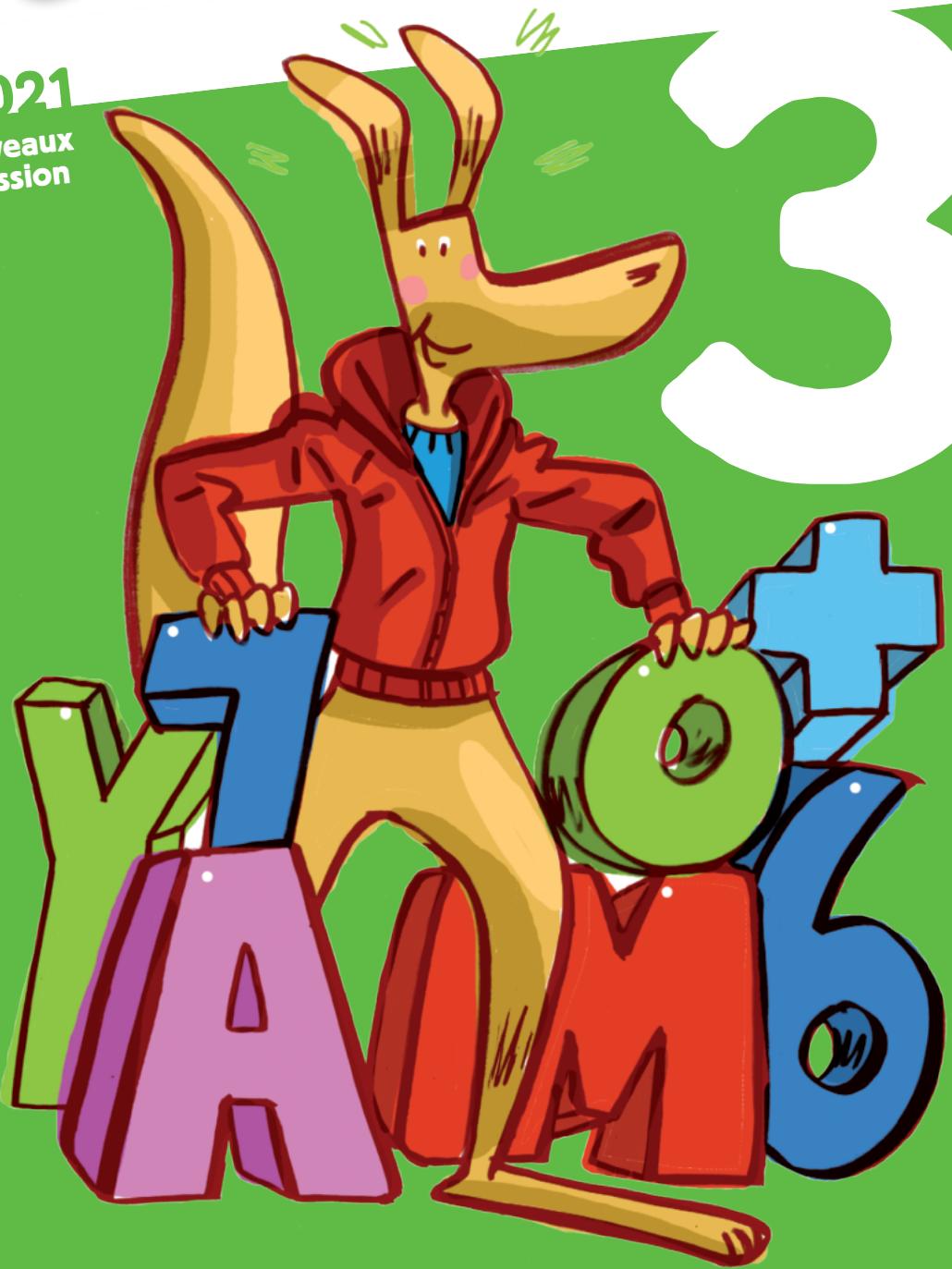


Les cahiers SÉSAMATH

ÉDITION 2021

Conforme aux nouveaux
repères de progression

3e



MAGNARD

Sésamath

A • Nombres et calculs

A3 Nombres rationnels	3
Série 1 Opérations en écriture fractionnaire	4
Série 2 Problèmes	6
A4 Puissances	7
Série 1 Calculer avec des puissances	8
Série 2 Utiliser des puissances négatives	9
Série 3 Résoudre des problèmes	11
A5 Nombres entiers	13
Série 1 Utiliser des multiples et des diviseurs	14
Série 2 Utiliser des nombres premiers	16
Série 3 Le point sur les nombres	17
A7 Calcul littéral	19
Série 1 Supprimer les parenthèses	20
Série 2 Factoriser	22
Série 3 Développer	25
Série 4 Résoudre un problème	27
A8 Équations	29
Série 1 Tester une égalité	30
Série 2 Résoudre une équation	31
Série 3 Résoudre un problème	35

