

# Analízis I. (BSc)

Programtervező informatikus szak

*Elméleti kérdések listája a 2. elméleti dolgozathoz*

A GYAKORLATI JEGGYEL MÁR RENDELKEZŐ HALLGATÓKNAK

1. Mi a végtelen sor definíciója?
2. Mit jelent az, hogy a  $\sum a_n$  végtelen sor *konvergens*, és hogyan értelmezzük az *összegét*?
3. Milyen tételt ismer  $q \in \mathbb{R}$  esetén a  $\sum_{n=0} q^n$  geometriai sor konvergenciájáról?
4. Mi a *teleszkopikus sor*, és milyen állítást ismer a konvergenciájával kapcsolatban?
5. Mi a *harmonikus sor*, és milyen állítást ismer a konvergenciájával kapcsolatban?
6. Milyen állítást ismer a  $\sum \frac{1}{n^\alpha}$  *hiperharmonikus sor* konvergenciájával kapcsolatban?
7. Milyen állítást ismer az  $e$  szám sorösszeg előállítására?
8. Hogyan szól a *Cauchy-féle konvergenciakritérium végtelen sorokra*?
9. Mondjon egy, az  $(a_n)$  sorozatra vonatkozó szükséges feltételt arra nézve, hogy a  $\sum a_n$  végtelen sor konvergens legyen!
10. Igaz-e az, hogy ha  $\lim(a_n) = 0$ , akkor a  $\sum a_n$  sor konvergens? (A válaszát indokolja meg!)
11. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *összehasonlító kritériumokat*!
12. Mikor nevez egy végtelen számsort abszolút konvergensnek?
13. Mikor nevez egy végtelen számsort feltételesen konvergensnek?
14. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *Cauchy-féle gyökkritériumot*!
15. Mit jelent az, hogy a Cauchy-féle gyökkritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
16. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *d'Alembert-féle hányadoskritériumot*!
17. Mit jelent az, hogy a d'Alembert-féle hányadoskritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
18. Mik a *Leibniz-típusú sorok* és milyen konvergenciatételt ismer ezekkel kapcsolatban?
19. Adjon meg egy olyan végtelen sort, amelyik konvergens, de nem abszolút konvergens!
20. Mit értünk egy  $[0, 1]$ -beli szám diadikus tört alakján?
21. Melyik  $[0, 1]$ -beli számoknak nincs egyértelmű diadikus tört alakja?
22. Hogyan értelmezi egy végtelen sor *zárójelezését*?
23. Tegyük fel, hogy a  $\sum a_n$  végtelen sor konvergens. Mit tud mondani a szóban forgó sor  $\sum a_n$  zárójelezéseinek a konvergenciájáról?
24. Tegyük fel, hogy a  $\sum a_n$  végtelen sor valamely  $\sum \alpha_n$  zárójelezett sora konvergens. Milyen feltételek mellett konvergens a  $\sum a_n$  végtelen sor?
25. Hogyan értelmezi egy végtelen sor *átrendezését*?
26. Milyen állítást ismer abszolút konvergens sorok átrendezéseit illetően?

27. Milyen állítást ismer feltételesen konvergens sorok átrendezéseit illetően?
28. Definiálja a  $\sum_{n=0} a_n$  és a  $\sum_{n=0} b_n$  végtelen sorok téglányszorzatát!
29. Definiálja a  $\sum_{n=0} a_n$  és a  $\sum_{n=0} b_n$  végtelen sorok Cauchy-szorzatát!
30. Milyen tételt ismer végtelen sorok téglányszorzatának a konvergenciáját illetően?
31. Fogalmazza meg az abszolút konvergens sorok szorzataira vonatkozó tételt!
32. Írja le a *hatványsor* definícióját!
33. Hogyan szól a hatványsor konvergenciahalmazára vonatkozó, a konvergenciasugarát meghatározó tétel?
34. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a  $(-1, 1)$  intervallum!
35. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a  $(-1, 1]$  intervallum!
36. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a  $[-1, 1)$  intervallum!
37. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a  $[-1, 1]$  intervallum!
38. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyik csak az  $a = 2$  pontban konvergens!
39. Definiálja az  $\exp$  függvényt!
40. Definiálja a  $\sin$  függvényt!
41. Definiálja a  $\cos$  függvényt!
42. Mit jelent az, hogy  $a \in \overline{\mathbb{R}}$  torlódási pontja a  $H \subset \mathbb{R}$  halmaznak?
43. Mit jelent az, hogy  $a \in H$  izolált pontja a  $H \subset \mathbb{R}$  halmaznak?
44. Környezetek segítségével adja meg a függvényhatárérték egységes definícióját!
45. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett véges határérték definícióját!
46. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett plusz végtelen határérték definícióját!
47. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
48. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
49. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
50. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett plusz végtelen határérték definícióját!
51. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!
52. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a mínusz végtelenben vett mínusz végtelen határérték definícióját!

- 53. Írja le a határértékre vonatkozó átviteli elvet!
- 54. Hogyan szól a függvények hányadosának a határértékére vonatkozó tétel?
- 55. Definiálja függvény jobb oldali határértékét!
- 56. Mit tud mondani a hatványsor összegfüggvényének a határértékéről?
- 57. Mit tud mondani monoton függvények határértékéről?
- 58. Definiálja egy  $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvény pontbeli folytonosságát!
- 59. Mi a kapcsolat a pontbeli folytonosság és a határérték között?
- 60. Írja le a folytonosságra vonatkozó átviteli elvet!
- 61. Milyen tételt ismer hatványsor összegfüggvényének a folytonosságáról?
- 62. Milyen tételt ismer a folytonos függvények előjeltartásáról?
- 63. Mondja ki az összetett függvény folytonosságára vonatkozó tételt!