

Diszkrét matematika I. feladatok

Kombinatorika II.

Nyolcadik alkalom (2025.03.31-04.04.)

Bemelegítő feladatok

1. Hány részhalmaza van az $\{1, 2, \dots, 20\}$ halmaznak? Hány részhalmazára teljesül, hogy
a) az 1 benne van; b) 1 és 2 is benne van; c) 1 vagy 2 benne van?
2. Hányféleképpen lehet a MISSISSIPPI szó betűit leírni úgy, hogy a négy S betű ne kerüljön egymás mellé?
3. Hány különböző karaktersorozatot lehet az ABRAKADABRA betűiből alkotni?

Gyakorló feladatok

4. 10 cukorkát osztunk szét 3 gyermek között. Hányféleképpen tudjuk ezt megtenni, ha a cukorkák mind különbözőek, ill. mind egyformák?
5. Egy bárban 10-féle röviditalt kínálnak. Hányféleképpen rendelhetünk 12-t azokból?
6. Adott a síkon két párhuzamos egyenes, az egyik p darab, a másikon q darab pont. Hány olyan háromszög van, melynek csúcsai az adott pontok közül valók?
7. 40 könyvet szeretnénk 4 dobozba csomagolni 10-esével. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha a) a dobozok számozva vannak, b) a dobozon nincsenek számozva?
8. Egy 25-fős osztályban küldöttséget választanak, mely 6 főből áll, majd ezen hat emberből egy-egy igazgatót és titkárt választanak. Hányféleképpen történhet ez, ha egy ember csak egy tisztséget viselhet?

Érdekes feladatok

9. Egy 2×12 -es sakktábla hányféleképpen fedhető le 2×1 -es dominókkal (melyeket vízszintesen vagy függőlegesen tehetünk le)?
10. a) Hány út vezet a 3×10 -es sakktábla bal alsó sarkából a jobb felsőbe, ha csak fel vagy jobbra léphetünk?
b) És ha fel, jobbra, vagy jobbra-fel átlósan léphetünk?

Beadandó házi feladatok

11. Legyen $X = \{1, 2, \dots, 10\}$. Hány olyan reláció van az X halmazon, ami
a) szimmetrikus és irreflexív;
b) szimmetrikus és reflexív;
c) szimmetrikus? (részenként 1/3 pont)

12. a) Egy bonbonos dobozban 12 darab, csupa különböző ízű bonbon van. Hányféleképpen tudunk közülük négyet kivenni, ha a bonbonok sorrendje nem számít? **(1/2 pont)**
- b) Hányféleképpen tudunk egy asztalon sorba állítani 6 karamellás, 2 kávé és 4 pisztáciás bonbont? **(1/2 pont)**
13. a) A Mikulás tízféle szaloncukorból szeretne összesen harminc darabot rakni a csizmába úgy, hogy mindegyik fajtából kapjak legalább egyet. Hányféleképpen alakulhat a csizmám tartalma? **(1/2 pont)**
- b) Végül mindegyik fajtából három-három darabot kaptam. Ezt a harminc édességet szeretném négy különböző kosárba betenni úgy, hogy minden egyes kosárban csupa különböző fajta legyen, és egyik kosár se maradjon üresen. Hányféleképpen tehetem ezt meg? (A kosarakon belül nincsenek sorba rendezve a szaloncukrok, egy kosárban akárhány szaloncukor elfér.) **(1 pont)**

További gyakorló feladatok

14. Hány olyan szám van összesen (akárhány jegyű lehet), melyben a számjegyek balról jobbra olvasva a) szigorúan monoton növekedve; b) szigorúan monoton csökkenve követik egymást?
15. Hányféleképpen lehet n darab egyforintos érmét k ember között szétosztani? És ha mindenki kap biztosan legalább egy forintot?
16. Hányféleképpen lehet sorba rendezni n nullát és k egyest úgy, hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?
17. 18 teljesen egyforma tojást szeretnénk megfesteni. Hányféleképpen tehetjük meg ezt, ha ötféle festékünk van, és egy tojáshoz csak egyféle festéket használunk?
18. Egy bolha ugrál a számegyenes egész pontjain jobbra-balra, másodpercenként egyet. Hányféleképpen ugrálhatott, ha az origóból indult, és pontosan egy perc elteltével a +24 pontban van?