Séquence : Fonction

I] Déterminer des images et des antécédents

Définition

Une **fonction** est un procédé qui, à un nombre x, fait correspondre un nombre unique appelé image de x.

Exemple

Le procédé qui à tout nombre fait correspondre son carré est une fonction.

$3 \mapsto 9$

$-5 \mapsto 25$

$10 \mapsto 100$

$x \mapsto x^2$

Notation

Par une fonction f, l'image d'un nombre x est notée $f(x)$ (lire « f de x »).
On note $f : x \mapsto f(x)$.

Exemple 1

Pour définir la fonction f qui, à tout nombre x, fait correspondre son carré, on note
$f : x \mapsto x^2$.
On peut aussi définir cette fonction en écrivant l'égalité $f(x) = x^2$, qui peut se traduire par « l'image de x par la fonction f est égale à x^2 ».

L'image de 3 par la fonction f est égale à 9.
On note $f(3) = 9$.
L'image de −2 par la fonction f est égale à 4.
On note $f(2) = 4$.

Exemple 2

Pour définir la fonction g qui, à tout nombre x, fait correspondre le nombre $3x - 1$, on note $g : x \mapsto 3x - 1$.
On peut aussi définir cette fonction g en écrivant l'égalité $g(x) = 3x - 1$, qui peut se traduire par « l'image de x par la fonction g est égale à $3x - 1$ ».

L'image de 0 par la fonction g est −1 :
$g(0) = 3 \times 0–1 = 0 - 1 = -1$.
L'image de 7 par la fonction g est 20 :
$g(7) = 3 \times 7 - 1 = 21 - 1 = 20$.

Remarque

Il ne faut pas confondre f et $f(x)$:

- f désigne une **fonction** ;
- $f(x)$ désigne un **nombre** et non une fonction : c'est l'image d'un nombre x par la fonction f.

Définition

Si un nombre x a pour **image** le nombre y par une **fonction** f, on dit que x est un **antécédent** de y par la fonction f.

Remarques

- Un nombre x ne peut pas avoir plusieurs **images**, mais un nombre y peut avoir plusieurs **antécédents**.
  Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre 9 a deux antécédents : 3 et -3.
- Un nombre y peut n'avoir aucun **antécédent**. Par exemple, si $f(x) = x^2$, le nombre -25 n'a aucun antécédent car aucun carré ne peut être négatif.

II] Tracer la représentation graphique d'une fonction

Définition

Dans un repère, la **représentation graphique ou courbe représentative** d'une fonction f est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$.

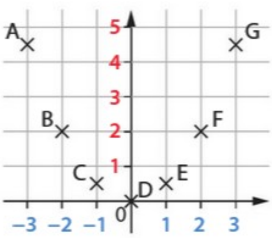
Exemple

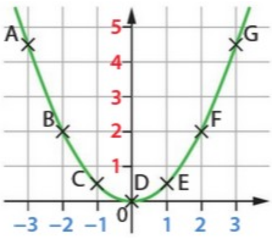
Soit la fonction $f : x \mapsto 0,5x^2$.

Pour dessiner la représentation graphique de la fonction f, on peut calculer les valeurs prises par $f(x)$ pour quelques valeurs de x.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 0,5x^2$	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5
Point	A	B	C	D	E	F	G

On place ensuite les points correspondants de coordonnées $(x; f(x))$ dans un repère.





III] Exploiter la représentation graphique d’une fonction

Méthode

• **Pour déterminer graphiquement l’image d’un nombre** x, on place x sur l’axe des abscisses et on lit l’ordonnée du point de la courbe correspondant. •
• **Pour déterminer graphiquement les antécédents d’un nombre** y, on place y sur l’axe des ordonnées et on lit les abscisses des points de la courbe correspondants.

Exemple

On a tracé ci-contre la courbe représentative d’une fonction f.

- Pour déterminer graphiquement **l’image** de 1 par la fonction f, on utilise le point de la courbe qui a pour abscisse 1 : il s’agit du point MM dont l’ordonnée est égale à -1.
  L’image de 1 est donc -1, c’est-à-dire $f(1) = -1$.
- Pour déterminer un **antécédent** de 4, on utilise un point de la courbe qui a pour ordonnée 4 : il s’agit du point N qui a pour abscisse 5.
  5 est donc un antécédent de 4, c’est-à-dire $f(5) = 4$.