Műveletigény-számítás (szekv. modell)

Program: hurkok → rekurzió
→ ciklus

∀ hurkot elvágunk ⇒ véges hosszú szakaszok

jól def. MT(n)

(minimumok minimuma)

$m :=$ min futási idő ∀ szakaszra

$M :=$ max — " — " —

(maximumok maximuma)

$MT(n) :=$ max. hányszor megy át vágási ponton a pr. n méretű inputra

$MT_R(n) :=$ tényleges max. futási idő.

Áll. $MT_R \in \Theta(MT)$

Biz. $$m*(MT(n)+1) \leq MT_R(n) \leq M*(MT(n)+1)$$

$$\Omega(MT(n)) \ni m * MT(n) + m \leq MT_R(n) \leq M * MT(n) + M \in O(MT(n))$$

$$MT_R \in \Omega(MT) \qquad MT_R \in O(MT)$$

$$MT_R \in \Theta(MT)$$

Köv.

$$MT_1, MT_2 \in \Theta(MT_R) \Rightarrow MT_1 \in \Theta(MT_2)$$

ugyan mT_1, mT_R-re

comparison

Köv. $MC \Rightarrow \exists$ jól def. MT: $MT(n) \geq MC(n)$

ugyan: $mT(n) \geq mC(n)$

($\exists$ jól def. $mT(n)$)

Műv. igények alsó korlátai

T. Tetsz. $\overset{R}{\text{rendezésre}}$: $mT(n) \in \Omega(n)$

B. R-nek az input minden n elemét ellenőriznie kell. $\left.\begin{array}{l} me(n) \le mT(n) \\ \Omega(n) \ni n \le \end{array}\right\} \Rightarrow mT(n) \in \Omega(n)$

Def. ÖH. rend.: $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ r.-endő

a rend.-hez csak $a_i \le a_j$, $a_i < a_j$, $a_i > a_j$, $a_i \ge a_j$, $a_i = a_j$, $a_i \ne a_j$

ÖH. alapján rendezünk.

