

Séquence : Nombres

I] Additionner et soustraire avec des nombres décimaux

Propriété

Pour calculer une somme, on peut :

- modifier l'ordre des termes ;
- regrouper les termes différemment.

Exemples

$$\bullet 3,2 + 5,4 = 8,6$$

$$5,4 + 3,2 = 8,6$$

$$\bullet A = 2,3 + 4,9 + 1,7$$

$$A = 2,3 + 1,7 + 4,9$$

$$A = 4 + 4,9$$

$$A = 8,9$$

Remarque

On ne peut pas modifier l'ordre des termes d'une soustraction.

Méthode

Pour poser une addition ou une soustraction de nombres décimaux :

- on aligne les unités sous les unités, les dixièmes sous les dixièmes, etc. ;
- on commence l'opération par la droite ;
- on utilise des retenues si nécessaire.

Exemples

• On veut calculer $478,3 + 124,07 + 49,15$.

$$\begin{array}{r} 4,_{+1} \quad 7,_{+2} \quad 8 \quad , \quad 3,_{+1} \quad 0 \\ + \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad , \quad 0 \quad 7 \\ + \quad \quad 4 \quad 9 \quad , \quad 1 \quad 5 \\ \hline 6 \quad 5 \quad 1 \quad , \quad 5 \quad 2 \end{array}$$

$$478,3 + 124,07 + 49,15 = 651,52$$

• On veut calculer $674,51 - 78,1$.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 7 \quad 4 \quad , \quad 5 \quad 1 \\ - \quad 0,_{+1} \quad 7,_{+1} \quad 8 \quad , \quad 1 \quad 0 \\ \hline 5 \quad 9 \quad 6 \quad , \quad 4 \quad 1 \end{array}$$

$$674,51 - 78,1 = 596,41$$

Méthode

Pour **estimer un ordre de grandeur** du résultat d'une addition ou d'une soustraction, on peut remplacer chaque terme par un nombre proche qui permet d'effectuer le calcul mentalement.

Exemple

On cherche un ordre de grandeur de la somme $3,219 + 5,68$.

On remplace chaque terme par un nombre proche : $3,2 + 5,7 = 8,9$

8,9 est un ordre de grandeur de cette somme.

✂ Entraîne-toi avec *Calculer : Additionner et soustraire* ✂

II] Multiplier avec des nombres décimaux

Propriété

Pour calculer un produit, on peut :

- modifier l'ordre des facteurs ;
- regrouper les facteurs différemment.

Exemples

- $3,2 \times 4 = 12,8$
- $4 \times 3,2 = 12,8$

$$\begin{aligned} A &= 1,5 \times 5,1 \times 2 \\ A &= 1,5 \times 2 \times 5,1 \\ A &= 3 \times 5,1 \\ A &= 15,3 \end{aligned}$$

Propriétés

- Quand on multiplie un nombre par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines (le chiffre des dixièmes devient le chiffre des unités, le chiffre des centièmes devient le chiffre des dixièmes ...).
- Quand on multiplie un nombre par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centaines (le chiffre des dixièmes devient le chiffre des dizaines, le chiffre des centièmes devient le chiffre des unités ...)

Exemples

- $21,783 \times 10 = 217,83$

	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
		2	1 ,	7	8	3
$\times 10$	2	1	7 ,	8	3	

- $21,783 \times 100 = 2\,178,3$
- $21,783 \times 1\,000 = 21\,783$
- $21,783 \times 10\,000 = 217\,830$

Méthode

Pour poser une multiplication de deux nombres décimaux, on pose la multiplication sans tenir compte des virgules, puis on place les virgules.

Exemple

On souhaite calculer $3,47 \times 3,2$.

On calcule d'abord 347×32 , puis on place les virgules.

		3	4	7	$\xrightarrow{+100}$			3	4	7
		×		3	$\xrightarrow{+10}$			×		3
				6						6
				9						9
				4						4
+	1	0		4		+	1	0		4
				1						1
				0						0
				4	$\xrightarrow{+1\,000}$					4
1	1	1	0	4		1	1	1	0	4

On a donc : $3,47 \times 3,2 = 11,104$.

✂ Entraîne-toi avec Calculer : Multiplier ✂

III] Utiliser des priorités de calcul

Propriétés

- Dans un calcul sans parenthèse, on effectue les multiplications avant les additions et les soustractions.
- Dans un calcul avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples

$$A = 2,1 + 3,5 \times 2 = 2,1 + 7 = 9,1$$

$$B = 2 \times (3,5 - 2,4) = 2 \times 1,1 = 2,2$$

Méthode

Pour calculer un produit, on peut parfois considérer l'un de ses facteurs comme une somme ou une différence.

Exemples

$$\bullet 45 \times 21 = 45 \times 20 + 45, \text{ car } 21 = 20 + 1$$

$$\bullet 6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2, \text{ car } 18 = 20 - 2$$

$$\bullet 23 \times 7 = 23 \times 3 + 23 \times 10, \text{ car } 7 + 3 = 10$$

✂ Entraîne-toi avec *Priorités opératoires* ✂

IV] Additionner et multiplier avec des fractions

Propriété

Pour **additionner deux fractions de même dénominateur**, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemples

$$\bullet \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\bullet \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Propriété

Pour **multiplier une fraction par un nombre entier**, on multiplie le numérateur par ce nombre entier et on garde le dénominateur.

Exemples

$$\bullet 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4 \times 1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\bullet \frac{3}{5} \times 2 = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$$

✂ Entraîne-toi avec *Opérations sur les fractions* ✂

Propriété

Pour **calculer une fraction d'une quantité**, on multiplie la quantité par la fraction.

