

Milyen viszony van az alsó és a felső közelítő összegek között?
egy felosztás finomításakor az alsó közelítő összeg nem csökkenhet, a felső közelítő összeg pedig nem nőhet.

Mi a Darboux-féle alsó integrál definíciója?

Legyen $f \in K[a, b]$.

Az $\{s(f, \tau) \mid \tau \in \mathcal{F}[a, b]\} = \emptyset$ halmaz felülről korlátos, ezért

$$\exists \sup\{s(f, \tau) \mid \tau \in \mathcal{F}[a, b]\} =: I_*(f) \in \mathbb{R}$$

Mi a Darboux-féle felső integrál definíciója?

Legyen $f \in K[a, b]$.

Az $\{S(f, \tau) \mid \tau \in \mathcal{F}[a, b]\} = \emptyset$ halmaz alulról korlátos, ezért

$$\exists \inf\{S(f, \tau) \mid \tau \in \mathcal{F}[a, b]\} =: I^*(f) \in \mathbb{R}$$

Mikor nevez egy függvényt (Riemann)-integrálhatónak?

AMH az $f \in K[a, b]$ függvény Riemann-integrálható az $[a, b]$ intervallumon (röviden integrálható $[a, b]$ -n), ha $I_*(f) = I^*(f)$.

Hogyan értelmezi egy függvény határozott (vagy Riemann-) integrálját?

Ha $I_*(f) = I^*(f)$ akkor ezt a számot az f függvény $[a, b]$ intervallumon vett Riemann-integráljának (vagy más szóval határozott integráljának) nevezük, és így jelöljük:

$$\int_a^b f \quad \text{vagy} \quad \int_a^b f(x) dx$$

Adjon meg egy példát nem integrálható függvényre!

$$f(x) := \begin{cases} 0, & \text{ha } x \text{ in } [0, 1] \cap \mathbb{Q} \\ 1, & \text{ha } x \text{ in } [0, 1] \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \end{cases}$$

Mi az oszcillációs összeg definíciója?

Ha $f \in K[a, b]$ és $\tau \in \mathcal{F}[a, b]$, akkor

$$\Omega(f, \tau) := S(f, \tau) - s(f, \tau)$$

Hogyan szól a Riemann-integrálhatósággal kapcsolatban tanult kritérium az oszcillációs összegekkel megfogalmazva?

$$f \in R[a, b] \iff \forall \varepsilon > 0, \exists \tau \in \mathcal{F}[a, b] : \Omega(f, \tau) < \varepsilon.$$