# Séquence 1 : Nombres entiers



## I] Déterminer les diviseurs d'un nombre entier

**Définition**

Un entier naturel est un nombre entier positif ou nul.

**Définitions**

*a* et *b* sont deux entiers naturels $(b \neq 0)$. **Effectuer la division euclidienne de a par b**, c'est déterminer les deux entiers naturels $q$ et $r$ tels que :

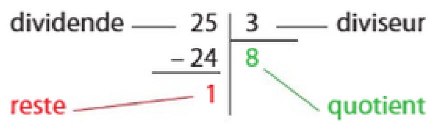
$$a = b \times q + r \text{ avec } r < b$$

Les nombres $q$ et $r$ sont appelés respectivement le **quotient** et le **reste** de la division euclidienne de *a* par *b*. *a* et *b* s'appellent le **dividende** et le **diviseur** de cette division.

**Exemple**

Division euclidienne de 25 par 3 :

On a bien : $25 = 3 \times 8 + 1$, avec $1 < 3$.




**Définitions**

*a* et *b* sont deux entiers naturels $(b \neq 0)$.

Lorsque la division euclidienne de *a* par *b* donne un reste nul, on a $a = b \times q$. On dit que :

- *a* est un **multiple** de *b*
- *b* est un **diviseur** de *a*
- *a* est **divisible** par *b*

**Exemple**

On a : $85 = 5 \times 17$.

On dit que :

- 85 est un multiple de 17 et de 5.
- 5 et 17 sont des diviseurs de 85.
- 85 est divisible par 17 et par 5.

$$\begin{array}{r|l} 85 & 5 \\ \cline{2-2} -5 & 17 \\ \cline{1-1} 35 & \\ -35 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$$85 = 5 \times 17 + 0$$

**Remarques**

- On ne peut jamais diviser par 0.
- Tout entier naturel non nul est divisible par 1 et par lui-même.

**Propriétés**

**Critères de divisibilité**

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, 2, 4, 6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

1 290 est-il divisible par : a. 2 ? b. 3 ? c. 5 ? d. 7 ? e. 9 ?

**Solution**

On peut utiliser les critères de divisibilité ou la division euclidienne.

a. 1 290 est un nombre pair, il est donc divisible par 2.
b. La somme des chiffres de 1 290 est égale à 12, qui est divisible par 3, donc 1 290 est divisible par 3.
c. Le chiffre des unités de 1 290 est 0 donc 1 290 est divisible par 5.
d. Pour 7, on peut utiliser la calculatrice :

1290⊢7 Q=184 R=2

Le reste de la division euclidienne de 1 290 par 7 est égal à 2. Ce reste est différent de 0, donc 1 290 n'est pas divisible par 7.
e. La somme des chiffres de 1 290 est égale à 12, qui n'est pas divisible par 9. Donc 1 290 n'est pas divisible par 9.

Act. 2

Déterminer tous les diviseurs de 102.

**Solution**

$\sqrt{102} \approx 10{,}1$

On teste la divisibilité de 102 par 1, 2, 3 jusqu'à 10 et dès que l'on trouve un diviseur, il en existe forcément un autre (parfois identique).

- **Pour 1 :** $102 = 1 \times 102$ donc **1** et **102** sont des diviseurs de 102.
- **Pour 2 :** $102 = 2 \times 51$ donc **2** et **51** sont des diviseurs de 102.

Pour 2, 3 et 5, 9 et 10 on peut utiliser les critères de divisibilités ou la calculatrice !

- **Pour 3 :** La somme des chiffres de 102 est divisible par 3 donc 102 est divisible par 3. $102 \div 3 = 34$ donc $102 = 3 \times 34$ donc **3** et **34** sont des diviseurs de 102.
- **Pour 4 :** On utilise la calculatrice :

102⊢4 Q=25 R=2

Le reste n'est pas 0. 102 n'est pas divisible par 4.

- **Pour 5 :** 102 a pour chiffre des unités 2 (ni 0, ni 5) ; il n'est donc pas divisible par 5.
- **Pour 6 :** On utilise la calculatrice :

102⊢6 Q=17 R=0

Le reste est nul, $102 = 6 \times 17$ donc **6** et **17** sont des diviseurs de 102.

- **Pour 7 et pour 8 :** La calculatrice montre de même que 102 n'est divisible ni par 7 ni par 8.
- **Pour 9 :** La somme des chiffres de 102 n'est pas un multiple de 9 donc 102 n'est pas divisible par 9.
- **Pour 10 :** 102 a pour chiffre des unités 2 donc 102 n'est pas divisible par 10.
- **La recherche s'arrête.**

Les 8 diviseurs de 102 sont donc :
1 2 3 6 17 34 51 102

⚔️Entraine-toi avec *Utiliser des multiples et des diviseurs* ⚔️
🌍Et dans la vraie vie ? *Parc éolien* 🌍
🏠 Optimiser le transport de colis pour ne pas transporter… du vide ! 🏠

# II] Reconnaître un nombre premier

Act. 3

**Définition**

Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

**Exemples**

- 6 n'est pas un nombre premier : il admet 2 et 3 comme diviseurs.
- 7 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et par 7.

**Remarques**

- 0 n'est pas premier car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier car il possède un seul diviseur : lui-même.
- 2 est le seul nombre premier pair car tous les autres nombres pairs sont divisibles par 2.

1. 147 est-il un nombre premier ? 2. 223 est-il un nombre premier ?

**Solution**

On cherche à savoir si 147 et 223 admettent des diviseurs autres que 1 et eux-mêmes.
1. $1 + 4 + 7 = 12$ La somme des chiffres de 147 est un multiple de 3. 147 est donc divisible par 3. Ce n'est donc pas un nombre premier.
2. $\sqrt{223} \approx 14{,}9$
- Les critères de divisibilité montrent que 223 n'est pas divisible par 2, 3, 5, 9 et 10.
- L'utilisation de la calculatrice permet de conclure que 223 n'est pas divisible par 4, par 6, par 7, par 8, par 11, par 12, par 13, par 14.

Donc 223 n'est divisible par aucun nombre entier compris entre 2 et 14, il a donc seulement 2 diviseurs : 1 et 223.
Donc 223 est un nombre premier.

On teste la divisibilité de 223 par tous les nombres entiers compris entre 2 et 14, en utilisant les critères de divisibilité ou la calculatrice.

⚔️Entraine-toi avec *Le crible d'Eratosthène* ⚔️

Act. 4

**Propriété**

Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :
2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ;
43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 89 ; 97

**Propriété**

Il existe une infinité de nombres premiers.

Act. 5

# II] Décomposer un entier en produit de facteurs premiers

**Propriété** **Définition**

$n$ désigne un entier supérieur ou égal à 2.

$n$ peut s'écrire comme un produit de nombres premiers, c'est-à-dire sous la forme : $n = p_1^{k_1} \times p_2^{k_2} \times \ldots$

où $p_1$, $p_2$, … sont des nombres premiers et $k_1$, $k_2$, … sont des entiers naturels.

Cette écriture est appelée **décomposition en facteurs premiers** de $n$.

**Exemples**

- $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
- $220 = 2^2 \times 5 \times 11$

**Propriété**

Pour un entier donné, il n'existe qu'une seule décomposition en produit de facteurs premiers (si l'on ne tient pas compte de l'ordre des facteurs).

Décomposer 2 088 en produits de facteurs premiers.

**Solution**

| | | |
|---|---|---|
| 2 088 | 2 | 2 divise 2 088, le quotient est 1 044. On a $2\,088 = 2 \times 1\,044$. |
| 1 044 | 2 | 2 divise 1 044, le quotient est 522. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 522$. |
| 522 | 2 | 2 divise 522, le quotient est 261. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 2 \times 261$. |
| 261 | 3 | 2 ne divise pas 261, mais 3 divise 261 et le quotient est 87. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 87$. |
| 87 | 3 | 3 divise 87 et le quotient est 29. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 29$. |
| 29 | 29 | 29 est un nombre premier. |
| 1 | | |

Pour décomposer 2 088 en produit de facteurs premiers, on cherche le plus petit nombre premier qui divise 2 088 : c'est 2. On divise ensuite 2 088 par 2. Le quotient obtenu est 1 044. Comme il est différent de 1, on recommence… jusqu'à obtenir pour quotient 1.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 2 088 est $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 29$ ou $2^3 \times 3^2 \times 29$.

**Remarques**

- On peut obtenir une décomposition en facteurs premiers avec une calculatrice.
- La décomposition en produit de facteurs premiers peut être utilisée pour simplifier une fraction :

$$\frac{360}{220} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3^2 \times 5}{2 \times 2 \times 5 \times 11} = \frac{2 \times 3^2}{11} = \frac{18}{11}$$

On a divisé le numérateur et le dénominateur par $2 \times 2 \times 5$.

⚔️Entraine-toi avec *Nombres premiers* ⚔️

# Séquence 2 : Théorème de Thalès

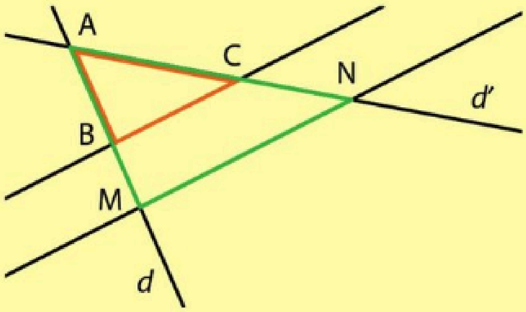
Act. 1
Act. 2

## I] Calculer des longueurs

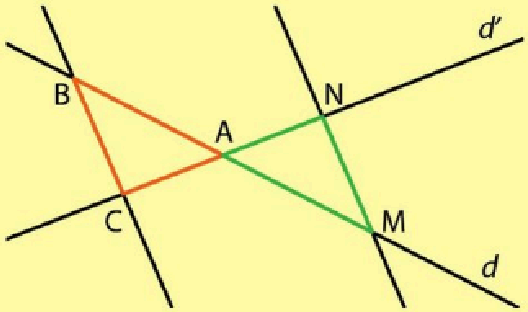
**Théorème**

### Théorème de Thalès

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.




