

Diszkrét matematika I. feladatok

Gráfok gyakorló feladatsor.

Tizenegyedik alkalom (2025.04.28-05.02.)

Gyakorló feladatok

1. Mutassa meg, hogy tetszőleges páratlan hosszúságú zárt séta tartalmaz kört. Igaz-e ez páros hosszúságúra?
2. Mutassa meg, hogy ha a -ból vezet út b -be, és b -ből c -be, akkor a -ból is vezet út c -be!
3. Egy körmérkőzéses sakkversenyen 27-en indultak. Lehetett-e olyan pillanat, amikor mindenki pontosan 9 ellenfélen volt túl?
4. Olyan fát szeretnék készíteni, melyben csak két különböző fokszám fordul elő: az egyik fajta 9-szer, a másik fajta 92-szer. Mi lehet a szóban forgó két fokszám?
5. Igazolja, hogy ha egy n csúcsú, egyszerű gráf izomorf a komplementerével, akkor n négyvel osztva 0 vagy 1 maradékot ad.
6. Legyen G egy n csúcsú, egyszerű gráf, melyben bármely két nem szomszédos pont fokszámának összege legalább $n - 1$. Mutassuk meg, hogy G összefüggő.
7. Hat versenyző körmérkőzést játszik. Bizonyítsa be, hogy bármely időpontban van három olyan versenyző, akik már mind játszottak egymással, vagy három olyan, hogy egyik sem játszott a másik kettővel.
8. Igazolja, hogy egy összefüggő véges gráfban bármely két leghosszabb útnak van közös pontja!
9. Mutassa meg, hogy egy véges fában az összes leghosszabb út egy ponton megy át!
10. Jelöljük egy fa elsőfokú pontjainak számát f_1 -gyel, a kettőnél nagyobb fokúak számát pedig c -vel. Mutassuk meg, hogy ha legalább két pontja van a gráfnak, akkor $f_1 \geq c + 2$.