Vektorit

Juulia Lahdenperä ja Lotta Oinonen

11. syyskuuta 2015

Sisältö

1 Eka luku

1.1 Eka kappale

Korkolaskentaan höpöhöpö liittyviä keskeisiä käsitteitä ovat

- **Lähdevero**: korkotuloista perittävä vero (30 % vuonna 2015).
- **Nettokorko**: korko, josta lähdevero on vähennetty.
- **Nettokorkokanta**: korkokanta, jossa lähdeveron vaikutus on huomioitu.
- **Diskonttaus**: alkuperäisen pääoman selvittäminen.
- **Nykyarvo**: diskonttauksella selvitetty alkuperäinen pääoma.

Jotain

Korkokausi eli **korkojakso** kertoo, kuinka usein kertynyt korko liitetään pääomaan. Korkokausi voi olla esimerkiksi yksi vuosi, puoli vuotta, neljännesvuosi tai yksi kuukausi. Jos korkokauden pituutta ei mainita, tarkoitetaan vuosittaista korkoa. Korkokauden pituuden ilmaisemiseen käytetään seuraavia lyhenteitä: **Korkokausi**

- vuosi: p.a. (*per anno*)
- puoli vuotta: p.s. (*per season*)
- neljännesvuosi: p.q. (*per quarter*)
- kuukausi: per kk.

Kertynyt korko liitetään pääomaan aina korkokauden lopussa. **Korkokanta** kertoo koron suuruuden prosentteina yhden korkokauden ajalta. Esimerkiksi korkokanta 1,3 % p.a. tarkoittaa, että korkoa maksetaan kerran vuodessa 1,3 prosenttia, ja korkokanta 0,9 % p.q. tarkoittaa, että korkoa maksetaan kolmen kuukauden välein 0,9 prosenttia. **Korkokanta**

Korkoaika

Korkoaika tarkoittaa aikaa, jolta korkoa maksetaan. On sovittu, että talletuspäivästä ei makseta korkoa mutta nostopäivästä maksetaan. Tämä yksityiskohta huomioidaan lukiokurssissa lähinnä silloin, kun koron laskeminen vaatii **korkopäivien lukumäärän** selvittämisen. Korkopäivien laskemiseen voidaan Suomessa käyttää seuraavia tapoja: **Korkoaika** **Korkopäivien lukumäärä**

- Todelliset/365: Kaikki kalenterin päivät ovat korkopäiviä. Vuodessa on 365 päivää paitsi karkausvuosina, jolloin päiviä on 366.
- Todelliset/360: Kaikki kalenterin päivät ovat korkopäiviä ja vuodessa on aina 360 päivää.
- 30/360: Jokaisessa kuukaudessa on 30 korollista päivää ja vuodessa on aina 360 päivää.

Esimerkki 1.1.1. Talletukselle, joka tehdään 5.2.2015 ja nostetaan 7.4.2015, korkopäivien määrä on laskettu kaikilla mahdollisilla tavoilla taulukossa 1.1.

	Todelliset/365	Todelliset/360	30/360
Helmikuu	$28 - 5 = 23$	$28 - 5 = 23$	$30 - 5 = 25$
Maaliskuu	31	31	30
Huhtikuu	7	7	7
Yhteensä	60	60	62

Taulukko 1.1: Kolme erilaista tapaa korkopäivien laskemiseen.

Tavoilla todelliset/365 ja todelliset/360 saadaan yhtä monta korkopäivää. Ero syntyy, kun korkoaika ilmaistaan vuosina: tavalla todelliset/365 laskettuna korkoaika on $60/365 \approx 0{,}164$ vuotta ja tavalla todelliset/360 laskettuna korkoaika on $60/360 \approx 0{,}167$ vuotta.

Korkopäivien laskeminen on lukiokurssissa yleensä tarpeen vain tehtävissä, joissa nimenomaan kysytään korkopäivien määrää tai tarkastellaan päivämäärien avulla ilmoitettua aikaväliä, kuten edellisessä esimerkissä. Muissa tehtävissä talletuspäivä lasketaan usein mukaan korkoaikaan, ettei laskuista tulisi liian monimutkaisia. Lisäksi esimerkiksi toistuvien talletusten tapauksessa vuoden ajatellaan yksinkertaisuuden vuoksi koostuvan 12 yhtä pitkästä kuukaudesta kuten tavassa 30/360.

