

# Vektorit

Juulia Lahdenperä ja Lotta Oinonen

2. lokakuuta 2015



# Sisältö

1	Vektori . . . . .	1
1.1	xy-koordinaatisto . . . . .	1
1.2	Vektorin komponentit . . . . .	1
1.3	Kahden pisteen välinen vektori . . . . .	2

# 1 Vektori

## 1.1 xy-koordinaatisto

JOKIN TERÄVÄ ALOITUS.

KUVA (koordinaatisto ja piste  $P$ )

**Tehtävä 1.1.1.** Tutki yllä olevaa kuvaa ??.

- (a) Nimeä kuvaan  $x$ - ja  $y$ -akselit.
- (b) Kuinka monta askelta siirrytään  $x$ -akselin suuntaan, jotta päästään pisteeseen  $P$ ?
- (c) Kuinka monta askelta siirrytään  $y$ -akselin suuntaan, jotta päästään pisteeseen  $P$ ?

Tason piste ilmoitetaan lukuparina  $(x, y)$ , missä ensimmäinen luku  $x$  ilmoittaa  $x$ -akselin suuntaisten ja toinen luku  $y$   $y$ -akselin suuntaisten askelten lukumäärän. Näitä lukuja kutsutaan **pisteen koordinaateiksi**. Kuvan ?? piste  $P$  sijaitsee siinä tason pisteessä, missä  $x = 3$  ja  $y = 4$ . Näin ollen pistettä  $P$  merkitään  $P = (3, 4)$ . Koordinaattien avulla kaikki tason pisteet voidaan määrittää yksikäsitteisesti.

Koordinaattiakselit jakavat tason neljään osaan. Osat nimetään yleensä järjestysnumeroilla I, II, III ja IV alla olevan kuvan ?? mukaisesti. Koordinaattiakselien leikkauskohdasta kutsutaan **origoksi**. Origoa merkitään yleensä kirjaimella  $O$ , ja sen koordinaatit ovat  $O = (0, 0)$ .

KUVA (koordinaatiston neljä osaa)

**Tehtävä 1.1.2.** Valitse kuvasta ?? jokaiselta koordinaatiston neljänneksellä jokin piste ja ilmoita sen koordinaatit. Miten eri neljännekset vaikuttavat koordinaattien etumerkkeihin?

**Tehtävä 1.1.3.** HALUAISIN, ETTÄ A-KOHTA ALKAA VASTA SEURAAVALTA RIVILTÄ.

- (a) Piirrä koordinaatistoon pisteet  $(0, 2)$ ,  $(0, -4)$  ja  $(0, 3)$ .
- (b) Piirrä koordinaatistoon kolme uutta pistettä, jotka ovat muotoa  $(0, y)$ .
- (c) Piirrä kuva kaikista sellaisista tason pisteistä, jotka ovat muotoa  $(0, y)$ .
- (d) Piirrä kuva kaikista sellaisista tason pisteistä, jotka ovat muotoa  $(x, 0)$ .

## 1.2 Vektorin komponentit

Tarkastellaan seuraavaa kuvaa ??.

Kuvassa on nuoli  $\vec{v}$ , yhden  $x$ -akselin suuntaisen askeleen pituinen nuoli  $\vec{i}$ , sekä yhden  $y$ -akselin suuntaisen askeleen pituinen nuoli  $\vec{j}$ .

KUVA (vektorin komponentit)

Huomataan, että nuolen  $\vec{v}$  päästä on sen kärkeen kolme x-akselin suuntaista askelta ja kaksi y-akselin suuntaista askelta. Tällainen nuoli  $\vec{v}$  voidaan ilmoittaa nuolien  $\vec{i}$  ja  $\vec{j}$  avulla muodossa  $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ .

**Vektori** on nuoli koordinaatistossa. Edellisen kuvan nuoli  $\vec{v}$  on siis vektori  $\vec{v}$ , joka voidaan ilmaista vektorien  $\vec{i}$  ja  $\vec{j}$  avulla. Vektoreita  $\vec{i}$  ja  $\vec{j}$  sanotaan komponenttivektoreiksi, ja summattavia  $3\vec{i}$  ja  $2\vec{j}$  vektorin  $\vec{v}$  **komponenteiksi**.

**Tehtävä 1.2.1.** Tarkastellaan seuraavaa kuvaa ??

KUVA (vektorin komponentit tehtävä samat erit vektorit)

- (a) Ilmoita kaikki kuvassa olevat vektorit komponenttivektorien  $\vec{i}$  ja  $\vec{j}$  avulla. Mitä huomaat?
- (b) Mitä huomaat vektoreista, jotka lähtevät origosta?

Origosta lähtevän vektorin  $\vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j}$  kärki on pisteessä  $(x, y)$ . Kyseistä vektoria  $\vec{v}$  kutsutaan pisteen  $(x, y)$  **paikkavektoriksi**.

**Tehtävä 1.2.2.** EI TÄHÄN

- (a) Piirrä komponenttivektorit  $\vec{i}$  ja  $\vec{j}$  koordinaatistoon siten, että ne lähtevät origosta.
- (b) Minkä pisteiden paikkavektoreita ne ovat?

### 1.3 Kahden pisteen välinen vektori

**Tehtävä 1.3.1.** EI TÄHÄN

- (a) Piirrä koordinaatistoon kaksi pistettä. Merkitse myös pisteiden koordinaatit.
- (b) Piirrä pisteiden väliin vektori  $\vec{v}$ .
- (c) Ilmoita vektori  $\vec{v}$  komponenttivektorien  $\vec{i}$  ja  $\vec{j}$  avulla.
- (d) Miten komponenttitekijät voitaisiin saada pisteiden x- ja y-koordinaattien avulla?

Kahden pisteen välinen vektori saadaan vähentämällä pisteiden x- ja y-koordinaatit keskenään. Esimerkiksi pisteestä  $A = (4, 1)$  lähtevä ja pisteeseen  $B = (-1, 3)$  päättyvä vektori  $\vec{v}$  on  $\vec{v} = ((-1) - 4)\vec{i} + (3 - 1)\vec{j} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$ . Kahden pisteen välinen vektori voi kulkea kahteen eri suuntaan. Nämä ovat erit vektorit. Pisteestä  $A$  pisteeseen  $B$  kulkevaa vektoria merkitään  $\vec{AB}$ , ja pisteestä  $B$  pisteeseen  $A$  kulkevaa vektoria merkitään  $\vec{BA}$ . Esimerkkinne vektori  $\vec{v} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$ , joka lähti pisteestä  $A$  ja päättyi pisteeseen  $B$  on siis vektori  $\vec{AB}$ .

**Tehtävä 1.3.2.** (a) Piirrä koordinaatistoon pisteet  $A$  ja  $B$  Merkitse myös niiden koordinaatit.

- (b) Laske pisteiden koordinaattien avulla vektorin  $\vec{AB}$  komponenttieditys.

(c) Laske pisteiden koordinaattien avulla vektorin  $\vec{BA}$  komponenttiesitys.

samansuuntaiset, vastakkaissuuntaiset yms.

yksikkövektori, vektorin pituus

komponenttiesitys on yksikäsitteinen – oikea todistus