن إشاراتٍ عن المعرفة الرياضية المعاصرة.

إن كثيرًا من النصوص القديمة قد كُتِب بأحرف ولغات هي الآن بائدة، وعملية ترجمتها الآن محفوفة بالمصاعب. إن عدد الباحثين ذوي المهارات اللغوية الضرورية، والقادرين على الانهماك في المادة الرياضية، يبقى في الحقيقة صغيرًا جدًّا، ومُهمَّتهم دقيقة للغاية. إن أية ترجمة من لغة إلى أخرى تغامِر بتدمير شيء من جوهر اللغة الأصلية، ولكنَّ الترجمة الرياضية تحمل صعوبةً أكبر؛ إذ كيف تجعل المفاهيمَ التقنية الخاصة بثقافة أخرى قابلةً للفهم من جانب جمهورٍ حديث؛ على سبيل المثال: ما الذي يستطيع قارئ عادي أن يفهمه من الفقرة التالية من نص براهماسفوتاسيداهانتا الهندي المكتوب عام ٦٢٨ ميلاديًّا؟

إن ارتفاعَ جبلٍ مضروبًا في أي مضاعف هو المسافة إلى مدينة؛ إنها لا تُمحَى. وعندما يقسم بالمضاعف ويزاد بمقدار الضعف، فإنه يكون وثبة أحد شخصين يقومان بالرحلة.

لفهم هذه المسألة يحتاج القارئ أن يعرف أن مسافرًا ينزل جبلًا، ويمشي على طول سهل ممتد إلى مدينة، بينما الآخَر يثب على نحوٍ سحري من قمة جبل إلى ارتفاع رأسي أكبر، ويطير على امتداد وتر المثلث القائم الزاوية، ولكنه في عمل هذا يجتاز بالضبط المسافةَ نفسها. بالنسبة إلى طالبٍ في ذلك الوقت، هذه المسألة ربما تكون من النوع القياسي (صورة أخرى من مسألة القرود التي تثب من على الأشجار)، ومن المحتمل أنها كانت تُوضَّح من خلال تفسيرٍ شفهيٍّ، ولكنْ بالنسبة إلى قارئ في القرن الحادي والعشرين، ليست لديه معلوماتٌ عن السنسكريتية أو المصطلحات الرياضية من القرن السابع، فإنها للوهلة الأولى تبدو مُربِكةً.

وهكذا فإن أي ترجمة حَرْفية لنصٍّ غيرِ مصقولٍ، ليس من المرجح أن تنقل الكثيرَ إلى غير المتخصِّص. ومن الطرق القديمة للالتفاف حول هذه المشكلة، أن يضيف المترجمون (أو الناسخون) حواشيَ أو رسومًا توضيحية؛ فكلُّ النصوص الرياضية المهمة بها طبقاتٌ متراكمة من التعليقات بهذه الطريقة. من الطرق الأخرى أن يُترجَم النصُّ إلى رموزٍ رياضية معاصرة؛ ربما يجد القارئ الذي يرغب في أن يجرّب هذا الأمرَ مع مسألةِ مسافري الجبل، أن هذا يجعل المسألةَ أوضح كثيرًا. إن استخدام الرموز والملحوظات الجبرية الحديثة يمكن أن يُعِين بوصفه طريقةً تمهيدية لفهم رياضيات الماضي، لكنْ يجب ألَّا يتمَّ الخلطُ بينه وبين ما كان الكاتب الأصلي يحاول «حقًّا» أن يفعله، أو ما كان له أن يفعله لو كان يتمتَّع بمزية التعليم الحديث. على أحسن الفروض، مثل هذا التحديث يُضفِي غموضًا على الطريقة الأصلية؛ وعلى أَسْوَئها، فإنه قد يؤدِّي إلى سوء فهم خطير.

إن النصوص المصرية الباقية من الألف الثانية قبل الميلاد، على سبيل المثال، كُتبت بالهيراطيقية، وهي حروف متصلة حلت محل الهيروغليفية في الاستخدام اليومي منذ نحو عام ٢٠٠٠ قبل الميلاد. بعد ذلك تُرجِمت النصوص إلى الإنجليزية أو الألمانية في بدايات القرن العشرين، وظلت هذه الترجمات هي الترجمات القياسية لسنوات عديدة. لكنْ للأسف، لم تُترجَم المحتويات إلى اللغات الحديثة فحسب، ولكن تُرجِمت أيضًا إلى الرياضيات الحديثة؛ على سبيل المثال: يقال دائمًا إن المصريين استخدموا القيمةَ ٣,١٦ للعدد الذي نشير إليه الآن بالرمز (أو ط)، وهو العامل الضربي الذي يعطي مساحةَ دائرةٍ من مربع نصف قُطْرها (كصيغة حديثة ربما نكتب (م = ط نق٢)). وعندما نفحص النصوص التي وُضِع على أساسها هذا الادِّعاء، نجد أنها لم تتوقَّع أن يضرب القارئ مربعَ نصف القُطْر في أي عدد على الإطلاق. بدلًا من ذلك، كانت النصوص ترشده لإيجاد المساحة بإنقاص القُطْر بمقدار ، ثم تربيعه. إن حسابًا مبسطًا بالورقة والقلم يُظهِر أن هذا ينتج عنه أن مساحة الدائرة تساوي مضروبًا في مربع نصف القطر؛ ومن هنا جاءت القيمة السحرية ... ولكن «الإنقاص والتربيع» ليس هو «التربيع والضرب»، حتى ولو كان يعطي الإجابة نفسها تقريبًا؛ فالعملية نفسها مختلفة تمامًا، والعمليات هي بدقةٍ ما يحتاج المؤرخون إلى أن يعنوا به لو أنهم أرادوا فهْمَ التفكير الرياضي في الثقافات المبكرة.