Configuration classique




Configuration « en papillon »

**Remarques**

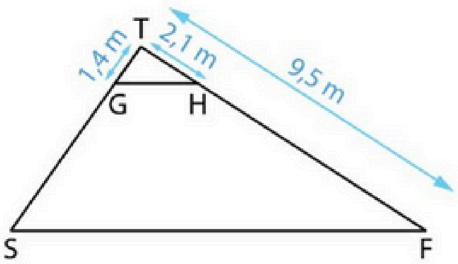
- On a également $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$.
- Les longueurs des côtés correspondants du triangle ABC et AMN sont proportionnelles.
- Le triangle ABC est un agrandissement ou une réduction du triangle AMN.

| Longueurs des côtés de AMN | AM | AN | MN |
|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés correspondants de ABC | AB | AC | BC |

$\times \frac{AB}{AM}$

### Exemple 1

Dans la figure ci-dessous, les droites (SG) et (FH) se coupent en T et (GH) et (SF) sont parallèles. On veut calculer la longueur TS.




Les points T, G, S et T, H, F sont alignés et les droites (GH) et (SF) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a

$$\frac{TG}{TS} = \frac{TH}{TF} = \frac{GH}{SF}.$$

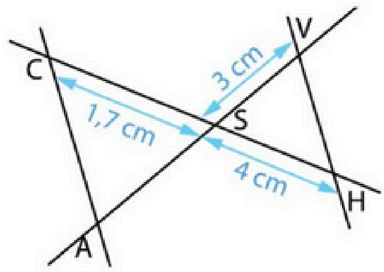
En utilisant l'égalité des deux premiers rapports et en remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on a donc $\frac{1,4}{TS} = \frac{2,1}{9,5}$.

On utilise les produits en croix et on trouve

$TS = \frac{1,4 \times 9,5}{2,1} \approx 6,3$ m.

### Exemple 2

Dans la figure ci-contre, les droites (VA) et (CH) se coupent en S et (VH) et (CA) sont parallèles. On veut calculer la longueur SA.




Les points V, S, A et H, S, C sont alignés et les droites (VH) et (CA) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a

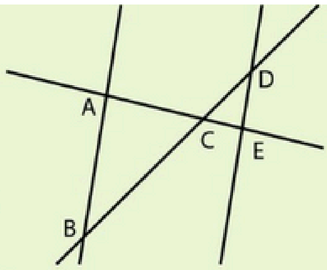
$$\frac{SV}{SA} = \frac{SH}{SC} = \frac{VH}{CA}.$$

En utilisant l'égalité des deux premiers rapports et en remplaçant les longueurs connues par leurs valeurs, on a donc $\frac{3}{SA} = \frac{4}{1,7}$.

On utilise les produits en croix et on trouve

$SA = \frac{3 \times 1,7}{4} = 1,275$ cm.

On considère la figure ci-contre, où les droites (AE) et (BD) se coupent en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles.
AB = 7,4 cm ; AC = 3,9 cm ; BC = 8,5 cm ; DC = 2,4 cm.
• Calculer une valeur approchée au mm près des longueurs CE et ED.



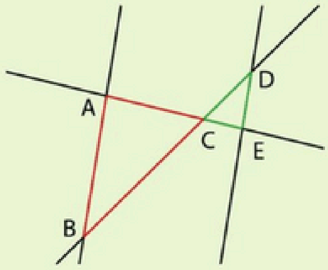

**Solution**

**1re étape : vérification des conditions**
Les points A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés.
Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

On vérifie d'abord si les conditions d'utilisation du théorème de Thalès sont bien respectées.

**2e étape : écriture de l'égalité des rapports**
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$$ ← Côtés du triangle ABC / ← Côtés du triangle CDE




Le point C, sommet commun des deux triangles, se retrouve 4 fois.

**3e étape : calcul des longueurs cherchées**

$$\frac{3,9}{CE} = \frac{8,5}{2,4} = \frac{7,4}{ED}$$

On remplace les longueurs connues par leurs valeurs, puis on utilise le quotient connu et celui où se trouve la longueur cherchée.

• **Calcul de CE :**
On a : $\frac{3,9}{CE} = \frac{8,5}{2,4}$ ; on utilise le produit en croix qui donne :
$CE = \frac{3,9 \times 2,4}{8,5} \approx 1,1$ cm.

• **Calcul de ED :**
On a : $\frac{8,5}{2,4} = \frac{7,4}{ED}$ ; on utilise le produit en croix qui donne :
$ED = \frac{2,4 \times 7,4}{8,5} \approx 2,1$ cm.

On vérifie la cohérence des résultats en vérifiant l'ordre de grandeur.
Ici, les longueurs des côtés du triangle CDE doivent être 3 à 4 fois plus petites que celles du triangle ABC.

⚔️Entraine-toi avec *Calculer une longueur* ⚔️
🌿 *Calcul astucieux !* 🌿

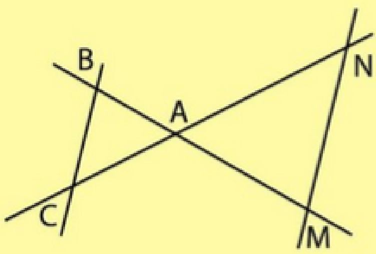
Act. 3

# II] Reconnaître des droites parallèles

**Théorème**

**Théorème de Thalès : réciproque**

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.




**Méthode**

Soient trois points A, B, M d'une part et trois points A, C, N d'autre part alignés dans le même ordre.

- Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles et $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.
- Si $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) ne sont pas parallèles.

### Exemple 1

Les points A, B, D d'une part et A, C, E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

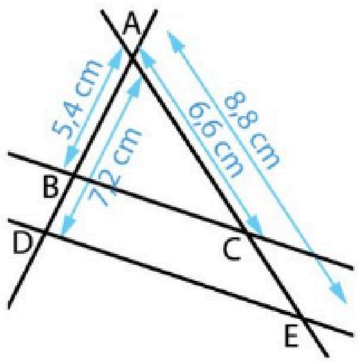
$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{5,4}{7,2} = 0,75$ et $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{6,6}{8,8} = 0,75$

Pour vérifier l'égalité des deux rapports, on peut aussi utiliser les produits en croix : $5,4 \times 8,8 = 47,52$ et $7,2 \times 6,6 = 47,52$

$\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE}$ : l'égalité de Thalès est vérifiée.

Donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

On peut aussi en conclure que $\dfrac{BC}{DE} = 0,75$.



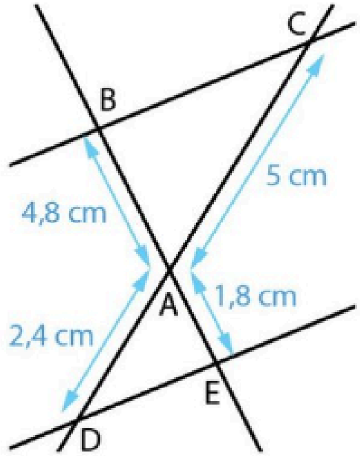

### Exemple 2

Les points B, A, E d'une part et C, A, D d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$\dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1,8}{4,8} = 0,375$ et $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{2,4}{5} = 0,48$.

$\dfrac{AE}{AB} \neq \dfrac{AD}{AC}$ : l'égalité de Thalès n'est pas vérifiée.

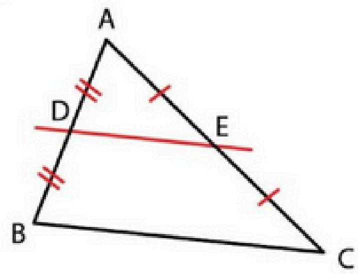
Donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.




**Remarques**

- Dans l'exemple 1, on a utilisé la réciproque du théorème de Thalès, puis le théorème de Thalès pour obtenir l'égalité avec le troisième rapport. Dans l'exemple 2, c'est le théorème de Thalès qui est utilisé. En effet, si les droites (BC) et (DE) étaient parallèles, alors d'après le théorème de Thalès, l'égalité de Thalès serait vérifiée. Comme ce n'est pas le cas, les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles.

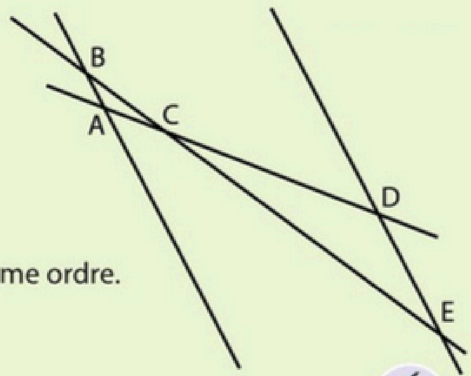
- Dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté : cette propriété est un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès (c'est le cas où les rapports sont égaux à $\dfrac{1}{2}$).




On considère la figure ci-contre, où les droites (BE) et (AD) se coupent en C.

On a : CD = 7 cm ; AC = 2 cm ; CE = 10,5 cm ; BC = 3 cm.

- Les droites (BA) et (DE) sont-elles parallèles ?




