

Analízis I
Programtervező informatikus szak BSc

Elméleti kérdések a röpdolgozatokhoz

1. röpdolgozat (2. gyakorlaton)

1. Mit mond ki a Dedekind-axióma vagy szétválasztási axióma?
2. Írja le pozitív formában azt, hogy egy $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$ halmaz felülről nem korlátos?
3. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy egy $\emptyset \neq A \subset \mathbb{R}$ halmaz korlátos!
4. Fogalmazza meg a szuprémum elvet!
5. Mi a szuprémum definíciója?
6. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy $\xi = \sup H \in \mathbb{R}$!
7. Mi az infimum definíciója?
8. Fogalmazza meg egyenlőtlenségekkel azt a tényt, hogy $\xi = \inf H \in \mathbb{R}$!
9. Mi a kapcsolat egy halmaz maximuma és a szuprémuma között?
10. Mi a kapcsolat egy halmaz minimuma és az infimuma között?

2. röpdolgozat (3. gyakorlaton)

1. Hogyan értelmezi a függvényt?
2. Mit jelent az $f \in A \rightarrow B$ szimbólum?
3. Mit jelent az $f : A \rightarrow B$ szimbólum?
4. Definiálja a halmaznak függvény által létesített képét!
5. Definiálja a halmaznak függvény által létesített ősképet!
6. Mikor nevez egy függvényt invertálhatónak (vagy injektívnek)?
7. Definiálja az inverz függvényt!
8. Mi a definíciója az összetett függvénynek?

3. röpdolgozat (4. gyakorlaton)

1. Mit ért azon, hogy egy számsorozat konvergens?
2. Mit ért azon, hogy egy számsorozat divergens?
3. Pozitív állítás formájában fogalmazza meg azt, hogy egy számsorozat divergens!
4. Milyen állítást ismer sorozatok esetén a konvergencia és a korlátosság kapcsolatáról?
5. Mit jelent az, hogy egy valós számsorozatnak $+\infty$ a határértéke?
6. Mit jelent az, hogy egy valós számsorozatnak $-\infty$ a határértéke?
7. Környezetekkel fogalmazza meg azt, hogy az (a_n) valós számsorozatnak (tágabb értelemben) van határértéke.
8. Hogyan definiálja egy sorozat részsorozatát?

4. röpdolgozat (5. gyakorlaton)

1. Mit tud mondani nullsorozatok összegéről?
2. Mit tud mondani korlátos sorozat és nullsorozat szorzatáról?
3. Mondjon példát olyan $(a_n), (b_n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ sorozatokra, amelyekre $\lim(a_n) = 0$, $\lim(b_n) = 0$ és a $\lim(a_n/b_n)$ határérték nem létezik.
4. Milyen állítást ismer konvergens sorozatok összegéről?
5. Milyen állítást ismer konvergens sorozatok szorzatáról?
6. Milyen állítást ismer konvergens sorozatok hányadosáról?
7. Milyen állítást tud mondani (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok összegéről?
8. Milyen állítást tud mondani (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok szorzatáról?
9. Milyen állítást tud mondani (tágabb értelemben) határértékkel bíró sorozatok hányadosáról?
10. Legyen $q \in \mathbb{R}$. Mit tud mondani a (q^n) sorozatról határérték szempontjából?

5. röpdolgozat (6. gyakorlaton)

1. Adja meg az e számot definiáló sorozatot!
2. Fogalmazza meg a sorozatokra vonatkozó közrefogási elvet!
3. Milyen tételt ismer monoton sorozatok határértékével kapcsolatban?
4. Igaz-e az, hogy ha az (a_n) és a (b_n) sorozatoknak van határértéke és $a_n > b_n$ minden n -re, akkor $\lim(a_n) > \lim(b_n)$?
5. Fogalmazza meg egy valós szám m -edik gyökének a létezésére vonatkozó tételt, és adjon olyan eljárást, amivel ezek a számok nagy pontossággal előállíthatók.
6. Hogyan szól a Bolzano–Weierstrass-féle kiválasztási tétel?
7. Mikor nevez egy sorozatot Cauchy-sorozatnak?
8. Mi a kapcsolat a konvergens sorozatok és a Cauchy-sorozatok között?