إن قصة ترجمة النصوص البابلية مشابهةٌ؛ هنا لدينا اللغة السومرية، التي لا علاقةَ لها بأية لغة باقية؛ والأكادية، وهي لغة سابقة للعربية والعبرية؛ والكتابة المسمارية، المحفورة في الطين الرطب بقصبة حادة. لقد ترجَمَ ونشَرَ أوتو نويجيباور وفرانسوا ثورو دانجين عددًا من النصوص الرياضية، خلال ثلاثينيات القرن العشرين، وبعد ذلك بسنوات عديدة اعتُقِد أن المهمة اكتملت تقريبًا. لكن هذه الترجمات المبكرة حوَّلَتْ غالبًا تقنياتِ الحساب القديمة في بلادِ ما بين النهرين إلى مكافِئاتها الجبرية الحديثة؛ مما جعل الطبيعة الحقيقية لِمَا كان المؤلف الأصلي يفكِّر فيه ويفعله في الواقع أمرًا مبهمًا، وفي

الوقت نفسه جعلت الحسابات تبدو أكثر بدائيةً. فقط في تسعينيات القرن العشرين، تُرجِمت مجموعات كثيرة من الألواح من جديدٍ بعنايةٍ أكثر من اللغة الأصلية؛ على سبيل المثال: إن كلمات تعني حرفيًّا «يُقطع إلى نصفين» أو «يُلحِق» تحمل أفعالًا مادية تضيع تمامًا في الترجمات المجردة مثل «اقسم على اثنين» أو «أَضِفْ»، وتعطينا نظرة أحسن كثيرًا للكيفية التي تُفهَم بها المسائل أو يتمُّ تعليمها.

إن القيام بقراءة وترجمة النصوص هو جزء واحد فقط من عمل مؤرِّخي الرياضيات القديمة، وإنْ كان جزءًا مهمًّا للغاية. الجزءُ الثاني هو تفسيرها داخل سياق نصوصها. أحيانًا يكون هذا ببساطةٍ مستحيلًا؛ فكثير من نصوص الشرق الأوسط اكتُشِف بالحفر أو أُعِيد اكتشافه في القرن التاسع عشر، بما في ذلك تقريبًا كل النصوص الهيراطيقية المصرية ومئات من الألواح المسمارية البابلية القديمة، وانتقلت ملكيتها في سوق الأشياء الأثرية دون أن تحمل أي أصل معروف. وللأسف لا يزال كثيرٌ من الأشياء المنهوبة أو المسروقة يُشترى ويُباع بهذه الطريقة حتى يومنا هذا.

إن هشاشة النصوص الرياضية وندرتها لا تتحسَّنان إلا قليلًا، عندما نتحرك إلى الأمام من العالَم القديم إلى العصور الوسطى. وحتى الوثائق التي حُفِظت في المكتبات بعنايةٍ ليست دائمًا آمِنةً. هناك روايات متعددة، يستحيل التحقُّق منها الآن، عن تخريب مكتبة الإسكندرية في أوقات الصراعات، وبالتأكيد كانت قابلةً للاشتعال كأيِّ مكتبةٍ فيما قبل العصر الحديث تضمُّ الكتب والمخطوطات. إن القرَّاء في مكتبة بودلي بجامعة أكسفورد ما زالوا مُطالَبين بأن يُقْسِموا على «ألَّا يُحْضِروا إلى المكتبة، أو يشعلوا بها، أية نيران أو لهب، وألَّا يدخِّنوا في المكتبة»، وهذه تذكرة بأيامٍ كانت فيها هذه الأنشطة تسبِّب دمارَ الكتب وهلاكَ البشر على السواء.

لقد رأينا مجهودات جون ليلاند في تسجيل محتويات مكتبات الأديرة، ولكنه لم يستطع أن يصون إلا نسبة بسيطة من المجموعات نفسها عندما دُمِّرت هذه المكتبات في النهاية، وتفرَّقَتْ محتوياتها. كانت هناك أخطارٌ أخرى كذلك؛ فقد ألقَتْ كلية ميرتون في أكسفورد عددًا هائلًا من كتب المخطوطات خلال القرن السادس عشر، عندما حُدِّثت إلى النصوص المطبوعة، وعلى الرغم من أن بعضها قد أُنقِذ على يد هواة يَقِظون، فإن عددًا كبيرًا بالتأكيد لم يُنقَذ. في عام ١٦٨٥ اشتكى جون واليس بمرارة، كما فعل ليلاند قبل ذلك بأكثر من قرن، من سرقة مادة قيِّمة: مقدمتين من القرن الثاني عشر من مخطوطة في كلية كوربس كريستي «اقتُطِعَتَا مؤخرًا (بيدٍ غير معروفة)، وحُمِلتا بعيدًا.» كان يأمل أن يكون «مَن أخذهما من اللطف (بطريقة أو بأخرى) بحيث يحفظهما»، لكنَّ أمله ضاع هباءً؛ إذ لا تزال المقدمتان مفقودتين.

