Programtervező informatikus BSC

Analízis 3A

vizsgatematika

1. Metrikus-, normált-, euklideszi-terek. Környezet, belső pont, nyílt halmaz. Torlódási pont, zárt halmaz. Nyílt (zárt) halmazok uniója, metszete. A $(\mathbf{K}^n, \rho_p)$, $(\mathbf{K}^n, \|.\|_p)$, $(\mathbf{K}^n, \langle . \rangle)$, $(C[a,b], \rho_p)$, $(C[a,b], \|.\|_p)$ $(0 < n \in \mathbf{N}$, $1 \le p \le +\infty)$ terek.
2. Konvergens sorozatok metrikus terekben. Konvergencia $\mathbf{K}^n$-ben, a koordináta-sorozatok szerepe. *Bolzano–Weierstrass*-kiválasztási tétel. Konvergencia a $(C[a,b], \|.\|_\infty)$ térben (függvénysorozatok, az egyenletes, ill. a pontonkénti konvergencia fogalma). Halmazok zártságának a jellemzése konvergens sorozatokkal. A teljesség fogalma, *Banach*-tér, *Hilbert*-tér. A $(C[a,b], \|\cdot\|_\infty)$ tér teljessége.
3. A (sorozat-) kompakt halmaz fogalma. Kompaktság $\mathbf{K}^n$-ben: korlátosság és zártság. Metrikus terek közötti leképezések folytonossága, határértéke. Az átviteli elv. A többváltozós vektorfüggvények folytonossága, a koordináta-függvények szerepe. Kompakt halmazon folytonos függvények tulajdonságai: *Weierstrass-, Heine*-tétel, az inverz függvény folytonossága.
4. Fixpont-tétel.
5. Korlátos lineáris leképezések. A véges dimenziós eset, mátrixok, mátrixnormák. A (*Frechet*-)deriválhatóság fogalma, a többváltozós vektorfüggvények esete, *Jacobi*-mátrix.
7. Iránymenti derivált. Gradiens, parciális derivált. A differenciálhatóság és a parciális differenciálhatóság kapcsolata.
8. A koordináta-függvények szerepe a differenciálhatóságban. A *Jacobi*-mátrix kiszámítása.
9. Az összetett függvény differenciálhatósága.
10. Többször differenciálható függvények. *Young*-tétel.
11. A paraméteres integrál fogalma, folytonossága, differenciálhatósága.
12. *Taylor*-formula *Lagrange (Peano)*-maradékkal, *Lagrange*-középérték-tétel. A kétszer differenciálható függvények vizsgálata.
13. A kvadratikus alak fogalma és tulajdonságai (folytonosság, alsó-felső becslések, definit, szemidefinit, indefinit). *Sylvester*-kritérium.
14. Többváltozós függvények lokális szélsőértéke. Szükséges, elégséges feltétel differenciálható, ill. kétszer differenciálható függvények esetén.
15. A többszörös integrál fogalma. Az oszcillációs összegek szerepe. A folytonosság és az integrálhatóság kapcsolata. Az integrálhatóság kiterjesztése nem intervallumon értelmezett függvényekre. Térfogat, tömeg, súlypont, nyomaték.
16. Az integrál kiszámítása *Darboux*-integrálok integráljaként. Szukcesszív integrálás. *Lebesgue*-kritérium. Normál tartományon értelmezett folytonos függvények integrálja.
17. Integráltranszformáció, a tétel gyakorlati alkalmazása: polár-és hengerkoordináták.
18. Felület, felszín. Felületi integrál, fluxus.

****

Ajánlott irodalom.

Simon Péter: *Bevezetés az analízisbe II.* Egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2016.