Séquence 1 : Nombres entiers

Act. 1

I] Lire et écrire des nombres entiers

Définitions

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont les dix **chiffres** qui permettent d'écrire tous les nombres.
- Chaque chiffre a une **valeur** en fonction de sa **position** dans le nombre :

1 dizaine = 10 unités • 1 centaine = 10 dizaines • 1 millier = 10 centaines

1 million = 1 000 milliers • 1 milliard = 1 000 millions

Exemple

Le nombre 25 204 879 603 est un nombre à onze chiffres.
Pour en faciliter la lecture, on peut regrouper ses chiffres par classes de trois :

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers ou des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
	2	5	2	0	4	8	7	9	6	0	3

On peut ainsi le décomposer :
25 204 879 603 = (25 × 1 000 000 000) + (204 × 1 000 000) + (879 × 1 000) + (603 × 1)
Ce nombre se lit donc « 25 milliards 204 millions 879 mille 603 ».

1 Écrire le nombre 123569547 en lettres.

Solution

On réécrit le nombre en mettant en évidence les classes des millions, des mille et des unités.

On place un trait d'union entre tous les mots qui composent le nombre. Ces mots sont invariables, sauf :
- « million » et « milliard » ;
- « vingt » et « cent » lorsqu'ils ne sont pas suivis d'un nombre.

123 569 547
123 millions 569 mille 547
cent-vingt-trois-millions-cinq-cent-soixante-neuf-mille-cinq-cent-quarante-sept

⚔️Entraine-toi avec *Écrire des nombres entiers* ⚔️
🌍Et dans la vraie vie ? *Les émissions de CO2 par habitant dans le monde* 🌍

Act. 2

II] Calculer avec des nombres entiers

Définitions

- Dans une **addition**, on ajoute des **termes**, et le résultat est une somme.
- Dans une **soustraction**, on soustrait des **termes**, et le résultat est une **différence**.
- Dans une **multiplication**, on multiplie des **facteurs**, et le résultat est un **produit**.

Exemple

67 + 345 = 412 — 412 est la somme des termes 67 et 345.

⚔️Entraine-toi avec *Calculer avec des nombres entiers* ⚔️
🌍Et dans la vraie vie ? *La population mondiale augmente* 🌍

Propriétés

- Dans une succession d'additions, on peut changer l'ordre des termes et les regrouper.
- Dans une succession de multiplications, on peut changer l'ordre des facteurs et les regrouper.

Exemples

- $35 + 76 + 15 = 35 + 15 + 76 = 50 + 76 = 126$
- $5 \times 36 \times 2 = 5 \times 2 \times 36 = 10 \times 36 = 360$

⚔️ Entraine-toi avec *Calculer astucieusement* ⚔️

Propriétés

- Quand on multiplie un nombre par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines.
- Quand on multiplie un nombre par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centaines.
- …

Exemple

$35 \times 100 = 3\,500$

Le chiffre 5, qui est le chiffre des unités du nombre 35, devient le chiffre des centaines du résultat 3 500.

⚔️ Entraine-toi avec *Multiplier par 10, 100, 1000* ⚔️

Act. 3

III] Estimer un ordre de grandeur

Définition

Un **ordre de grandeur** d'un nombre est un nombre proche de celui-ci et facile à utiliser en calcul mental.

Remarque

Un ordre de grandeur n'est pas unique : on peut donner des ordres de grandeurs différents selon la précision voulue.

Exemple

La population française était de 67 063 703 habitants en 2020. Un ordre de grandeur de cette population est 70 millions (on pourrait aussi choisir 100 millions ou 67 millions).

Méthode

Pour **estimer un ordre de grandeur** du résultat d'une opération, on peut remplacer chaque terme ou facteur par un nombre proche qui permet de calculer mentalement.

Exemples

- On cherche un ordre de grandeur de la somme $1\,243 + 519 + 198$.
On remplace chaque terme par un nombre proche.
Par exemple : $1\,200 + 500 + 200 = 1\,900$
1 900 est un ordre de grandeur de cette somme.

- On cherche un ordre de grandeur du produit 318×21.
On remplace chaque facteur par un nombre proche.
Par exemple : $300 \times 20 = 6\,000$
6 000 est un ordre de grandeur de ce produit.

7 Un immeuble est constitué d'un rez-de chaussée surmonté de 9 étages, chacun de ces 10 niveaux ayant une hauteur de 2,95 m.
- Donner un ordre de grandeur de la hauteur de cet immeuble.

Solution

L'ordre de grandeur de la hauteur de chaque niveau est 3 m.
3 m × 10 = 30 m
Donc la hauteur de cet immeuble est d'environ 30 m.

9 Dans un collège, 224 élèves sont inscrits en 6e, 197 en 5e, 198 en 4e et 167 en 3e.
- Donner un ordre de grandeur du nombre d'élèves dans ce collège.

Solution

On cherche un ordre de grandeur de la somme 224 + 197 + 198 + 167.

On remplace chaque terme par un nombre proche.

220 + 200 + 200 + 170 = 790
Un ordre de grandeur du nombre d'élèves dans ce collège est 790.