كانت مجموعات الأوراق الخاصة أيضًا قابلةً للعطب؛ إذ كتب جون بل في عام ١٦٤٤، قلقًا على أوراق رياضية تخصُّ صديقَه المتوفَّى حديثًا والتر وارنر، يقول:

أخشى أن أوراق السيد وارنر العلمية، بالإضافة إلى إسهامي فيها بقدرٍ ليس باليسير، ستقع في أيدي مَن يستولي عليها، وسُتوزَّع على نحوٍ يجافي القسمة الرياضية العادلة على الحاجزين والدائنين، الذين لا شكَّ أنهم سيقرِّرون أن يُنَصِّبوا من أنفسهم — وقد واتَتْهم الفرصةُ للمرة الأولى في حياتهم — أمناءَ على عالَم الأرقام، فيصوِّتوا جميعهم لقرار التخلُّص من الأوراق حرقًا.

الكتب المطبوعة تمامًا مثل المخطوطات سريعةُ التأثُّر بالنار والطعام والحشرات والإهمال البشري، ولكنْ لأنَّ نُسَخًا كثيرة تُنتَج، يكون من المرجَّح بدرجةٍ أكبر أن تبقى. إلا أن تلك التي تصل إلينا، من غير المرجح أن تكون نُسَخًا طبق الأصل مما وُجِد في الماضي. إن مجلدًا مكلفًا موجودًا في مكتبةِ سيدٍ راقٍ، يكون الأكثر ترجيحًا أن يبقى لمدةٍ أطول مقارَنةً بجدول حسابٍ يمتلكه حِرَفِيٌّ ويُكْثِر من تقليب صفحاته، بَيْدَ أنه لن يخبرنا الكثير عمَّا كان يُقرَأ ويُستخدَم بالفعل.

إن تكوين فهم حقيقي للماضي يشبه دائمًا محاوَلةَ تركيبِ أحجيةِ صورٍ مقطعة، تكون فيها أغلب القطع مفقودة، ولا توجد صورة في الصندوق. على الرغم من ذلك، فإنه من الجدير بالملاحظة أن لدينا نصوصًا رياضية باقية منذ قرون، بل منذ ألوف السنين. في أغلبها، ليس لمحتوياتها سوى أهمية تاريخية بحتة؛ فلا أحد الآن يحسب بطريقة الكسور المصرية، إلا كتمرينٍ مدرسيٍّ، والبقية الوحيدة من النظام البابلي الستيني هي تقسيمنا الدقيق والغريب للساعة إلى ستين دقيقة، والدائرة إلى ثلاثمائة وستين درجة. لكنَّ نصوصًا أخرى بقيت حاضرةً بدرجة قوية، من خلال الاستخدام المستمر والترجمة، ومن الممكن أحيانًا تتبُّع الخط المتصل الخاص بها من الماضي إلى الحاضر. المثال الرائع لذلك هو كتاب «العناصر» لإقليدس، الذي ذُكِر أكثر من مرة، ومن دونه لا يمكن أن يكون تاريخُ الرياضيات كاملًا. إن دراسةَ ما يُسمَّى أحيانًا «تاريخ نقل» كتاب «العناصر»، يخبرنا الكثيرَ عن الكيفية التي حُفِظت بها الأفكار الرياضية من الماضي، وعُدِّلت ونُقِلت إلينا.

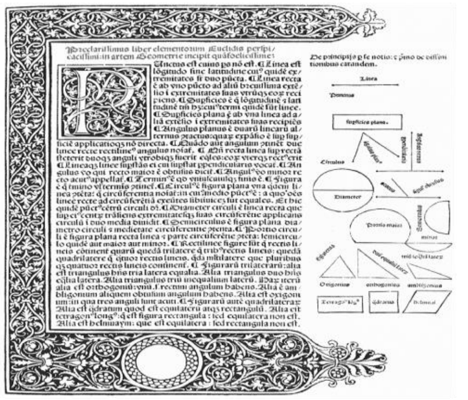
الحفظ عبر الزمن

إن الملحوظات التي ذكرتُها أعلاه عن هشاشة المصادر المصرية تنطبق تمامًا على نصوص العالَم القديم المتكلِّم بالإغريقية، التي كُتِبت أيضًا على أوراق البردي. نحن نتصوَّر، من المَراجع المعاصرة لبعض أعمال إقليدس، أنها كُتِبت نحو عام ٢٥٠ قبل الميلاد، إلا أن أقدم نصٍّ باقٍ من كتاب «العناصر» يعود إلى عام ٨٨٨ بعد الميلاد؛ هذا يمثِّل أكثر من ألف عام من النَّسْخ وإعادة النَّسْخ، بكل ما يحتويه ذلك من أخطاء وتغييرات وتحسينات؛ فكيف يمكننا أن نعلم أن النص الذي لدينا الآن مطابِقٌ للأصل؟ الإجابة أننا لا نستطيع. في حالة كتاب «العناصر»، لدينا تعليقات شاملة من كتَّاب إغريق لاحقين مثل بابوس (٣٧٠ بعد الميلاد)، وَثيون (٣٨٠ بعد الميلاد)، وَبروكلوس (٤٥٠ بعد الميلاد)؛ تخبرنا كيف أن النص ظهر في القرنين الرابع أو الخامس قبل الميلاد. لقد عاش هؤلاء الرجال أقرب جدًّا منَّا إلى زمن إقليدس، ومع ذلك فقد فَصَلَتْهم قرونٌ متعددة عن النسخة الأولى لكتاب «العناصر». إن الطريقة الوحيدة التي يمكن للمؤرخين بها أن يصلوا إلى النص الأصلي، هي أن يُنشِئوا «شجرة عائلة» للمخطوطات الباقية، وذلك عن طريق ملاحظة مواضِع الأخطاء أو التغييرات بين نصٍّ وآخَر؛ وبهذه الطريقة يمكنهم أن يأملوا أن يرجعوا إلى «النسخة الأم»، لكنه عمل مجهد لا يضمن أنه سيعود بالمرء إلى المصدر الحقيقي والوحيد.

