Séquence : Calcul numérique et littéral

I] Enchainer des opérations

Convention - Calcul sans parenthèses
- Dans une expression ne comportant que des additions et des soustractions, ou que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.
- On effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions. On dit que la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction.

Exemples

$A = 12 - 5 + 8$	$B = 40 \div 8 \times 10$	$C = 23 + 6 \times 4$
$A = 7 + 8$	$B = 5 \times 10$	$C = 23 + 24$
$A = 15$	$B = 50$	$C = 47$

⚔ Entraine-toi avec *Calculs sans parenthèses* ⚔

Convention - Calcul avec parenthèses
- Dans une expression avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
- Quand il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on commence par les plus intérieures.
- À l'intérieur des parenthèses, on applique les priorités de calcul.
- Une expression qui figure au numérateur ou au dénominateur d'un quotient est considérée comme une expression entre parenthèses.

⚔ Entraine-toi avec *Calculs avec parenthèses* ⚔

Exemples

$D = 9 \times (7 + 4)$	$E = 2{,}5 \times [7 - (5 - 3)]$	$F = \frac{9+5}{7}$
$D = 9 \times 11$	$E = 2{,}5 \times [7 - 2]$	F peut aussi s'écrire $(9 + 5) \div 7$
$D = 99$	$E = 2{,}5 \times 5$	$F = \frac{14}{7}$
	$E = 12{,}5$	$F = 2$

Définitions
- Le résultat d'une addition est une **somme**. Les nombres additionnés sont les **termes**.
- Le résultat d'une soustraction est une **différence**. Les nombres qui interviennent dans la soustraction sont les **termes**.
- Le résultat d'une multiplication est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**.
- Le résultat d'une division est un **quotient**.
- La **nature** d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par l'opération à effectuer en dernier.

Exemples

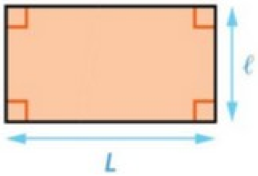
$\underbrace{25 + 3{,}5}_{\text{termes}} = \underbrace{28{,}5}_{\text{somme}}$	$\underbrace{38{,}7 - 12{,}4}_{\text{termes}} = \underbrace{26{,}3}_{\text{différence}}$	$\underbrace{7{,}3 \times 5}_{\text{facteurs}} = \underbrace{36{,}5}_{\text{produit}}$	$27 \div 6 = \frac{27}{6} = \underbrace{4{,}5}_{\text{quotient}}$

II] Ecrire et utiliser une expression littérale

Définition
Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemple 1

L'aire $\mathcal{A}$ d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par l'expression littérale :



$\mathcal{A} = L \times \ell$

On appelle aussi cela une **formule**.

Exemple 2

Un site internet vend des clés USB à 4 € l'unité et facture la livraison 3 €.
Le prix à payer dépend du nombre n de clés USB achetées.
On exprime ce prix P par l'expression littérale :

$$P = 4 \times n + 3$$

On dit que l'**on exprime le prix P en fonction de n**.

Entraine-toi avec *Donner du sens*

III] Simplifier une expression littérale

Convention
Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe × lorsqu'il est placé :
• devant ou derrière une lettre ;
• devant ou derrière une parenthèse.

Exemples
$4 \times a = 4a$
$a4 = 4a$ et non $a4$
$b \times c = bc$
$5 \times (x + 4) = 5(x + 4)$
Cela se lit **5 facteur de x + 4**.

Remarques
• On ne peut pas supprimer le signe × entre deux nombres : $4 \times 5 \neq 45$.
• On écrit $1 \times a = a$ plutôt que $1a$.
• On écrit $0 \times a = 0$ plutôt que $0a$.