Exemple

On veut calculer les $\frac{3}{5}$ d'une bouteille de 75 cL.

$$\frac{3}{5} \times 75 \text{ cL} = \frac{3 \times 75}{5} \text{ cL} = \frac{225}{5} \text{ cL} = 45 \text{ cL}$$

Remarques

- Multiplier une quantité par 0,1 revient à calculer $\frac{1}{10}$ de cette quantité : $7 \times 0,1 = 7 \times \frac{1}{10} = 0,7$.

- Multiplier une quantité par 0,5 revient à calculer $\frac{1}{2}$ (soit la moitié) de cette quantité :

$$12 \times 0,5 = 12 \times \frac{1}{2} = 6.$$

✂ Entraîne-toi avec *Fractions : problèmes* ✂

🌿 Des émissions de gaz à effet de serre selon le moyen de transport 🌿

Séquence : Longueur et périmètre

I] Comparer et mesurer des périmètres

Définition

Le **périmètre** d'une figure est la longueur de son contour.
Il s'exprime à l'aide d'une **unité de longueur**.

Exemple

On souhaite déterminer le périmètre de la figure ci-contre dans l'unité de longueur donnée.

$$6 \times 1 + 2 + 4 = 12$$

Le périmètre de cette figure est de 12 unités de longueur.

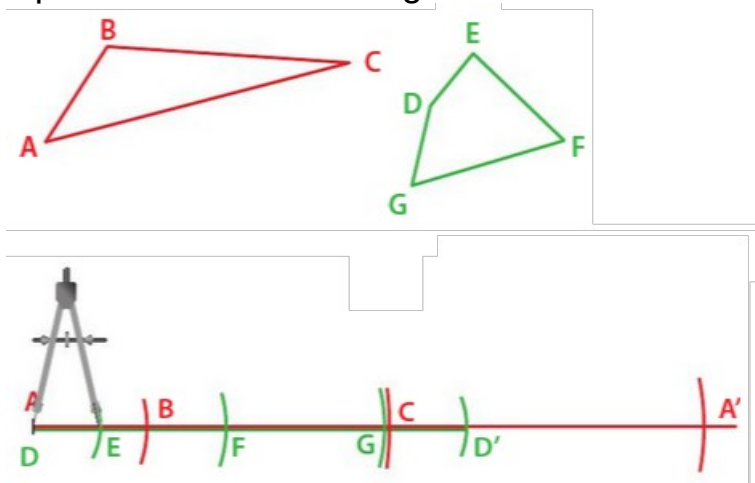


Méthode

Pour comparer les périmètres de plusieurs polygones, on peut reporter les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite.

Exemple

On veut comparer les périmètres des deux figures ci-dessous :



Pour comparer ces périmètres, on peut reporter à la suite les unes des autres les longueurs de chaque côté sur une demi-droite, avec un compas.

La longueur du segment [AA'] est égale au périmètre du triangle ABC.

La longueur du segment [DD'] est égale au périmètre du quadrilatère DEFG.

Le périmètre de la figure rouge est donc le plus grand des deux.

✂ Entraîne-toi avec *Périmètres : Mesurer, reporter* ✂

Méthode

L'unité de longueur de référence est le mètre. Pour convertir des unités de longueur, on effectue des multiplications ou des divisions par 10. On peut s'aider du tableau suivant :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Exemples

- On veut convertir 43,5 cm en millimètres.

1 cm = 10 mm donc

43,5 cm = $43,5 \times 10$ mm = 435 mm.

- On veut convertir 21 500 cm en mètres.

1 m = 100 cm donc

21 500 cm = $21\,500 \div 100$ m = 215 m.

✂ Entraîne-toi avec *Périmètres et unité* ✂

II] Calculer le périmètre d'un polygone

Propriété

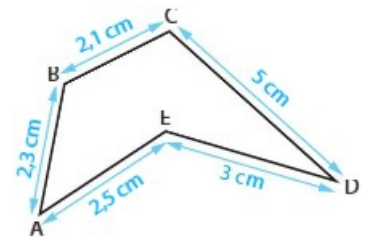
Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs de ses côtés.

Exemple

$P = 2,3 \text{ cm} + 2,1 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} = 14,9 \text{ cm}$

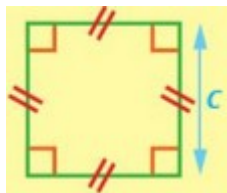
Le périmètre du pentagone ABCDE est égal à 14,9 cm.

Attention, quand on calcule le périmètre d'une figure, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.



Propriétés

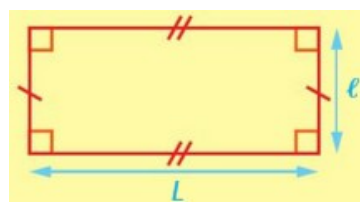
- Le périmètre d'un carré de côté c : $P = 4 \times c$



- Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ :

$$P = 2 \times L + 2 \times \ell$$

$$\text{ou } P = 2 \times (L + \ell)$$



Exemples

- Le périmètre d'un carré de côté 7 cm est égal à 28 cm.

$$\mathcal{P} = 4 \times c = 4 \times 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$$

- Le périmètre d'un rectangle de longueur 5 dm et de largeur 3 dm est égal à 16 dm.

$$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell = 2 \times 5 \text{ dm} + 2 \times 3 \text{ dm}$$

$$= 10 \text{ dm} + 6 \text{ dm} = 16 \text{ dm}$$

$$\text{ou } \mathcal{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times (5 \text{ dm} + 3 \text{ dm})$$

$$= 2 \times 8 \text{ dm} = 16 \text{ dm}$$

III] Calculer la longueur d'un cercle

Propriétés

- La longueur L (ou **circonférence**) d'un cercle de diamètre D est égale au produit de son diamètre par le nombre π . Elle est donc proportionnelle à son diamètre (et à son rayon r) :

$$L = D \times \pi \text{ ou } L = 2 \times r \times \pi$$

- Le **nombre π (pi)** n'est pas un nombre décimal, il possède une infinité de chiffres après la virgule :

$$\pi \approx 3,141\,592\,653\,589\,793\dots$$

Remarque

En pratique, on utilise souvent **3,14** comme valeur approchée de π .

On peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

Exemple

On cherche la longueur d'un cercle de rayon 3 m.

$$L = 2 \times r \times \pi = 2 \times 3 \text{ m} \times \pi = 6 \times \pi \text{ m} \approx 6 \times 3,14 \text{ m} \approx 18,84 \text{ m}$$

La longueur exacte du cercle est $6 \times \pi \text{ m}$, soit environ 18,84 m.

✂ Entraîne-toi avec *Périmètres : problèmes* ✂

Séquence : Division

I] Effectuer et utiliser une division euclidienne

Définition

Effectuer la **division euclidienne** d'un nombre entier (le dividende) par un nombre entier différent de 0 (le diviseur), c'est trouver deux nombres entiers (le quotient et le reste) tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste avec } \text{reste} < \text{diviseur}$$

Exemple

Effectuer la division euclidienne de 529 par 12, c'est chercher le plus grand nombre de fois que 12 est contenu dans 529 et combien il reste.

dividende	→	5	2	9		12	←	diviseur
		-	4	8		44	←	quotient
		<hr/>						
			4	9				
		-	4	8				
		<hr/>						
reste	→			1				

On écrit alors : $529 = 12 \times 44 + 1$

Remarques

On ne peut jamais diviser par 0.

Certaines calculatrices disposent d'une touche « division euclidienne ».

Entraînement

II] Déterminer des multiples et des diviseurs

Exemple

Si on effectue la division euclidienne de 105 par 7, on trouve un reste nul :

1	0	5		7
-	7			15
<hr/>				
	3	5		
-	3	5		
<hr/>				
		0		

$$105 = 7 \times 15 + 0 \text{ donc } 105 = 7 \times 15 \text{ et } 105 \div 7 = 15$$

Définitions

Comme la division euclidienne de 105 par 7 donne un reste nul, on peut dire que :

- 105 est **divisible** par 7
- 7 est un **diviseur** de 105
- 105 est un **multiple** de 7

Remarques

- $105 = 7 \times 15$, donc on peut aussi dire 105 est divisible par 15, 15 est un diviseur de

105 et que 105 est un multiple de 15.

- Tous les nombres entiers sont divisibles par 1 et par eux-mêmes.

Définitions

- Les nombres entiers qui sont multiples de 2 sont appelés des nombres **pairs**.
- Les nombres entiers qui ne sont pas pairs, sont appelés les nombres **impairs**.

III] Utiliser des critères de divisibilité

Propriétés – Critères de divisibilité

- Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemples

- 57 est divisible par 3, car $5+7=12$ et 12 est divisible par 3.
- 3 715 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 5.

IV] Effectuer et utiliser une division décimale

Définition

Effectuer la division d'un nombre décimal (le **dividende**) par un nombre entier différent de zéro (le **diviseur**), c'est chercher le nombre appelé **quotient** tel que :

dividende = diviseur × quotient.

On écrit : $\text{dividende} \div \text{diviseur} = \text{quotient}$.

Exemple

$$\begin{array}{r} 5.16 \\ 4 \overline{) 5.16} \\ \underline{-4} \\ 11 \\ \underline{-8} \\ 36 \\ \underline{-36} \\ 0 \end{array}$$

On écrit :
 $5,16 \div 4 = 1,29$

À la 2^e étape, on divise 11 dixièmes par 4.
2 est donc le chiffre des dixièmes du quotient. Il faut alors penser à mettre la virgule dans le quotient.
Lorsque le reste de la division est égal à 0, la division est terminée.

$$\begin{array}{r} 5.00 \\ 3 \overline{) 5.00} \\ \underline{-3} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 2 \end{array}$$

On écrit :
 $5 \div 3 \approx 1,66$

Cette division ne se termine jamais.
Le quotient de 5 par 3 n'est pas un nombre décimal.

Propriété

Quand on divise un nombre décimal par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dixièmes, le chiffre des dixièmes devient le chiffre des centièmes ...

Quand on divise un nombre décimal par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centièmes, le chiffre des dixièmes devient le chiffre des millièmes ...

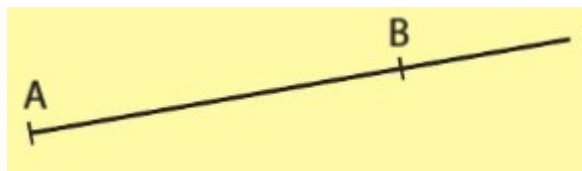
Séquence : Angles

I] Connaître et utiliser la notion d'angle

Définition

La partie de la droite (AB) délimitée par le point A et contenant B est appelée la **demi-droite** d'origine A et passant par B.

Cette demi-droite est notée [AB).



Définitions

Deux demi-droites de même origine forment un **angle**.

L'origine commune de ces demi-droites est appelée le **sommet de l'angle**.