إن أقدم مخطوط باقٍ لكتاب «العناصر»، من عام ٨٨٨ بعد الميلاد، مكتوبٌ بالإغريقية، وكان محفوظًا في بيزنطة. ولكن عندما انتشر الإسلام في المناطق القديمة المتكلِّمة بالإغريقية من البحر المتوسط، تُرجِم النصُّ أيضًا إلى العربية. يستطيع المرء أن يتخيَّل الصعوبات التي ربما واجَهَها المترجمون المسلمون الأوائل بمقارَنة عملهم بعمل روبرت ريكورد بعد ذلك بقرون عديدة؛ من غير المرجح أن العربية — لغة القبائل البدوية — احتوَتْ كلمات جاهزة لمفاهيم الهندسة الإغريقية. وعلى الرغم من ذلك، فإن المترجمين العرب حفظوا نصوصًا عديدة من الاندثار.

وهكذا فإن معظم الترجمات الباقية لكتاب «العناصر» إلى اللاتينية لم تُنقَل عن الإغريقية؛ اللغةِ التي كانت قد اندثرت تقريبًا عندئذٍ في أوروبا الغربية، ولكن من المصادر العربية في إسبانيا أو صقلية. إن أديلارد من باث، الذي قابلناه فيما سبق، كان واحدًا من أولئك المترجمين، وكان هناك آخَرون متعدِّدون في القرن الثاني عشر؛ باحثون من شمالي أوروبا، سافروا إلى الجنوب بحثًا عن المعرفة التي يمكن أن يجدوها هناك. وفي النهاية، وبينما كانت المعرفة بالإغريقية تزدهر ببطء، كانت الترجمات تجري مباشَرةً أيضًا من المصادر الإغريقية.

ما إنْ توطَّدَتِ الطباعة في القرن الخامس عشر، حتى تمَّ تأمين كتاب «العناصر» للأجيال القادمة كلها. لقد كان من أوائل الكتب الرياضية التي طُبِعت، في طبعة جميلة عام ١٤٨٢، استمرت على نهج عملية إنتاج المخطوطات؛ فلا توجد صفحةُ عنوانٍ داخليةٌ (لأن كتَّاب المخطوط كانوا يوقِّعون بأسمائهم في نهاية النص، لا بدايته)، واحتوَتْ على إيضاحات رسومية أنيقة (انظر الشكل ٣-١)



شكل ٣-١: الصفحة الأولى لأول نسخة مطبوعة من كتاب «العناصر» لإقليدس، ١٤٨٢.

خلال القرن السادس عشر تتابعت النُّسَخ المطبوعة بسرعة، أولًا باللاتينية والإغريقية، وبعد ذلك بلغات إقليمية متعددة. وقد أدرج روبرت ريكورد معظمَ المادة الموجودة في الكتب الأربعة الأولى من كتاب «العناصر» في كتابه «الطريق إلى المعرفة» عام ١٥٥١، ثم أدرج المزيدَ من المواد الأصعب من الكتب المتأخِّرة في مطبوعته الأخيرة «شاحذ العقل» في عام ١٥٥٧. نُشِرت أول ترجمة كاملة باللغة الإنجليزية لكتاب «العناصر» على يد هنري بيلنجسلي في طبعة فاخرة عام ١٥٧٠؛ وقد احتوت على «الخريطة العظمى» لِدِي، وهي أيضًا أول نَصٍّ إنجليزي معروف يضع كلمةَ «رياضي» على صفحة العنوان.

على مدار القرون الأربعة التالية كان هناك المزيد من الترجمات والطبعات، مع تكيُّف المحرّرين مع الحاجات المتغيّرة للعصر. في منتصف القرن العشرين خرج كتاب «العناصر» نهائيًّا من المناهج المدرسية (وعلى الرغم من أن محتوياته ليست كذلك، فإن مدارس الأطفال ما زالت تُعلِّم كيفيةَ إنشاء المثلثات وتنصيف الزوايا)؛ بَيْدَ أنه لم يختفِ من المجال العام. وتوجد حاليًّا طبعةٌ تفاعلية حديثة على الإنترنت تمثِّل أحدث الابتكارات في سلسلة طويلة من عمليات الترجمة والتعديل لكتاب «العناصر» بحيث يناسب كل جيل جديد.