1.2 Yksinkertainen korkolaskenta

Jos korkoaika on enintään korkokauden mittainen, koron laskemiseen riittää niin sanottu yksinkertainen korkolaskenta. Korkoaika on ilmaistava samassa ajan yksikössä kuin korkokausi. Esimerkiksi jos korkokanta on 1,2 % p.a. ja korkoaika on 60 päivää, täytyy korkoaika ilmaista vuosina (lyhenne p.a. kertoo, että korkokausi on vuosi). Korkoaika on tässä tapauksessa laskentatavasta riippuen joko $60/365 \approx 0{,}164$ vuotta tai $60/360 \approx 0{,}167$ vuotta.

Yksikertainen korkolaskenta

Korko (r) riippuu alkuperäisestä pääomasta (k), korkokannasta (i) ja korkoajasta (t):

$$r = kit.$$

Kasvanut pääoma (K) saadaan lisäämällä alkuperäiseen pääomaan korko:

$$K = k + r = k + kit.$$

Esimerkki 1.2.1. Tilin korkokanta on 0,75 % p.a. Talletuksen määrä on 9000 €. Laske koron ja nettokoron suuruus, jos talletusaika on

(a) vuosi (b) puoli vuotta (c) kaksi kuukautta.

Ratkaisu: Korkokantaan liittyvä lyhenne p.a. kertoo, että korkokausi on vuosi. Korkoaika (tässä tapauksessa yksinkertaisesti talletusaika) pitää siis ilmaista vuosina, kun korkoa lasketaan.

(a) Koron määrä saadaan kertomalla talletuksen määrä korkokannalla ja korkoajalla: $r = kit = 9000\text{ €} \cdot 0{,}0075 \cdot 1 = 67{,}5\text{ €}$.

Pankkitalletuksen korosta maksetaan lähdeveroa 30 %, joten lähdeveron määrä on $0{,}30 \cdot 67{,}5\text{ €} = 20{,}25\text{ €}$. Lähdeveroon liittyy kuitenkin erikoinen **pyöristyssääntö**: lähdevero lasketaan jokaisesta maksetusta korkoerästä täysin kymmenin sentein siten, että yli menevät sentit jätetään huomioimatta. Tämän pyöristyssäännön mukaan todellinen lähdevero olisi tässä tapauksessa 20,20 €.

Lähdeveron pyöristyssääntö

Nettokorko on siten $67{,}5\text{ €} - 20{,}20\text{ €} = 47{,}30\text{ €}$.

(b) Lasketaan samaan tapaan kuin a-kohdassa. Huomaa, että korkoaika on puoli vuotta eli $t = 0{,}5$ (vuotta). Korko on $r = kit = 9000\text{ €} \cdot 0{,}0075 \cdot \mathbf{0{,}5} = 33{,}75\text{ €}$.

Nettokorko voidaan laskea myös seuraavasti: lähdeveron jälkeen korosta jää jäljelle $100\% - 30\% = 70\%$, joten nettokorko on $0{,}70 \cdot 33{,}75\text{ €} \approx 23{,}63\text{ €}$. Näin laskettaessa lähdeveron pyöristyssääntöä ei käytetä ja tuloksessa on pieni virhe, joka yleensä on merkityksettömän pieni. Pyöristyssääntö huomioiden lähdevero olisi tässä tapauksessa 10,10 € ja nettokorko 23,65 €.

(c) Korkoaika kaksi kuukautta pitää muuttaa siihen yksikköön, jossa korkokausi on ilmoitettu eli tässä tapauksessa vuosiksi. Kaksi kuukautta on kuudesosa vuodesta, eli korkoaika on $t = 2/12 = 1/6 \approx 0{,}167$ (vuotta). Korko on siten

$$r = kit = 9000\text{ €} \cdot 0{,}0075 \cdot \frac{1}{6} = 11{,}25\text{ €}.$$

Nettokorko voidaan laskea myös käyttämällä korkokantana nettokorkokantaa, jossa lähdeveron vaikutus on huomioitu. Koska lähdevero on 30 %, nettokorkokanta on 70 % korkokannasta eli $0{,}70i = 0{,}70 \cdot 0{,}0075 = 0{,}00525$. Nettokorko on

$$9000\text{ €} \cdot 0{,}00525 \cdot \frac{1}{6} \approx 7{,}88\text{ €}.$$

Tämäkään laskutapa ei huomioi lähdeveron pyöristyssääntöä.