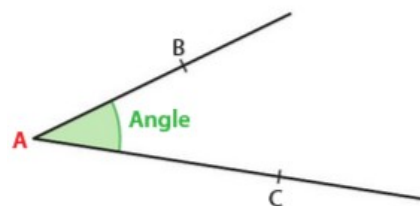
Les deux demi-droites sont appelées les **côtés de l'angle**.

Exemple

On note \widehat{BAC} ou \widehat{CAB} . Pas \widehat{CBA} !

Le point A est le sommet de l'angle.

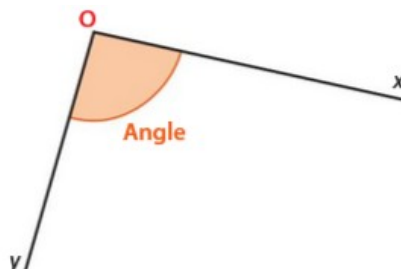
Les demi-droites [AB) et [AC) sont les côtés de l'angle.



On note l'angle ci-contre \widehat{xOy} ou \widehat{yOx} .

Le point O est le sommet de l'angle.

Les demi-droites [Ox) et [Oy) sont les côtés de l'angle.



Remarques

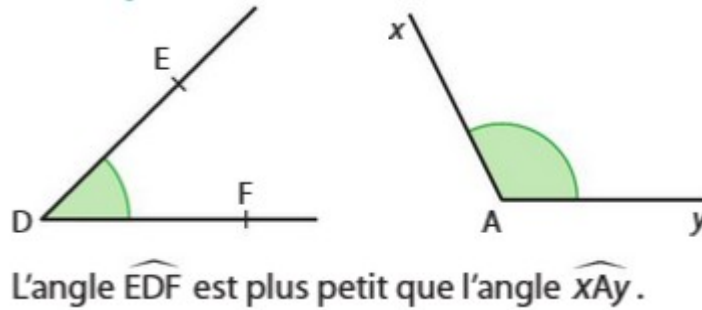
Sur une figure, on code les angles par de petits arcs de cercle qui ont pour centre le sommet de l'angle.

Dans la notation d'un angle, le sommet est toujours la lettre centrale.

Méthode

Pour comparer deux angles, on compare leurs « ouvertures » : plus l'ouverture est grande, plus l'angle est grand.

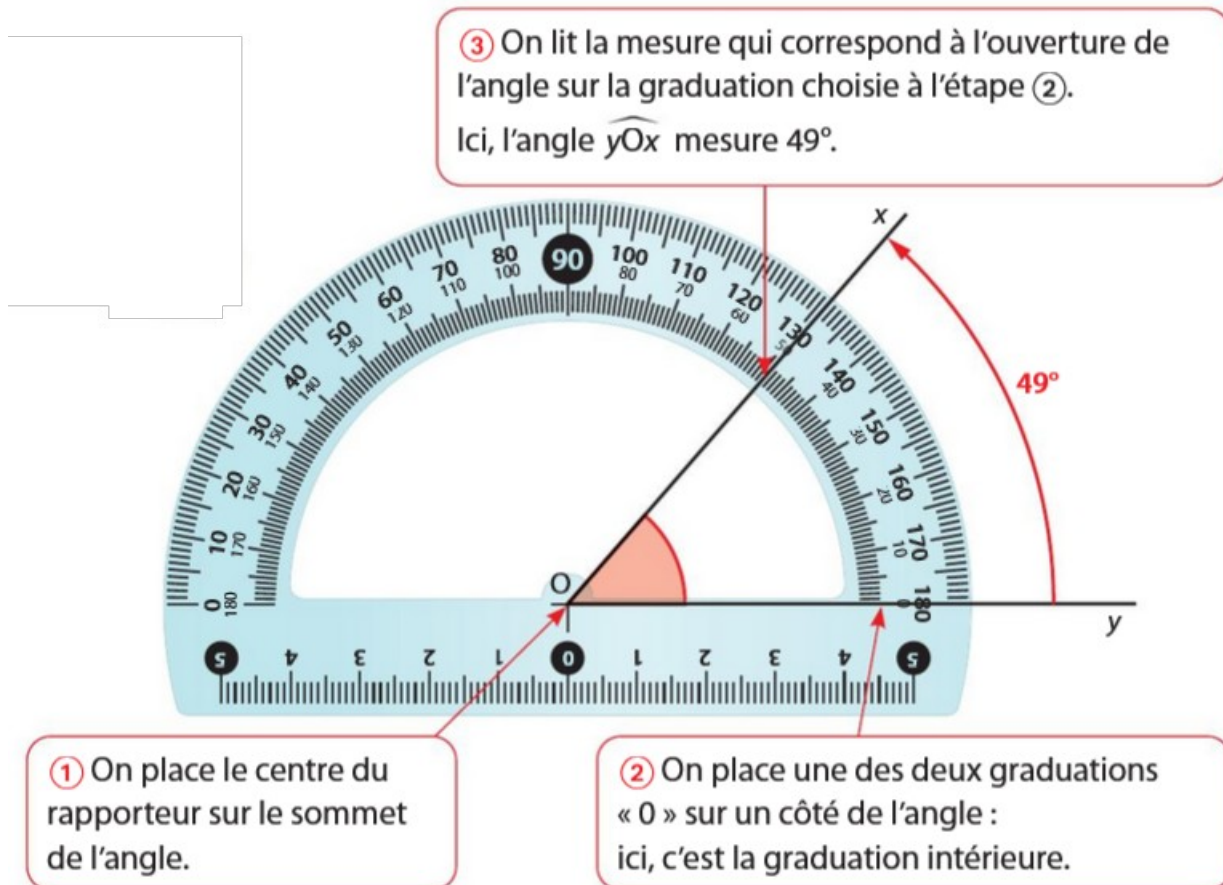
Exemple



II] Mesurer un angle

Méthode

Pour trouver la mesure d'un angle, on utilise un **rapporteur**.
L'unité de mesures des angles est le **degré**, noté $^\circ$.