إن كتاب «العناصر» كان فريدًا في انتشاره وطول بقائه، لكن قصة حفظه هي القصة النموذجية لنصوص إغريقية أخرى كثيرة، منها كتاب «الحساب» لِديوفانتس، الذي منه ظهرت نظرية فيرما الأخيرة. وبالنسبة إلى معظم النصوص الكلاسيكية، يمكن رواية قصة مشابهة حول التعليقات المبكرة والترجمة إلى العربية، ثم الترجمة المتأخِّرة إلى اللاتينية، ثم النشر المطبوع النهائي من المصادر الإغريقية. كان هناك استثناء واحد فقط؛ إعادة الاكتشاف الإعجازي في بدايات القرن العشرين لنصٍّ مفقودٍ لأرشميدس، تمَّ تمييزه بالكاد أسفل كتابات وتصاوير قديمة على صفحات كتاب صلوات بيزنطية. مثل هذه الاكتشافات شديدة الندرة، وتذكِّرنا مرةً أخرى بالمقدار الذي ضاع من رياضيات كل ثقافة.

الحفظ عبر المسافات

على الرغم من هشاشة الوثائق المكتوبة، فإن الرياضيات لم تُنقَل فقط عبر فترات طويلة من الزمن، ولكن أحيانًا عبر مسافات طويلة، وأحيانًا عبر كلتَيْهما. سنبدأ حديثنا بلُغْزٍ؛ بدايةً إليك مسألةً من لوح بابلي قديم موجود الآن في المتحف البريطاني (BM 13901):

لقد جمعت المساحة وطول ضلع المربع، فكان ذلك ٠٫٤٥.

بنهاية القرن السادس بعد الميلاد (أو حتى قبل ذلك بكثير) تطوَّرَ في أجزاء من وسط الهند نظامٌ لكتابة الأعداد باستخدام عشرة أرقام بالضبط، مع نظام قيمة الموضع، وهذا أمر شديد الأهمية؛ بلُغة حديثة هذا يعني أننا نستطيع أن نكتب أيَّ عدد مهما كَبُرَ حجمه (أو صغر) باستخدام الرموز العشرة: ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩. تعني قيمة الموضع أن العددين ٢ و٣ لهما قيمتان مختلفتان في كلٍّ من ٢٠٠٠٠٣ و٣٠٢؛ لأن موضعيهما مختلفان. وفي كلتا الحالتين، تؤدِّي الأصفار

عمل حافظات المكان، بحيث لا نخطئ بين ٢٠٠٠٠٣ و٢٣، أو بين ٣٠٢ و٣٢. وبمجرد أن نفهم هذا، فإن قواعد الجمع والضرب القليلة نفسها يمكن أن تُطبَّق على أعداد بأية حجوم. تاريخيًّا، كانت هناك بالطبع طرائق متعددة أخرى لكتابة الأعداد، ولكن كلها تطلَّبَتْ رموزًا جديدة عديدة كلما كانت الأعداد أكبر، ولا يصلح أيٌّ منها للحساب بالقلم الرصاص والورقة؛ حاوِلْ جمع عددين كُتِبَا بالأعداد الرومانية، xxxiv وxix على سبيل المثال، من دون تحويلهما إلى شيء أكثر ألفةً.

هذا الفن الحاضر يُسمَّى لوغاريتمًا،

فيه نستخدم عشرة من الأعداد الهندية:

١.٢.٣.٤.٥.٦.٧.٨.٩.٠

استمرَّ ألكسندر في توضيح أهمية موضع كل عدد قائلًا:

إذا وضعت أيًّا منها في الموضع الأول،

فإنه يعبِّر ببساطة عن نفسه، وإذا كان في الموقع الثاني،

فسيعبِّر عن عشرة أضعاف نفسه.

على الرغم من فائدتها الواضحة، كان استيعاب هذه الأعداد بطيئًا، ليس كما يوحي أحيانًا بسبب شرقيتها، وأصلها غير المسيحي، ولكن لأنه بسبب الاستعمال اليومي فإن النظام الروماني القديم الخاص بإجراء الحسابات على الأصابع أو الألواح الحاسبة كان ينجز المطلوب بسرعة كافية. علاوةً على هذا، لم يَجِدْ كلُّ شخص تعلُّمَ هذه الأعداد الجديدة أمرًا سهلًا؛ فحتى القرن الرابع عشر أو الخامس عشر عمد راهب في دير بنيديكتي في كافنو بإيطاليا إلى ترقيم بعض فصوله، ابتداءً من الثلاثين وصاعدًا على النحو التالي: xxx, xxx1, 302, 303, 304, ... لكن في النهاية حلَّتِ الأعداد الهندية-العربية محلَّ كلِّ الأعداد الأخرى، وبمجرد أن نُقِلت إلى أمريكا أكملت إبحارَها حول العالم.

الرياضيات والناس

وصفتُ في هذا الفصل كيف أن بعض رياضيات الماضي ظلَّ باقيًا، حتى إن كان في صورة متشظية، عبر فترات طويلة من الزمن، وأحيانًا انتقل مسافات طويلة أيضًا. إلا أنني حاولتُ توخِّي الحذر مع اللغة؛ فمن الكلمات التي يشيع استخدامها لوصف تمرير الأفكار الرياضية كلمةُ «النقل»، لكنني أكره هذه الكلمة؛ فبمعزل عن ارتباط هذه الكلمة بأبراج النقل الإذاعي، فإنها توحي بأن الأصحاب الأصليين للأفكار كانوا يهدفون متعمِّدين إلى نقل أفكارهم واكتشافاتهم إلى أجيال المستقبل. لكنْ نادرًا ما كان هذا هو الحال، وبالنسبة إلى الجزء الأغلب، كانت الرياضيات تُكتَب للاستعمال الذاتي للفرد، أو لمعاصريه المباشِرين، وإن بقاءها طويلًا بعد ذلك يعتمد على الظروف بدرجة كبيرة. حاولتُ أيضًا أن أتحاشى الكلامَ عن انتشار الأفكار ببساطة، وكأنها أعشاب ضارة لها قوةٌ في حدِّ ذاتها.

