felteteles valoszinuseg

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \land B)}{P(B)}$$

"A valoszinusege, felteve hogy B mar megtortent"

fuggetlenseg

$$P(A \land B) = P(A) \cdot P(B)$$

"A, B fuggetlen"

$$P(B) > 0 \Longleftrightarrow P(A \mid B) = P(A)$$

"ha tudjuk az egyiket akkor a masikbol nem nyertunk semmi informaciot"

"kizaro": $A \cap B = \emptyset$**,** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

"felteteles": $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$A_1, ..., A_n \in \mathcal{A} \text{ feltetelek}$$
$$\forall k \leq n;$$
$$1 \leq i_1 < ... < i_k \leq n$$
$$P\left(\bigcap_{0=i}^{k} A_{i_j}\right) = \prod_{j=i}^{k} P\left(A_{i_j}\right)$$

Bayes-tetel

egyszerubb alak

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)}$$

masik alak (teljes valoszinuseg tetele)

ha van nehany esemeny ami teljes esemenyrendszer (tehat diszjunk esemenyek, semelyik kettonek nincs trivialis metszet es egyuttesen lefedik az egesz teret) es B tetszoleges esemeny (pozitiv valoszinuseggel) akkor

$$A_1, ..., A_n \in \mathcal{A}$$
$$B \in \mathcal{A}$$
$$P(A_i) > 0$$
$$P(B) = \sum_i P(B \mid A) \cdot P(A_i)$$
$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B \mid A) \cdot P(A) + P\left(B \mid \overline{A}\right) \cdot P\left(\overline{A}\right)}$$

gyakorlat

3 Mennyi a valószínűsége, hogy két kockadobásnál mind a két dobás 6-os, azzal a feltétellel, hogy legalább az egyik dobás 6-os?

$$A = \text{egyik hatos}, \quad B = \text{mindketto hatos}$$

$$P(A) = \frac{11}{36}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \wedge B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{1}{11}$$

4 Három különböző kockával dobunk. Mekkora a valószínűsége, hogy az egyik kockával 6-ost dobunk, feltéve, hogy a dobott számok összege 12?

$$B = \text{osszeg pontosan 12}, \quad A = \text{pontosan az egyik hatos}$$

$$P(B) = \frac{3 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 1}{6^3} = \frac{25}{6^3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2 \cdot 6 + 3}{6^3} = \frac{15}{6^3}$$

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

5 Egy érmével annyiszor dobunk, mint amennyi egy szabályos kockadobás eredménye.

Mi a valószínűsége, hogy nem kapunk fejet?

$$A_i : \text{i-est dobunk (1-6)}$$

$$B : \text{nem kapunk fejet}$$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{6} P(B \mid A_i) \cdot P(A_i) = \sum_{i=1}^{6} \left(\frac{1}{2}\right)^i \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^6}\right) = \underline{\underline{\frac{1}{6}\left(1 - \frac{1}{2^6}\right)}}$$

6

Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 kockával kétszer dobva, mindkét esetben ugyanazt az eredményt kapjuk, ha

a.) a kockák megkülönböztethetőek?

$$P = \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

b.) a kockák nem különböztethetőek meg?