Entraine-toi avec *Simplifier l'écriture (1)*

Définition
a désigne un nombre. On note :
• $a \times a = a^2$ (on lit « **a au carré** »)
• $a \times a \times a = a^3$ (on lit « **a au cube** »)

Exemples
$5 \times 5 = 5^2$
$7 \times 7 \times 7 = 7^3$

Entraine-toi avec *Simplifier l'écriture (8)*

Propriété
a, b et x désignent trois nombres.
• Pour simplifier une somme, on peut utiliser l'égalité : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.
• Pour simplifier une différence, on peut utiliser l'égalité : $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$.

• Pour simplifier un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l’ordre des facteurs.

Exemples $B = 0,3x$

$A = 3x + 2x$
$A = (3+2)x$
$A = 5x$

$B = 2,4x - 2,1x$
$B = (2,4 - 2,1)x$
$B = 0,3x$

$C = 2 \times x \times 7$
$C = 2 \times 7 \times x$
$C = 14x$

⚔ Entraine-toi ⚔

Méthode
On peut utiliser les règles de simplification des expressions littérales pour démontrer certaines propriétés.

Exemple
On veut démontrer la propriété suivante : « La somme de deux nombres entiers consécutifs est impaire ». On note n un entier quelconque.
Le nombre entier qui suit s’obtient en lui ajoutant 1 : il est donc écrit $n+1$.
La somme de deux entiers consécutifs est $S = n + n + 1 = 2n + 1$.
Or $2n$ désigne un multiple de 2 dans cette expression, c’est-à-dire un nombre pair. Donc $2n+1$ désigne un nombre impair.
La propriété est donc **démontrée** pour tous les couples de nombres entiers consécutifs.

⚔ Entraine-toi *en calculant la somme des n premiers entiers* ⚔

III] Tester une égalité

Méthode
Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on remplace dans l'expression littérale toutes les lettres par leurs valeurs.

Exemple 1

On veut calculer l’aire d’un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm.
On remplace L par 6 et ℓ par 4 dans la formule $\mathcal{A} = L \times \ell$:

$$\mathcal{A} = L \times \ell$$
$$\mathcal{A} = 6 \times 4$$
$$\mathcal{A} = 24$$

L’aire d’un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm est donc de 24 cm².

Exemple 2

On veut calculer le prix à payer si l’on achète 5 clés USB.
On remplace n par 5 dans l’expression littérale $P = 4 \times n + 3$.

$$P = 4 \times n + 3$$
$$P = 4 \times 5 + 3$$
$$P = 20 + 3$$
$$P = 23$$

Ainsi, pour acheter 5 clés USB, il faudra payer 23 €.

⚔ Entraine-toi avec *Substituer et calculer* ⚔

Définition
- Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par un signe =.
- Une égalité est **vraie** quand les deux membres ont la même valeur.

Exemple

$$\underbrace{3 \times 7}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{15 + 6}_{\text{membre de droite}}$$

Cette égalité est vraie car les deux membres ont la même valeur : 21.

Propriété
Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs attribuées aux lettres et fausse pour d'autres.

Exemple

On considère l'égalité $x + 2 = 8$.

- Si $x = 6$, cette égalité est vraie car $6 + 2 = 8$.
- Si $x = 9$, cette égalité est fausse car $9 + 2 = 11$ et $11 \neq 8$.

Méthode
Pour tester si une égalité est vraie pour des valeurs affectées aux lettres :
• on calcule le membre de gauche en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
• on calcule le membre de droite en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
• on observe si les deux membres sont égaux ou non ;
• on conclut.

Exemples

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$ pour $x = 8$:
– membre de gauche :
$$x + 2 = 8 + 2 = 10$$
– membre de droite :
$$2 \times x - 3 = 2 \times 8 - 3 = 16 - 3 = 13$$
Comme $10 \neq 13$, les deux membres n'ont pas la même valeur donc l'égalité est fausse pour $x = 8$.

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$ pour $x = 5$:
– membre de gauche :
$$x + 2 = 5 + 2 = 7$$
– membre de droite :
$$2 \times x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$$
Les deux membres ont la même valeur donc l'égalité est vraie pour $x = 5$.

⚔ Entraine-toi avec *Tester une égalité* ⚔