⚔️ Entraine-toi avec *Ordre de grandeur* ⚔️

Act. 4

IV] Calculer avec des durées

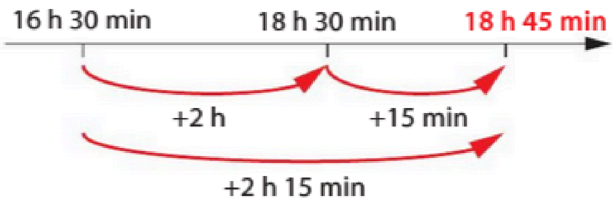
Définition

- Le temps écoulé entre deux instants s'appelle une **durée**.
- L'unité de référence pour mesurer une durée est la seconde.
- Autres unités de durées :

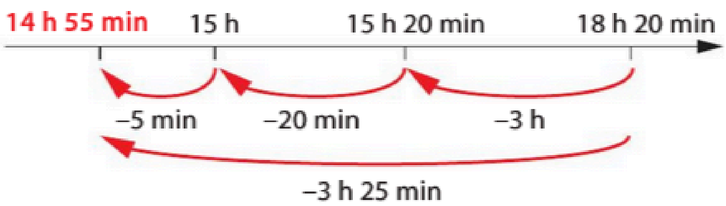
Multiples de l'unité			Unité
jour	heure	minute	seconde
1 j = 24 h	1 h = 60 min	1 min = 60 s	1 s

Exemples

- 16 h 30 min + 2 h 15 min
= **18 h 45 min**



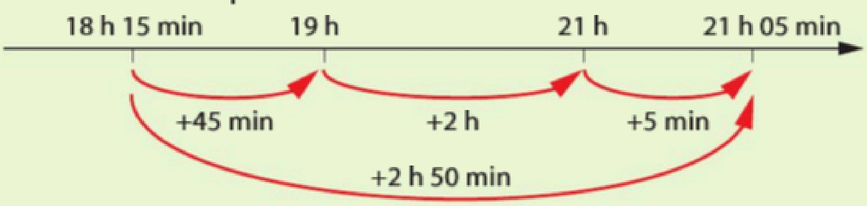
- 18 h 20 min − 3 h 25 min
= **14 h 55 min**



11 Le départ du train de Tamara est prévu à 18 h 15 et son arrivée, à 21 h 05.
- Combien de temps son trajet va-t-il durer ?

Solution

On schématise le problème :



On a calculé la somme des durées intermédiaires.

On a donc : 21 h 05 min − 18 h 15 min = 2 h 50 min.
Le trajet va durer 2 h 50 min.

⚔️ Entraine-toi avec *Temps et durées* ⚔️

Séquence 2 : Distance et figures géométriques

Act. 1

I] Tracer et mesurer un segment

Définition

La **distance entre deux points** A et B est la longueur du segment d'extrémités A et B. On note ce segment [AB] et sa longueur AB.

Exemple

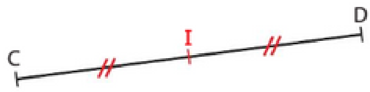
Le segment [AB] mesure 3,8 cm.
On note : AB = 3,8 cm

Définition

Le **milieu d'un segment** est le point de ce segment qui est à la même distance de ses extrémités.

Exemple

I est le milieu du segment [CD].
Le point I partage le segment [CD] en deux segments de même longueur : les segments [CI] et [ID] sont codés avec un même symbole.
On note : I ∈ [CD] et IC = ID = CD ÷ 2.



Le symbole ∈ signifie « appartient à ».

1. Tracer un segment [LI] de longueur 5 cm.
2. Placer son milieu U.

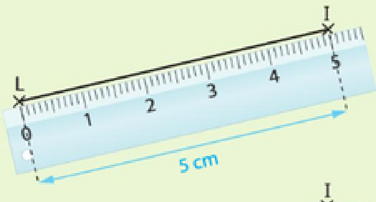
Solution

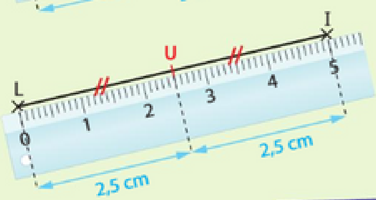
1.

- On place un point L.
- On positionne correctement la règle en s'assurant que la graduation 0 est placée sur le point L.
- On place le point I en face de la graduation 5.

2.

- On place le point U sur le segment [LI] tel que : LU = LI ÷ 2 = 2,5 cm
- On code les segments [LU] et [UI] qui sont de même longueur avec un symbole identique.





⚔️Entraine-toi avec *Segments et milieux* ⚔️

Act. 2

II] Construire et utiliser un cercle

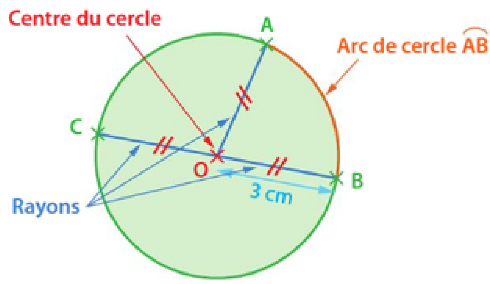
Définitions

O désigne un point, et *r* un nombre positif.

- Le **cercle** de centre O et de rayon *r* est l'ensemble des points situés à la même distance *r* du point O.
- Le **disque** de centre O et de rayon *r* est l'ensemble des points situés à une distance du point O inférieure ou égale à *r*.

Exemples

- Le **cercle** de centre O et de rayon 3 cm est l'ensemble de tous les points situés à une distance de 3 cm du point O.
- Le **disque** de centre O et de rayon 3 cm est constitué de la zone verte, y compris le cercle.
- Le segment [BC] a pour milieu le point O : c'est un **diamètre** du cercle.
On dit que B et C sont **diamétralement opposés.**



OA = OB = OC = 3 cm et BC = 6 cm.

