

**Programtervező Informatikus BSC szak**  
**Analízis3A, 2. zárthelyi dolgozat, 2023.05.26.**

1. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = (x + y) \ln(x - y), \quad (x > y).$$

- (a) Számítsuk ki  $f$  másodrendű parciális deriváltfüggvényeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg  $f$  stacionárius pontjait, lokális szélsőértékeit és szélsőértékelyeit. (5 pont)
- (c) Vizsgáljuk meg a Hesse-féle mátrix definitségét az értelmezési tartomány összes  $(x, y)$  pontjára. (4 pont)
- (d) Írjuk fel  $f$  másodfokú,  $a = (2, 1)$  középpontú Taylor polinomját. (5 pont)

2. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = x^3 - 3x - y^2 + 4y, \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

- (a) Határozzuk meg a függvény lokális szélsőértékelyeit és szélsőértékeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg a függvény abszolút szélsőértékelyeit és szélsőértékeit a

$$H = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + (y - 2)^2 \leq 1 \right\}$$

zárt ellipszisben. (6 pont)

3. Számítsuk ki az alábbi kettős integrálok értékét.

a)  $\int_{[0,1] \times [1,2]} \frac{x}{x^2 + y} dx dy;$       b)  $\int_0^1 \int_y^1 ye^{x^3} dx dy.$  (4 + 6 pont)

4. Számítsuk ki az  $f(x, y, z) = x$ ,  $((x, y, z) \in \mathbb{R}^3)$  függvény Riemann-integrálját a  $(0; 0; 0), (1; 0; 0), (0; 2; 0)$  és  $(0; 0; 4)$  csúcspontok által meghatározott tetraéderen. (8 pont)

**Programtervező Informatikus BSC szak**  
**Analízis3A, 2. zárthelyi dolgozat, 2023.05.26.**

1. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = (x + y) \ln(x - y), \quad (x > y).$$

- (a) Számítsuk ki  $f$  másodrendű parciális deriváltfüggvényeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg  $f$  stacionárius pontjait, lokális szélsőértékeit és szélsőértékelyeit. (5 pont)
- (c) Vizsgáljuk meg a Hesse-féle mátrix definitségét az értelmezési tartomány összes  $(x, y)$  pontjára. (4 pont)
- (d) Írjuk fel  $f$  másodfokú,  $a = (2, 1)$  középpontú Taylor polinomját. (5 pont)

2. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = x^3 - 3x - y^2 + 4y, \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

- (a) Határozzuk meg a függvény lokális szélsőértékelyeit és szélsőértékeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg a függvény abszolút szélsőértékelyeit és szélsőértékeit a

$$H = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + (y - 2)^2 \leq 1 \right\}$$

zárt ellipszisben. (6 pont)

3. Számítsuk ki az alábbi kettős integrálok értékét.

a)  $\int_{[0,1] \times [1,2]} \frac{x}{x^2 + y} dx dy;$       b)  $\int_0^1 \int_y^1 ye^{x^3} dx dy.$  (4 + 6 pont)

4. Számítsuk ki az  $f(x, y, z) = x$ ,  $((x, y, z) \in \mathbb{R}^3)$  függvény Riemann-integrálját a  $(0; 0; 0), (1; 0; 0), (0; 2; 0)$  és  $(0; 0; 4)$  csúcspontok által meghatározott tetraéderen. (8 pont)