**Solution**

**1^re^ étape : on vérifie l'alignement des points**

Les points A, C, D d'une part et B, C, E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

**2^e^ étape : on cherche si l'égalité de Thalès est vérifiée ou non**

$\dfrac{CA}{CD} = \dfrac{2}{7}$ et $\dfrac{CB}{CE} = \dfrac{3}{10,5}$. $2 \times 10,5 = 3 \times 7$, donc $\dfrac{CA}{CD} = \dfrac{CB}{CE}$.

**3^e^ étape : on conclut**

L'égalité de Thalès est vérifiée, donc les droites (BA) et (DE) sont parallèles.

Pour prouver l'égalité de deux quotients, on doit calculer les valeurs **exactes** de ces quotients ou des produits en croix, et non des valeurs approchées.


⚔️Entraine-toi avec *Droites parallèles ?*⚔️
🌿 Retour en arrière : *Mesurer un arbre* 🌿

# III] Reconnaître des triangles semblables

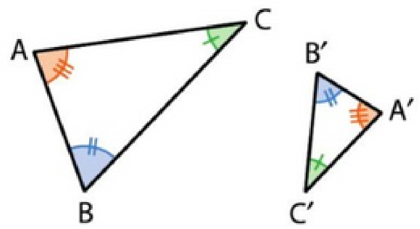
**Définition**

Deux triangles sont **semblables** lorsque leurs angles sont deux à deux de même mesure.

**Exemple**

$\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ et $\widehat{C} = \widehat{C'}$.

Donc les triangles ABC et A'B'C' sont semblables.




**Remarque**

Si deux triangles sont égaux, alors ils sont semblables.
Par contre, deux triangles semblables ne sont pas forcément égaux.

**Méthode**

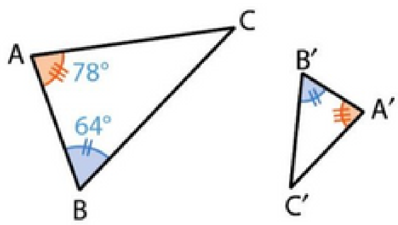
Pour démontrer que deux triangles sont semblables, il suffit de montrer qu'ils ont deux paires d'angles de même mesure.

**Exemple**

Soient ABC et A'B'C' deux triangles tels que :
$\widehat{A} = \widehat{A'} = 78°$ et $\widehat{B} = \widehat{B'} = 64°$.

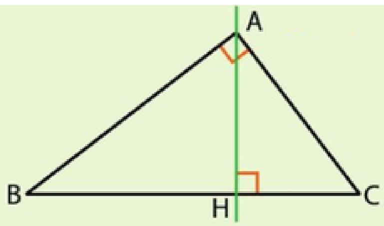
Donc ABC et A'B'C' sont semblables.

On peut facilement calculer le troisième angle :
$\widehat{C} = \widehat{C'} = 180° - 78° - 64° = 38°$.




Les triangles ABC et ABH sont respectivement rectangles en A et en H.

- Justifier que les triangles ABC et ABH sont des triangles semblables.




**Solution**

*On cherche des angles de même mesure dans les deux triangles.*

ABC et ABH sont des triangles rectangles, donc $\widehat{BAC} = \widehat{AHB} = 90°$.

De plus, $\widehat{ABC} = \widehat{ABH}$ car cet angle est commun aux deux triangles.

Comme les triangles ont deux paires d'angles de même mesure, alors on peut conclure que ce sont deux triangles semblables.

⚔️Entraine-toi avec *Triangles semblables (1 à 3)* ⚔️

Act. 4

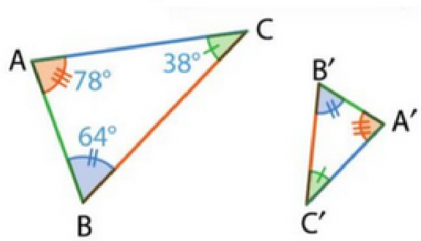
**Propriété**

Si deux triangles sont semblables, alors :

- les longueurs des côtés opposés aux angles de même mesure sont proportionnelles ;
- l'un est un agrandissement de l'autre.

▸ **Exemple**

Les deux triangles ABC et A’B’C’ sont semblables car :
$\widehat{A} = \widehat{A'}$, $\widehat{B} = \widehat{B'}$ et $\widehat{C} = \widehat{C'}$.




Donc le tableau suivant est un tableau de proportionnalité.

| Longueurs du triangle ABC | AB | AC | BC |
|---|---|---|---|
| Longueurs du triangle A’B’C’ | A’B’ | A’C’ | B’C’ |

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

ABC est un agrandissement de A’B’C’.

**Propriété**

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

**Remarque**

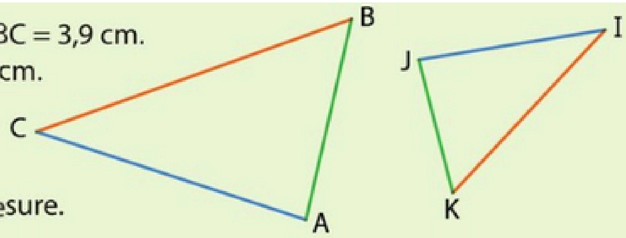
Dans les deux configurations du Théorème de Thalès, les triangles ABC et AMN sont semblables.

ABC est un triangle tel que : AB = 2,4 cm, AC = 3,3 cm et BC = 3,9 cm.
IJK est un triangle tel que : IJ = 2,2 cm, IK = 2,6 cm et JK = 1,6 cm.

**1.** Justifier que ABC et IJK sont des triangles semblables.

**2.** Quel est le rapport d’agrandissement de IJK à ABC ?

**3.** Citer les angles de ces deux triangles qui sont de même mesure.




**Solution**

**1.**

| Longueurs des côtés du triangle IJK (en cm) | JK = 1,6 | IJ = 2,2 | IK = 2,6 |
|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés du triangle ABC (en cm) | AB = 2,4 | AC = 3,3 | BC = 3,9 |

On cherche à savoir si les longueurs des côtés des triangles sont proportionnelles. Pour cela, on réalise un tableau avec les longueurs des côtés, de la plus petite à la plus grande.

$$\frac{2,4}{1,6} = \frac{3,3}{2,2} = \frac{3,9}{2,6} = 1,5$$

Les rapports de longueurs sont égaux, donc c’est un tableau de proportionnalité. On en conclut que les triangles ABC et IJK sont des triangles semblables.

**2.** On passe des côtés de IJK aux côtés de ABC en multipliant par 1,5.
Le triangle ABC est donc un agrandissement du triangle IJK de rapport 1,5.

**3.** On a : $\hat{I} = \hat{C}$, $\hat{K} = \hat{B}$ et $\hat{J} = \hat{A}$.

Pour trouver les paires d’angles de même mesure, on regarde les côtés correspondants dans le tableau de proportionnalité et on prend leurs angles opposés.

⚔️Entraine-toi avec *Triangles semblables (à partir de 4)* ⚔️

# Séquence 3 : Calculs et nombres rationnels

## I] Calculer avec des nombres relatifs

**Définition**

- Si deux nombres relatifs ont le même signe, alors leur somme a :
  – le même signe que ces deux nombres ;
  – pour distance à zéro, la somme de leurs distances à zéro.
- Si deux nombres relatifs sont de signes contraires, alors leur somme a :
  – le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro ;
  – pour distance à zéro, la différence de leurs distances à zéro.

**Propriété**

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

**Exemples**

On veut calculer $-3{,}2 + (-5{,}9)$.
$-3{,}2$ et $-5{,}9$ sont deux nombres négatifs :
- leur somme est négative
- on ajoute leurs distances à zéro

$-3{,}2 + (-5{,}9) = -(3{,}2 + 5{,}9) = -9{,}1$

On veut calculer $A = 5{,}6 - (-3{,}2)$.
Pour soustraire $-3{,}2$, on ajoute son opposé $3{,}2$.
$A = 5{,}6 - (-3{,}2)$
$A = 5{,}6 + 3{,}2$
$A = 8{,}8$

Pour éviter que deux signes se suivent, on utilise des parenthèses.

Calculer les expressions suivantes.
$A = -14 + (-17)$ $B = 13{,}7 + (-6{,}9)$ $C = -25 - 13$ $D = -21{,}3 - (-4{,}8)$

**Solution**

$A = -14 + (-17)$
$A = -(14 + 17)$
$A = -31$

−14 et −17 sont deux nombres négatifs :
- leur somme est négative ;
- on ajoute leurs distances à zéro.

$B = 13{,}7 + (-6{,}9)$
$B = 13{,}7 - 6{,}9$
$B = 6{,}8$

13,7 et −6,9 sont de signes contraires :
- leur somme est positive (car $13{,}7 > 6{,}9$) ;
- on soustrait leurs distances à zéro.

$C = -25 - 13$
$C = -25 + (-13)$
$C = -38$

Pour soustraire 13, on ajoute son opposé −13.

$D = -21{,}3 - (-4{,}8)$
$D = -21{,}3 + 4{,}8$
$D = -16{,}5$

Pour soustraire −4,8, on ajoute son opposé 4,8.

⚔️Entraine-toi avec *Calculs avec des nombres relatifs (1 à 4)* ⚔️

**Définition** **Propriété**

Pour calculer le produit (ou le quotient) de deux nombres relatifs, on détermine son signe, puis on multiplie (ou on divise) les distances à zéro.

- Le produit (ou le quotient) de deux nombres relatifs de même signe est positif.
- Le produit (ou le quotient) de deux nombres relatifs de signes contraires est négatif.