في داخل رياضيات

المقدمة:

تُعَدُّ الرياضيات من أهم العلوم الأساسية التي تُسهِم في تطوير العديد من المجالات العلمية والتطبيقية. فهي لغة الأرقام والمنطق، وتُستخدَم في تفسير الظواهر الطبيعية، وحل المشكلات العلمية، ودعم الابتكارات التكنولوجية. ومن خلال المفاهيم الرياضية، يمكننا فهم وتحليل الأنماط والعلاقات بين الأعداد والأشكال والمساحات.

في هذا البحث، سنستعرض [موضوع البحث، مثل: "الجبر"، "الهندسة"، "التفاضل والتكامل"، إلخ]، حيث سنناقش أهم المبادئ والنظريات المرتبطة به، بالإضافة إلى تطبيقاته العملية في الحياة اليومية والمجالات المختلفة مثل الهندسة والاقتصاد والفيزياء. كما سنتطرق إلى أبرز العلماء الذين ساهموا في تطوير هذا المجال، ونستعرض بعض المسائل الرياضية المثيرة التي تعكس مدى أهمية هذا العلم في تطور البشرية.

1- (Arithmetic) الحساب

هو أحد أقدم وأبسط فروع الرياضيات، وهو الأساس الذي تُبنى عليه (Arithmetic) الحساب بقية الفروع الرياضية. يركز الحساب على العمليات الأساسية على الأعداد مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة، ويُستخدم في الحياة اليومية في مجالات مثل التجارة، الاقتصاد، الهندسة، والعلوم.

 # العمليات الأساسية في الحساب

1) (+) (Addition) أ. الجمع

هو عملية جمع رقمين أو أكثر للحصول على مجموع.

مثال: 7+5=127 + 5 = 127+5=12

2) (-) (Subtraction) ب. الطرح

هو عملية إيجاد الفرق بين رقمين.

مثال: 9−4=5, 9−5=4

3) (×) (Multiplication) الضرب

هو عملية تكرار الجمع لعدد معين من المرات.

مثال: 3×4=12 (أي 3 مكررة 4 مرات)

4) (÷) (Division) القسمة

هي عملية توزيع عدد على عدد آخر بالتساوي مثل: 12÷4=3

خصائص العمليات الحسابية:

1) (Commutative Property) أ. **خاصية** الإبدال

في الجمع والضرب، يمكن تبديل الأعداد دون تغيير النتيجة.

مثال: $3+4=4+3$, أو $2\times5=5\times2$

2) (Associative Property) ب. خاصية التجميع:

.عند الجمع أو الضرب، يمكن تغيير ترتيب التجميع دون تغيير النتيجة

مثال : $(2+3)+4=2+(3+4)$

3) (Identity Element) ج. العنصر المحايد

في الجمع: العنصر المحايد هو الصفر

حيث $x+0=x$،

في الضرب: العنصر المحايد هو الواحد،

حيث $x\times1=x$

4) (Distributive Property) د. التوزيع

تستخدم في توزيع الضرب على الجمع أو الطرح.

مثال : $2\times(3+4)=(2\times3)+(2\times4)=6+8=14$

القواعد الأساسية للأعداد

1) (Integers) الأعداد الصحيحة

تشمل الأعداد السالبة والموجبة والصفر

مثل : $-3,-2,-1,0,1,2,3$

2) (Rational Numbers) الأعداد النسبية

$a\backslash b$ هي الأعداد التي يمكن كتابتها على شكل كسر

حيث a , b عددان صحيحان و $b\neq0$.

3) (Irrational Numbers) الأعداد غير النسبية

لا يمكن كتابتها على شكل كسر

مثل : π, جذر2

4) (Real Numbers) الأعداد الحقيقية

تشمل كل الأعداد الصحيحة والنسبية وغير النسبية

 # تطبيقات الحساب في الحياة اليومية

- حساب الأسعار، الخصومات، الضرائب :التجارة

- قياس المسافات، المساحات، الأحجام :الهندسة

- حساب السرعات، القوى، الكتل، التفاعلات الكيميائية :العلوم

-. تحليل البيانات، تشفير المعلومات:التكنولوجيا

(الحساب هو الأساس الذي تُبنى عليه كافة الفروع الرياضية الأخرى، وهو جزء لا يتجزأ من حياتنا اليومية. بفضل الحساب، يمكننا فهم العمليات الأساسية التي تسهّل علينا التعامل مع الأرقام وإجراء الحسابات بدقة وكفاءة).

2) (Algebra) الجبر

الجبر هو فرع من الرياضيات يدرس العلاقات بين الأعداد والرموز والمتغيرات، ويستخدم لحل المعادلات والتعبيرات الرياضية. يعد الجبر أساسًا للعديد من التطبيقات في الفيزياء والهندسة وعلوم الكمبيوتر.

