

# Mathématiques du signal

## LSI 1

### Évaluation intermédiaire 2

40 minutes

1. Soit  $f \in L^1(\mathbb{R})$  et  $g \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$  telle que  $g$  et  $g'$  soient bornées. Retrouver la formule donnant la dérivée de  $f * g$  (sans justification dans un premier temps), puis démontrer votre résultat (2,5 pts).
2. Soit  $a > 0$ . On rappelle que la T.F. de  $g_a(t) = \frac{1}{a^2+t^2}$  est

$$\widehat{g}_a(\omega) = \frac{\pi}{a} e^{-a|\omega|}$$

Résoudre dans  $L^1(\mathbb{R})$  l'équation intégrale :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t-x)}{1+x^2} dx = \frac{1}{12+3t^2}$$

(1,5 pt).

3. Soit  $f$  la fonction périodique de période 2 définie par

$$f(x) = x^2 \quad \text{pour } x \in [-1, 1]$$

(a) Calculer son développement en série de Fourier et justifier que  $f(x)$  est en tout  $x$  réel égale à la somme de la série de Fourier (2 pts).

(b) Calculer  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$  (1pt).