

Programtervező Informatikus BSC szak
Analízis3A, 2. zárthelyi dolgozat, 2023.05.26.

1. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = (x + y) \ln(x - y), \quad (x > y).$$

- (a) Számítsuk ki f másodrendű parciális deriváltfüggvényeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg f stacionárius pontjait, lokális szélsőértékeit és szélsőértékhelyeit. (5 pont)
- (c) Vizsgáljuk meg a Hesse-féle mátrix definittségét az értelmezési tartomány összes (x, y) pontjára. (4 pont)
- (d) Írjuk fel f másodfokú, $a = (2, 1)$ középpontú Taylor polinomját. (5 pont)

2. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = x^3 - 3x - y^2 + 4y, \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

- (a) Határozzuk meg a függvény lokális szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg a függvény abszolút szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit a

$$H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + (y - 2)^2 \leq 1\}$$

zárt ellipszisben. (6 pont)

3. Számítsuk ki az alábbi kettős integrálok értékét.

$$\text{a) } \int_{[0,1] \times [1,2]} \frac{x}{x^2 + y} dx dy; \quad \text{b) } \int_0^1 \int_y^1 ye^{x^3} dx dy. \quad (4 + 6 \text{ pont})$$

4. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = x$, $((x, y, z) \in \mathbb{R}^3)$ függvény Riemann-integrálját a $(0; 0; 0)$, $(1; 0; 0)$, $(0; 2; 0)$ és $(0; 0; 4)$ csúcspontok által meghatározott tetraéderen. (8 pont)

Programtervező Informatikus BSC szak
Analízis3A, 2. zárthelyi dolgozat, 2023.05.26.

1. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = (x + y) \ln(x - y), \quad (x > y).$$

- (a) Számítsuk ki f másodrendű parciális deriváltfüggvényeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg f stacionárius pontjait, lokális szélsőértékeit és szélsőértékhelyeit. (5 pont)
- (c) Vizsgáljuk meg a Hesse-féle mátrix definittségét az értelmezési tartomány összes (x, y) pontjára. (4 pont)
- (d) Írjuk fel f másodfokú, $a = (2, 1)$ középpontú Taylor polinomját. (5 pont)

2. Tekintsük az alábbi függvényt:

$$f(x, y) = x^3 - 3x - y^2 + 4y, \quad ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

- (a) Határozzuk meg a függvény lokális szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit. (6 pont)
- (b) Határozzuk meg a függvény abszolút szélsőértékhelyeit és szélsőértékeit a

$$H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + (y - 2)^2 \leq 1\}$$

zárt ellipszisben. (6 pont)

3. Számítsuk ki az alábbi kettős integrálok értékét.

$$\text{a) } \int_{[0,1] \times [1,2]} \frac{x}{x^2 + y} dx dy; \quad \text{b) } \int_0^1 \int_y^1 ye^{x^3} dx dy. \quad (4 + 6 \text{ pont})$$

4. Számítsuk ki az $f(x, y, z) = x$, $((x, y, z) \in \mathbb{R}^3)$ függvény Riemann-integrálját a $(0; 0; 0)$, $(1; 0; 0)$, $(0; 2; 0)$ és $(0; 0; 4)$ csúcspontok által meghatározott tetraéderen. (8 pont)