**Exemples**

$2 \times 7 = 14$ $\frac{5}{-4} = -1{,}25$

$\frac{-3}{-5} = 0{,}6$ $3 \times (-5{,}5) = -16{,}5$

Attention, le produit (ou le quotient) de deux nombres négatifs est positif !

Calculer les expressions suivantes.
$A = -4 \times 12$ $B = -3 \times (-4{,}2)$ $C = \frac{-15}{-3}$ $D = \frac{25}{-2{,}5}$

**Solution**

$A = -4 \times 12$
$A = -48$

−4 et 12 sont de signes contraires, donc le produit est négatif.
On multiplie les distances à zéro :
$4 \times 12 = 48$.

$B = -3 \times (-4{,}2)$
$B = 12{,}6$

−3 et −4,2 sont de même signe, donc le produit est positif.
On multiplie les distances à zéro :
$3 \times 4{,}2 = 12{,}6$.

$C = \frac{-15}{-3}$
$C = 5$

−15 et −3 sont de même signe, donc le quotient est positif.
On divise les distances à zéro :
$15 \div 3 = 5$.

$D = \frac{25}{-2{,}5}$
$D = -10$

25 et −2,5 sont de signes contraires, donc le quotient est négatif.
On divise les distances à zéro :
$25 \div 2{,}5 = 10$.

**Propriétés**

$a$ et $b$ désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$).

- Le produit d'un nombre relatif par –1 est égal à son opposé : $a \times (-1) = -a$
- $\dfrac{-a}{-b} = \dfrac{a}{b}$ et $\dfrac{-a}{b} = \dfrac{a}{-b} = -\dfrac{a}{b}$

**Exemples**

- $-7{,}2 \times (-1) = -(-7{,}2) = 7{,}2$. L'opposé de –7,2 est 7,2.
- $\dfrac{-2}{13} = \dfrac{2}{-13} = -\dfrac{2}{13}$ : les trois quotients sont **négatifs**.

Recopier les fractions suivantes puis encadrer en vert celles égales à $-\dfrac{3}{7}$ et en bleu celles égales à $\dfrac{3}{7}$.

$$\frac{-3}{7} \qquad \frac{7}{3} \qquad \frac{-3}{-7} \qquad \frac{3}{-7}$$

**Solution**

vert bleu vert

$$\boxed{\frac{-3}{7}} \qquad \frac{7}{3} \qquad \boxed{\frac{-3}{-7}} \qquad \boxed{\frac{3}{-7}}$$

⚔️Entraine-toi avec *Calculs avec des nombres relatifs (à partir de 5)* ⚔️

DM🌿*Climatologie : le mois de janvier dans le village le plus froid de France*🌿

# II] Calculer avec des puissances

Act. 1

**Définition**

$a$ désigne un nombre relatif et $n$ désigne un nombre entier supérieur ou égal à 2.

Le produit de $n$ facteurs égaux à $a$ se note $a^n$ et se lit « $a$ exposant $n$ ».

On dit que ce produit est une **puissance de *a***.

Le **nombre $a^{-n}$** désigne l'inverse du nombre $a^n$ (avec $a \neq 0$).

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}} \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**Remarque**

**Cas particuliers :** on convient que $a^1 = a$ et que, si $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

**Exemples**

$$(-3)^4 = \underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}_{4 \text{ facteurs}} = 81 \qquad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8} \qquad 4^0 = 1$$

Calculer : $A = -3^2 + 5 \times 2^{-3}$ $\quad B = (-3)^2 + (5 \times 2)^3$

**Solution**

$A = -3^2 + 5 \times 2^{-3}$
$A = -9 + 5 \times 0{,}125$
$A = -9 + 0{,}625$
$A = -8{,}375$

On commence par les puissances puis la multiplication et enfin l'addition.

$B = (-3)^2 + (5 \times 2)^3$
$B = (-3)^2 + 10^3$
$B = 9 + 1\,000$
$B = 1\,009$

Les parenthèses modifient les priorités de calculs.

**Convention**

Dans une expression sans parenthèses comportant des puissances, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, et enfin les additions et les soustractions.

⚔️Entraine-toi avec *Effectuer une suite d'opérations* ⚔️

**Exemples**

$A = 1 + 3 \times 2^3 = 1 + 3 \times 8 = 1 + 24 = 25$

$B = 1 + (3 \times 2)^3 = 1 + 6^3 = 1 + 216 = 217$

**Propriété**

$n$ désigne un nombre entier strictement positif.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{00\ldots0}_{n \text{ zéros}} \qquad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}}} = \underbrace{0{,}0\ldots0}_{n \text{ zéros}}1$$

**Exemples**

$10^9 = 1\underbrace{000\,000\,000}_{9 \text{ zéros}}$ (1 milliard) $\qquad 10^{-6} = \underbrace{0{,}000\,00}_{6 \text{ zéros}}1$ (1 millionième)

Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

**a.** $10^5$ **b.** $10^{-4}$

**Solution**

**a.** $10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{5 \text{ zéros}}$ **b.** $10^{-4} = \underbrace{0{,}000}_{4 \text{ zéros}}1$

Écrire les nombres suivants sous forme d'une puissance de 10.

**a.** 10 000 000 **b.** 0,000 000 1

**Solution**

**a.** $1\underbrace{0\,000\,000}_{7 \text{ zéros}} = 10^7$ **b.** $\underbrace{0{,}000\,000}_{7 \text{ zéros}}1 = 10^{-7}$

**Définition**

L'**écriture scientifique** d'un nombre décimal positif est l'écriture de la forme $a \times 10^n$ où :

- $a$ est un nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$ ;
- $n$ est un nombre entier relatif.

**Exemples**

L'écriture scientifique de 1 785 000 000 est $1{,}785 \times 10^9$ (1 milliard 785 millions).

L'écriture scientifique de 0,000 028 est $2{,}8 \times 10^{-5}$.

Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

$A = 3{,}5 \times 10^3 \qquad B = 450 \times 10^{-5}$

**Solution**

$A = 3{,}5 \times 10^3$
$A = 3{,}5 \times 1\,000$
$A = 3\,500$

$B = 450 \times 10^{-5}$
$B = \dfrac{450}{100\,000}$
$B = 0{,}004\,5$

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

$A = 365\,000\,000 \qquad B = 0{,}000\,027\,6$

**Solution**

$A = 365\,000\,000$
$A = 3{,}65 \times 100\,000\,000$
$A = 3{,}65 \times 10^8$

$B = 0{,}000\,027\,6$
$B = \dfrac{2{,}76}{100\,000}$
$B = 2{,}76 \times 10^{-5}$

⚔️Entraine-toi avec *Puissances* ⚔️

🌿*Evolution démographique, gestion des ressources et réchauffement climatique*🌿

# III] Forme irréductible d'une fraction

**Définition**

Un nombre **rationnel** est un nombre qui peut s'écrire comme une fraction, c'est-à-dire sous la forme $\dfrac{p}{q}$ où $p$ et $q$ sont des entiers relatifs ($q \neq 0$).

**Remarques**

- Les nombres entiers, les nombres décimaux et les fractions sont des nombres rationnels.
- Il existe des nombres qui ne sont pas rationnels, par exemple : $\pi$ et $\sqrt{2}$, qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de fraction.

Act. 2

## Propriétés

• Un quotient ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$a$, $b$ et $k$ désignent trois nombres ($b \neq 0$ et $k \neq 0$). $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

• $a$, $b$, $c$ et $d$ désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$ et $d \neq 0$).

Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, alors $ad = bc$. Si $ad = bc$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

### Exemples

• $\frac{3{,}1}{7} = \frac{3{,}1 \times 10}{7 \times 10} = \frac{31}{70}$

• $\frac{18}{30} = \frac{18 \div 6}{30 \div 6} = \frac{3}{5}$

• On veut savoir si les fractions $\frac{20}{37}$ et $\frac{220}{407}$ sont égales.

On calcule les « produits en croix » :

$$20 \times 407 = 8\,140 \text{ et } 220 \times 37 = 8\,140.$$

Les produits en croix sont égaux, donc les fractions sont égales :

$$\frac{20}{37} = \frac{220}{407}$$

Les fractions suivantes sont-elles égales ?

**a.** $\frac{48}{42}$ et $\frac{8}{7}$ **b.** $\frac{4}{3}$ et $\frac{32}{21}$ **c.** $\frac{168}{42}$ et $\frac{60}{15}$ **d.** $\frac{48}{5}$ et $\frac{31}{3}$

**Solution**

**a.** $\frac{48}{42} = \frac{48 \div 6}{42 \div 6} = \frac{8}{7}$ donc $\frac{48}{42} = \frac{8}{7}$.

**b.** $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{28}{21}$ ; $28 \neq 32$ donc $\frac{4}{3} \neq \frac{32}{21}$.

**c.** $168 \times 15 = 2\,520$ et $60 \times 42 = 2\,520$ donc $\frac{168}{42} = \frac{60}{15}$.

**d.** $48 \times 3 = 144$ et $5 \times 31 = 153$ donc $\frac{48}{5} \neq \frac{31}{3}$.

**Pour savoir si deux fractions sont égales, on peut chercher si le numérateur et le dénominateur ont été multipliés (ou divisés) par un même nombre.**

**On peut également calculer les « produits en croix » et regarder si'ls sont égaux ou non.**

Act. 3

## Définition

$a$ et $b$ désignent deux entiers relatifs ($b \neq 0$).

On dit que la fraction $\frac{a}{b}$ est **irréductible** si le seul diviseur positif commun à $a$ et $b$ est égal à 1.

### Exemple

$\frac{5}{8}$ est une fraction irréductible car le seul diviseur positif commun à 5 et 8 est 1.

