

Diszkrét matematika II. feladatok

Harmadik alkalom (2024.09.23-27.)

Bemelegítő feladatok

1. A bővített euklideszi algoritmus segítségével oldja meg az $ax + by = (a, b)$ ($x, y \in \mathbb{Z}$) egyenletet adott a, b számok esetében
a) $a = 13, b = 14$; b) $a = 16, b = 37$; c) $a = 90, b = -111$; d) $a = -168, b = 219$
e) $a = 39, b = 55$; f) $a = 51, b = 91$; g) $a = 105, b = 154$; h) $a = -63, b = -70$
2. A bővített euklideszi algoritmus segítségével oldja meg az $ax + by = c$ ($x, y \in \mathbb{Z}$) egyenletet adott a, b, c számok esetében
a) $a = 13, b = 14, c = 5$; b) $a = 16, b = 37, c = -2$; c) $a = 90, b = -111, c = 13$;
d) $a = -168, b = 219, c = 12$; e) $a = 39, b = 102, c = 10$; f) $a = 51, b = 114, c = -9$

Gyakorló feladatok

3. Pajkos százlábúak futkároznak a ládában. Az egyik fajtának 14 lába van, a másiknak 20. Összesen 232 lábat számoltunk meg. Hány százlábú van a ládában?
4. A boltban a vásárlás során 100 forint a visszajáró. Hányféleképpen kaphatjuk meg a visszajárót, ha a pénztárgépben csak 20 és 50 forintosok vannak?

Érdekes feladatok

5. Oldja meg a következő egyenleteket egész számok körében!
a) $8^a \cdot 16^b = 32$; b) $27^a \cdot 81^b = 9$ c) $16^a \cdot 128^b = 1024$; d) $64^a \cdot 512^b = 2048$
6. Mutassa meg, hogy
a) $3^{3n+1}5^{2n+1} + 2^{5n+1}11^n \equiv 0 \pmod{17}$; b) $61^{k+1} + 11^k7^{2k}3^{3k}2^{5k+3} \equiv 0 \pmod{23}$
7. Legyen $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \in \mathbb{C}$. Oldja meg a $z^{3x} = i$ egyenletet!

Szorgalmi feladatok

8. Bendegúz pontosan négy pint sört szeretne meginni a csütörtök esti buliban (jó a hangulat, de másnap reggel mégiscsak dimat előadás van). Sajnos csak egy 3 pintes és egy 5 pintes (mérőbeosztás nélküli) edény áll rendelkezésére, továbbá egy hordó sör. Legkevesebb hány pint sört kell engednie a hordóból, hogy pontosan a kívánt mennyiséget tudja elfogyasztani?