1. Construire un cercle $\mathscr{C}$ de centre J et de diamètre 3 cm.
2. Placer un point F situé à 1,5 cm du point J.
3. Placer un point G situé à moins de 1,5 cm du point J.
4. Compléter par le symbole $\in$ ou $\notin$:

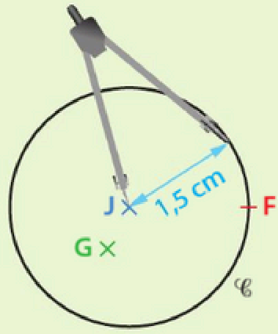
F … $\mathscr{C}$ • G … $\mathscr{C}$ • J … $\mathscr{C}$

Le symbole $\notin$ signifie « n'appartient pas à ».

Solution

1.

Le rayon vaut la moitié du diamètre, soit 1,5 cm.
- On place un point J.
- On prend un écartement de 1,5 cm avec le compas et on place sa pointe sur le point J.
- On trace le cercle avec le compas.



2. Le point F est situé à 1,5 cm du point J, donc on le place sur le cercle de centre J et de rayon 1,5 cm.
3. Le point G est situé à moins de 1,5 cm du point J, donc on le place à l'intérieur du cercle.
4. F $\in \mathscr{C}$ • G $\notin \mathscr{C}$ • J $\notin \mathscr{C}$

⚔️Entraine-toi avec *Cercles*⚔️
🌍 *Alvéole d'abeille* 🌍

Act. 3

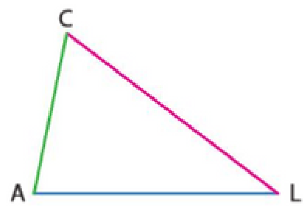
III] Construire et utiliser un triangle

Définitions

- Un **polygone** est une figure fermée dont les côtés sont des segments.
- Un **triangle** est un polygone à trois côtés.

Exemple

LAC est un triangle.
Ses trois côtés sont les segments [LA], [AC] et [LC].
Ses trois sommets sont les points L, A et C.

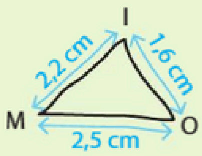


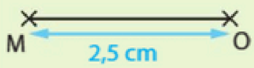
Construire un triangle MOI tel que MO = 2,5 cm, IM = 2,2 cm et IO = 1,6 cm.

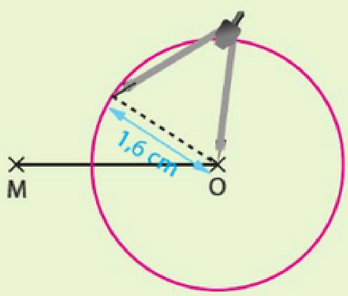
Solution

- On peut commencer par faire un schéma à main levée en notant les données.
- On trace, par exemple, le côté [MO] de longueur 2,5 cm.
- Le point I est à 1,6 cm du point O.

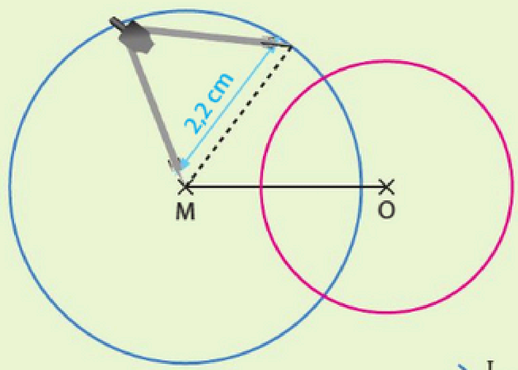
Donc I appartient au cercle de centre O et de rayon 1,6 cm. On trace ce cercle.



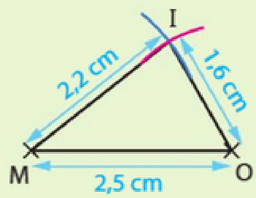




Le point I est aussi à 2,2 cm du point M.
Donc I appartient également au cercle de centre M et de rayon 2,2 cm. On trace ce cercle.



Le point I est donc l'un des deux points d'intersection de ces deux cercles.
On en choisit un et on termine la construction en traçant [MI] et [IO].



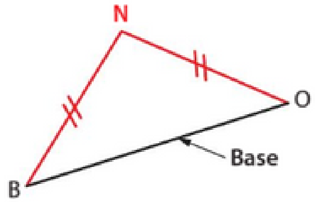
⚔️ Entraine-toi avec *Triangles* ⚔️

Définitions

- Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.
- Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

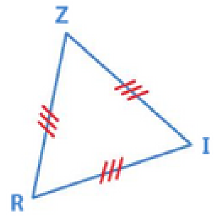
Exemples

- BON est un triangle isocèle en N.



On a NB = NO.
[BO] est appelé la **base** du triangle isocèle.

- RIZ est un triangle équilatéral.



On a RI = IZ = RZ.

Un triangle équilatéral est aussi un triangle isocèle !

Entraine-toi avec *Nature d'un triangle*

Act. 4

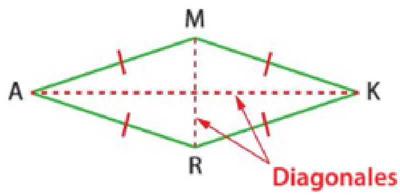
IV] Construire et utiliser un losange

Définitions

- Un **quadrilatère** est un polygone à quatre côtés.
- Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.

Exemple

Le quadrilatère MARK est un losange.
Ses quatre côtés sont [MA], [MK], [RA] et [RK].
On a MA = MK = RA = RK.
Ses quatre sommets sont les points M, A, R et K.