Esimerkki 1.2.2. Avaat vuoden alussa tilin, jolle talletat joka kuukauden alussa 60 euroa. Tilin korkokanta on 1,2 % p.a. Kuinka paljon rahaa tilillä on vuoden lopussa korkojen lisäämisen jälkeen, kun korosta on pidätetty lähdevero? Näiden talletusten ja koronmaksun lisäksi tilillä ei ole muita tilitapahtumia.

Toistuvat talletukset yksinkertaisessa korkolaskennassa

Ratkaisu: Kysytyn saldon laskemiseen on useita tapoja. Yksi mahdollisuus on laskea jokaisen talletuksen korko erikseen yksinkertaisella korkolaskennalla. Tämä on tehty seuraavan sivun taulukossa 1.2. Huomaa, että jokainen vuoden aikana tehdyistä talletuksista ehtii kasvaa korkoa eri ajan.

Vuoden aikana tehtyjen talletusten korkojen summaksi saadaan

$$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{12}{12} + \cdots + 60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{2}{12} + 60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{1}{12}\,.$$

Tästä voidaan erottaa yhteinen tekijä $60\ € \cdot 0{,}012$, jolloin summa saadaan muotoon

$$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \left(\frac{12}{12} + \frac{11}{12} + \cdots + \frac{2}{12} + \frac{1}{12}\right).$$

Sulkujen sisällä on aritmeettinen summa, jonka ensimmäinen termi on $a_1 = 12/12$, viimeinen termi on $a_{12} = 1/12$, termien lukumäärä $n = 12$ ja peräkkäisten termien erotus $d = -1/12$. Siten

$$\frac{12}{12} + \frac{11}{12} + \cdots + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = n \cdot \frac{a_1 + a_{12}}{2} = 12 \cdot \frac{\frac{12}{12} + \frac{1}{12}}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5.$$

Talletusten korkojen summa on siis

$$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \left(\frac{12}{12} + \frac{11}{12} + \cdots + \frac{2}{12} + \frac{1}{12}\right) = 60\ € \cdot 0{,}012 \cdot 6{,}5 = 4{,}68\ €.$$

Korosta peritään 30 % lähdevero, joten nettokorko on $0{,}7 \cdot 4{,}68\ € \approx 3{,}28\ €$. Vuoden lopussa tilillä ovat tehdyt talletukset sekä nettokorko eli yhteensä

$$12 \cdot 60\ € + 3{,}28\ € = 723{,}28\ €.$$

	Talletus (k)	Korkoaika vuosina (t)	Korko ($r = kit$)
Tammikuu	60 €	$\frac{12}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{12}{12}$
Helmikuu	60 €	$\frac{11}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{11}{12}$
Maaliskuu	60 €	$\frac{10}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{10}{12}$
Huhtikuu	60 €	$\frac{9}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{9}{12}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
Lokakuu	60 €	$\frac{3}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{3}{12}$
Marraskuu	60 €	$\frac{2}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{2}{12}$
Joulukuu	60 €	$\frac{1}{12}$	$60\ € \cdot 0{,}012 \cdot \frac{1}{12}$

Taulukko 1.2: Esimerkin 1.2.2 talletuksien korot.

