Szóbeli tételek

Programtervező informatikus BSc
Numerikus módszerek II. A szakirány

1. Lineáris algebrai alapok.
   a) A sajátérték feladathoz kapcsolódó alapfogalmak és egyszerűbb tételek bizonyítása. Jordan-alak.
   b) Schur tétel, normális mátrixok diagonalizálása tétel és bizonyításuk.

2. Sajátértékek becslése.
   a) Becslés normával, Gersgorin tétellel. A Gersgorin tétel javítása diagonális hasonlósági transzformációval.
   b) A Lagrange interpoláció öröklött hibája. Az inverz interpoláció.

3. A sajátérték probléma érzékenysége.
   a) Mit jelent a SÉP érzékenysége? Hasonlítsa össze a bizonyított eredményt a LER érzékenységénél kapott tétellel. Példák. Becslés a reziduális hibával.
   b) Bauer-Fike tétel. A sajátértékek folytonos függése.

4. A karakterisztikus polinom meghatározására alkalmas módszerek.
   a) A Fagyejev-féle „trace módszer”. A karakterisztuikus polinom meghatározása determináns számítás segítségével lineáris egyenletrendszer meghatározásával.
   b) A Frobenius kísérő mátrix és a karakterisztikus polinom kapcsolata. Karakterisztikus polinom meghatározása tridiagonális esetben. Alkalmazása iterációs módszerben.

5. A Rayleigh-hányados és a hatványmódszer.
   a) A Rayleigh-hányados fogalma, tulajdonságai (két tétel bizonyítása).
   b) Hatványmódszer. Inverz iteráció. Shiftelés alkalmazása. Rangszámcsökkentés (gyakorlatról).

6. A Jacobi-módszer.
   a) A Jacobi módszer változatai, képleteinek levezetése.
   b) A klasszikus Jacobi módszer konvergenciája. LU-, QR- algoritmus.

7. A polinom interpoláció.
   a) A polinom interpoláció feladata, az interpolációs polinom létezése, egyértelműsége. A Lagrange alappolinomok, az osztott differenciák fogalma. Az interpolációs polinom Lagrange- és Newton alakja.
   b) A Newton-alak levezetése. Az interpoláció hibatétele, becslés az interpolációra.

8. A Csebisev polinom.
   a) A Csebisev polinom fogalma, tulajdonságai.
   b) Milyen szerepe van az interpolációs feladatnál? Hogyan alakul a hibabecslés a használata esetén? Az interpolációs polinomok konvergenciája.

9. Az Hermite-féle interpoláció.
   a) Az Hermite-féle interpoláció fogalma, létezése, egyértelműsége. Az osztott differencia fogalom kiterjesztése, a Newton-alak felírása. Speciális esetek.
   b) A Fejér-Hermite interpoláció és alappolinomjai. Az Hermite-féle interpoláció hibatétele. Az inverz Interpoláció.

10. Spline-ok I.
   a) Az l-edfokú spline fogalma, peremfeltételei. A 1,2-odfokú spline megadása a lokális bázis segítségével.
   b) A 3-adfokú spline megadása a lokális bázis segítségével. Hibabecslések.

11. Spline-ok II.
- **a)** Kétféle globális bázis spline-okra. A B-spline-ok fogalma, a lineáris spline előállítása B-spline-okkal.
- **b)** A köbös spline előállítása B-spline-okkal. Hibabecslések.

12. Mátrix szinguláris felbontása.
- **a)** Mátrix szinguláris felbontása. Az általánosított inverz és általánosított megoldás fogalma. Előállítása a teljes rangú esetekben.
- **b)** Az általánosított inverz approximációs tulajdonsága.

13. Legkisebb négyzetek módszere.
- **a)** Legkisebb négyzetek feladatának megfogalmazása. A négyzetesen legjobban közelítő polinom előállítása az általánosított inverzzel.
- **b)** A négyzetesen legjobban közelítő polinom előállítása szélsőérték feladatként.

14. Hilbert térbeli approximáció.
- **a)** A Hilbert térbeli approximáció megfogalmazása. Az altérbeli legjobban közelítő elem előállítása, távolsága. Spec. esetben: altérbeli OGR és ONR esetén.
- **b)** A négyzetesen legjobban közelítő polinom előállítása a Hilbert térbeli approximáció segítségével.

15. Ortogonális polinomok.
- **a)** Ortogonális polinomok. Az 1 főegyütthatós ortogonális polinom rekurziója, gyökeire vonatkozó tételek.
- **b)** Az 1 főegyütthatós ortogonális polinom minimalizálási tulajdonsága. Klasszikus ortogonális polinomok (intervallum, súlyfüggvény).

16. Numerikus integrálás I.
- **a)** Numerikus integrálás, interpolációs kvadratúra formulák. Tétel a pontosságról. Newton-Cotes formulák jellemzése, a zárt és nyílt formulák megadása. Az érintő-, trapéz- és Simpson formula levezetése.
- **b)** Az érintő-, trapéz- és Simpson formula hibabecslése.

17. Numerikus integrálás II.
- **a)** Numerikus integrálás, interpolációs kvadratúra formulák. A trapéz- és Simpson formula és összetett formuláik levezetése.
- **b)** Az összetett formulák hibabecslése.

18. Numerikus integrálás III.
- **a)** A Csebisev típusú kvadratúra formulák jellemzése, előállítása a momentumok segítségével.
- **b)** A Gauss típusú kvadratúra formulák jellemzése. Tétel a pontosságról, hibaformula.

Megjegyzések:

- A tételek **a)** része alaptudást feltételez az adott témakörből. Ebből a részből legalább egy előadáson elhangzott nem triviális tétel vagy levezetés kidolgozása szükséges az elégséges (2) jegyhez. Ezen rész teljeskörű ismeretével max. közepes (3) jegy szerezhető.
- A tételek **b)** részében nagyobb/nehezebb bizonyítást, levezetést kérünk kidolgozni és elmagyarázni a vizsgán. Ezzel szerezhető csak jó (4) és jeles (5) vizsgajegy. A tétel **b)** részének ismerete nem helyettesíti az **a)** részt.
- A jegy eldöntésére a vizsgáztató más tételből, anyagrészből is kérdezhet.