T. Tetsz. ÖH. rend.-re $MT(n) \in \Omega(n \cdot \log n)$

1. $MT(n) \ge MC(n)$: ✓

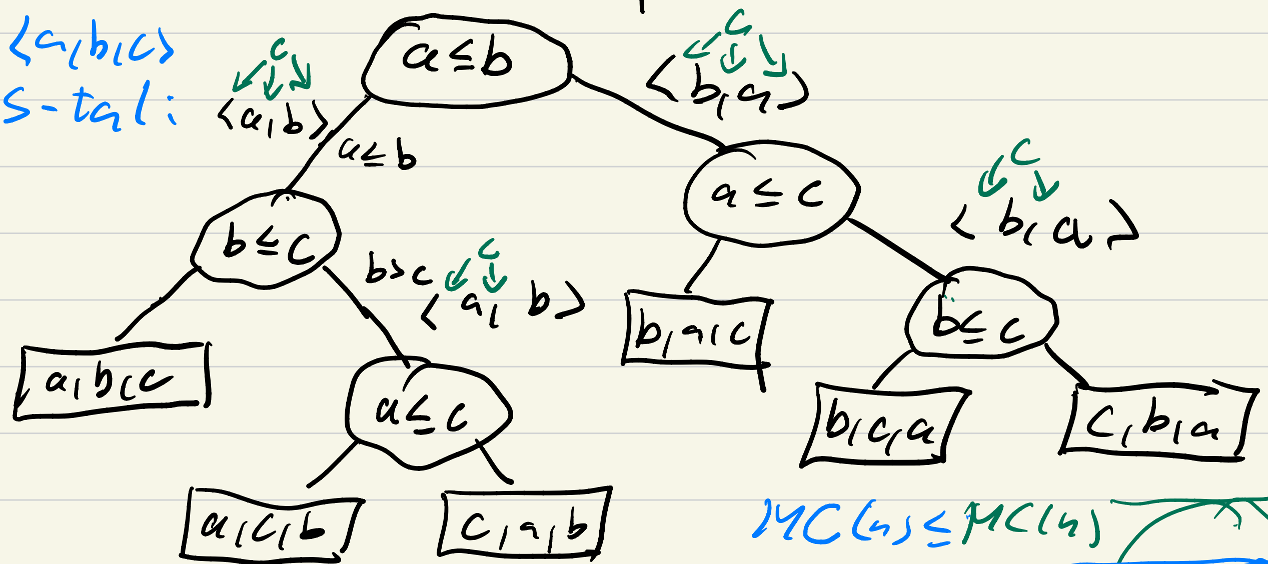
2. $MC(n) \in \Omega(n \cdot \log n)$

$\left.\right\} \Rightarrow MT(n) \in \Omega(n \cdot \log n)$

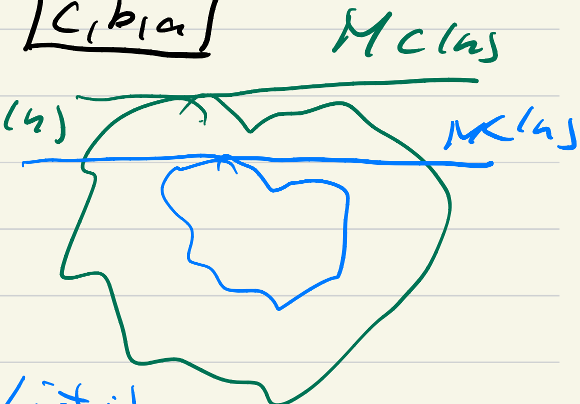
MC: a kulcs-öh. max. száma

2.d. Biz. bev.: Döntési fa

Pl. $\langle a, b, c \rangle$ Is-tal:



$MC(n) \le M_C(n)$



Feltehető, hogy: $i \ne j \Rightarrow a_i \ne a_j$

[$\langle a_1, \ldots, a_n \rangle$ rend.]

$a_i = a_j$, $a_i \ne a_j$: nem adnak inf. $(i \ne j)$

$\Downarrow$

az input az output tetsz. perm. lehet.

$\Rightarrow$ a rend. az input tetsz. perm.-ját elő kell tudja állítani. (n! permutáció)

levelek száma

A döntési fában: $\ell \geq n!$

h a magasság $\Rightarrow$ $2^h \underset{\text{bin. fa}}{\geq} \ell$

$\Rightarrow 2^h \geq n! \quad (n>0)$

$\Downarrow$

$h \geq \log n!$

$h \leq MC(n)$

(unáris csúcsok törölhetők a fából)

$$MC(n) \geq h \geq \log n! = \sum_{i=1}^{n} \log i \geq \sum_{i=\lceil \frac{n}{2} \rceil}^{n} \log i \geq$$

$$\geq \sum_{i=\lceil \frac{n}{2} \rceil}^{n} \log \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil = \underbrace{\left(n - \left(\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil - 1\right)\right)}_{n - \lceil \frac{n}{2} \rceil + 1 = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1 \geq \lceil \frac{n}{2} \rceil} \log \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \geq \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \cdot \log \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil \geq$$

$$\geq \frac{n}{2}\log\frac{n}{2} = \frac{n}{2}(\log n - \underbrace{\log 2}_{1}) =$$

$$= \frac{n}{2}\log n - \frac{n}{2} \in \Omega(n \cdot \log n)$$

$$MC(n) \geq \frac{n}{2}\log n - \frac{n}{2} \in \Omega(n \cdot \log n)$$

O, Ω

$$\left.\begin{array}{l} f \in \Theta(g) \\ \varphi < f \end{array}\right\} \Rightarrow f + \varphi \in \Theta(g)$$

$\frac{n}{2} < \frac{n}{2}\log n$ ui. $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{n}{2}}{\frac{n}{2}\cdot\log n} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\log n} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{MC(n) \in \Omega(n \cdot \log n)}$$

Mj: Tetsz. ÖH rend. egyedi kulcsok $\Big\} \Rightarrow AC(n) \in \Omega(n \cdot \log n)$

ált. def. $AT(n) \hookrightarrow AT(n) \in \Omega(n \cdot \log n)$

MS
HS
mixQS

$\left.\begin{matrix}\text{MS}\\ \text{HS}\\ \text{mixQS}\end{matrix}\right\}$ $MT(n) \in O(n \cdot \log n)$

Öh. rend-ek $\Rightarrow MT(n) \in \Omega(n \cdot \log n)$

$MT(n) \in \Theta(n \cdot \log n)$

Aszimptotikusan optimálisak az ÖH. rend.-ek között.