Beadható házi feladatok

II. éves prog. info. Bsc A szakirányos hallgatóknak
Az IP-18aNMG2 és IP-08aNMG2 tárgyhoz

(A feladatok beadási határideje az 2. zh.)

HF1. A $P(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ polinom a táblázatban megadott értékeket veszi fel.

x	-2	-1	0	1	2	3
P(x)	31	5	1	1	11	61
Q(x)	31	5	1	1	11	30

Keressük azt a Q polinomot (egyszerű ötlettel), mely csak egy pontban tér el P-től.
(Q-t ne a teljes táblázatból, számoljuk.)

HF2. A polinom interpoláció két dimenzióban nem mindig valósítható meg. A következő interpolációs feladathoz keressük az interpolációs polinomot $P(x) = a + bx + cy$ alakban. Mutassuk meg, hogy a keresett polinom nem létezik.

(x,y)	(1,1)	(3,2)	(5,3)
P(x,y)	3	2	6

HF3. Mutassuk meg, hogy rögzített alappontok esetén az osztott differencia lineáris leképezés, azaz bármely valós a, b-re és f, g függvényekre

$$(a \cdot f + b \cdot g)[x_0, \ldots, x_n] = a \cdot f[x_0, \ldots, x_n] + b \cdot g[x_0, \ldots, x_n].$$

HF4. Mutassuk meg, hogy $P_2(x)$ másodfokú polinom és x_0, x_1, x_2 különböző alappontok esetén $P_2''(x) = 2f[x_0, x_1, x_2]$.

HF5. Számítsuk ki, hogy n+1 alappont esetén az osztott differencia táblázat számításához mennyi alapműveletre van szükségünk. A Newton-alak átzárójelezett (optimális) alakjába egy értéket behelyettesítve mennyi a műveletigény?

HF6. Az S harmadfokú spline lineáris az $[x_0, x_1]$ és $[x_2, x_3]$ intervallumon.
Mit mondhatunk róla $[x_1, x_2]$-n? Adjuk meg S paraméteres alakját $[x_0, x_3]$-on.

HF7. Az $f : [-1,1] \to I\!R$ függvényt közelítsük a -1, 1 pontokra felírt Fejér-Hermite interpolációs polinommal, majd ezt integráljuk. Milyen integrál közelítő formulát (kvadratúra formulát) kapunk belőle

$$\int_0^1 f(x)dx \text{ -re?}$$

HF8. Készítsük el az előző integrálközelítés hibabecslését, ha $f \in C^4[-1;1]$.

HF9. Jelöljük T_m -mel a trapéz szabályt és S_m -mel a Simpson szabályt (összetett formulák egyenletes felosztás esetén). Igazoljuk, hogy

$$S_m = \frac{4T_{2m} - T_m}{3} \ .$$

HF10. Jelöljük E_m -mel az érintő szabályt, T_m -mel a trapéz szabályt és S_m -mel a Simpson szabályt (összetett formulák egyenletes felosztás esetén). Igazoljuk, hogy

$$S_m = \frac{2E_m + T_m}{3} .$$