

Analízis II. Gy, röpZH kérdések

2. gyakorlat

- Mi a belső pont definíciója?
- Mikor mondja azt, hogy egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény differenciálható valamely $a \in \text{int}\mathcal{D}_f$ pontban?
- Mi a kapcsolat a pontbeli differenciálhatóság és a folytonosság között?
- Adjon példát olyan függvényre, ami az $a \in \mathbb{R}$ pontban folytonos, de nem differenciálható!
- Milyen tételt ismer két függvény szorzatának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
- Milyen tételt ismer két függvény hányadosának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
- Milyen tételt ismer két függvény kompozíciójának valamely pontbeli differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?
- Mi az \exp, \sin, \cos függvények deriváltfüggvénye?
- Milyen tételt hatványsor összegfüggvényének differenciálhatóságáról és a deriváltjáról?

3. gyakorlat

- Írja fel az $\exp, \ln, \sin, \cos, \text{tg}, a^x$ ($a > 0, x \in \mathbb{R}$) függvények deriváltfüggvényét.
- Milyen ekvivalens átfogalmazást ismer a pontbeli deriválhatóságra lineáris közelítéssel?
- Mi az érintő definíciója?
- Írja le az inverz függvény differenciálhatóságáról szóló tételt!
- Definiálja a *jobb oldali derivált* fogalmát!
- Definiálja a *bal oldali derivált* fogalmát!
- Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény *kétszer differenciálható* egy pontban?
- Mondja ki a *Rolle-tételt*!
- Mondja ki a *Lagrange-féle középértéktételt*!
- Mondja ki a *Cauchy-féle középértéktételt*!

4. gyakorlat

- Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen *lokális minimuma* van?
- Mit ért azon, hogy az $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvénynek valamely helyen *lokális maximuma* van?
- Hogyan szól a lokális szélsőértékre vonatkozó *elsőrendű szükséges* feltétel?
- Adjon példát olyan $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amelyre valamely $a \in \mathbb{R}$ esetén $f \in D\{a\}$, $f'(a) = 0$ teljesül, de az f függvénynek az a pontban nincs lokális szélsőértéke!
- Milyen *szükséges és elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *monoton növekedésével* kapcsolatban?
- Milyen *elégséges* feltételt ismer differenciálható függvény *szigorú monoton növekedésével* kapcsolatban?
- Milyen *szükséges és elégséges feltételt* ismer differenciálható függvény *szigorú monoton* növekedésével kapcsolatban?
- Mit ért azon, hogy egy függvény valamely helyen jelet vált?
- Hogyan szól a *lokális minimumra* vonatkozó *elsőrendű elégséges* feltétel?
- Hogyan szól a *lokális maximumra* vonatkozó *elsőrendű elégséges* feltétel?
- Írja le a *lokális minimumra* vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt!
- Írja le a *lokális maximumra* vonatkozó *másodrendű elégséges* feltételt!
- Fogalmazza meg a *Weierstrass-tételt*!

5. gyakorlat

- Mi a *konvex* függvény definíciója?
- Mi a *konkáv* függvény definíciója?
- Jellemezze egy függvény *konvexitását* az *első deriváltfüggvény* segítségével!
- Jellemezze egy függvény *konkávitását* az *első deriváltfüggvény* segítségével!
- Jellemezze egy függvény *konvexitását* a *második deriváltfüggvény* segítségével!
- Jellemezze egy függvény *konkávitását* a *második deriváltfüggvény* segítségével!
- Mi az inflexiós pont definíciója?
- Mondja ki a *konvexitás* és az *érintő* kapcsolatára vonatkozó tételt!

- Mondja ki a *konkávitás* és az *érintő* kapcsolatára vonatkozó tételt!
- Mikor mondjuk, hogy egy függvénynek *aszimptotája* van a $+\infty$ -ben?
- Hogyan szól a $+\infty$ -beli *aszimptota* létezésére vonatkozó feltétel?

6. gyakorlat

- Mikor mondjuk azt, hogy egy függvény n -szer ($2 \leq n \in \mathbb{N}$) *differentiálható* egy pontban?
- Írja le a $\frac{0}{0}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt*!
- Írja le a $\frac{+\infty}{+\infty}$ esetre vonatkozó *L'Hospital-szabályt*!
- Mi a kapcsolat a hatványsor *összegfüggvénye* és a hatványsor *együtthatói* között?
- Hogyan definiálja egy függvény *Taylor-sorát*?
- Fogalmazza meg a *Taylor-formula Lagrange maradéktaggal* néven tanult tételt!
- Milyen *elégéses* feltételt ismer a Taylor-sornak a generáló függvényhez való *konvergenciájával* kapcsolatosan?
- Írja fel az $f(x) = \frac{1}{1+x}$ ($x \in \mathbb{R}, |x| < 1$) függvény Taylor-sorát!
- Írja fel az $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ($x \in \mathbb{R}, |x| < 1$) függvény Taylor-sorát!

