

**Számolási feladatok:**

A számolási feladatok során az  $f$  függvényt minden esetben a következő:

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + \frac{1}{2}x^2 - x$$

$x_i$	0	1	2	3	4
$f(x_i)$	0	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4
$f'(x_i)$	$\frac{\pi}{2} - 1$				$\frac{\pi}{2} + 3$

- (10 pont) Határozza meg az  $f$  függvényt a  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  alappontokon interpoláló interpolációs polinomot. Nem kell rendezni a polinomot!  
Mely alappontok esetén lenne az interpoláció hibája a  $[0; 4]$  intervallumon a legkisebb?  
Adja meg az 5 alkalmas alappontot és ezen interpoláció esetén az interpoláció hibáját a  $[0; 4]$  intervallumon!
- (6 pont) Írja fel az  $f$  függvényt a  $\{0, 2, 4\}$  alappontokon 2, 1, 2 multiplicitás értékekkel interpoláló Hermite-interpolációs polinomot. Nem kell a polinomot rendezni!
- (9 pont) Írja fel az  $f$  függvényt a  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$  alappontokon interpoláló a fenti táblázatban megadott Hermite-peremfeltételekkel adott **harmadfokú  $S$  spline** meghatározásához szükséges egyenletrendszert mátrixos alakban! Határozza meg az  $S'$  függvény együtthatóit!  
A spline meghatározását csak a globális bázisban fogadjuk el. Az egyenletrendszert **nem kell megoldani**, a megoldást MATLAB segítségével kell megadni a zh második részében. Emiatt kérjük, a feladat megoldását külön lapra írja! Javasoljuk továbbá, hogy erre a lapra írja fel az  $f$  és az  $f'$  függvényt.
- (7 pont) Az  $(x_i, f(x_i))$  (ld. fenti táblázatban) pontokhoz
  - határozza meg a négyzetesen legjobban közelítő egyenest!
  - Írja fel a feladathoz kapcsolódó általánosított értelemben megoldandó lineáris egyenletrendszert.

### Programozási feladat:

5. (20 pont) Írjon szkriptet `hspline.m` néven, mely kiszámítja a 3. feladatban megadott spline együtthatóit, ábrázolja a spline-t és deriváltját.
- Hozza létre a lineáris egyenletrendszer mátrixát és a jobb oldal vektorát, majd oldja meg az egyenletrendszert.
  - Hozza létre a  $[0; 4]$  intervallum sűrű (legalább 100 pont) egyenletes felosztását (`xx`).
  - A meghatározott együtthatók alapján értékelje ki az  $S$  spline-t, és annak deriváltfüggvényét, az  $S'$ -t az `xx` pontokban.
  - Értékelje ki az  $f$  és  $f'$  függvényeket is az `xx` pontokban.
  - Készítsen két ábrát egymás alá. Az első ábrán a  $f$ -et és  $S$ -et, a másodikon  $f'$ -t és  $S'$ -t jelenítse meg. A spline-ok színe kék, az interpolált függvények színe legyen piros. Az interpolációs feltételnek megfelelő pontokat az első ábrán, a peremfeltételnek megfelelő pontokat a második ábrán jelölje meg, mindkét esetben fekete \*-gal.
  - Használjon jelmagyarázatot.
  - Az első ábra címe *Függvény közelítése spline-nal*, a második ábrának a címe *Függvény deriváltjának közelítése spline-nal* legyen.
  - Írja ki a köbös spline közelítésének hibáját.