## Méthode

$a$ et $b$ désignent deux entiers relatifs ($b \neq 0$). Pour rendre la fraction $\frac{a}{b}$ irréductible, on peut, au choix :

• simplifier la fraction $\frac{a}{b}$ en plusieurs étapes, jusqu'à ce qu'on ne puisse plus la simplifier ;

• décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers puis simplifier.

### Exemple

On cherche la forme irréductible de $\frac{24}{36}$.

$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$ ou $\frac{24}{36} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$

Donner la forme irréductible des fractions suivantes.

**a.** $\dfrac{-615}{45}$ **b.** $\dfrac{126}{72}$ **c.** $-\dfrac{525}{405}$ **d.** $\dfrac{-720}{-3\,150}$

**Solution**

**a.** $\dfrac{-615}{45} = -\dfrac{615 \div 3}{45 \div 3} = -\dfrac{205}{15} = -\dfrac{205 \div 5}{15 \div 5} = -\dfrac{41}{3}$

**b.** $\dfrac{126}{72} = \dfrac{126 \div 2}{72 \div 2} = \dfrac{63}{36} = \dfrac{63 \div 9}{36 \div 9} = \dfrac{7}{4}$

On simplifie la fraction par étapes, par divisions successives du numérateur et du dénominateur, en s'aidant par exemple des critères de divisibilité.

**c.** $-\dfrac{525}{405} = -\dfrac{3 \times 5 \times 5 \times 7}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5} = -\dfrac{5 \times 7}{3 \times 3 \times 3} = -\dfrac{35}{27}$

**d.** $\dfrac{-720}{-3\,150} = \dfrac{2^4 \times 3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7} = \dfrac{2^3}{5 \times 7} = \dfrac{8}{35}$

On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers.

*Sensibilité écologique*

# IV] Calculer avec des fractions

**Propriété**

Pour **additionner (ou soustraire) deux fractions** :

- si elles n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur.

Puis :

- on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
- on garde le dénominateur commun.

*a*, *b* et *c* désignent trois nombres relatifs ($c \neq 0$). $\dfrac{a}{c} + \dfrac{b}{c} = \dfrac{a+b}{c}$ $\dfrac{a}{c} - \dfrac{b}{c} = \dfrac{a-b}{c}$

**Exemple 1**

$\dfrac{5}{2} + \dfrac{3}{7} = \dfrac{5 \times 7}{2 \times 7} + \dfrac{3 \times 2}{7 \times 2} = \dfrac{35}{14} + \dfrac{6}{14} = \dfrac{41}{14}$

**Exemple 2**

$\dfrac{3}{4} - \dfrac{11}{6} = \dfrac{3 \times 3}{4 \times 3} - \dfrac{11 \times 2}{6 \times 2} = \dfrac{9}{12} - \dfrac{22}{12} = \dfrac{-13}{12}$

**Propriété**

Pour **multiplier deux fractions** :

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

*a*, *b*, *c* et *d* désignent quatre nombres ($b \neq 0$ et $d \neq 0$). $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

**Exemple 1**

$\dfrac{3}{8} \times \dfrac{-1}{4} = \dfrac{3 \times (-1)}{8 \times 4} = \dfrac{-3}{32}$

**Exemple 2**

$\dfrac{24}{28} \times \dfrac{56}{18} = \dfrac{24 \times 56}{28 \times 18} = \dfrac{6 \times 4 \times 8 \times 7}{4 \times 7 \times 3 \times 6} = \dfrac{8}{3}$

Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$A = \dfrac{7}{10} - \dfrac{3}{5} + \dfrac{-2}{25}$ $B = \dfrac{-15}{36} \times \dfrac{9}{-35} \times \dfrac{-24}{21}$

**Solution**

$A = \dfrac{7 \times 5}{10 \times 5} - \dfrac{3 \times 10}{5 \times 10} + \dfrac{-2 \times 2}{25 \times 2}$

$A = \dfrac{35}{50} - \dfrac{30}{50} + \dfrac{-4}{50}$

$A = \dfrac{35 - 30 - 4}{50}$

$A = \dfrac{1}{50}$

On cherche un multiple commun à 10, 5 et 25, par exemple 50.

$B = \dfrac{-15}{36} \times \dfrac{9}{-35} \times \dfrac{-24}{21}$

$B = -\dfrac{3 \times 5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 3 \times 7}$

$B = -\dfrac{3 \times 2}{7 \times 7}$

$B = -\dfrac{6}{49}$

On cherche le signe du résultat, puis on décompose en produit de facteurs premiers pour simplifier avant de calculer.

**Définition** **Propriété**

*a* et *b* désignent des nombres relatifs non nuls.

- Deux nombres relatifs non nuls sont **inverses** l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.
- L'**inverse** du nombre *a* est le nombre $\dfrac{1}{a}$ ; l'**inverse** du nombre $\dfrac{a}{b}$ est le nombre $\dfrac{b}{a}$.

**Exemple**

L'inverse de $-3$ est $\frac{1}{-3}$, c'est-à-dire $\frac{-1}{3}$ ou $-\frac{1}{3}$.

## Propriété

**Diviser** par un nombre relatif non nul revient à multiplier par son inverse.

$a$, $b$, $c$ et $d$ désignent des nombres relatifs ($b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$) :

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \qquad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} \qquad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

**Exemples**

- $\frac{2}{9} \div \frac{-3}{7} = \frac{2}{9} \times \frac{7}{-3} = \frac{2 \times 7}{9 \times (-3)} = \frac{14}{-27} = -\frac{14}{27}$
- $\frac{\frac{7}{3}}{\frac{-4}{5}} = \frac{7}{3} \div \frac{-4}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{-4} = -\frac{35}{12}$

**1.** Déterminer les inverses des nombres suivants.

**a.** 0,1 **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{-3}{8}$

**2.** Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

$A = \frac{-11}{9} \div \frac{-8}{5}$ $B = \frac{\frac{-5}{7}}{8}$ $C = \frac{-5}{\frac{7}{8}}$ $D = \frac{\frac{-14}{25}}{\frac{-21}{15}}$

**Solution**

**1. a.** $0{,}1 \times 10 = 1$ donc l'inverse de 0,1 est 10.

**b.** $\frac{1}{4} \times 4 = 1$ donc l'inverse de $\frac{1}{4}$ est 4.

**c.** $\frac{-3}{8} \times \frac{8}{-3} = 1$ donc l'inverse de $\frac{-3}{8}$ est $\frac{8}{-3}$ ou $\frac{-3}{8}$.

**2.**

$A = \frac{-11}{9} \div \frac{-8}{5}$

$A = \frac{-11}{9} \times \frac{5}{-8}$

$A = \frac{-11 \times 5}{9 \times (-8)}$

$A = \frac{55}{72}$

$B = \frac{\frac{-5}{7}}{8}$

$B = \frac{-5}{7} \div 8$

$B = \frac{-5}{7} \times \frac{1}{8}$

$B = \frac{-5 \times 1}{7 \times 8}$

$B = \frac{-5}{56}$

$C = \frac{-5}{\frac{7}{8}}$

$C = -5 \div \frac{7}{8}$

$C = -5 \times \frac{8}{7}$

$C = \frac{-5 \times 8}{7}$

$C = \frac{-40}{7}$

$D = \frac{\frac{-14}{25}}{\frac{-21}{15}}$

$D = \frac{-14}{25} \div \frac{-21}{15}$

$D = \frac{-14}{25} \times \frac{15}{-21}$

$D = \frac{2 \times 7 \times 3 \times 5}{5 \times 5 \times 3 \times 7}$

$D = \frac{2}{5}$

On transforme la division en une multiplication en remplaçant la deuxième fraction par son inverse.

On peut remplacer le trait principal de fraction par une division.

⚔️Entraine-toi avec *Opérations avec des fractions*⚔️

🌿*Gaspillage alimentaire*🌿

# Séquence 4 : Théorème de Pythagore

**Définition**

La **racine carrée** d'un nombre positif $a$ est le nombre positif dont le carré est égal à $a$.
Elle est notée $\sqrt{a}$ et se lit « racine carrée de $a$ ».

**Exemples**

- $\sqrt{36} = 6$ car $6^2 = 36$
- $\sqrt{12} \approx 3{,}464$

# I] Le théorème

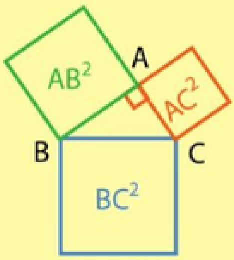
**Théorème**

**Théorème de Pythagore**

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Autrement dit, si un triangle ABC est rectangle en A, alors $\mathbf{BC^2 = AB^2 + AC^2}$.

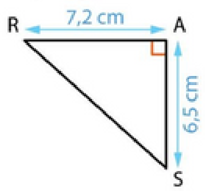
Cette égalité est appelée « **égalité de Pythagore** ».




**Exemples**

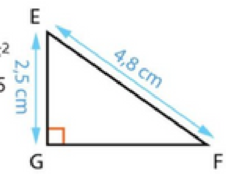
- **Calculer la longueur de l'hypoténuse**

Le triangle ARS est rectangle en A.
D'après le théorème de Pythagore :
$RS^2 = RA^2 + AS^2$
$RS^2 = 7{,}2^2 + 6{,}5^2$
$RS^2 = 51{,}84 + 42{,}25$
$RS^2 = 94{,}09$
$RS = \sqrt{94{,}09}$
$RS = 9{,}7$ cm

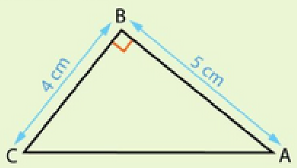



- **Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit**

Le triangle EFG est rectangle en G.
D'après le théorème de Pythagore :
$EF^2 = EG^2 + GF^2$
$4{,}8^2 = 2{,}5^2 + GF^2$
$23{,}04 = 6{,}25 + GF^2$
$GF^2 = 23{,}04 - 6{,}25$
$GF^2 = 16{,}79$
$GF = \sqrt{16{,}79}$
$GF \approx 4{,}1$ cm




Le triangle ABC est rectangle en B tel que AB = 5 cm et BC = 4 cm.