Edellä jokaisen talletuksen korko laskettiin erikseen. Toinen mahdollisuus kysytyn saldon selvittämiseen on laskea ensin, kuinka monelta kuukaudelta näistä 60 euron talletuksista maksetaan kaikkiaan korkoa. Tammikuun talletuksesta maksetaan korkoa 12 kuukaudelta, helmikuun talletuksesta 11 kuukaudelta ja niin edelleen. Korkokuukausien kokonaismääräksi saadaan aritmeettisen summan kaavalla

$$12 + 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 12 \cdot \frac{12+1}{2} = 78.$$

Yksikään talletuksista ei kasva korkoa korolle, joten toistuvia 60 euron talletuksia voidaan ajatella yhtenä 60 euron talletuksena, jonka korkoaika on $t = 78/12 = 6{,}5$ (vuotta). Korko on $r = kit = 60\ € \cdot 0{,}012 \cdot 6{,}5 = 4{,}68\ €$. Nettokorko ja tilin saldo voidaan laskea kuten edellä.

Esimerkki 1.2.3 (Valintakoe 2014, tehtävä 49)**.** Pihla säästää kuukausittain 150 euroa tilille, jolle maksetaan 3,2 prosentin vuotuinen korko vuoden lopussa. Hän aloitti säästämisen vuoden 2014 tammikuun lopussa, ja jatkaa säästämistä vuoden 2014 loppuun. Kussakin kuukaudessa oletetaan olevan 30 päivää ja vuodessa 360 päivää. Lähdeveroa ei oteta laskelmassa huomioon. Kun viimeinen talletus on tehty vuoden 2014 viimeisenä päivänä ja korko maksettu, kuinka paljon Pihlan tilillä on rahaa?

Ratkaisu: Lasketaan kuinka monelta kuukaudelta korkoa maksetaan. Tehtävänannon mukaan voidaan ajatella, että vuosi muodostuu 12 yhtä pitkästä kuukaudesta. Tammikuun lopussa tehdystä talletuksesta maksetaan korkoa 11 kuukautta, helmikuun lopussa tehdystä talletuksesta maksetaan korkoa 10 kuukautta, ja niin edelleen. Marraskuun lopussa tehdystä talletuksesta maksetaan korkoa yhdeltä kuukaudelta ja joulukuun lopussa tehdystä talletuksesta ei makseta korkoa lainkaan. Korkokuukausien kokonaismääräksi saadaan aritmeettisen summan kaavalla

$$11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 12 \cdot \frac{11+0}{2} = 66.$$

Yksikään talletuksista ei kasva korkoa korolle, joten toistuvia 150 euron talletuksia voidaan ajatella yhtenä 150 euron talletuksena, jonka korkoaika on $t = 66/12 = 5{,}5$ (vuotta). Korko on

$$r = kit = 150\ € \cdot 0{,}032 \cdot 5{,}5 = 26{,}40\ €.$$

Tilillä on lopulta rahaa yhteensä $12 \cdot 150\ € + 26{,}40\ € = 1\,826{,}40\ €$, eli tehdyt talletukset ja kertynyt korko yhteensä (lähdeveroa ei tarvinnut tehtävässä huomioida).

1.3 Koronkorkolaskenta

Jos talletusaika on pidempi kuin korkokausi, tarvitaan koron määrän laskemiseen koronkorkolaskentaa. Korko lisätään pääomaan jokaisen korkokauden lopussa, joten seuraavan korkokauden aikana korkoa maksetaan kasvaneelle pääomalle. Korkoa maksetaan siis myös pääomaan lisätylle korolle.

Korkotekijä

Korkotekijä

Koronkorkolaskennassa kasvaneen pääoman selvittämiseen tarvitaan **korkotekijää**. Korkotekijää tarvitaan myös lainoihin liittyvissä laskuissa ja sitä voidaan käyttää yksinkertaisessakin korkolaskennassa. Yleisesti korkotekijä tarkoittaa kasvanutta pääomaa kuvaavaa kerrointa $q = 1 + it$.

Koronkorkolaskennassa talletusaika on pidempi kuin korkokausi ja korko liitetään pääomaan aina korkokauden lopussa. Tällöin korkotekijä laskettaessa korkoaika $t = 1$. Korkotekijä on siis $q = 1 + i$. Esimerkiksi jos kymmenen vuoden talletuksen korkokanta on 2,3 % p.a., on vastaava korkotekijä $q = 1 + 0{,}023 = 1{,}023$.

