Mi a konvex függvény definíciója?

AMH $f : I \to \mathbb{R}$ konvex az I intervallumon, ha

$$\forall a, b \in I, a < b \quad \text{esetén}$$
$$f(x) \leq \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a) \qquad (\forall x \in (a, b))$$

Mi a konkáv függvény definíciója?

AMH $f : I \to \mathbb{R}$ konkáv az I intervallumon, ha

$$\forall a, b \in I, a < b \quad \text{esetén}$$
$$f(x) \geq \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) + f(a) \qquad (\forall x \in (a, b))$$

Jellemezze egy függvény konvexitását az első deriváltfüggvény segítségével!

TFH $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in D(I)$. Ekkor

$$f \quad \text{konvex} \quad I\text{-n} \iff f' \nearrow I\text{-n}$$

Jellemezze egy függvény konkávitását az első deriváltfüggvény segítségével!

TFH $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in D(I)$. Ekkor

$$f \quad \text{konkáv} \quad I\text{-n} \iff f' \searrow I\text{-n}$$

Jellemezze egy függvény konvexitását a második deriváltfüggvény segítségével!

TFH $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in D^2(I)$. Ekkor

$$f \quad \text{konvex} \quad I\text{-n} \iff f'' \geq 0 \; I\text{-n}$$

Jellemezze egy függvény konkávitását a második deriváltfüggvény segítségével!

TFH $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in D^2(I)$. Ekkor

$$f \quad \text{konkáv} \quad I\text{-n} \iff f'' \leq 0 \; I\text{-n}$$

Mi az inflexiós pont definíciója?

Legyen I nyílt intervallum és TFH $f \in D(I)$

AMH a $c \in I$ pont az f függvénynek inflexiós pontja, ha

$$\exists\delta > 0 : f \text{ konvex } \ (c - \delta, c]\text{-n és konkáv } \ [c, c + \delta)\text{-n, vagy fordítva}$$

Mondja ki a konvexitás és az érintő kapcsolatára vonatkozó tételt!

TFH $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in D(I)$. Ekkor

$$f \text{ konvex } \ I\text{-n} \Longleftrightarrow \forall a \in I : f(x) \geq e_{f,a}(x), \quad (x \in I),$$

Mondja ki a konkávitás és az érintő kapcsolatára vonatkozó tételt!

TFH $I \subset \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in D(I)$. Ekkor

$$f \text{ konkáv } \ I\text{-n} \Longleftrightarrow \forall a \in I : f(x) \leq e_{f,a}(x) \quad (x \in I),$$

Mikor mondjuk, hogy egy függvénynek aszimptotája van a $+\infty$-ben?

Legyen $a \in \mathbb{R}$ és $f : (a, +\infty) \to \mathbb{R}$.

AMH f-nek van aszimptotája $(+\infty)$-ben, ha

$$\exists l(x) = Ax + B \quad (x \in \mathbb{R})$$

elsőfokú függvény, amelyre

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - l(x)) = 0$$

Ekkor az $l(x)$ $(x \in \mathbb{R})$ egyenes f aszimptotája $(+\infty)$-ben

Hogyan szól a +∞-beli aszimptota létezésére vonatkozó feltétel?

Az $f : (a, +\infty) \to \mathbb{R}$ függvénynek akkor és csak akkor van aszimptotája $(+\infty)$-ben, ha léteznek és végesek az alábbi határértékek:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} =: A \in \mathbb{R}, \qquad \lim_{x \to +\infty} (f(x) - Ax) =: B \in \mathbb{R}$$

Ekkor az

$$l(x) = Ax + B \quad (x \in \mathbb{R})$$

egyenes az f függvény aszimptotája $(+\infty)$-ben