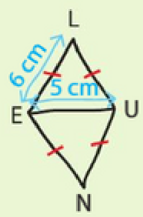


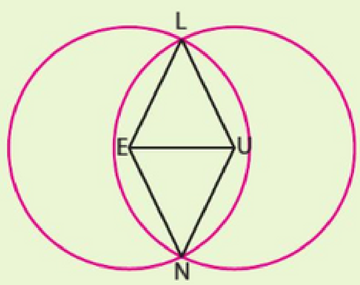
Pour nommer un quadrilatère, on cite les sommets dans l'ordre dans lequel on les rencontre en suivant son contour.

7 Construire un losange LUNE de 6 cm de côté et tel que EU = 5 cm.

Solution

- On trace une figure à main levée que l'on code.
- On trace le segment [EU] de longueur 5 cm.
- On trace deux cercles de centres E et U, de rayon 6 cm.
- On note L et N les points d'intersection des deux cercles.
- On termine la construction du losange en traçant les segments [LE], [LU], [NE] et [NU].





Entraine-toi avec *Losanges*

Séquence 3 : Nombres décimaux

I] Notion de fraction partage

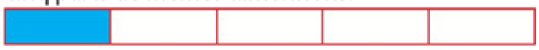
Définition

Lorsqu'on partage une unité en parts égales et qu'on prend une ou plusieurs de ces parts, on obtient une **fraction** de l'unité.

Exemples

La bande rouge ci-dessous représente une unité.

- Elle est partagée en cinq parts de mêmes dimensions.



Chaque part représente un cinquième de la bande. On le note $\frac{1}{5}$.

- Si l'on colorie trois parts, on obtient trois cinquièmes, que l'on note $\frac{3}{5}$.

Nombre de parts coloriées → 3
Nombre de parts dans l'unité → 5

$\frac{3}{5}$ est une fraction.

⚔️Entraine-toi avec *Fractions : Représentation géométrique* ⚔️

Définition

Une fraction s'écrit sous la forme suivante :

$\frac{a}{b}$

a ← numérateur (nombre de parts dans la fraction)

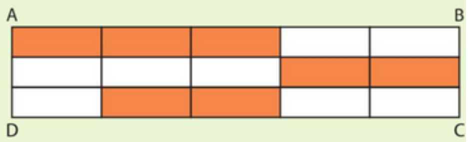
b ← dénominateur (nombre de parts dans l'unité)

où a et b désignent deux nombres entiers, b est différent de zéro.

Exemples

- $\frac{2}{3}$ se lit « deux tiers » : on a partagé une unité en 3 parts égales et on a pris 2 parts.
- $\frac{8}{5}$ se lit « huit cinquièmes » : on a partagé une unité en 5 parts égales et on a pris 8 parts.

Le rectangle ABCD ci-contre représente l'unité.
Exprimer la surface coloriée à l'aide d'une fraction.



Solution

L'unité est partagée en 15 parts égales.
Chaque petit rectangle représente donc $\frac{1}{15}$ du rectangle ABCD.
On a colorié sept fois un quinzième c'est-à-dire $\frac{7}{15}$ du rectangle ABCD.

Recopier et compléter les phrases suivantes.

a. Le dénominateur de la fraction $\frac{3}{4}$ est … .

b. 3 est le … de la fraction $\frac{3}{5}$.

c. Dans la fraction $\frac{4}{11}$, 4 est le … et 11 est le … .

Solution

a. Le dénominateur de la fraction $\frac{3}{4}$ est 4.

b. 3 est le numérateur de la fraction $\frac{3}{5}$.

c. Dans la fraction $\frac{4}{11}$, 4 est le numérateur et 11 est le dénominateur.

Propriété

- Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur, alors cette fraction est inférieure à l'unité.
- Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur, alors cette fraction est supérieure à l'unité.
- Si le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur, alors cette fraction est égale à l'unité.

Exemples

- Si on partage une unité en 3 parts égales et qu'on prend 2 parts, on obtient une fraction inférieure à l'unité (on peut noter $\frac{2}{3}<1$).
- Si on partage une unité en 2 parts égales et qu'on prend 5 parts, on obtient une fraction supérieure à l'unité (on peut noter $\frac{5}{2}>1$).
- Si on partage une unité en 4 parts égales et qu'on prend 4 parts, on obtient une fraction égale à l'unité (on peut noter $\frac{4}{4}=1$).

Parmi les fractions suivantes, citer celles qui sont supérieures à l'unité.

$\frac{2}{3}$ • $\frac{9}{4}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{1}{2}$ • $\frac{13}{6}$ • $\frac{17}{21}$

Solution

Les fractions supérieures à l'unité sont celles dont le numérateur est supérieur au dénominateur.

Les fractions supérieures à l'unité sont :

$\frac{9}{4}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{13}{6}$

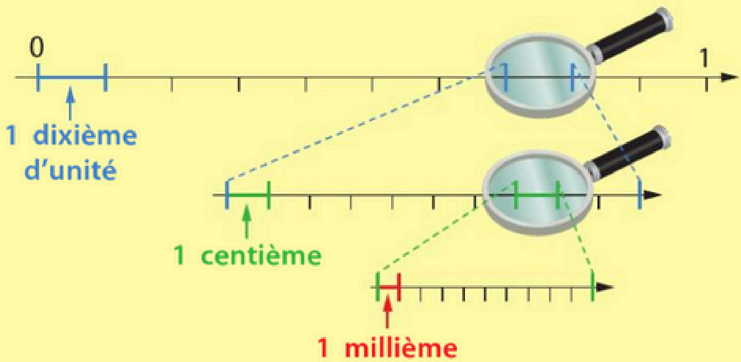
Retour en arrière : *Les éco-gestes du quotidien*

II] Utiliser des fractions décimales

Act. 2

Définitions

- Lorsque l'on partage l'unité en dix parts égales, on obtient dix **dixièmes**.
- Lorsque l'on partage chaque **dixième** de l'unité en dix parts égales, l'unité est partagée en cent parts égales, et on obtient cent **centièmes**.
- En poursuivant ainsi les partages en dix, on obtient des **millièmes**, des **dix-millièmes**, …
- Une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000… est appelée une **fraction décimale**.