Yksinkertaisessa korkolaskennassa talletus- tai laina-aika on enintään korkokauden mittainen. Tällöin korkoaika on huomioitava korkotekijässä. Esimerkiksi jos kolmen kuukauden talletuksen korkokanta on 2,3 % p.a., on vastaava korkotekijä

$$q = 1 + it = 1 + 0{,}023 \cdot 0{,}25 = 1{,}00575.$$

Tässä siis $t = 3/12 = 1/4 = 0{,}25$ (vuotta). Korkotekijän avulla yksinkertaisen korkolaskennan kasvaneen pääoman lauseke saadaan muotoon $K = k + kit = k(1 + it) = kq$.

Lainojen yhteydessä esiintyy tilanteita, joissa laina-aika on pidempi kuin korkokausi, mutta lainaa lyhennetään useita kertoja korkokauden aikana. Tällöin korkotekijä on $q = 1+it$, missä korkoaika $t < 1$ on lyhennysten välinen aika. Kertynyt korko maksetaan siis jokaisen lyhennyksen yhteydessä. Esimerkiksi jos kymmenen vuoden lainan korkokanta on 2,3 % p.a. ja lainaa lyhentään joka kuukausi, korkoaika on $t = 1/12$ (vuotta) ja korkotekijäksi saadaan $q = 1 + it = 1 + 0{,}023 \cdot (1/12) \approx 1{,}0019$.

Kasvanut pääoma koronkoron tapauksessa

Pankkitalletusten koroista peritään vuosittain 30 % lähdevero, joten kertyneestä korosta vain 70 % liitetään pääomaan. Jos lähdevero halutaan huomioida koronkorkolaskuissa, täytyy korkotekijää laskettaessa käyttää nettokorkokantaa. Tällöin $q = 1 + 0{,}7i$. Jos lähdeveroa ei tarvitse huomioida, korkotekijä saadaan suoraan korkokannasta: $q = 1 + i$.

Koronkorkolaskenta

Kasvanut pääoma koronkoron tapauksessa on

$$K = kq^n.$$

Kasvanut pääoma K riippuu alkuperäisestä pääomasta (k), korkotekijästä (q) ja korkokausien lukumäärästä ($n \geq 1$).

Esimerkki 1.3.1. Talletat vuoden alussa 2 000 euron säästösi tilille, jonka korkokanta on 1,8 % p.a. Kuinka paljon voit nostaa tililtä viiden vuoden kuluttua lähdevero huomioiden? Entä kuinka paljon voisit nostaa tililtä tuolloin, jos lähdeveroa ei perittäisi?

Ratkaisu: Huomioidaan vuosittain perittävä lähdevero käyttämällä nettokorkokantaa, joka on $0{,}7i = 0{,}7 \cdot 0{,}018 = 0{,}0126$. Korkotekijä on siis $q = 1 + 0{,}7i = 1{,}0126$ ja korkokausien lukumäärä $n = 5$. Kasvanut pääoma on

$$K = kq^n = 2\,000 \text{ €} \cdot 1{,}0126^5 \approx 2\,129{,}22 \text{ €}.$$

Jos lähdeveroa ei perittäisi, korkotekijä saataisiin suoraan tilin korkokannasta $i = 0{,}018$ eli $q = 1 + i = 1{,}018$. Kasvanut pääoma olisi

$$K = kq^n = 2\,000 \text{ €} \cdot 1{,}018^5 \approx 2\,186{,}60 \text{ €}.$$

1.4 Investointilaskelmia nykyarvomenetelmällä

Investointi tarkoittaa välineiden tai maan hankkimista tuotantoa tai toimintaa varten. Investoinnilla voidaan pyrkiä aloittamaan yrityksen toiminta tai lisäämään sitä. Tavoitteena voi olla myös tuotannon tehostaminen, työnteon helpottaminen tai esimerkiksi ympäristökuormituksen vähentäminen. Investointi on yleensä suuri sijoitus, jonka oletetaan maksavan itsensä pitkällä aikavälillä takaisin.

Investointilaskelmiin liittyviä peruskäsitteitä ovat

- **Perushankintakustannus**: investoinnin alkuun liittyvä kertakustannus.
- **Investointiaika**: aika, jolloin investoinnista oletetaan saatavan hyötyä.
- **Jäännösarvo**: investoinnin arvo investointiajan lopussa.