7. gyakorlat

- Definiálja a primitív függvényt!
- Adjon meg olyan függvényt, amelyiknek *nincs* primitív függvénye!
- Mit jelent egy függvény *határozatlan integrálja*?
- Mit ért a határozatlan integrál *linearitásán*?
- Mit mond ki a primitív függvényekkel kapcsolatos *parciális integrálás tétele*?
- Hogyan szól a primitív függvényekkel kapcsolatos *első helyettesítési szabály*?
- Adja meg a következő függvények egy primitív függvényét:
 - \exp
 - x^a ($x > 0, a \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$)
 - $\frac{1}{x}$ ($x > 0$)

- \sin
- \cos
- $\frac{1}{1+x^2} \quad (x \in \mathbb{R})$

8. gyakorlat

- Fogalmazza meg a primitív függvényekkel kapcsolatos *második helyettesítési szabály*!
- Fogalmazza meg a primitív függvény létezésére vonatkozó *szükséges* feltételt!
- Fogalmazza meg a primitív függvény létezésére vonatkozó *elégleges* feltételt!
- Definiálja intervallum egy *felosztását*!
- Mit jelent egy *felosztás finomítása*?
- Mi az *alsó közelítő összeg* definíciója?
- Mi a *felső közelítő összeg* definíciója?
- Mi történik egy *alsó* közelítő összeggel, ha a neki megfelelő felosztást *finomítjuk*?
- Mi történik egy *felső* közelítő összeggel, ha a neki megfelelő felosztást *finomítjuk*?

9. gyakorlat

- Milyen viszony van az alsó és a felső közelítő összegek között?
- Mi a *Darboux-féle alsó integrál* definíciója?
- Mi a *Darboux-féle felső integrál* definíciója?
- Mikor nevez egy függvényt (*Riemann*)-*integrálhatónak*?
- Hogyan értelmezi egy függvény *határozott (vagy Riemann-) integrálját*?
- Adjon meg egy példát *nem integrálható* függvényre!
- Mi az *oszcillációs összeg* definíciója?
- Hogyan szól a Riemann-integrálhatósággal kapcsolatban tanult kritérium az *oszcillációs összegekkel* megfogalmazva?

10. gyakorlat

- Felosztássorozatok segítségével adja meg a Riemann-integrálhatóság egy ekvivalens átfogalmazását!

- Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények *összegével* kapcsolatban tanult tétel?
- Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények *szorzatával* kapcsolatban tanult tétel?
- Hogyan szól a Riemann-integrálható függvények *hányadosával* kapcsolatban tanult tétel?
- Milyen tételt tanult Riemann-integrálható függvény értékeinek megváltoztatását illetően?
- Mit ért a Riemann-integrál *intervallum szerinti additivitásán*?
- Hogyan szól az integrálszámítás *első középértéktétele*?
- Fogalmazza meg a Cauchy–Bunyakovszkij–Schwarz-féle egyenlőtlenséget!

11. gyakorlat

- Mi a kapcsolat a *monotonitás* és a *Riemann-integrálhatóság* között?
- Definiálja a *szakaszonként monoton függvény* fogalmát!
- Definiálja az *egyenletes folytonosság* fogalmát!
- Mondja ki az egyenletes folytonosságra igazolt *Heine-tételt*!
- Mi a kapcsolat a *folytonosság* és a *Riemann-integrálhatóság* között?
- Definiálja a *szakaszonként folytonos függvény* fogalmát!
- Hogyan szól a *Newton–Leibniz-tétel*?
- Definiálja az *integrálfüggvény* fogalmát!

12. gyakorlat

- Hogyan szól a *Newton–Leibniz-tétel*?
- Definiálja az *integrálfüggvény* fogalmát!
- Fogalmazza meg az *integrálfüggvény folytonosságára* vonatkozó állítást!
- Mondja ki *integrálfüggvény deriválhatóságára* vonatkozó tételt!
- Hogyan szól a *parciális integrálásra* vonatkozó tétel *határozott integrálra*?
- Mi a *helyettesítéses integrálás* szabálya *határozott integrálra*?
- Milyen tételt ismer *függvénygrafikon ívhosszának* kiszámítására *határozott integrál* segítségével?
- Hogyan értelmezi *forgástest térfogatát* *határozott integrál* segítségével?