

# Diszkrét matematika I. feladatok

## Komplex számok II

Hatodik alkalom (2025.03.17-21.)

### Bemelegítő feladatok

- Számítsa ki a következő kifejezéseket a trigonometrikus alak felhasználásával:  
a)  $(1+i)(1+\sqrt{3}i)$ ; b)  $i(\sqrt{3}+i)$ ; c)  $(1-i)^3$ .
- Az alábbi geometriai transzformációk a komplex számsík mely műveleteivel írhatóak le:  
a) origó körüli forgatás  $\pi/4$ -gyel; b) origó körüli forgatás  $5\pi/6$ -tal és 3-szoros nyújtás.

### Gyakorló feladatok

- Számítsa ki a következő kifejezéseket a trigonometrikus alak felhasználásával:  
a)  $\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$ ; b)  $\frac{(\sqrt{3}+i)^{11}}{(1+i\sqrt{3})^{13}}$ ; c)  $\frac{(1-i)^{13}}{(\sqrt{3}+i)^5}$ .
- Vonjon harmadik gyököt a következő számokból:  
a) 1; b)  $-1$ ; c)  $\frac{-4}{(1+i)^2}$ .

### Érdekes feladatok

- A sík mely geometriai transzformációinak felelnek meg a komplex számok halmazának alábbi leképezései:  $z \mapsto 3z$ ,  $z \mapsto (1+i)z$ ,  $z \mapsto (1/2 + i\sqrt{3}/2)z$ .
- Tekintsük az  $R = \{(z^4, z) : z \in \mathbb{C}\}$  relációt a komplex számok halmazán.  
a) Mi lesz  $R^{-1}(\{2\})$ ,  $R(\{16\})$ ,  $\text{rng}(R)$ ,  $\text{dmn}(R)$ ?  
b) Határozza meg az  $R^{-1} \circ R$  és  $R \circ R^{-1}$  kompozíciókat!  
c) Tekintsük az  $R(\{0, 1, 16\})$  halmazt! Véges lesz-e? Ha igen, mennyi lesz  $|R(\{0, 1, 16\})|$ ?

### Beadandó házi feladatok

- Számítsa ki a következő kifejezéseket a trigonometrikus alak felhasználásával (**részenként 1/3 pont**):  
a)  $(1-i)^2(1-\sqrt{3}i)$ ; b)  $\frac{(\sqrt{3}+i)^5}{-1-i}$ ; c)  $(1-i)^{100}$ .
- Számítsa ki a  $(\sqrt{3}+i)^5/(1-i)^7$  komplex szám harmadik gyökeit! (**1 pont**)
- Tekintsük az  $R = \{(z^3, z) : z \in \mathbb{C}\}$  relációt a komplex számok halmazán. Mi lesz  $R^{-1}(\{1\})$ ,  $R(\{8\})$ ,  $(R \circ R)(\{-1\})$ ? (**részenként 1/3 pont**)

---

Nevezetes szögek trigonometrikus értéke

$x$	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin x$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0