 # أساسيات الجبر

1) المتغيرات والتعبيرات الجبرية

المتغيرات هي رموز تمثل أعدادًا غير معروفة

مثل.(x,y,zx,)

التعبير الجبري هو مزيج من الأعداد والمتغيرات والعمليات الحسابية،

مثل 3x+5

2) المعادلات والمتباينات

وتستخدم لإيجاد قيمة مجهولة، =المعادلة تحتوي على علامة مساواة

لحله، نطرح 3 من الطرفين ثم نقسم على2

مثل :7 =2x+3 ,,,, ويصبح :x=2

3)المتباينة

تشبه المعادلة لكنها تستخدم رموزًا

مثل $3x-4<8$: ، مثل$\le,\ge$

#القوانين الجبرية المهمة

- **خاصية التوزيع:**

$a(b+c)=ab+ac$

- **تبسيط التعابير:**

$(x+2)(x-3)=x^2-x-6$

 # تطبيقات الجبر

في الفيزياء: حساب السرعة والتسارع

في الهندسة: إيجاد القيم المجهولة في الأشكال الهندسية

في علوم الكمبيوتر: تشفير البيانات والخوارزميات.

3) (Geometry) الهندسة

الهندسة هي فرع الرياضيات الذي يدرس الأشكال والفراغات والعلاقات بينها، وهي أساسية في التصميم المعماري والهندسة المدنية والفيزياء.

أساسيات الهندسة

1- الأشكال الهندسية الأساسية

- النقطة :ليس لها أبعاد.
- الخط :يمتد إلى ما لا نهاية في الاتجاهين.
- المستقيم :جزء من الخط بين نقطتين.
- الدائرة **:**مجموعة نقاط متساوية البعد عن مركزها.

2- الزوايا وأنواعها

- حادة($< 90°$)
- قائمة($90°$)

- منفرجة($> 90°$)
- مستقيمة($180°$)

3- المساحات والحجوم

- مساحة المستطيل=A :الطول×العرض
- حجم المكعب $V = s^3$:
- حجم الأسطوانة $V = \pi r^2 h$

4: نظرية فيثاغورس

- في المثلث القائم الزاوية a2+b2=c2a^2 + b^2 = c^2a2+b2=c2 :

5) تطبيقات الهندسة

- في الهندسة المدنية: تصميم المباني والجسور.
- في الفضاء: حساب المسارات المدارية.
- في الجرافيكس والأنيميشن: تصميم النماذج ثلاثية الأبعاد.

الجبر والهندسة هما ركنان أساسيان في الرياضيات، ويكملان بعضهما البعض في حل المشكلات الرياضية والفيزيائية. الجبر يركز على العلاقات والمعادلات، بينما الهندسة تهتم بالأشكال والفراغات

4) الرياضيات المتقطعة (Discrete Mathematics)

الرياضيات المتقطعة هي فرع من الرياضيات يهتم بدراسة الهياكل التي تكون منفصلة وليست مستمرة، مثل المجموعات المنتهية، الرسوم البيانية، التوافقيات، والخوارزميات. تُستخدم بشكل واسع في علوم الحاسوب، التشفير، وتحليل الشبكات.

المواضيع الرئيسية في الرياضيات المتقطعة

- نظرية المجموعات(Set Theory)
  - المجموعات هي تجميع من العناصر،

    مثل $A=\{1,2,3,4\}$

- العمليات على المجموعات :
  - الاتحاد $A\cup B$
  - التقاطع $A\cap B$
  - الفرق $A-B$
- نظرية الرسوم البيانية(Graph Theory).
  - الرسم البياني عبارة عن مجموعة من العقد (نقاط) والحواف (خطوط تربط العقد).
  - يستخدم في تحليل الشبكات الاجتماعية، تحسين طرق النقل، وتصميم الدوائر الإلكترونية.
  - مثال :مشكلة البائع المتجول، التي تهدف إلى إيجاد أقصر طريق يمر بجميع المدن.
- التوافقيات(Combinatorics)
  - فرع يهتم بعدّ الطرق المختلفة لاختيار العناصر أو ترتيبها.
  - مثال: عدد الطرق لترتيب nعنصر

    هو $n!=n\times(n-1)\times(n-2)\times..$:
  - حساب التوافيق والتباديل :
    - التباديل $P(n,r)=n!(n-r)!$
    - التوافيق $C(n,r)=n!r!(n-r)!$
- المنطق الرياضي(Mathematical Logic)
  - دراسة العبارات المنطقية، مثل القضايا التي يمكن أن تكون صحيحة أو خاطئة.
  - يستخدم في تصميم دوائر الحاسوب والخوارزميات.

5) نظرية الأعداد (Number Theory)

نظرية الأعداد تهتم بدراسة خصائص الأعداد الصحيحة، مثل القواسم، الأعداد الأولية، والمتتاليات العددية. لها تطبيقات في التشفير والأمن الإلكتروني.

- المواضيع الرئيسية في نظرية الأعداد .

- الأعداد الأولية(Prime Numbers)

- عدد أولي هو عدد لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى 1،

مثل.3, 5, 7

- كل عدد صحيح يمكن كتابته كناتج ضرب أعداد أولية (نظرية التحليل إلى العوامل الأولية).

➢ القواسم والمضاعفات

- القاسم المشترك الأكبر :(GCD) أكبر عدد يقسم عددين بدون باقي GCD(12,18)=6 .
- المضاعف المشترك الأصغر :(LCM) أصغر عدد يقبل القسمة على عددين LCM(4,6)=12 .