6. röpdolgozat (7. gyakorlaton)

1. Mi a végtelen sor definíciója?
2. Mit jelent az, hogy a $\sum a_n$ végtelen sor *konvergens*, és hogyan értelmezzük az *összegét*?
3. Milyen tételt ismer $q \in \mathbb{R}$ esetén a $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ geometriai sor konvergenciájáról?
4. Mi a *teleszkopikus sor*, és milyen állítást ismer a konvergenciájával kapcsolatban?
5. Mi a *harmonikus sor*, és milyen állítást ismer a konvergenciájával kapcsolatban?
6. Igaz-e az, hogy ha $\lim(a_n) = 0$, akkor a $\sum a_n$ sor konvergens? (A válaszát indokolja meg!)

7. röpdolgozat (8. gyakorlaton)

1. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *összehasonlító kritériumokat*!
2. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *Cauchy-féle gyökkritériumot*!
3. Mit jelent az, hogy a Cauchy-féle gyökkritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
4. Fogalmazza meg a végtelen sorokra vonatkozó *d'Alembert-féle hányadoskritériumot*!
5. Mit jelent az, hogy a d'Alembert-féle hányadoskritérium bizonyos esetekben nem alkalmazható? Illusztrálja példákkal mindezt!
6. Mik a *Leibniz-típusú sorok* és milyen konvergenciatételt ismer ezekkel kapcsolatban?
7. Mit értünk egy $[0, 1]$ -beli szám diadikus tört alakján?

8. röpdolgozat (9. gyakorlaton)

1. Írja le a *hatványsor* definícióját!
2. Hogyan szól a hatványsor konvergenciahalmazára vonatkozó, a konvergenciasugarát meghatározó tétel?
3. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $(-1, 1)$ intervallum!
4. Adjon meg egy olyan hatványsort, amelyiknek a konvergenciahalmaza a $[-1, 1)$ intervallum!
5. Definiálja az \exp függvényt!
6. Definiálja a \sin függvényt!
7. Definiálja a \cos függvényt!

9. röpdolgozat (10. gyakorlaton)

1. Mit jelent az, hogy $a \in \overline{\mathbb{R}}$ torlódási pontja a $H \subset \mathbb{R}$ halmaznak?
2. Környezetek segítségével adja meg a függvényhatárérték egységes definícióját!
3. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a végesben vett véges határérték definícióját!
4. Adja meg egyenlőtlenségek segítségével a plusz végtelenben vett véges határérték definícióját!
5. Írja le a határértékre vonatkozó átviteli elvet!
6. Hogyan szól a függvények hányadosának a határértékére vonatkozó tétel?
7. Definiálja függvény jobb oldali határértékét!

10. röpdolgozat (11. gyakorlaton)

1. Mit tud mondani a hatványsor összegfüggvényének a határértékéről?
2. Mit tud mondani monoton függvények határértékéről?

3. Definiálja egy $f \in \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény pontbeli folytonosságát!
4. Mi a kapcsolat a pontbeli folytonosság és a határérték között?
5. Írja le a folytonosságra vonatkozó átviteli elvet!
6. Milyen tételt ismer hatványsor összegfüggvényének a folytonosságáról?
7. Milyen tételt ismer a folytonos függvények előjeltartásáról?
8. Mondja ki az összetett függvény folytonosságára vonatkozó tételt!

Röpdolgozat pótlása igazoltan hiányzóknak (12. gyakorlaton)

1. Definiálja a megszüntethető szakadási hely fogalmát!
2. Definiálja az elsőfajú szakadási hely fogalmát!
3. Mit tud mondani korlátos és zárt intervallumon értelmezett folytonos függvény érték-készletéről?
4. Hogyan szól a Weierstrass-tétel?
5. Mit mond ki a Bolzano-tétel?
6. Mit jelent az, hogy egy függvény Darboux-tulajdonságú?
7. Hogy szól az inverz függvény folytonosságára vonatkozó tétel?