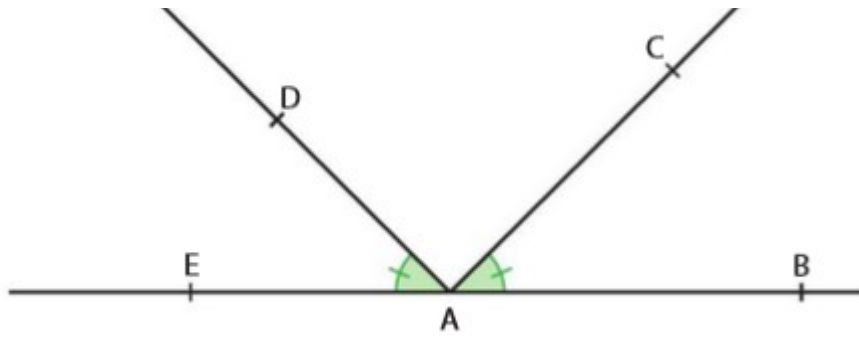


Définitions

Angle \widehat{BAC}	nul	aigu	droit	obtus	plat
Mesure	0°	comprise entre 0° et 90°	90°	comprise entre 90° et 180°	180°

Remarque

On peut coder deux angles de même mesure avec un même symbole, comme pour les longueurs.



Les angles \widehat{DAE} et \widehat{CAB} ont la même mesure.

III] Construire un angle

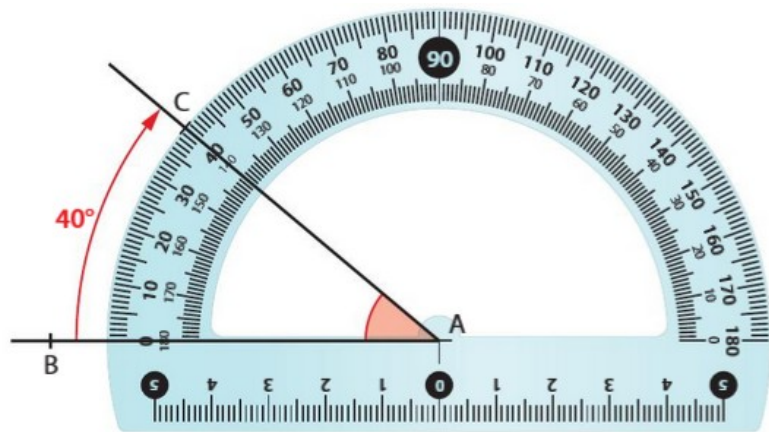
Méthode

Pour construire un angle d'une mesure donnée, on s'aide de la règle et du rapporteur.

Exemple

Pour construire un angle \widehat{BAC} de 40° :

- on commence par tracer une demi-droite $[AB)$;
- on place le centre du rapporteur en A, en faisant coïncider la demi-droite $[AB)$ avec une des graduations « 0 » ;
- on place un point C de sorte que la demi-droite $[AC)$ fasse un angle de 40° avec la demi-droite $[AB)$.



IV] Construire un triangle

Propriétés

- On peut construire un triangle si on connaît la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle formé par ces deux côtés.
- On peut construire un triangle si on connaît la mesure de deux angles et du côté commun à ces deux angles.

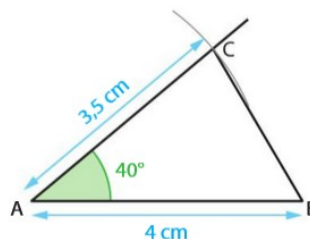
Exemple

On peut construire le triangle ABC tel que :

$AB = 4 \text{ cm}$

$AC = 3,5 \text{ cm}$

$\widehat{BAC} = 40^\circ$



Séquence : Proportionnalité

I] Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple – Situation de proportionnalité

Des t-shirts sont vendus à l'unité. Un t-shirt coûte 11 €.

Le **prix à payer** en euros s'obtient en multipliant le **nombre de t-shirts achetés** par **11**.

Le **nombre de t-shirts achetés** et le **prix à payer** sont deux grandeurs proportionnelles.

11 est le **coefficient de proportionnalité**.

Luc a acheté **6** t-shirts.

Le prix en euros qu'il a payé est : $6 \times 11 = 66$.

Hatim a acheté des t-shirts et a payé **132** euros.

Le nombre de t-shirts qu'il a achetés est : $132 \div 11 = 12$.

Les deux grandeurs étudiées sont le nombre de t-shirt et le prix à payer (en €). On peut regrouper les données dans un tableau.

$\div 11$	Nombre de t-shirts	1	6	12	$\times 11$
	Prix à payer (en €)	11	66	132	



Exemple – Pas une situation de proportionnalité

Des stylos sont vendus 2,10 € l'un et 20 € le paquet de dix.

On ne peut pas obtenir le **prix à payer** en multipliant le **nombre de stylos achetés** par un même nombre : le **prix à payer** et le **nombre de stylos achetés** ne sont pas des grandeurs proportionnelles.

Nombre de stylos achetés	1	10
Prix à payer (en €)	2,10	20



On aurait pu aussi faire le raisonnement suivant.

Si les deux grandeurs étaient proportionnelles, alors

10 stylos coûteraient 10 fois plus cher qu'un stylo, soit

$10 \times 2,1 \text{ €} = 21 \text{ €}$.