Investoinnin kannattavuuden arvioimiseen voidaan käyttää **nykyarvomenetelmää**, jossa kaikki menot ja tulot diskontataan investoinnin alkuhetkeen. Investointi on kannattava, jos tulot ovat suuremmat kuin menot. Diskonttauksessa käytetty korkokanta voi määräytyä esimerkiksi yrityksen omista tuottovaatimuksista tai pankin korkokannasta.

Esimerkki 1.4.1. Aiot ostaa yrityksellesi uuden laitteen, jonka hinta on 1 600 €. Investointiajaksi eli tässä tapauksessa laitteen käyttöiäksi arvioidaan viisi vuotta. Laitteen arvioidaan vähentävän kustannuksia 300 € vuosittain. Kahden vuoden kuluttua laite on huollettava ja huollon hinnaksi arvioidaan 250 €. Laitteen jäännösarvoksi eli tässä tapauksessa jälleenmyyntihinnaksi arvioidaan 350 €. Kannattaako laitteen hankinta, jos rahoitat sen hankinnan viiden vuoden lainalla, jonka korko on 2,0 % p.a.?

Ratkaisu: Diskontataan kaikki menot ja tulot laitteen hankintahetkeen. Tämä on tehty taulukossa 1.3. Korkokanta on $i = 0{,}02$, joten korkotekijä on $q = 1 + i = 1{,}02$. (Huomaa, että nyt kysymyksessä ei ole pankkitalletus vaan laina, joten lähdeverosta ei tarvitse välittää.)

Menojen eli hankintahinnan ja huollon nykyarvo on noin 1 600 €+240,29 € = 1 840,29 €. Tulojen nykyarvo on säästöjen ja jäännösarvon nykyarvojen summa, joka voidaan laskea suoraan taulukosta 1.3. Lausekkeena se on

$$\left(\frac{1}{1{,}02}+\frac{1}{1{,}02^2}+\frac{1}{1{,}02^3}+\frac{1}{1{,}02^4}+\frac{1}{1{,}02^5}\right)\cdot 300\text{ €}+\frac{1}{1{,}02^5}\cdot 350\text{ €}\approx 1\,731{,}05\text{ €}.$$

Menot 1 840,29 € ovat suuremmat kuin tulot 1 731,05 €, joten investointi ei ole kannattava.

Huomaa, että säästöjen nykyarvon lausekkeessa esiintyvä summa voidaan ajatella geometrisena summana, jossa sekä ensimmäinen termi että suhdeluku ovat 1/1,02. Se voidaan siten laskea myös geometrisen summan kaavalla:

$$\frac{1}{1{,}02}+\frac{1}{1{,}02^2}+\frac{1}{1{,}02^3}+\frac{1}{1{,}02^4}+\frac{1}{1{,}02^5}=\frac{1}{1{,}02}\cdot\frac{1-\left(\dfrac{1}{1{,}02}\right)^5}{1-\dfrac{1}{1{,}02}}.$$

	Rahasumma (K)	Korkokausia (n)	Nykyarvo ($k = Kq^{-n}$)
Hankintahinta	1 600 €	0	1 600 €
Huolto	250 €	2	$\frac{250\text{ €}}{1{,}02^2} \approx 240{,}29$ €
Säästö 1. vuonna	300 €	1	$\frac{300\text{ €}}{1{,}02} \approx 294{,}12$ €
Säästö 2. vuonna	300 €	2	$\frac{300\text{ €}}{1{,}02^2} \approx 288{,}35$ €
Säästö 3. vuonna	300 €	3	$\frac{300\text{ €}}{1{,}02^3} \approx 282{,}70$ €
Säästö 4. vuonna	300 €	4	$\frac{300\text{ €}}{1{,}02^4} \approx 277{,}15$ €
Säästö 5. vuonna	300 €	5	$\frac{300\text{ €}}{1{,}02^5} \approx 271{,}72$ €
Jäännösarvo	350 €	5	$\frac{350\text{ €}}{1{,}02^5} \approx 317{,}01$ €

Taulukko 1.3: Esimerkin 1.4.1 menot ja tulot diskontattuna.

