

# Diszkrét matematika I. feladatok

## Komplex számok I

Ötödik alkalom (2025.03.10-14.)

### Bemelegítő feladatok

1. Fejezze ki algebrai alakban a következő számokat

a)  $\frac{3+i}{2+3i}$ ; b)  $\frac{1-2i}{5+i}$ ; c)  $\frac{1}{(2-5i)^2}$ .

### Gyakorló feladatok

2. Oldja meg a következő egyenleteket a komplex számok halmazán:

a)  $\frac{z+i-3i\bar{z}}{z-4} = i-1$ ; b)  $(z+3-i)(\bar{z}-4+3i) = 1$ ; c)  $\frac{z+i-\bar{z}}{\bar{z}-3+z} = i$

3. Adja meg az  $a$  és  $b$  valós számok értékét, ha

a)  $(a+bi)(2-i) = a + (3+b)i$ ; b)  $(a+bi)(-1-2i) = \frac{2+i}{a-bi}$ ; c)  $\overline{(a+bi)(3-4i)} = 2i$ .

### Érdekes feladatok

4. Rajzolja le a komplex számsíkon a következő halmazokat:

a)  $\{z : \operatorname{Re}(z+2i) \leq 0\}$ ; d)  $\{z : |z-3+2i| = |z+4-i|\}$ ;  
b)  $\{z : \operatorname{Re}(z+1) \geq \operatorname{Im}(z-3i)\}$ ; e)  $\{z : z = 1/\bar{z}\}$   
c)  $\{z : |z-i-1| \leq 3\}$ ; f)  $\{z : z + \bar{z} = 0\}$ .

5. Adja meg a következő számokat trigonometrikus alakban:

a)  $\sqrt{3}+i$ ; b)  $1-i$ ; c)  $4i$ ; d)  $-3$ ; e)  $\frac{10}{\sqrt{3}-i}$ .

### Beadandó házi feladatok

6. Rajzolja le a komplex számsíkon a következő halmazokat (**részenként 1/3 pont**):

a)  $\{z : \operatorname{Re}((1+i)z) \leq 0\}$ ; b)  $\{z : \operatorname{Im}(1/z) \geq 0\}$ ; c)  $\{z : |(1+i)(z-i-1)| \leq 1\}$ .

7. Adja meg a következő számokat trigonometrikus alakban (**részenként 1/3 pont**):

a)  $1 + \sqrt{3}i$ ; b)  $\frac{7}{1+i}$ ; c)  $\frac{1-\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i}$ .

8. Tekintsük a következő relációkat a komplex számok halmazán:

$$R = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 : |z| = |w|\}, \quad S = \{(z, w) \in \mathbb{C}^2 : \operatorname{Re}(z) = \operatorname{Re}(w)\}.$$

Mi lesz  $(R \circ S)(\{1\})$ , ill.  $(S \circ R)(\{1\})$ ? (**1 pont**)

Nevezetes szögek trigonometrikus értéke

$x$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin x$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0