➢ .المبرهنة الأساسية في الحسابيات

- كل عدد صحيح أكبر من 1 يمكن كتابته بطريقة وحيدة كحاصل ضرب أعداد أولية.

❖ .التشفير ونظرية الأعداد

- يستخدم تشفير RSA الأعداد الأولية الكبيرة لإنشاء مفاتيح التشفير وحماية البيانات.

6) الإحصاء والاحتمالات (Statistics & Probability)

الإحصاء هو علم جمع البيانات وتحليلها لاتخاذ القرارات، بينما الاحتمالات تدرس إمكانية وقوع الأحداث.

❖ **المواضيع الرئيسية في الإحصاء والاحتمالات**

➢ مقاييس النزعة المركزية(Measures of Central Tendency)

- المتوسط الحسابي
- الوسيط :(Median) العدد الأوسط عند ترتيب القيم.
- المنوال :(Mode) العدد الأكثر تكرارًا.

➢ مقاييس التشتت(Measures of Dispersion)

- المدى :(Range) الفرق بين أكبر وأصغر قيمة.
- التباين :(Variance) مقياس لتباعد القيم عن المتوسط .

- الانحراف المعياري :(Standard Deviation) الجذر التربيعي للتباين.

➢ نظرية الاحتمالات(Probability Theory)

- الاحتمال الأساسي
- قانون الجمع
- الاحتمال الشرطي P(A|B)=P(A∩B)P(B)

➢ التوزيعات الاحتمالية

- التوزيع المنتظم، التوزيع الطبيعي(Gaussian) ، التوزيع الهندسي، والتوزيع ذي الحدين.

➢ الإحصاء التطبيقي

- اختبار الفرضيات، تحليل الارتباط والانحدار، استخدام الإحصاء في الاقتصاد والعلوم الاجتماعية.

- الرياضيات المتقطعة، نظرية الأعداد، والإحصاء كلها تلعب دورًا أساسيًا في العلوم الحديثة، من تصميم الخوارزميات والتشفير إلى تحليل البيانات والذكاء الاصطناعي.

خاتمة:

في ختام هذا البحث، يتضح لنا أن الرياضيات ليست مجرد أرقام ومعادلات، بل هي لغة عالمية تُستخدم في تفسير الظواهر المختلفة وفهم العلاقات بين المتغيرات. من خلال دراسة [موضوع البحث، مثل: "الهندسة"، "التفاضل والتكامل"، "الجبر"، إلخ]، أدركنا مدى تأثيرها العميق على مجالات متعددة، مثل العلوم والتكنولوجيا والهندسة والاقتصاد.
لقد أثبتت الرياضيات على مر العصور أنها أداة قوية تساعد في حل المشكلات، سواء كانت نظرية أو تطبيقية، كما أنها تلعب دورًا أساسيًا في الابتكار والتطوير. ومن هنا، يصبح من الضروري تعزيز البحث والتعلم المستمر في هذا المجال لضمان الاستفادة القصوى من إمكانياته الواسعة.

- الانحراف المعياري :(Standard Deviation) الجذر التربيعي للتباين.

➢ نظرية الاحتمالات(Probability Theory)

- الاحتمال الأساسي
- قانون الجمع
- الاحتمال الشرطي $P(A|B)=P(A\cap B)P(B)$

➢ التوزيعات الاحتمالية

- التوزيع المنتظم، التوزيع الطبيعي(Gaussian) ، التوزيع الهندسي، والتوزيع ذي الحدين.

➢ الإحصاء التطبيقي

- اختبار الفرضيات، تحليل الارتباط والانحدار، استخدام الإحصاء في الاقتصاد والعلوم الاجتماعية.

- الرياضيات المتقطعة، نظرية الأعداد، والإحصاء كلها تلعب دورًا أساسيًا في العلوم الحديثة، من تصميم الخوارزميات والتشفير إلى تحليل البيانات والذكاء الاصطناعي.

خاتمة:

في ختام هذا البحث، يتضح لنا أن الرياضيات ليست مجرد أرقام ومعادلات، بل هي لغة عالمية تُستخدم في تفسير الظواهر المختلفة وفهم العلاقات بين المتغيرات. من خلال دراسة [موضوع البحث، مثل: "الهندسة"، "التفاضل والتكامل"، "الجبر"، إلخ]، أدركنا مدى تأثيرها العميق على .مجالات متعددة، مثل العلوم والتكنولوجيا والهندسة والاقتصاد

لقد أثبتت الرياضيات على مر العصور أنها أداة قوية تساعد في حل المشكلات، سواء كانت نظرية أو تطبيقية، كما أنها تلعب دورًا أساسيًا في الابتكار والتطوير. ومن هنا، يصبح من الضروري تعزيز البحث والتعلم المستمر في هذا المجال لضمان الاستفادة القصوى من إمكانياته الواسعة.

المراجع

[1]"اقدم لك علم الرياضيات " تأليف زيادون ساردر و اخرون, ترجمة ممدوح عبد المنعم. المجلس الأعلى للثقافة ٢٠٠٢.
[2]"تاريخ العلوم "تأليف كلود بريز نسكي, ترجمة ساره رجائى. مؤسسه هنداوي للتعليم والثقافة ٢٠١٥.
[3] موسوعة حضارة العالم أنشاءها احمد محمد عوف.