Ce n'est pas le cas (10 stylos coûtent en réalité 20 €), donc ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.



II] Calculer une quatrième proportionnelle

Propriété

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, lorsque l'on connaît trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée quatrième proportionnelle.

Méthode – Lien entre les colonnes

Pour obtenir les nombres d'une colonne d'un tableau de proportionnalité, on peut :

- ajouter les nombres de deux autres colonnes
- multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre

Exemple

Au restaurant scolaire, tous les repas sont au même prix.

Si 3 repas coûtent 12,90 € et 2 repas coûtent 8,60 €, alors :

• 5 repas coûtent $12,90 € + 8,60 € = 21,50 €$

• 15 repas coûtent $21,50 € \times 3 = 64,50 €$

Nombre de repas	3	+	2	5	15
Prix (en €)	12,90	+	8,60	21,50	64,50

Méthode – Passage par l'unité

Pour traiter d'une situation de proportionnalité, il est parfois plus judicieux de revenir à l'unité.

Exemple

En randonnée, Marianne marche toujours à la même vitesse.

En 3 heures, elle parcourt 12 km. Combien parcourt-elle en 5 heures ?

En 1 heure, elle parcourt 3 fois moins de distance qu'en 3 heures, soit 4 km.

En 5 heures, elle parcourt 5 fois plus de distance qu'en 1 heure, soit 20 km.

Temps de marche (en h)	3	1	5
Distance parcourue (en km)	12	4	20

Méthode – Coefficient de proportionnalité

Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser un coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre.

Exemple

Pour fabriquer 10 sacs, une usine a besoin de 20 m² de tissu.

On passe du nombre de sacs fabriqués à la surface de tissu (en m²) en multipliant par 2.

On cherche la surface de tissu dont elle aura besoin pour fabriquer 32 sacs.

$32 \times 2 = 64$. Elle aura besoin de 64 m² de tissu.

Nombre de sacs fabriqués	10	32
Surface de tissu (en m ²)	20	64

III] Utiliser une échelle

Définitions

Dans une représentation à l'échelle, les longueurs représentées et les longueurs réelles sont proportionnelles.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale au rapport $\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}}$ où les longueurs sont exprimées dans la même unité de mesure.

Exemple

Sur le plan ci-contre à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, qu'on peut aussi noter 1 : 200 000, le chemin de randonnée entre les Granges d'Astau et le lac d'Oô mesure environ 3,4 cm. Quelle est sa longueur réelle ?

+ 200 000	Longueur sur le plan (en cm)	1	3,4
	Longueur réelle (en cm)	200 000	?

× 200 000



Une longueur de 3,4 cm sur le plan correspond à une longueur réelle de : $3,4 \text{ cm} \times 200\,000 = 680\,000 \text{ cm}$ soit 6 800 m ou encore 6,8 km.

Remarque

Si l'échelle est inférieure à 1, la représentation est une réduction.

Si l'échelle est supérieure à 1, la représentation est un agrandissement.

IV] Appliquer un pourcentage

Définition

Un pourcentage est une proportion par rapport à 100. Il traduit une situation de proportionnalité.

Exemple

L'eau de la mer Méditerranée contient 4 % de sel. Cela signifie que :

- 100 g d'eau contiennent 4 g de sel ;
- la proportion de sel dans l'eau est égale à $\frac{4}{100}$;
- la masse de sel et la masse d'eau sont proportionnelles, avec pour coefficient de proportionnalité $\frac{4}{100}$ soit 0,04.

Masse d'eau (en g)	100	
Masse de sel (en g)	4	× 0,04

Propriété

Pour calculer t % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple

Quelle est la masse de sel contenue dans 680 g d'eau de la mer Méditerranée ?

On doit calculer 4 % de 680 g :

$$680 \times \frac{4}{100} = 680 \times 0,04 = 27,2.$$

Dans 680 g d'eau, il y a 27,2 g de sel.

Masse d'eau (en g)	100	680
Masse de sel (en g)	4	?

× 0,04

Séquence : Figures usuelles et aires

I] Comparer et déterminer des aires

Définition

L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

Exemple

Ces deux figures ont le même périmètre (14 unités de longueur) mais la surface de la figure ② est plus grande que celle de la figure ①.

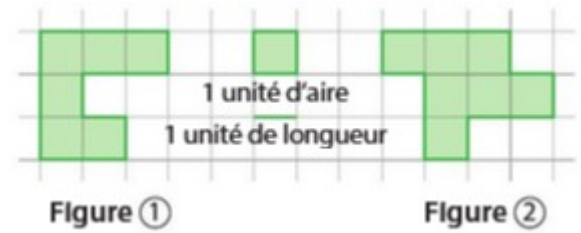


Figure ① : 6 unités d'aire

Figure ② : 7 unités d'aire

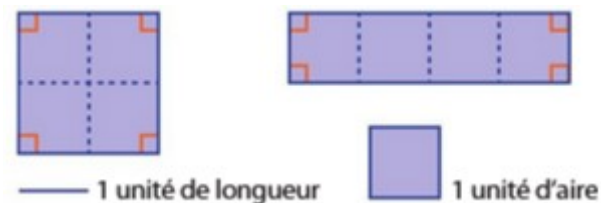
Remarque

Deux figures ayant la même aire n'ont pas forcément le même périmètre.

Exemple

L'aire du carré est de 4 unités d'aire, et son périmètre est de 8 unités de longueur.

L'aire du rectangle est de 4 unités d'aire, et son périmètre est de 10 unités de longueur.