- $\frac{1}{10}=\frac{10}{100}$
- $\frac{1}{100}=\frac{10}{1\,000}$
- $1=\frac{10}{10}=\frac{100}{100}=\frac{1\,000}{1\,000}$

Recopier et compléter les égalités suivantes.

a. $\frac{3}{10}=\frac{\dots}{100}$ b. $\frac{7}{10}=\frac{\dots}{1\,000}$ c. $\frac{80}{100}=\frac{\dots}{10}$

Solution

a. $\frac{3}{10}=\frac{30}{100}$ b. $\frac{7}{10}=\frac{700}{1\,000}$ c. $\frac{80}{100}=\frac{8}{10}$

Combien y a-t-il de centièmes dans 7 unités et 3 dixièmes ?

Solution

- Dans une unité, il y a 100 centièmes donc dans 7 unités, il y a 700 centièmes.
- Dans un dixième, il y a 10 centièmes donc dans 3 dixièmes, il y a 30 centièmes.

Donc dans 7 unités et 3 dixièmes, il y a 73 centièmes.

Entraine-toi avec *Fractions : Vocabulaire et sens*

Propriété

Toute fraction décimale peut s'écrire comme la somme d'un **nombre entier** et d'une **fraction décimale inférieure à 1**. Une fraction décimale peut se décomposer en unités, dixièmes, centièmes, millièmes…

Exemple

$$\frac{25\,381}{1\,000}=\frac{25\,000}{1\,000}+\frac{381}{1\,000}=25+\frac{300}{1\,000}+\frac{80}{1\,000}+\frac{1}{1\,000}=25+\frac{3}{10}+\frac{8}{100}+\frac{1}{1\,000}$$

$\frac{25\,381}{1\,000}$ est égal à **25 unités**, **3 dixièmes, 8 centièmes et 1 millième**.

Écrire la fraction décimale $\frac{514\,871}{1\,000}$ sous la forme d'une somme d'un nombre entier, de dixièmes, de centièmes et de millièmes.

Solution

$$\frac{514\,871}{1\,000}=\frac{514\,000}{1\,000}+\frac{871}{1\,000}=514+\frac{871}{1\,000}$$

$$\frac{514\,871}{1\,000}=514+\frac{800}{1\,000}+\frac{70}{1\,000}+\frac{1}{1\,000}$$

$$\frac{514\,871}{1\,000}=514+\frac{8}{10}+\frac{7}{100}+\frac{1}{1\,000}$$

Performances énergétiques des maisons et appartements

III] Comprendre et utiliser des nombres décimaux

Définitions

- On appelle **nombre décimal** un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.
- Tout nombre décimal peut donc s'écrire comme la somme d'un **nombre entier**, appelé sa **partie entière**, et d'une **fraction décimale inférieure à 1**, appelée sa **partie décimale**.
- L'écriture d'un nombre décimal avec une virgule est appelée une **écriture décimale**.

Exemple

$$25{,}381=\frac{25\,381}{1\,000}=\frac{25\,000}{1\,000}+\frac{381}{1\,000}=25+0{,}381$$

25,381 peut s'écrire $\frac{25\,381}{1\,000}$, c'est bien un nombre décimal.

Sa partie entière est **25**, sa partie décimale est **0,381**.

Un nombre entier est un nombre décimal ! Sa partie décimale est égale à zéro.

Donner la partie entière et la partie décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ puis donner son écriture décimale.

Solution

$\frac{4\,056}{1\,000} = \frac{4\,000}{1\,000} + \frac{56}{1\,000} = 4 + \frac{56}{1\,000}$

La partie entière de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est 4.

La partie décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est $\frac{56}{1\,000}$ ou 0,056.

L'écriture décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est 4,056.

Propriété

Dans une écriture décimale, la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre.

Exemple

On considère le nombre 25,381.

…	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	…
	2	5 ,	3	8	1	

3 est le chiffre des dixièmes, 8 est le chiffre des centièmes et 1 est le chiffre des millièmes :
25,381 = 25 + 0,3 + 0,08 + 0,001

1. Décomposer 9,803 en unités, dixièmes, centièmes et millièmes.
2. Justifier que 9,803 est un nombre décimal.

Solution

1.

unités	dixièmes	centièmes	millièmes
9 ,	8	0	3

9,803 est égal à 9 unités, 8 dixièmes, 0 centième et 3 millièmes.

2. $9{,}803 = \frac{9\,803}{1\,000}$. 9,803 peut s'écrire comme une fraction décimale, donc c'est un nombre décimal.

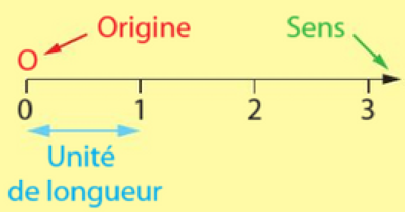
⚔️Entraine-toi avec *Fractions, décimaux et comparaison (1 à 4)* ⚔️

Act. 3

IV] Comparer des nombres décimaux

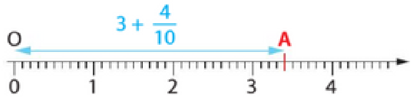
Définitions

- Une **demi-droite graduée** est une demi-droite sur laquelle on a choisi une unité de longueur, que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine.
- L'abscisse d'un point d'une demi-droite graduée est la distance entre l'origine de la demi-droite et ce point.

