2. feladatsor

Valószínűségszámítás

Programtervező informatikus modellalkotó A specializáció

Órai feladatok

1.) Egy hattagú társaság az étteremben három rántott sajtot, két mátrai borzas csirkemellet, és egy böllér tálat rendel. A pincér a megrendelt ételeket véletlenszerűen osztja szét. Mennyi a valószínűsége, hogy

a.) mindenki azt kapja, amit rendelt;

b.) senki sem azt kapja, amit rendelt?

2.) Gerike a Kinder csokoládéban lévő új játékokat, 'Shali baba' figurákat gyűjt. 10 különböző fajta ilyen baba van, mindegyik Kinder csokoládéba a 10 figura közül véletlenszerűen kerül egy. Gerike nagymamája tudja, hogy ez a gyerek álma, ezért karácsonyra a Jézuskától 20-at rendel a kisfiúnak. Tegyük fel, hogy Gerikének még nincs otthon Shali babája.

a.) Mennyi a valószínűsége, hogy Gerike mind a 10-féle Shali babát begyűjti?

b.) Mi a valószínűsége, hogy éppen a 20. tojás kinyitásánál gyűlik össze a kisfiúnak a 10. fajta baba?

3.) Mennyi a valószínűsége, hogy két kockadobásnál mind a két dobás 6-os, azzal a feltétellel, hogy legalább az egyik dobás 6-os?

4.) Három különböző kockával dobunk. Mekkora a valószínűsége, hogy az egyik kockával 6-ost dobunk, feltéve, hogy a dobott számok összege 12?

5.) Egy érmével annyiszor dobunk, mint amennyi egy szabályos kockadobás eredménye. Mi a valószínűsége, hogy nem kapunk fejet?

6.) Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 kockával kétszer dobva, mindkét esetben ugyanazt az eredményt kapjuk, ha

a.) a kockák megkülönböztethetőek?

b.) a kockák nem különböztethetőek meg?

7.) 100 érme közül az egyik hamis (ennek mindkét oldalán fej van). Egy érmét kiválasztva és azzal 10-szer dobva, 10 fejet kaptunk. Ezen feltétellel mi a valószínűsége, hogy a hamis érmével dobtunk?

8.) Egy diák a vizsgán p valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel, és $\frac{1}{3}$ a jó válasz esélye. Feltesszük, hogy a diák tudása biztos (azaz ha tudja a választ, akkor az jó is). Határozzuk meg p értékét, ha $\frac{3}{5}$ annak a valószínűsége, hogy amennyiben helyesen válaszolt, tudta is a helyes választ!

9.) Vándorlásai közben Odüsszeusz egy hármas útelágazáshoz ér. Az egyik út Athénbe, a másik Spártába, a harmadik Mükénébe vezet. Az athéniek kereskedő népség, szeretik ámítani a látogatókat, csak minden 3. alkalommal mondanak igazat. A mükénéiek egy fokkal jobbak: ők csak minden második alkalommal hazudnak. A szigorú spártai neveltetésnek köszönhetően a spártaiak becsületesek, ők mindig igazat mondanak. Odüsszeusznak fogalma sincs, melyik út merre vezet, így feldob egy kockát, egyenlő esélyt adva mindegyik útnak. Megérkezve a városba, megkérdez egy embert, mennyi $2{\cdot}2$, mire közlik vele, hogy 4. Mi a valószínűsége, hogy Odüsszeusz Athénba jutott?

10.) Négyen lőnek egymás után egy céltáblára. A résztvevők találati valószínűségei egymástól függetlenül, sorrendben $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{3}$. Ketten érnek el találatot. Mi a valószínűsége, hogy a második elhibázta a lövést?

11.) Milyen $n>1$-re lesz független

a.) az a két esemény, hogy A: n érmedobásból van fej és írás is, valamint B: legfeljebb egy írás van.

b.) az a két esemény, hogy A: n érmedobásból van fej és írás is, valamint B: az első dobás fej.

12.) Osztozkodási probléma: hogyan osztozzon a téten két játékos, ha 2:1 állásnál félbeszakadt a 4 győzelemig tartó mérkőzésük? (Tfh. az egyes játékok egymástól függetlenek, bármelyikük 1/2 valószínűséggel nyerhet az egyes játékoknál.)

13.) Adjuk meg annak a valószínűségi változónak az eloszlását, ami egy hatgyermekes családban a fiúk számát adja meg. Tegyük fel, hogy mindig $\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}$ a fiúk, ill. a lányok születési valószínűsége, és az egyes születések függetlenek egymástól.

14.) Jelölje p_k annak a valószínűségét, hogy egy lottóhúzásnál (90/5) a legnagyobb kihúzott szám k. Számítsuk ki a p_k értékeket, és mutassuk meg, hogy ez valóban valószínűségi eloszlás!

15.) Két doboz közül az elsőben k piros és l zöld golyó van, a másodikban k zöld és l piros. Visszatevéssel húzunk az alábbi szabály szerint: ha a kihúzott golyó piros, akkor a következő húzásnál az első dobozból; ha zöld, akkor a második dobozból húzunk. Először az első dobozból húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az n. húzásnál piros golyót húzunk? Mihez tart ez a valószínűség, ha $n \to \infty$?

Szorgalmi feladatok

SZ1.) A 32 lapos kártyacsomagból kihúzunk 7 lapot. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a lapok között mind a négy szín előfordul? (1 pont)

SZ2.) Egy urnában K fehér és M fekete golyó van. Visszatevés nélkül kihúztunk n golyót, s ebből k lett fehér és $n - k$ fekete. Mi a valószínűsége, hogy az első húzás eredménye fehér golyó volt, ha a golyók számozottak? (2 pont)

SZ3.) Aladár és Béla pingpongoznak. Minden labdamenetet, egymástól függetlenül, $\frac{1}{3}$ valószínűséggel Aladár, $\frac{2}{3}$ valószínűséggel Béla nyer meg. A jelenlegi állás 20:19 Béla javára. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a meccset mégis Aladár nyeri meg? (Az nyer, akinek sikerül legalább két pontos előny mellett legalább 21 pontot szerezni.) (3 pont)

SZ4.) $2N$ darab molekula mindegyike egymástól függetlenül, véletlenszerűen kerül N darab térrész valamelyikébe. Mennyi a valószínűsége, hogy mindegyik térrészben lesz legalább egy molekula?