Définitions

- L'unité d'aire de référence est le **mètre carré**, noté m^2 . Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- Autres unités d'aire :**

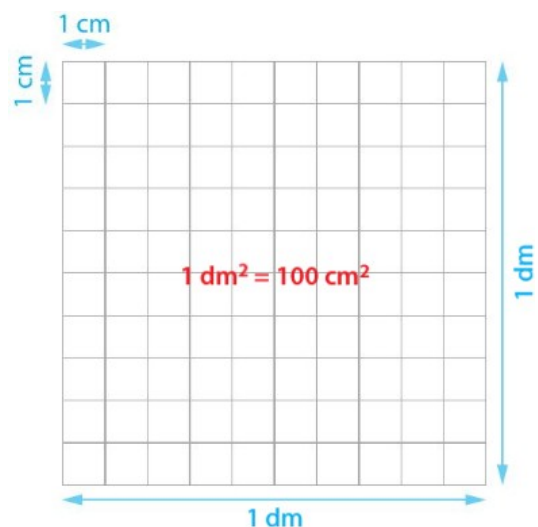
Multiples de l'unité			Unité	Sous-multiples de l'unité		
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1 km^2 = 100 hm^2$	$1 hm^2 = 100 dam^2$ $= \frac{1}{100} km^2$	$1 dam^2 = 100 m^2$ $= \frac{1}{100} hm^2$	$1 m^2 = 100 dm^2$ $= \frac{1}{100} dam^2$	$1 dm^2 = 100 cm^2$ $= \frac{1}{100} m^2$	$1 cm^2 = 100 mm^2$ $= \frac{1}{100} dm^2$	$1 mm^2 = \frac{1}{100} cm^2$

Exemples

- Un carré de 1 cm de côté a une aire de $1 cm^2$.
- Un carré de 1 dm de côté a une aire de $1 dm^2$.
- On veut convertir $12 m^2$ en cm^2 .
 $1 m^2 = 100 dm^2 = 10\,000 cm^2$ donc
 $12 m^2 = 12 \times 10\,000 cm^2 = 120\,000 cm^2$.
- On veut convertir $1\,500 mm^2$ en cm^2 .

$$1 mm^2 = \frac{1}{100} cm^2 \text{ donc}$$

$$1500 mm^2 = \frac{1500}{100} cm^2 = 15 cm^2$$



Remarque

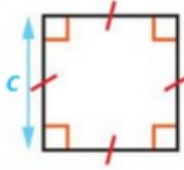
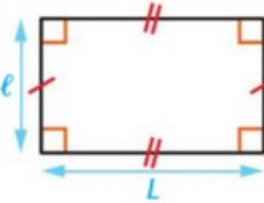
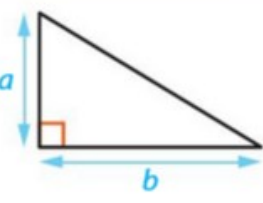
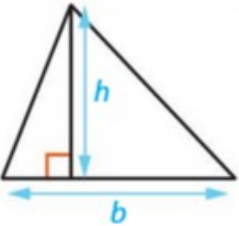
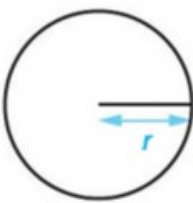
Pour mesurer l'aire d'un terrain, on utilise plutôt l'are (noté a) et l'hectare (noté ha).

- $1 a = 100 m^2$

- 1 ha = 100 a = 1 hm²

II] Calculer une aire avec une formule

Propriétés

	Carré	Rectangle	Triangle rectangle	Triangle	Disque
Figure					
Aire	$\mathcal{A} = c \times c$	$\mathcal{A} = L \times \ell$	$\mathcal{A} = (a \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = (h \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = r \times r \times \pi$

Remarque

- Pour le calcul d'une aire, toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.
- En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π (pi).
On peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

Exemple

L'aire d'un rectangle de 3 cm sur 5 cm est :

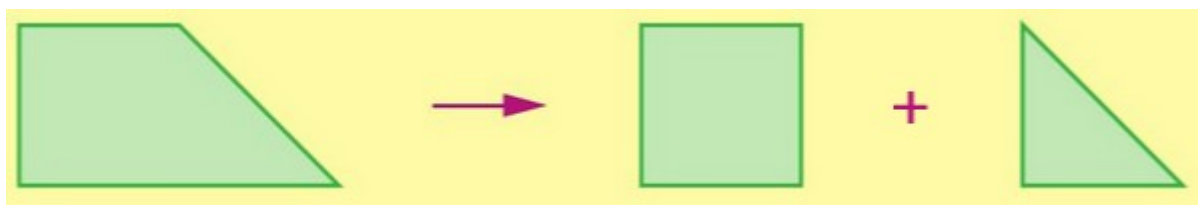
$$\mathcal{A} = 3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$$

III] Calculer l'aire d'une figure complexe

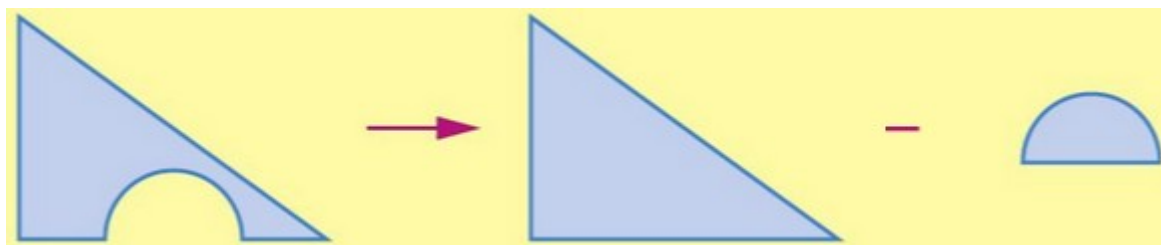
Méthodes

Pour calculer l'aire de certaine figures, on peut utiliser plusieurs méthodes suivant le cas.