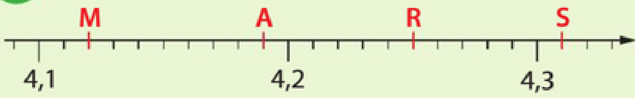


Exemple

Le point A a pour abscisse $3+\frac{4}{10}$ ou 3,4.



1. Lire les abscisses des points M, A, R et S.



2. Encadrer chacun de ces nombres au dixième.
3. Donner l'arrondi au dixième des abscisses des points M et A.

Solution

1. Les abscisses des points M, A, R et S sont :
4,12 • 4,19 • 4,25 • 4,31
2. $4{,}1 < 4{,}12 < 4{,}2$ $\quad$ $4{,}1 < 4{,}19 < 4{,}2$
$4{,}2 < 4{,}25 < 4{,}3$ $\quad$ $4{,}3 < 4{,}31 < 4{,}4$
3. $4{,}12 \approx 4{,}1$ $\quad$ $4{,}19 \approx 4{,}2$

Définition

Comparer deux nombres, c'est trouver le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Propriété

Lorsque l'on parcourt une demi-droite graduée dans le sens de la flèche, le plus petit de deux nombres est celui que l'on rencontre en premier.

Exemple

On dit que 2,46 est inférieur à 2,7 et on note $2{,}46 < 2{,}7$.
On dit également que 2,7 est supérieur à 2,46 et on note $2{,}7 > 2{,}46$.

Attention ! 7 est plus petit que 46 mais 2,7 est plus grand que 2,46.

Comparer les nombres suivants.
a. 12,4 et 12,40 **b.** 31,6 et 35,28 **c.** 13,32 et 13,27

Solution

On compare d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

a. $12{,}4 = 12 + \frac{4}{10} = 12 + \frac{40}{100}$ donc $12{,}4 = 12{,}40$.
b. La partie entière de 31,6 est inférieure à celle de 35,28 donc $31{,}6 < 35{,}28$.
c. $13{,}32 = 13 + \frac{32}{100}$ et $13{,}27 = 13 + \frac{27}{100}$
Les parties entières sont égales donc on compare les parties décimales.
$\frac{32}{100} > \frac{27}{100}$ donc $13{,}32 > 13{,}27$.

Définitions

- **Encadrer** un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand.
- **Ranger** des nombres dans **l'ordre croissant** (ou **décroissant**), c'est les ranger du plus petit au plus grand (ou du plus grand au plus petit).
- **Intercaler** un nombre entre deux nombres donnés, c'est trouver un nombre qui soit compris entre ces deux nombres.

Exemples

- Encadrement de 3,18 à l'unité :
$3 < 3{,}18 < 4$
- Encadrement de 3,18 au dixième :
$3{,}1 < 3{,}18 < 3{,}2$

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant.

17,29 • 8,302 • $\frac{174}{10}$ • 31,88 • 8,57

Solution

On compare d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

$\frac{174}{10} = \frac{170}{10} + \frac{4}{10} = 17 + \frac{4}{10} = 17{,}4$

- Les parties entières de ces nombres sont 17 ; 8 et 31. Le plus petit a donc pour partie entière 8.
- On compare 8,302 et 8,57 : 8,302 < 8,57.
- On compare ensuite 17,29 et 17,4 : 17,29 < 17,4
- On range enfin les nombres dans l'ordre croissant :

$$8{,}302 < 8{,}57 < 17{,}29 < \frac{174}{10} < 31{,}88$$

Intercaler un nombre entre 16,2 et 16,3.

Solution

On peut décomposer les deux nombres à l'aide de fractions décimales.

$$16{,}2 = 16 + \frac{2}{10} = 16 + \frac{20}{100}$$

$$16{,}3 = 16 + \frac{3}{10} = 16 + \frac{30}{100}$$

On peut donc intercaler par exemple

$16 + \frac{22}{100}$, soit 16,22 : 16,2 < 16,22 < 16,3.

⚔️Entraine-toi avec *Fractions, décimaux et comparaison (à partir de 5)* ⚔️

Méthode

Une demi-droite graduée permet de déterminer des **valeurs approchées** et **l'arrondi** d'un nombre.

Exemples

- 2,437 est compris entre 2,4 et 2,5 : on dit que 2,4 et 2,5 sont des **valeurs approchées au dixième** de 2,437. 2,437 est plus proche de 2,4 que de 2,5 : on dit que 2,4 est **l'arrondi au dixième** de 2,437.

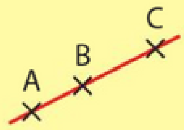
- De même, 2,43 et 2,44 sont des **valeurs approchées au centième** de 2,437. 2,44 est **l'arrondi au centième** de 2,437.

Séquence 4 : Droites

I] Tracer des droites sécantes

Définitions

- Trois points A, B et C sont **alignés** lorsque l'on peut tracer une ligne droite passant par ces trois points.
- Si A et B sont deux points distincts, la **droite (AB)** est l'ensemble de tous les points alignés avec A et B.

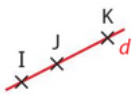


Remarque

Une droite est **illimitée** : on peut toujours prolonger la ligne en plaçant d'autres points alignés avec ceux déjà tracés.

Exemple

Les trois points I, J et K sont alignés. Les droites (IJ), (IK) et (JK) sont **confondues** en une seule et même droite, qu'on peut aussi noter *d*.
On dit que le point I appartient à la droite *d* et on note : $I \in d$.