1.5 Tehtäviä

1.1. Linda tallettaa 750 euroa vuodeksi tilille, jonka korkanta on 1,5 %.

(a) Kuinka paljon talletuksesta maksetaan korkoa?
(b) Kuinka paljon korosta maksetaan lähdeveroa? Huomioi lähdeveron pyöristyssääntö.

1.2. Maaliskuun 6. päivä Miska talletti tililleen 300 euroa. Marraskuun 9. päivä hän nosti talletuksensa korkoineen. Korkoa oli tällöin kertynyt 5,17 euroa. Mikä oli tilin vuotuinen korkokanta? Laske korkopäivät korkotavan todelliset/360 mukaan.

1.3. Okko talletti vuoden 2014 tammikuun viimeisenä päivänä 1 500 euroa tilille, jonka korkokanta oli 1,95 %. Minä päivänä Okko nosti talletuksensa, jos hän sai pankista verojen vähentämisen jälkeen 1 517,80 euroa?

1.4. Peppi nosti talletuksensa vuoden kuluttua talletushetkestä. Hän sai pankista verojen vähentämisen jälkeen 652,22 euroa. Mikä oli alkuperäinen talletuspääoma, jos tilin vuotuinen korko oli 1,6 %?

1.5. Rami ja Silja säästivät lomamatkaa varten. Rami talletti joka kuukauden alussa 50 euroa tilille, jonka korkokanta oli 1,4 % p.a. Silja talletti joka kuukauden alussa 40 euroa tilille, jonka korkokanta oli 1,75 % p.a.

(a) Kumman tilillä oli enemmän rahaa vuoden kuluttua?
(b) Kuinka paljon rahaa Ramilla ja Siljalla olisi ollut vuoden kuluttua, jos he olisivat tallettaneet rahansa yhteiselle tilille, jonka korko oli 1,57 % p.a.?

1.6. Tuukka talletti 820 euroa tilille, jonka korko on 1,84 % p.a. Kuinka suureksi talletus kasvaa viidessä vuodessa? Huomioi lähdevero.

1.7. Ulla tallettaa joka kuukauden alussa 30 euroa tililleen, jonka vuosittainen korko on 1,35 %. Ensimmäisen talletuksen Ulla tekee tammikuun alussa vuonna 2014. Kuinka paljon Ullan tilillä on rahaa kolmen vuoden kuluttua vuoden 2016 lopussa koron lisäämisen ja lähdeveron vähentämisen jälkeen?

1.8. Yritys voi maksaa ostamansa uuden koneen kahdella eri maksutavalla: joko maksamalla kaupantekohetkellä 3 000 euroa ja puolentoista vuoden kuluttua 2 000 euroa, tai maksamalla kaupantekohetkellä 2 500 euroa, vuoden kuluttua 1 250 euroa ja kahden vuoden kuluttua 1 250 euroa. Korkokanta kummassakin maksutavassa on 4,5 % p.a. Kumpi vaihtoehto on yrityksen kannalta edullisempi?

1.9. Auton kauppahinta voidaan maksaa kahdella tavalla: joko maksamalla kaupan yhteydessä 20 000 euroa ja puolen vuoden päästä toinen maksuerä 11 000 euroa, tai maksamalla kaupan yhteydessä x euroa ja kolmen kuukauden kuluttua 15 000 euroa. Kuinka suuri tulee toisen maksuvaihtoehdon käteissuorituksen olla, jotta maksuvaihtoehdot olisivat yhtä edulliset? Korkokanta kummassakin maksutavassa on 12,5 % p.a.

1.10. (YO S05) Henkilö avasi 2.5.2002 säästötilin ja talletti tilille 11 000 €. Tilin korko oli pankin primekorko vähennettynä yhdellä prosenttiyksiköllä. Primekorkoa tarkistettiin seuraavasti (tarkistuspäivä ja silloin voimaan tullut korko):

02.05.2002	3,50	02.01.2003	3,20
11.06.2002	3,75	03.03.2003	2,90
15.10.2002	3,50	24.06.2003	2,50

Korko laskettiin todellisten kalenteripäivien mukaan, ja vuoteen laskettiin 365 korkopäivää. Tarkistuspäiviltä korko laskettiin uuden koron mukaan. Korot, joista oli peritty 29 % lähdeveroa, liitettiin pääomaan vuoden lopussa ja tiliä lopetettaessa. Henkilö lopetti tilin 2.5.2003. Paljonko hän sai varat nostaessaan? Mikä oli talletuksen tuottoprosentti?

