1 Mennyi annak a valószínűsége, hogy a kenóhúzás során (80-ból 20 kihúzása) legalább kétszer több a páros, mint a páratlan? A megoldást mind pontos alakban (nem feltétlenül zárt alak), mind számszerű alakban add meg 4 tizedesjegyre kerekítve

Legyen a kihúzott páros számok száma k. Ebből a páratlan számok száma $20 - k$.

$$k \geq 2(20 - k)$$
$$k \geq 40 - 2k$$
$$k \geq \frac{40}{3} = 13.33...$$

Tehát a húzott páros számok száma 14 és 20 közé kell essen. ($14 \leq k \leq 20$).

$$P = \sum_{k=14}^{20} \frac{\binom{40}{4}\binom{40}{20-k}}{\binom{80}{20}} \approx 0.0346$$

2 Mutassuk meg, hogy amennyiben $A_1, \ldots, A_n$ tetszőleges események, akkor $P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - n + 1$

A De Morgan azonosságok szerint

$$\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^{\complement} = \bigcup_{i=1}^{n} A_i^{\complement}$$

Tudjuk, hogy tetszőleges események uniójának valószínűsége sosem nagyobb a valószínűségeik összegénél.

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i^{\complement}\right) \leq \sum_{i=1}^{n} P\left(A_i^{\complement}\right)$$

Mivel bármely E esemény komplementerének valószínűsége $P\left(E^{\complement}\right) = 1 - P(E)$, ezért

- bal oldalon

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i^{\complement}\right) = P\left(\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)^{\complement}\right) = 1 - P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right)$$

- jobb oldalon

$$\sum_{i=1}^{n} P\left(A_i^{\complement}\right) = \sum_{i=1}^{n} (1 - P(A_i)) = n - \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Behelyettesítve

$$1 - P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \leq n - \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Átrendezve

$$1 - n + \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \leq P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \Longleftrightarrow P\left(\bigcap_{i=1}^{n} A_i\right) \geq \sum_{i=1}^{n} P(A_i) - n + 1$$

■