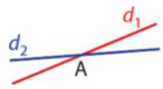


Définition

Deux droites sont **sécantes** si elles se coupent en un seul point, appelé **point d'intersection.**

Exemple

Les droites d_1 et d_2 sont sécantes en A.
A est **le point d'intersection** des droites d_1 et d_2 : il appartient à ces deux droites.

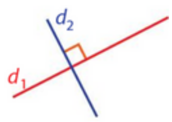


Définition

Deux droites sont **perpendiculaires** si elles sont sécantes en formant un **angle droit.**

Exemple

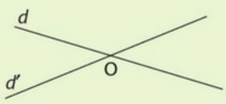
La droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2.
On note : $d_1 \perp d_2$.



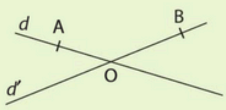
1. Tracer deux droites sécantes *d* et *d′* et noter O leur point d'intersection.
2. Placer deux points A et B, distincts de O, tels que $A \in d$ et $B \in d'$.
3. Tracer la perpendiculaire à la droite *d′* passant par le point A, et noter H le point d'intersection de ces deux droites.
4. Les points H, O et B sont-ils alignés ?

Solution

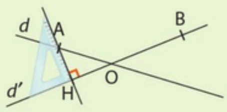
1.



2.



3.



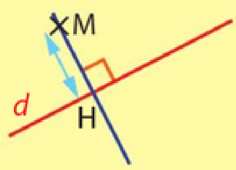
4. Les points H, O et B sont alignés car ils appartiennent tous les trois à la droite *d′*.

Entraînement !

Act. 1

Définition

La **distance entre un point M et une droite *d*** est la longueur du segment [MH], perpendiculaire à la droite *d* en H.

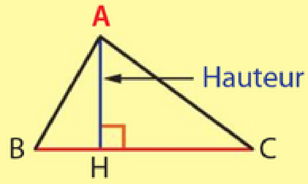


Entraînement !

Définition

Soit ABC un triangle.

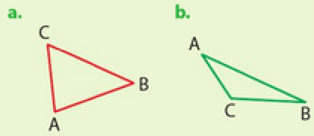
La **hauteur** du triangle ABC issue de A est la droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC).



On appelle également hauteur le segment [AH] ou la longueur AH.

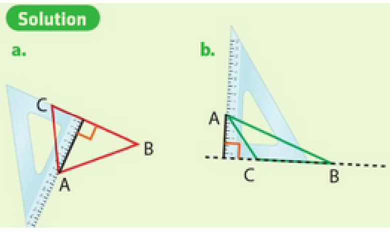
Pour chacun des deux triangles, tracer la hauteur issue du sommet A.

a. **b.**



Solution

a. **b.**



Ici, tu dois d'abord prolonger la droite (CB) car la hauteur est à l'extérieur du triangle.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

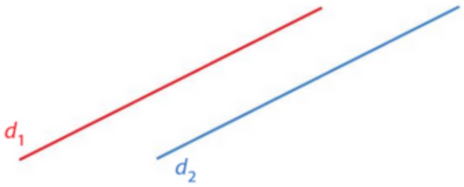
II] Tracer des droites parallèles

Définition

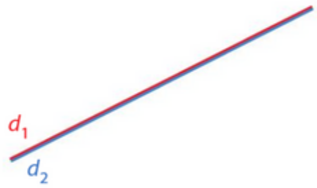
Deux droites sont **parallèles** si elles ne sont pas sécantes.

Exemples

- Les droites d_1 et d_2 n'ont aucun point commun.



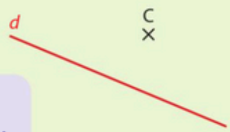
- Les droites d_1 et d_2 sont confondues.



Dans ces deux exemples, la droite d_1 **est parallèle à** la droite d_2.
On note : $d_1 // d_2$.

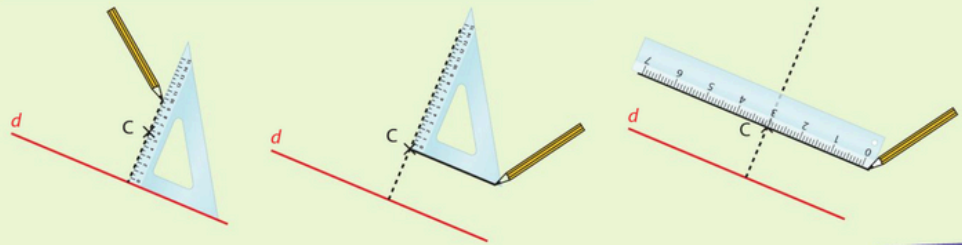
Act. 2

Tracer la droite parallèle à la droite d passant par le point C.



Solution

- On trace la droite perpendiculaire à la droite d passant par le point C.
- On trace la droite perpendiculaire à cette droite passant par le point C : d'après la propriété 2, elle est parallèle à la droite d.



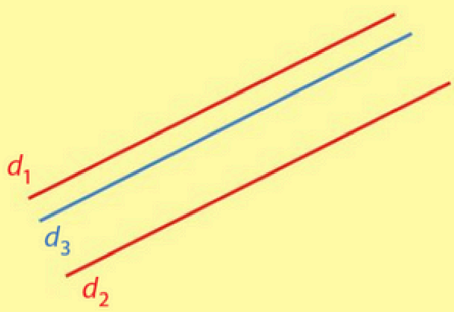
⚔️ Entraînement ! ⚔️

Propriété 1

Si **deux droites** sont parallèles à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

On note :

Si $d_1 // d_3$ et $d_2 // d_3$, alors $d_1 // d_2$.