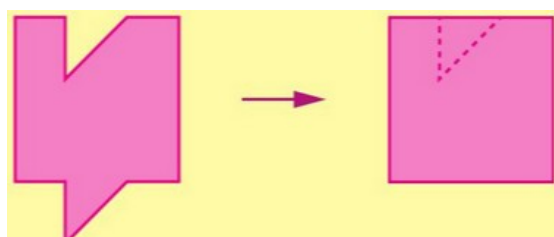
- Méthode 1 : on décompose et on additionne



- Méthode 2 : on complète et on soustrait



- Méthode 3 : on découpe et on déplace



Séquence : Fractions

I] Connaître la notion de fraction quotient

Définition

a et b désignent deux nombres ($b \neq 0$).

Le **quotient** de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

On le note $a : b$ ou $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b}$ est appelé une **écriture fractionnaire**.

Exemple

$\frac{12}{5}$ est le quotient de 12 par 5.

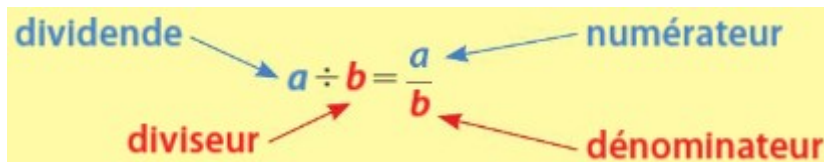
C'est le nombre qui, multiplié par 5, donne 12.

On a : $\frac{12}{5} \times 5 = 12$.

On ne peut jamais diviser par 0 !

Définition

Si a et b sont des nombres entiers ($b \neq 0$), on dit que le nombre $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.



Remarque

Un quotient n'est pas toujours un nombre décimal.

Exemples

- $\frac{12}{5} = 12 \div 5 = 2,4$ donc $\frac{12}{5}$ est un nombre décimal.
- La division décimale de 2 par 3 ne se termine jamais.
 $\frac{2}{3}$ n'a pas d'écriture décimale, ce n'est pas un nombre décimal.

$$\begin{array}{r} 2,0000 \mid 3 \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \\ \dots \end{array}$$

Méthode

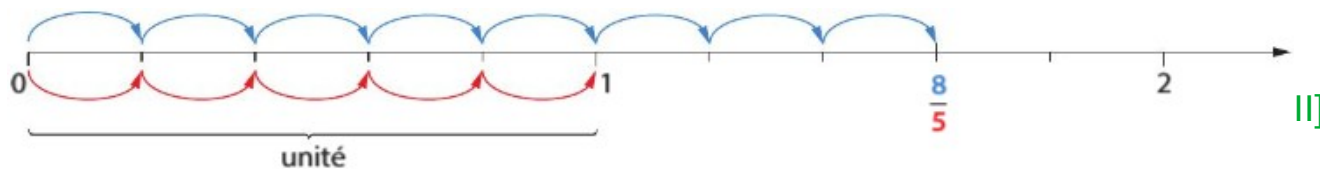
Pour placer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une demi-droite graduée, on partage l'unité en b segments

de même longueur, puis on reporte à fois cette longueur à partir de zéro.

Exemple

On veut repérer la fraction $\frac{8}{5}$.

On partage donc l'unité en 5 segments de même longueur et on reporte 8 fois cette longueur à partir de zéro.



Reconnaître des fractions égales

Méthode

On peut utiliser une demi-droite graduée pour établir une égalité entre deux fractions.

Exemple

Si on partage l'unité en 3 parts égales et qu'on reporte 2 fois cette longueur à partir de zéro, on arrive au même point que si on partage l'unité en 6 parts égales et qu'on reporte 4 fois cette longueur :

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}.$$

Propriété

Un quotient ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples

- $\frac{8}{5} = \frac{8 \times 2}{5 \times 2} = \frac{16}{10}$
- $\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$

III] Comparer des fractions

Propriété

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple

Propriété

Toute fraction peut être encadrée par deux nombres entiers consécutifs (qui se suivent).

Si a et b sont deux nombres entiers ($b \neq 0$), on a : $q \leq \frac{a}{b} < q + 1$ où q est le quotient de la division euclidienne de a par b .

Exemple

Séquence : Symétrie axiale

I] Construire et utiliser la médiatrice d'un segment

Définition

La **médiatrice** d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

Propriétés

- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des deux extrémités de ce segment.
- Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Vocabulaire

Équidistant : à la même distance.

Exemples

II] Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite

Définition

Soit d une droite.

- Si un point A n'appartient pas à la droite d , alors son **symétrique par rapport à la droite** d est le point A' tel que la droite d est la médiatrice du segment $[AA']$.
- Si un point B appartient à la droite d , alors son **symétrique par rapport à la droite** d est lui-même.

Propriété

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite d si elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite. La droite d est appelée l'axe de symétrie.

Exemple

III] Utiliser les propriétés de la symétrie axiale

Propriété

La symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite : on dit que la symétrie axiale conserve les alignements.

Exemple

Propriété

La symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur : on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Exemple

Propriété

Deux figures symétriques par rapport à une droite ont la même forme : on dit que la symétrie axiale conserve les angles, les périmètres et les aires.

Exemples