- Calculer la longueur AC.

**Solution**

On indique le triangle rectangle dans lequel on se place ainsi que le théorème utilisé.

Le triangle ABC est rectangle en B.
D'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 5^2 + 4^2$
$AC^2 = 25 + 16$
$AC^2 = 41$
$AC = \sqrt{41}$ — $\sqrt{41}$ est la valeur exacte de AC.
$AC \approx 6{,}4$ cm

À l'aide d'une calculatrice, on cherche le nombre positif dont le carré est égal à 41 :


On peut vérifier que la plus grande des trois longueurs est bien celle de l'hypoténuse.

⚔️Entraine-toi avec *Calculer une longueur avec Pythagore* ⚔️
🌿Groupe : *Le martin pêcheur et le train le plus rapide du monde* 🌿

# II] Sa réciproque

**Théorème**

**Réciproque du théorème de Pythagore**

Dans un triangle, si le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

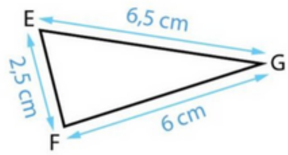
## Méthode

Soit ABC un triangle dont le plus grand côté est [BC].

- Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A.
- Si $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$, alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

### Exemple

Le triangle EFG ci-contre est-il rectangle ?




[EG] est le plus grand côté.

- $EG^2 = 6{,}5^2 = 42{,}25$
- $EF^2 + FG^2 = 2{,}5^2 + 6^2 = 6{,}25 + 36 = 42{,}25$

Donc $EG^2 = EF^2 + FG^2$.

L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle EFG est rectangle en F.

On considère le triangle ABC tel que AB = 2 dm, BC = 1,2 dm et AC = 1,6 dm.

- Ce triangle est-il rectangle ?

**Solution**

On cherche si l'égalité de Pythagore est vraie dans ce triangle. Pour cela, on repère le plus grand côté, puis on calcule séparément :
- le carré du plus grand côté ;
- la somme des carrés des deux autres côtés.

[AB] est le plus grand côté.

- $AB^2 = 2^2 = 4$
- $BC^2 + AC^2 = 1{,}2^2 + 1{,}6^2 = 1{,}44 + 2{,}56 = 4$

Donc $AB^2 = BC^2 + AC^2$.

L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle ABC est rectangle en C.

On considère le triangle IJK tel que IJ = 4,4 m, JK = 6 m et IK = 7,6 m.

- Ce triangle est-il rectangle ?

**Solution**

[IK] est le plus grand côté.

- $IK^2 = 7{,}6^2 = 57{,}76$
- $IJ^2 + JK^2 = 4{,}4^2 + 6^2 = 19{,}36 + 36 = 55{,}36$

Donc $IK^2 \neq IJ^2 + JK^2$.

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle IJK n'est pas rectangle.

⚔️Entraine-toi avec *Déterminer si un triangle est rectangle avec Pythagore* ⚔️

## Séquence : Calcul littéral

### I] Simplifier une expression littérale

Convention
Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe **×** lorsqu'il est placé à côté d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemples
- $b \times (-2) = -2b$
- $3 \times x \times (-5) \times y = -15xy$
- $3 \times x + 2 \times (5 \times x - 4) \times (-7 \times x + 8) = 3x + 2(5x - 4)(-7x + 8)$
- $7 \times x \times y + 8 \times x \times (-6) \times x = 7xy - 48x^2$

Propriété
Soient a, b et c des nombres
On a : $a-(b+c)=a-b-c$

Exemples
- $5 - (8x + 2)$
$= 5 - 8x - 2$
$= -8x + 5 - 2$
$= -8x + 3$
- $x - (3 - 2x)$
$= x - 3 - (-2x)$
$= x - 3 + 2x$
$= 3x - 3$
- $-3x + 2 - (-1 + 5x)$
$= -3x + 2 - (-1) - 5x$
$= -3x + 2 + 1 - 5x$
$= -8x + 3$

Méthode
Pour démontrer que deux expressions littérales sont égales pour tout nombre $x$, on peut transformer l'écriture de l'une pour obtenir l'écriture de l'autre.
Pour démontrer que deux expressions littérales ne sont pas égales pour tout nombre $x$, il suffit de trouver une valeur de $x$ pour laquelle les deux expressions littérales ne sont pas égales.

Exemples

| | |
|---|---|
| L'égalité $3 - 8x - 1 - 2x = -10x + 2$ est-elle vraie pour tout nombre $x$ ?<br>$3 - 8x - 1 - 2x = -8x - 2x + 3 - 1 = -10x + 2$<br>Donc l'égalité $3 - 8x - 1 - 2x = -10x + 2$ est vraie pour tout nombre $x$. | L'égalité $-3x + 7 = 4x$ est-elle vraie pour tout nombre $x$ ?<br>Si $x = 0$, alors $-3x + 7 = 7$ et $4x = 0$, donc $-3x + 7 \neq 4x$.<br>Donc l'égalité $-3x + 7 = 4x$ n'est pas vraie pour tout nombre $x$. |

*Supprimer les parenthèses*

### II] Développer un produit

Définitions (rappel)
• Le résultat d'une addition est une somme, le résultat d'une soustraction est une différence.

• Les nombres qui interviennent dans une addition ou une soustraction sont les termes.
• Le résultat d'une multiplication est un produit. Les nombres multipliés sont les facteurs.
• Le résultat d'une division est un quotient.
La nature d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par l'opération à effectuer en dernier.

Exemple
$3(1-2x)$ est un produit : c'est la multiplication que l'on effectue en dernier, car les parenthèses sont prioritaires. Cette expression est le produit de $3$ par $1-2x$.

Définition
Développer c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Propriété
Soient k, a et b des nombres

| | |
|---|---|
| $\underbrace{k(a+b)}_{\text{produit}} \; = \; \underbrace{ka+kb}_{\text{somme}}$ | $\underbrace{k(a-b)}_{\text{produit}} \; = \; \underbrace{ka-kb}_{\text{différence}}$ |
| produit $\longrightarrow$ somme | produit $\longrightarrow$ différence |
| **développer** | **développer** |

Exemples

| On veut développer $A = 7(4 + x)$ : | On veut développer $B = -5(6x - 2)$ : |
|---|---|
| $A = 7(4 + x)$ | $B = -5(6x - 2)$ |
| $A = 7 \times 4 + 7 \times x$ | $B = (-5) \times 6x - (-5) \times 2$ |
| $A = 28 + 7x$ | $B = -30x - (-10)$ |
| | $B = -30x + 10$ |

Propriété – Identité remarquable
Soient a et b des nombres
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Exemple
$A=(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

## III] Factoriser une somme ou une différence

Définition
Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Propriété
Soient k, a et b des nombres

| | |
|---|---|
| $ka + kb = k(a+b)$ | $ka - kb = k(a-b)$ |
| Somme $\longrightarrow$ Produit | Différence $\longrightarrow$ Produit |
| factoriser | factoriser |

Exemples

| | | |
|---|---|---|
| On veut factoriser $A = 6x + 18$.<br>$A = 6x + 18$<br>$A = 6 \times x + 6 \times 3$<br>$A = 6 \times (x + 3)$<br>$A = 6(x+3)$ | On veut factoriser $B = 7x^2 - 2x$.<br>$B = 7x^2 - 2x$<br>$B = 7 \times x \times x - 2 \times x$<br>$B = x \times (7 \times x - 2)$<br>$B = x(7x - 2)$ | On veut factoriser $C = -3y^2 + y$<br>$C = y \times (-3y) + y \times 1$<br>$C = y \times (-3y + 1)$<br>$C = y(-3y + 1)$ |

Propriété – Identité remarquable

Soient a et b des nombres

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

Exemples

| | | |
|---|---|---|
| On veut factoriser $A = x^2 - 9$.<br>$A = x^2 - 9$<br>$A = x^2 - 3^2$<br>$A = (x+3)(x-3)$ | On veut factoriser $B = 1 - y^2$.<br>$B = 1 - y^2$<br>$B = 1^2 - y^2$<br>$B = (1+y)(1-y)$ | On veut factoriser $C = x^2 - 13$.<br>$C = x^2 - 13$<br>$C = x^2 - (\sqrt{13})^2$<br>$C = (x + \sqrt{13})(x - \sqrt{13})$ |

# Séquence : Fonction

## I] Déterminer des images et des antécédents

**Définition**
Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre x, fait correspondre un nombre unique appelé image de x.

**Exemple**
Le procédé qui à tout nombre fait correspondre son carré est une fonction.

$3 \mapsto 9$

$-5 \mapsto 25$

$10 \mapsto 100$

$x \mapsto x^2$

**Notation**
Par une fonction $f$, l'image d'un nombre $x$ est notée $f(x)$ (lire « f de x »).
On note $f : x \mapsto f(x)$.

**Exemple 1**
Pour définir la fonction $f$ qui, à tout nombre $x$, fait correspondre son carré, on note
$f : x \mapsto x^2$.
On peut aussi définir cette fonction en écrivant l'égalité $f(x) = x^2$, qui peut se traduire par « l'image de $x$ par la fonction $f$ est égale à $x^2$ ».

