

Diszkrét matematika I. feladatok

Kombinatorika I.

Hetedik alkalom (2025.03.24-28.)

Bemelegítő feladatok

1. a) Egy irodalmi esten 5 vers hangzik el. Hányféleképpen követhetik a versek egymást?
b) Hányféle sorrendben ültethetünk le 6 embert egymás mellé egy padra?
c) 12 hallgató találkozót beszélt meg egymással. Hányféle sorrendben érhettek oda, ha nem volt köztük kettő olyan, akik egyszerre érkeztek?
2. Hányféleképpen ültethetünk le 6 embert egy kör alakú asztalhoz, ha két ültetést azonosnak tekintünk, ha forgatással átvihetők egymásba?
3. Hány olyan 10-jegyű (nem 0-val kezdődő) szám van, melyben minden számjegy csak egyszer szerepel?
4. Egy futóversenyen 15 tanuló vesz részt. Hányféleképpen alakulhat az első 3 hely sorsa, ha tudjuk, hogy nem lesz holtverseny?

Gyakorló feladatok

5. Hányféle sorrendben léphet be egy szobába 3 férfi és 7 nő? És ha az azonos nemű emberek között nem teszünk különbséget?
6. Hányféleképpen helyezhetünk el 12 embert 3 szobába, ha az első 3, a második 4, a harmadik 5 ágyas?
7. Egy urnában hat golyó van sorra az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokkal számozva. Egymás után négy golyót kihúzva visszatevés nélkül
 - a) hányféle sorrend lehetséges;
 - b) hányféle sorrend lehetséges, amikor az első húzás 1-es;
 - c) hányféle sorrend lehetséges, amikor az utolsó húzás páros?

Érdekes feladatok

8. a) Hány n hosszú $0 - 1$ sorozat van?
b) Hány $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$ függvény van?
c) Hány $f : \{0, 1\} \rightarrow \{0, 1\}^m$ függvény van?
d) Általában egy n -változós m -értékű Boole-függvényen egy $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}^m$ függvényt értünk. Hány ilyen függvény van?
9. Hány hatjegyű számra igaz, hogy
 - a) a szomszédos számjegyei különböznek;
 - b) minden jegye különböző;
 - c) pontosan egy jegye 0,
 - d) van 0 a jegyei között?

Beadandó házi feladatok

10. a) Egy bonbonos dobozban 12 darab, csupa különböző ízű bonbon van. Hányféleképpen tudunk közülük négyet kivenni, ha a bonbonok sorrendje számít?

b) Hányféleképpen tudunk egy asztalon sorba állítani 6 karamellás, 2 kávé és 4 pisztáciás bonbont?

(**részenként 1/2 pont**)

11. a) 10-szer feldobunk egy i) pénzérmét ii) dobókockát. Hányféle dobássorozat alakulhat ki?

b) Hányféleképpen lehet 20 hallgató között 6 különböző könyvet szétosztani, ha egy hallgató több könyvet is kaphat?

(**részenként 1/2 pont**)

12. Legyen $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ és $Y = \{a, b, c\}$. Adja meg a következő értékeket:

a) Legyen $R \subset X \times Y$ egy reláció az X és Y halmaz között. Legfeljebb hány párt tartalmazhat az R reláció? (**1/6 pont**)

b) Legyen $S \subset X \times X$ egy reláció az X halmazon. Legfeljebb hány párt tartalmazhat az S reláció? (**1/6 pont**)

c) Összesen hányféle reláció lehet az X és Y halmaz között? (**1/3 pont**)

d) Összesen hányféle reláció lehet az X halmazon? (**1/3 pont**)