Diszkrét matematika I. feladatok Kombinatorika III.

Kilencedik alkalom (2025.04.07-04.11.)

Bemelegítő feladatok

- 1. Hányféleképpen állhat föl 10 pár a körtánchoz, ha mindenki a saját párja oldalán táncol, de a Kiss és a Nagy pár nem táncol egymás mellett?
- 2. Egy fagyizóban puncs, vanília, csokoládé és eper fagyit árulnak. Hányféleképpen kérhetünk 6 gombócot a) tölcsérbe (azaz számít a gombócok sorrendje); b) kehelybe (nem számít a sorrend); c) + d) mindenképp szeretnénk két gombóc puncsot?
- 3. Egy osztályban 37 gyerek tanul. Közülük angolul 27-en, németül 15-en, mindkét nyelven 10-en beszélnek. Hány olyan gyerek van, aki sem angolul, sem németül nem tud?
- 4. Hány olyan 20 hosszúságú kockadobás-sorozat van, amelyben
 - a) van 1-es?
- b) van 1-es és 2-es is?
- c) van 1-es, 2-es és 3-as is? d)* az $1, 2, \dots, 6$ számok mindegyike szerepel?

Gyakorló feladatok

- 5. a) Egy 1 méter sugarú, körvonal alakú céltáblára lövünk (pl. darts táblán csak a külső kört célozzuk). Belövünk 4 nyilat a 4 lehető legtávolabbi pozícióba (pl. legfelső, legalsó, jobb szélső, bal szélső pontok). Bizonyítsuk, hogy egy ötödik nyilat már nem tudunk úgy belőni, hogy a távolsága mindegyik nyíltól nagyobb legyen, mint 1 méter. b) Igaz-e tehát, hogy öt nyilat bárhogyan belőve a fenti körvonalra biztosan lesz köztük kettő, amelyek távolsága kisebb, mint 1 méter? c) Egy 2m×2m-es, négyzet alakú céltáblába belövünk öt golyót. Mutassuk meg, hogy lesz kettő, melyek távolsága legfeljebb √2 m! d) És hány golyót kellene belelőni ahhoz, hogy biztosan legyen legalább hat, melyek páronként legfeljebb √2 méterre vannak egymástól?
- 6. Legfeljebb hány természetes szám adható meg úgy, hogy semelyik kettő különbsége ne legyen osztható 8-cal?

Érdekes feladatok

- 7. Artúr király Kerekasztalánál 12 lovag ül. Mindegyikük haragban van a közvetlenül mellette ülőkkel. Öt lovagot kell kiválasztani, akik kiszabadítják a királylányt. Hányféleképpen tehetjük meg ezt úgy, hogy ne legyenek ellenségek a lovagok között? És ha n lovagból kell k-t kiválasztani?
- 8. Hány szelvényre van szükség a TOTÓ-n, hogy legalább 5/13 találatot érjünk el? (A TOTÓ-n 13 focimeccsnek kell megtippelni az eredményét, melyek mindegyike háromféle lehet: 1, 2, X.)

Beadandó házi feladatok

- 9. Egy teremben legalább hány hallgatónak kell lenni, hogy mindenképpen legyen
 - a) legalább három olyan, akiknek ugyanabban a hónapban van a születésnapja? (1/3 pont)
 - b) legalább három olyan, akiknek áprilisban van a születésnapja? (1/3 pont)
 - c) legalább két olyan hónap, mikor legalább 2-2 hallgatónak van születésnapja? (1/3 pont)
- 10. Arabella, Bella, Cilla, Daniella és Ella elmennek színházba, ahol leadják a kabátjukat a ruhatárba. A ruhatáros összekeveri a kabátjaikat. Hányféleképpen kaphatják vissza, ha
 - a) Bella nem a sajátját kapja vissza? (1/3 pont)
 - b) sem Bella, sem Cilla nem a sajátját kapja vissza? (1/3 pont)
 - c) senki sem a sajátját kapja vissza? (1/3 pont)

További gyakorló feladatok

- 11. Az 52 lapos francia kártyában négy szín mindegyikéből 13-13 darab van, minden színből egy ász van. Négy játékosnak osztunk 13-13 lapot. Hány különböző leosztás van? Hány olyan, amikor mindenkinek van ásza? Hány olyan, amikor minden ász egyvalakinél van?
- 12. Hányféleképpen lehet sorba rendezni n nullát és k egyest úgy, hogy két egyes ne kerüljön egymás mellé?
- 13. Hányféleképpen állíthatunk sorba n különböző magasságú embert úgy, hogy senkit ne fogjon közre két nála magasabb ember?
- 14. Hány olyan húszjegyű szám van, melyben minden számjegy pontosan kétszer szerepel?
- 15. Hányféleképpen tehetünk be 20 szál virágot 4 különböző színű vázába, ha a virágok...
 - a) egyformák; b) egyformák, és minden vázába kell jutnia legalább egynek;
 - c) különbözők; d) különbözők, és minden vázába kell jutnia legalább egynek?
- 16. Egy dobozban 10 piros, 20 fehér és 40 zöld golyó van, ezekből húzunk. Hányat kell húznunk ahhoz, hogy biztosan legyen köztük a) fehér; b) 3 különböző színű; c) 3 azonos színű; d) 5 azonos színű; e) 15 azonos színű; f) két egymás utáni zöld húzás?