L'image de 3 par la fonction $f$ est égale à 9.
On note $f(3) = 9$.
L'image de −2 par la fonction f est égale à 4.
On note $f(2) = 4$.

**Exemple 2**
Pour définir la fonction $g$ qui, à tout nombre $x$, fait correspondre le nombre $3x - 1$, on note $g : x \mapsto 3x - 1$.
On peut aussi définir cette fonction $g$ en écrivant l'égalité $g(x) = 3x - 1$, qui peut se traduire par « l'image de $x$ par la fonction $g$ est égale à $3x - 1$ ».

L'image de 0 par la fonction $g$ est −1 :
$g(0) = 3 \times 0–1 = 0 - 1 = -1$.
L'image de 7 par la fonction $g$ est 20 :
$g(7) = 3 \times 7 - 1 = 21 - 1 = 20$.

**Remarque**
Il ne faut pas confondre $f$ et $f(x)$ :

- $f$ désigne une **fonction** ;
- $f(x)$ désigne un **nombre** et non une fonction : c'est l'image d'un nombre $x$ par la fonction $f$.

**Définition**
Si un nombre $x$ a pour **image** le nombre $y$ par une **fonction** $f$, on dit que $x$ est un **antécédent** de $y$ par la fonction $f$.


**Remarques**

- Un nombre $x$ ne peut pas avoir plusieurs **images**, mais un nombre y peut avoir plusieurs **antécédents**.
  Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre 9 a deux antécédents : 3 et -3.
- Un nombre $y$ peut n'avoir aucun **antécédent**. Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre -25 n'a aucun antécédent car aucun carré ne peut être négatif.

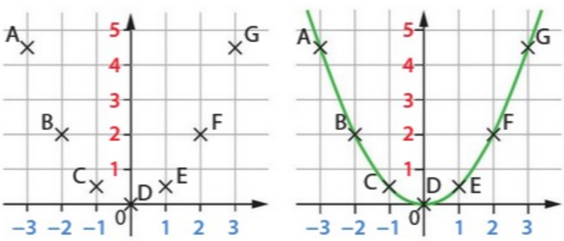
## II] Tracer la représentation graphique d'une fonction

**Définition**
Dans un repère, la **représentation graphique ou courbe représentative** d'une fonction $f$ est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

**Exemple**
Soit la fonction $f : x \mapsto 0,5x^2$.
Pour dessiner la représentation graphique de la fonction $f$, on peut calculer les valeurs prises par $f(x)$ pour quelques valeurs de $x$.

| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x) = 0,5x^2$ | 4,5 | 2 | 0,5 | 0 | 0,5 | 2 | 4,5 |
| Point | A | B | C | D | E | F | G |

On place ensuite les points correspondants de coordonnées $(x; f(x))$ dans un repère.



## III] Exploiter la représentation graphique d'une fonction

### Méthode

• **Pour déterminer graphiquement l'image d'un nombre** $x$, on place $x$ sur l'axe des abscisses et on lit l'ordonnée du point de la courbe correspondant. •
• **Pour déterminer graphiquement les antécédents d'un nombre** $y$, on place $y$ sur l'axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

**Exemple**
On a tracé ci-contre la courbe représentative d'une fonction $f$.

- Pour déterminer graphiquement **l'image** de 1 par la fonction $f$, on utilise le point de la courbe qui a pour abscisse 1 : il s'agit du point MM dont l'ordonnée est égale à -1.
  L'image de 1 est donc -1, c'est-à-dire $f(1) = -1$.
- Pour déterminer un **antécédent** de 4, on utilise un point de la courbe qui a pour ordonnée 4 : il s'agit du point N qui a pour abscisse 5.
  5 est donc un antécédent de 4, c'est-à-dire $f(5) = 4$.

# Séquence : Proportionnalité

## I] Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition
Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.

Méthodes
Pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut :
- chercher s'il y a un coefficient de proportionnalité pour passer d'une grandeur à l'autre ;
- vérifier que la représentation graphique d'une grandeur en fonction de l'autre est constituée de points alignés avec l'origine du repère.

**Exemple 1**

Dans une station service, l'essence est vendue à 1,26 €/L.
Le prix est proportionnel à la quantité d'essence achetée, et le coefficient de proportionnalité est 1,26.
On peut faire un tableau de proportionnalité :

| Quantité d'essence achetée (en litres) | 1 | 2 | 5 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| Prix à payer (en euros) | 1,26 | 2,52 | 6,30 | 12,60 |

× 1,26

**Exemple 2**

Une agence de location affiche les tarifs suivants pour la location d'une camionnette.

| 1 jour<br>30 km max | 1 jour<br>50 km max | 1 jour<br>100 km max | 1 jour<br>200 km max |
|---|---|---|---|
| 48 € | 55 € | 61 € | 78 € |

Les tarifs de location d'une camionnette sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?
On calcule les rapports entre les deux grandeurs :

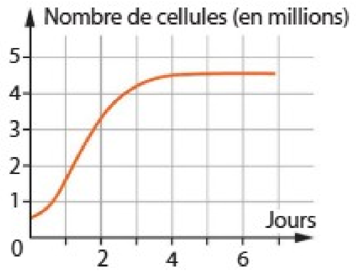
$\frac{48}{30} = 1,6$ $\frac{55}{50} = 1,1$ $\frac{61}{100} = 0,61$ $\frac{78}{200} = 0,39$

On aurait pu ne calculer que les deux premiers rapports !

Les rapports ne sont pas égaux, donc les grandeurs ne sont pas proportionnelles.

**Exemple 3**

Un laborantin a représenté ci-dessous le nombre de cellules (en millions) dans une culture en fonction du nombre de jours écoulés. Ces deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?




Le nombre de cellules n'est pas proportionnel au nombre de jours écoulés, car les points de cette représentation graphique ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

## II] Exploiter une situation de proportionnalité

Méthode
Dans un tableau de proportionnalité, on peut utiliser le produit en croix.

Exemple

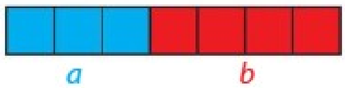
Définitions
$a, b, c, i, j$ et  désignent des nombres positifs.
- On dit que a et b sont dans le ratio i : j si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j}$.
- On dit que a, b et c sont dans le ratio i : j : k si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j} = \frac{c}{k}$.

Exemples

- Deux nombres $a$ et $b$ sont dans le ratio 3 : 4 si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.

$a$ est égal à $\frac{3}{7}$ du nombre $a + b$ ;

$b$ est égal à $\frac{4}{7}$ du nombre $a + b$.

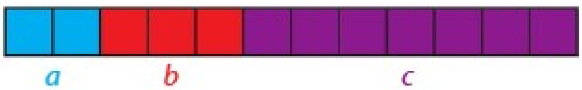



- Trois nombres $a$, $b$ et $c$ sont dans le ratio 2 : 3 : 7 si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.

$a$ est égal à $\frac{2}{12}$ du nombre $a + b + c$ ;

$b$ est égal à $\frac{3}{12}$ de $a + b + c$ ;

$c$ est égal à $\frac{7}{12}$ de $a + b + c$.




## III] Utiliser des pourcentages

Propriété
- t désigne un nombre positif.
- Calculer t % d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple

Un gâteau au chocolat de 160 g comporte 53 % de glucides et 50 g de chocolat.
Quelle quantité de glucides comporte-t-il ? Quel pourcentage du gâteau le chocolat représente-t-il ?

On calcule 53 % de 160 : $160 \times \frac{53}{100} = 84{,}8$.

Le gâteau comporte 84,8 g de glucides.

Pour calculer le pourcentage de chocolat, on peut faire un tableau de proportionnalité.

| Chocolat (en g) | 50 | $x$ |
|---|---|---|
| Gâteau (en g) | 160 | 100 |

$x = \frac{50 \times 100}{160} = 31{,}25$.

Donc le chocolat représente 31,25 % du gâteau.

## Propriété

t désigne un nombre positif.

- Augmenter une quantité de t % revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Réduire une quantité de t % revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

## Exemple

En 2013, le chiffre d'affaires de la société de Marie était de 138 000 €. Il a diminué de 18 % en 2014, puis a augmenté de 5 % en 2015. Quel était le chiffre d'affaires de cette société en 2015 ?

$138000 \times \left(1 - \frac{18}{100}\right) = 138000 \times 0{,}82 = 113160$ €. Le chiffre d'affaires en 2014 était de 113 160 €.

$113\,160 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 113\,160 \times 1{,}05 = 118818$ €. Le chiffre d'affaires en 2015 était de 118 818 €.

## Remarque

Si une quantité augmente de 10 % puis diminue de 10 %, elle n'est pas égale à sa valeur de départ.

## Exemple

Un pantalon est vendu 20 €.

S'il augmente de 10 %, son nouveau prix est : $20\text{ €} \times (1 + \frac{10}{100}) = 20\text{ €} \times 1{,}1 = 22$ €.

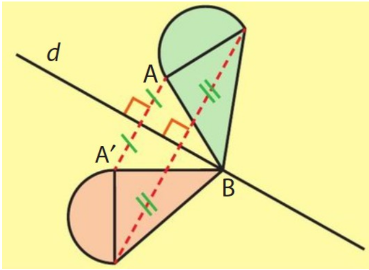
S'il diminue ensuite de 10 %, le prix final est : $22\text{ €} \times (1 - \frac{10}{100}) = 22\text{ €} \times 0{,}9 = 19{,}80$ €.