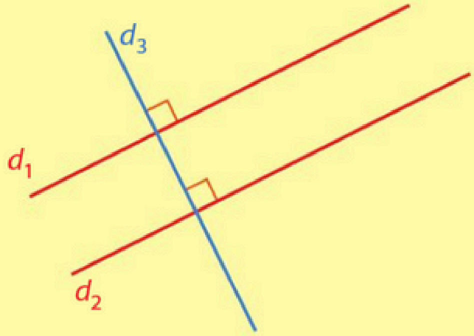


Propriété 2

Si **deux droites** sont perpendiculaires à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

On note :

Si $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$, alors $d_1 \parallel d_2$.

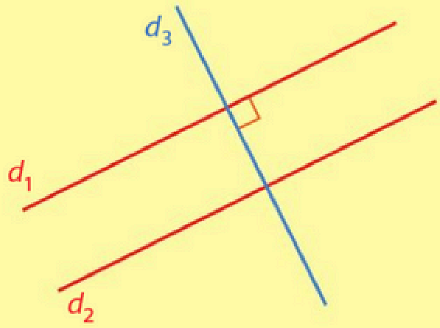


Propriété 3

Si **deux droites** sont parallèles, et si **une troisième droite** est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.

On note :

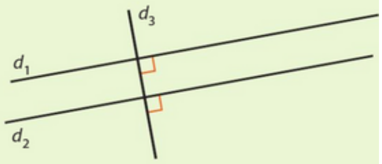
Si $d_1 \parallel d_2$ et si $d_3 \perp d_1$, alors $d_3 \perp d_2$.



En utilisant les informations codées sur la figure ci-contre, que peut-on dire des droites :

a. d_1 et d_3 ?

b. d_1 et d_2 ?



Solution

a. D'après le codage, on peut affirmer que les droites d_1 et d_3 sont perpendiculaires.

b. D'après le codage, on sait que $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$. Donc, grâce à la propriété 2, on peut affirmer que $d_1 \parallel d_2$.

⚔️ Entraine-toi avec *Démontrer* ⚔️

III] Construire des quadrilatères et des triangles particuliers

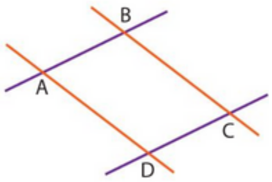
Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Exemple

- Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
- Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

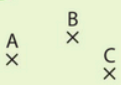


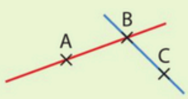
1. Placer trois points A, B et C non alignés.
Tracer la droite (AB) en rouge et la droite (BC) en bleu.
Tracer en rouge la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C.
Tracer en bleu la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point A.
Ces deux dernières droites se coupent en D. Placer le point D.

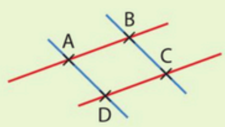
2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Solution

1.





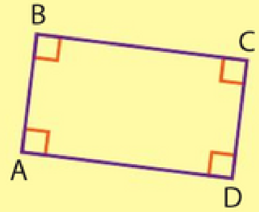


2. On sait que (AB) // (CD) et (BC) // (AD). Donc le quadrilatère ABCD a des côtés opposés deux à deux parallèles, donc ABCD est un parallélogramme.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

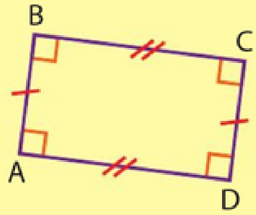
Définition

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



Propriété

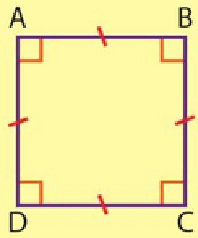
Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles et de même longueur.



⚔️ Entraînement ! ⚔️

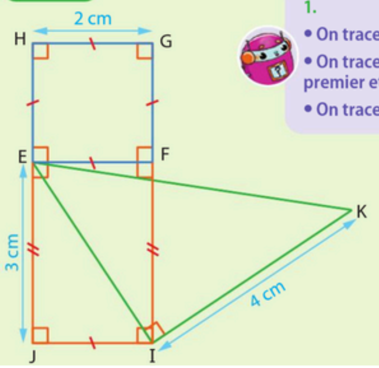
Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.



1. Construire un carré EFGH tel que EF = 2 cm.
2. Placer deux points I et J tels que EFIJ soit un rectangle et FI = 3 cm.
3. Placer un point K tel que EIK soit un triangle rectangle en I et IK = 4 cm.

Solution



1.
- On trace un premier côté [EF] de longueur 2 cm.
- On trace un deuxième côté perpendiculaire au premier et de longueur 2 cm.
- On trace de même les deux derniers côtés.

2.
- On trace le côté [FI], perpendiculaire à [EF] et de longueur 3 cm.
- On trace ensuite les côtés [IJ] et [JE].

3.
- On trace le côté [EI].
- On trace le côté [IK], perpendiculaire à [EI] et de longueur 4 cm.
- On trace le dernier côté.

⚔️ Entraine-toi en faisant l'exercice du dessus ! ⚔️

Propriété

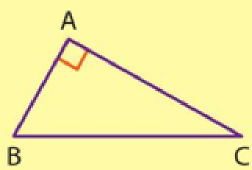
Si un quadrilatère est un carré, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Remarque

Les rectangles et les carrés sont des parallélogrammes particuliers.

Définition

Un **triangle rectangle** est un triangle dont deux côtés sont perpendiculaires.



⚔️ Entraînement ! ⚔️