Beadható házi feladatok

II. éves prog. inf. Bsc A szakirányos hallgatóknak
Az IP-18aNMG2 és IP-08aNMG2 tárgyhoz

(A feladatok beadási határideje az 1. zh.)

HF1. Igazoljuk, hogy ha a A és B hasonló mátrixok, akkor $tr(A) = tr(B)$.

HF2. Igazoljuk, hogy

$$\left\| a \cdot b^T \right\|_2 = \| a \|_2 \cdot \| b \|_2 \text{ illetve}$$

$$\left\| a \cdot b^T \right\|_F = \| a \|_2 \cdot \| b \|_2 \quad \forall\, a, b \in \mathbb{K}^n \text{-re.}$$

(Mindkét esetben a baloldalon mátrix norma, míg a jobboldalon vektornorma áll.)

HF3. Az $A = \text{tridiag}(\gamma_i, \alpha_i, \beta_i)$ tridiagonális mátrixot diagonális hasonlósági transzformációval hozzuk $\widetilde{A} = \text{tridiag}(b_i, a_i, 1)$ alakra!

HF4. Az előző feladatban kapott speciális tridiagonális alakra alkalmazzuk az LU algoritmus egy lépését! $A := \text{tridiag}(b_i, a_i, 1)$, $L := \text{tridiag}(l_i, 1, 0)$, $U := \text{tridiag}(0, u_i, 1)$ és $A = L \cdot U$. Határozzuk meg l_i, u_i értékét.

HF5. Legyen $L := \text{tridiag}(l_i, 1, 0)$, $U := \text{tridiag}(0, u_i, 1)$ és $\widetilde{A} := U \cdot L = \text{tridiag}(\widetilde{b}_i, \widetilde{a}_i, 1)$, Készítse el az $\widetilde{A} = \widetilde{L} \cdot \widetilde{U}$ felbontást, $\widetilde{L} := \text{tridiag}(\widetilde{l}_i, 1, 0)$, $\widetilde{U} := \text{tridiag}(0, \widetilde{u}_i, 1)$.
Fejezzük ki $\widetilde{L}$ és $\widetilde{U}$ elemeit L és U elemeivel.

HF6. Nézzen utána a „trace-módszer”-ben használt Newton-Waring (Girard) formuláknak és írja le a bizonyítását!

HF7. Bizonyítsuk, hogy szimmetrikus és tridiagonális mátrixok esetén a QR-algoritmus megtartja a mátrix szimmetriáját és tridiagonális alakját.

HF8. Bizonyítsuk, hogy a QR-algoritmus a mátrix felső Hessenberg tulajdonságát megtartja.