Cela s'explique par le fait que l'on a d'abord ajouté 10 % de 20 €, mais que l'on a ensuite retranché 10 % de 22 €.

Séquence : Construction et transformation de figures

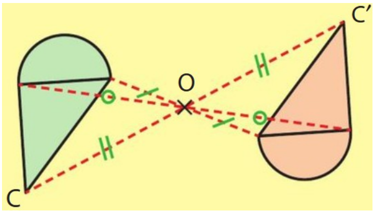
## I] Transformer une figure par symétrie ou translation

Définition
Soit d une droite
- Si un point A n'appartient pas à la droite d, alors son symétrique par rapport à la droite d est le point A' tel que d est la médiatrice du segment [AA'].
- Si un point B appartient à la droite d, alors son symétrique par rapport à la droite d est lui-même.



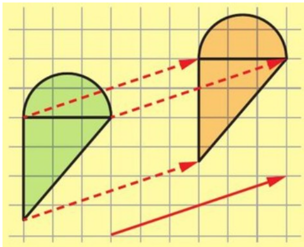

Propriété
Deux figures symétriques par rapport à une droite d sont superposables : elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite.

Définition
Soit O un point
- Le symétrique par rapport au point O d'un point C distinct de O est le point C' tel que O est le milieu du segment [CC'].
- Le symétrique du point O par rapport à O est lui-même.




Propriété
Deux figures symétriques par rapport à un point O sont superposables : elles se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour du point O.

Définition
Transformer une figure par translation, c'est la faire glisser selon une direction, un sens et une longueur.
Sur une figure, on peut schématiser ce glissement par des flèches, également appelées vecteurs.



Propriété
Les symétries et les translations conservent les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

# Consignes pour réaliser une carte mentale sur les transformations géométriques

<u>Objectif :</u> Créer une carte mentale pour organiser et visualiser les concepts de symétrie et de translation vus en cours.

<u>Matériel nécessaire :</u>
- Un cahier d'exercices
- Des crayons de couleur ou des stylos
- Une règle

<u>Étapes à suivre :</u>

1. Titre principal :
   - Au centre de la page, écrivez en grand et en couleur le titre principal : "Transformations géométriques".

2. Branches principales :
   - Dessinez trois branches principales partant du titre central. Chaque branche représentera un type de transformation :
     - Symétrie axiale
     - Symétrie centrale
     - Translation

3. Symétrie axiale :
   - Écrivez "Symétrie axiale" sur la première branche.
   - Ajoutez deux sous-branches :
     - Définition : Mettre la définition de symétrie axiale.
     - Propriété :
       - "Deux figures symétriques par rapport à une droite d sont superposables : elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite."

4. Symétrie centrale :
   - Écrivez "Symétrie centrale" sur la deuxième branche.
   - Ajoutez deux sous-branches :
     - Définition :
       - "Soit un point O."
       - "Le symétrique par rapport au point O d'un point C distinct de O est le point C' tel que O est le milieu du segment [CC']."
       - "Le symétrique du point O par rapport à O est lui-même."
     - Propriété :
       - "Deux figures symétriques par rapport à un point O sont superposables : elles se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour du point O."

5. Translation :
   - Écrivez "Translation" sur la troisième branche.
   - Ajoutez deux sous-branches :
     - Définition :
       - Mettre la définition d’une translation.
       - "Sur une figure, on peut schématiser ce glissement par des flèches, également appelées vecteurs."

- Propriété :
  - "Les symétries et les translations conservent les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires."

6. Illustrations :
   - Pour chaque type de transformation, dessinez un petit schéma ou une illustration simple pour visualiser la définition.

7. Couleurs et organisation :
   - Utilisez des couleurs différentes pour chaque branche principale et ses sous-branches.
   - Essayez de garder la carte mentale claire et organisée, en utilisant des lignes pour relier les idées entre elles.

8. Révision : Demander à madame Brunel Naito une fiche sur comment réviser cette carte mentale.

# Techniques de révision

Objectif : Renforcer la mémorisation des concepts en utilisant des techniques de rappel actif.

Étapes de révision :

1. Réviser immédiatement :
   - Une fois la carte mentale terminée, prenez quelques minutes pour la parcourir entièrement.
   - Lisez chaque branche et sous-branche à voix haute pour vous assurer que vous comprenez chaque concept.

2. Couvrir et réciter :
   - Cachez une partie de la carte mentale avec une feuille ou votre main.
   - Essayez de réciter ou d'expliquer les concepts cachés sans regarder.
   - Vérifiez ensuite si vous avez bien mémorisé en découvrant la partie cachée.

3. Questions à soi-même :
   - Posez-vous des questions sur les concepts de la carte mentale. Par exemple :
     - "Quelle est la définition de la symétrie axiale ?"
     - "Comment savoir si deux figures sont symétriques par rapport à un point ?"
   - Répondez à ces questions en utilisant la carte mentale comme guide.

4. Expliquer à un(e) camarade :
   - Expliquez les concepts de votre carte mentale à un(e) camarade de classe

5. Utiliser des flashcards :
   - Créez des flashcards (cartes de révision) à partir des informations de votre carte mentale.
   - Sur une face, écrivez une question ou un concept clé, et sur l'autre face, la réponse ou l'explication.
   - Utilisez ces flashcards pour des sessions de révision rapides.

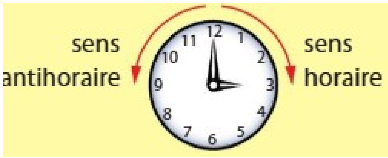
6. Révision espacée :
   - Revoyez votre carte mentale à intervalles réguliers (par exemple, après une heure, un jour, une semaine).
   - La révision espacée aide à ancrer les informations dans la mémoire à long terme.

7. Dessiner de mémoire :
   - Essayez de redessiner la carte mentale de mémoire sur une feuille vierge.
   - Comparez ensuite avec l'originale pour voir ce que vous avez retenu et ce qui nécessite plus de révision.

8. Appliquer les concepts :
   - Résolvez des exercices ou des problèmes liés aux transformations géométriques en utilisant votre carte mentale comme référence.
   - Appliquer les concepts de manière pratique renforce la compréhension et la mémorisation.

## II] Transformer une figure par rotation

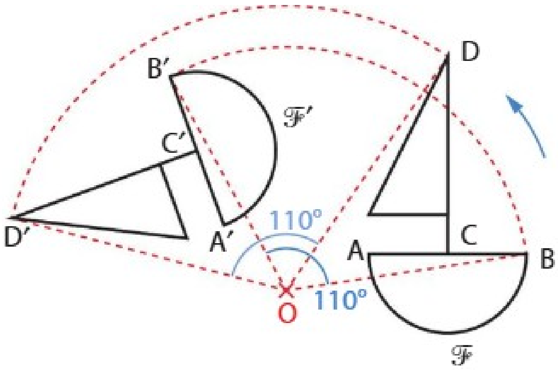
Définition
Transformer une figure par rotation, c'est la faire tourner autour d'un point.
Une rotation est définie par :




- un centre ;
- un angle de rotation ;
- un sens de rotation (horaire ou antihoraire).

Exemple

La figure $\mathcal{F}'$ a été obtenue en faisant tourner la figure $\mathcal{F}$ autour du point O d'un angle de 110° dans le sens antihoraire.
A′, B′, C′ et D′ sont les images respectives des points A, B, C et D par la rotation de centre O et d'angle 110° dans le sens antihoraire.
On dit que la figure $\mathcal{F}$ a pour image la figure $\mathcal{F}'$.




Remarque
La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie centrale de centre O.

Propriétés
- Une figure et son image par une rotation sont superposables.
- La rotation conserve les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

Définition
Une rosace est constituée d'un motif qui est reproduit plusieurs fois par rotation.

## III] Transformer une figure par homothétie

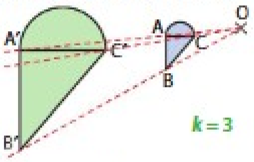
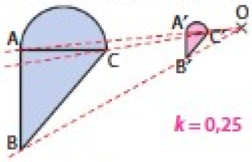
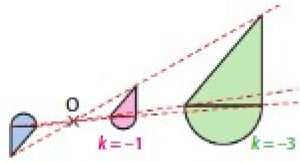
Définition

Soit O un point. Transformer une figure par une **homothétie** de centre O, c’est agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par O.

Une homothétie est définie par :

- un **centre** ;
- un **rapport** k non nul.

Exemples

| | | |
|---|---|---|
| On veut transformer la figure bleue par l’homothétie de centre O et de rapport 3. On fait glisser les points de la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC).<br><br>La figure verte est un agrandissement de rapport 3 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 3. | On veut transformer la figure bleue par l’homothétie de centre O et de rapport 0,25. On fait glisser les points de la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC).<br><br>La figure rose est une réduction de rapport 0,25 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 0,25. | <br>Lorsqu'on fait glisser les points d'une figure de façon à ce que chaque point de l'homothétie, la figure est « retournée » par rapport à ce centre.<br><br>C'est le cas où le rapport de l'homothétie est négatif. |

Propriétés

- Lorsque k > 1, l’homothétie effectue un <u>agrandissement</u> de la figure.
- Lorsque 0 < k < 1, l’homothétie effectue une <u>réduction</u> de la figure.

Remarque

L’homothétie de rapport -1 et de centre O est la symétrie de centre O.

Propriétés

- Une figure et son image par une homothétie ont la même forme. *L'homothétie conserve les alignements et les mesures des angles.*
- Par une homothétie de rapport k > 0 les longueurs sont multipliées par k et les aires par $k^2$.