1.11. (YO S12) Karoliina ja Petteri tallettivat kumpikin 10 000 euroa vuodeksi. Karoliina sijoitti rahansa vuoden määräaikaistilille 2,20 %:n vuotuisella korolla. Maksetusta korosta pankki pidätti 30 % lähdeveroa. Petteri sijoitti rahansa ensin puolen vuoden määräaikaistilille, jonka vuosikorko oli 2,35 %. Puolen vuoden kuluttua Petteri sijoitti pääoman korkoineen, josta pankki oli pidättänyt 30 % lähdeveroa, toiselle puolen vuoden määräaikaistilille. Tämän tilin vuosikorko oli 2,00 %. Maksetusta korosta pankki pidätti jälleen 30 % lähdeveroa. Kumpi teki paremman sijoituksen, ja mikä oli sen arvo vuoden kuluttua?

1.12. (YO K12) Naisten hiusten leikkaus maksaa nyt 45 euroa. Kuinka paljon se maksaa kymmenen vuoden kuluttua, jos hintaa korotetaan vuoden välen 2,5 %?

1.13. (YO K10) Tuhat euroa talletetaan viiden prosentin korolla 50 vuodeksi. Korko liitetään pääomaan vuosittain. Laadi pylväsdiagrammi, joka kuvaa talletuksen arvoa viiden vuoden välein. Lähdeveroa ei oteta huomioon.

1.14. (YO K09) Talletustilin vuosikorko on 1,50 prosenttia, ja korkotuotosta peritään vuosittain 29 prosentin lähdevero. Tiliä avattaessa talletetaan 1 000 €, eikä muita talletuksia tehdä.

(a) Kuinka paljon tilillä on rahaa kymmenen vuoden kuluttua, kun korko liitetään pääomaan vuoden välein?

(b) Kuinka monen vuoden kuluttua talletus on kaksinkertaistunut?

1.15. (YO S06) Henkilö osallistuu jatkuvasti lottoarvontaan täyttämällä Internetissä yhden lottorivin kymmeneksi viikoksi joka toisen kuukauden alussa. Laske, kuinka paljon henkilölle kertyisi rahaa pankkitilille, jos hän loton sijasta 40 vuoden ajan, alkaen tammikuun 1. päivästä, tallettaisi joka toisen kuukauden alussa 7 euroa tilille, joka kasvaa korkoa 1,5 % vuodessa. Lähdeveroa ei oteta huomioon.

1.16. (YO K11)

(a) Säätiöllä on 1,8 miljoonan euron pääoma, jonka vuosittainen tuotto on 5,4 prosenttia. Eräänä vuonna säätiö on päättänyt siirtää tuotosta 30 prosenttia pääomaan ja jakaa lopusta tuotosta kaksi 21 000 euron suuruista apurahaa opiskeluun ulkomailla sekä 14 yhtä suurta matka-apurahaa. Kuinka suuria matka-apurahat ovat?

(b) Kuinka suureksi säätiön 1,8 miljoonan euron pääoma kasvaa viidessä vuodessa, jos tuotto on jokaisena vuotena 5,4 prosenttia pääomasta ja vuosittain pääomaan siirretään 30 prosenttia tuotosta?

1.17. (YO S13) Abiturientti saa lahjoituksen, jonka suuruus on verojen jälkeen 12 000 euroa. Hän sijoittaa sen vuodeksi kahteen rahastoon, joiden vuotuiset korot ovat verojen jälkeen 3,5 % ja 5,5 %.

(a) Lahjoituksesta x euroa sijoitetaan 3,5 % tuoton tarjoavaan rahastoon ja loput toiseen rahastoon. Esitä koko sijoituksen arvo y muuttujan x avulla lausuttuna, kun $0 \leq x \leq 12000$.

(b) Piirrä a-kohdan funktion kuvaaja välillä $0 \leq x \leq 12000$.