

Séquence : Calcul littéral

I] Simplifier une expression littérale

Convention

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe \times lorsqu'il est placé à côté d'une lettre ou d'une parenthèse.

Exemples

$$\bullet b \times (-2) = -2b$$

$$\bullet 3 \times x \times (-5) \times y = -15xy$$

$$\bullet 3 \times x + 2 \times (5 \times x - 4) \times (-7 \times x + 8) = 3x + 2(5x - 4)(-7x + 8)$$

$$\bullet 7 \times x \times y + 8 \times x \times (-6) \times x = 7xy - 48x^2$$

Propriété

Soient a, b et c des nombres

On a : $a - (b + c) = a - b - c$

Exemples

$$\bullet 5 - (8x + 2)$$

$$= 5 - 8x - 2$$

$$= -8x + 5 - 2$$

$$= -8x + 3$$

$$\bullet x - (3 - 2x)$$

$$= x - 3 - (-2x)$$

$$= x - 3 + 2x$$

$$= 3x - 3$$

$$\bullet -3x + 2 - (-1 + 5x)$$

$$= -3x + 2 - (-1) - 5x$$

$$= -3x + 2 + 1 - 5x$$

$$= -8x + 3$$

Méthode

Pour **démontrer** que deux expressions littérales sont égales pour tout nombre x , on peut transformer l'écriture de l'une pour obtenir l'écriture de l'autre.

Pour **démontrer** que deux expressions littérales ne sont pas égales pour tout nombre x , il suffit de trouver une valeur de x pour laquelle les deux expressions littérales ne sont pas égales.

Exemples

L'égalité $3 - 8x - 1 - 2x = -10x + 2$ est-elle vraie pour tout nombre x ? $3 - 8x - 1 - 2x = -8x - 2x + 3 - 1 = -10x + 2$ Donc l'égalité $3 - 8x - 1 - 2x = -10x + 2$ est vraie pour tout nombre x .	L'égalité $-3x + 7 = 4x$ est-elle vraie pour tout nombre x ? Si $x = 0$, alors $-3x + 7 = 7$ et $4x = 0$, donc $-3x + 7 \neq 4x$. Donc l'égalité $-3x + 7 = 4x$ n'est pas vraie pour tout nombre x .
---	---

~~✂~~ Supprimer les parenthèses ~~✂~~

II] Développer un produit

Définitions (rappel)

• Le résultat d'une addition est une **somme**, le résultat d'une soustraction est une **différence**.

- Les nombres qui interviennent dans une addition ou une soustraction sont les **termes**.
- Le résultat d'une multiplication est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**.
- Le résultat d'une division est un **quotient**.

La nature d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par l'opération à effectuer en dernier.

Exemple

$3(1-2x)$ est un produit : c'est la multiplication que l'on effectue en dernier, car les parenthèses sont prioritaires. Cette expression est le produit de 3 par $1-2x$.

Définition

Développer c'est transformer un produit en somme ou en différence.

Propriété

Soient k , a et b des nombres

$\underbrace{k(a+b)}_{\text{produit}} = \underbrace{ka+kb}_{\text{somme}}$ <p>développer</p>	$\underbrace{k(a-b)}_{\text{produit}} = \underbrace{ka-kb}_{\text{différence}}$ <p>développer</p>
--	---

Exemples

<p>On veut développer $A = 7(4 + x)$:</p> $A = 7(4 + x)$ $A = 7 \times 4 + 7 \times x$ $A = 28 + 7x$	<p>On veut développer $B = -5(6x - 2)$:</p> $B = -5(6x - 2)$ $B = (-5) \times 6x - (-5) \times 2$ $B = -30x - (-10)$ $B = -30x + 10$
--	--

Propriété – **Identité remarquable**

Soient a et b des nombres

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Exemple

$$A=(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$$

III] Factoriser une somme ou une différence

Définition

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en un produit.

Propriété

Soient k , a et b des nombres

$$ka + kb = k(a + b)$$

Somme → Produit

factoriser

$$ka - kb = k(a - b)$$

Différence → Produit

factoriser

Exemples

<p>On veut factoriser $A = 6x + 18$.</p> <p>$A = 6x + 18$</p> <p>$A = 6 \times x + 6 \times 3$</p> <p>$A = 6 \times (x + 3)$</p> <p>$A = 6(x + 3)$</p>	<p>On veut factoriser $B = 7x^2 - 2x$.</p> <p>$B = 7x^2 - 2x$</p> <p>$B = 7 \times x \times x - 2 \times x$</p> <p>$B = x \times (7 \times x - 2)$</p> <p>$B = x(7x - 2)$</p>	<p>On veut factoriser $C = -3y^2 + y$</p> <p>$C = y \times (-3y) + y \times 1$</p> <p>$C = y \times (-3y + 1)$</p> <p>$C = y(-3y + 1)$</p>
---	--	--

Propriété – Identité remarquable

Soient a et b des nombres

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Exemples

<p>On veut factoriser $A = x^2 - 9$.</p> <p>$A = x^2 - 9$</p> <p>$A = x^2 - 3^2$</p> <p>$A = (x + 3)(x - 3)$</p>	<p>On veut factoriser $B = 1 - y^2$.</p> <p>$B = 1 - y^2$</p> <p>$B = 1^2 - y^2$</p> <p>$B = (1 + y)(1 - y)$</p>	<p>On veut factoriser $C = x^2 - 13$.</p> <p>$C = x^2 - 13$</p> <p>$C = x^2 - (\sqrt{13})^2$</p> <p>$C = (x + \sqrt{13})(x - \sqrt{13})$</p>
--	--	--