B • Organisation et gestion de données, fonctions

B1 Proportionnalité	39
Série 1 Utiliser et calculer un taux	40
Série 2 Résoudre un problème de proportionnalité	43
B2 Statistiques et probabilités	45
Série 1 Calculer des probabilités	46
Série 2 Étudier un histogramme	52
Série 3 Déterminer une médiane, une étendue	54
B3 Fonctions	57
Série 1 Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale	58
Série 2 Fonction linéaire ou affine	60
Série 3 Modéliser une situation	63
Série 4 Utiliser un tableau de valeurs	65

Série 5 Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une courbe	66
Série 6 Construire une représentation graphique	69
Série 7 Choisir la représentation adaptée	71

C • Grandeurs et mesures

C Grandeurs et mesures	75
Série 1 Calculer des volumes	76
Série 2 Convertir des grandeurs	80
Série 3 Calculer avec des grandeurs	81

D • Espace et géométrie

D2 Transformations et parallélogramme	83
Série 1 Rotation	84
Série 2 Synthèse	88
Série 3 Démonstrations	92
D3 Triangle rectangle	93
Série 1 Écrire une relation trigonométrique	94
Série 2 Calculer une longueur avec la trigonométrie	96
Série 3 Calculer un angle avec la trigonométrie	100
D4 Triangle et proportionnalité	103
Série 1 Calculer une longueur – Théorème de Thalès	104
Série 2 Justifier que deux droites ne sont pas parallèles	107
Série 3 Justifier que deux droites sont parallèles	108
Série 4 Triangles semblables	111
Série 5 Utiliser une réduction ou un agrandissement	113
Série 6 Homothéties	116
D5 Repérage	119
Série 1 Repérage sur la sphère terrestre	120
D6 Espace	123
Série 1 Identifier des solides, connaître le vocabulaire	124
Série 2 Construire une vue en coupe	127

ISBN : 978-2-210-11581-1

Dépôt légal : mars 2021 – N° éditeur :

Achevé d'imprimer :

Nombres rationnels

A3



Série 1 • Opérations en écriture fractionnaire 4

Série 2 • Problèmes 6

Série 1 Opérations en écriture fractionnaire

1 Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées et une seule est exacte.
Entoure la bonne réponse.

		A	B	C
a.	$\frac{6+12}{7+12}$ est égal à :	$\frac{6}{7}$	$1 - \frac{1}{19}$	$\frac{6}{7} + 1$
b.	$\frac{3}{2} + \frac{7}{3}$ est égal à :	$\frac{10}{5}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{23}{6}$
c.	$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ est égal à :	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
d.	$-\frac{3}{7} + \frac{5}{14}$ est :	> 0	< 0	nul
e.	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$ est égal à :	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{4}$
f.	$\frac{(-2)^3}{(-3)^3}$ est égal à :	$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\left(\frac{-2}{3}\right)^3$	$\frac{2}{3}$
g.	$\frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
h.	$\left(\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\right) \times \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$
i.	$2 - 7 \div 4$ est égal à :	$\frac{20-7}{4}$	$-\frac{5}{4}$	$2 - \frac{7}{4}$
j.	$5 \div 2 + 2 \div 5$ est égal à :	$\frac{1}{4}$	$\frac{29}{10}$	$\frac{1,25}{5}$
k.	$\left(\frac{-3}{4} - \frac{3}{2}\right) \times \frac{5}{2}$ est égal à :	$-\frac{15}{2}$	$-\frac{45}{8}$	0
l.	$-3 \div \frac{5}{2}$ est égal à :	$-\frac{5}{6}$	$-\frac{15}{2}$	$-\frac{6}{5}$
m.	$\frac{7}{4} \div \frac{5}{2}$ est égal à :	$\frac{7}{10}$	$\frac{35}{8}$	$\frac{10}{7}$
n.	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}$ est égal à :	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$
o.	$\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \div \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{7}{4}$	-1	$\frac{13}{5}$
p.	$\frac{3}{2} \times \frac{11}{2} \div \frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{33}{15}$	5	$\frac{33}{30}$
q.	$\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7}\right) \div \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{28}$	$\frac{2}{7}$
r.	$\frac{2}{6} - \frac{7}{3} \div \frac{1}{4}$ est égal à :	-9	-8	$-\frac{5}{12}$
s.	$3 - \frac{5}{\frac{2}{7} - \frac{7}{2}}$ est égal à :	1	$-\frac{45}{28}$	$-\frac{7}{45}$

Série 1

Opérations en écriture fractionnaire

2 Calcule.

$$A = -\frac{13}{8} + \frac{7}{16}$$

$$B = \frac{7}{35} + \frac{8}{15}$$

$$C = \frac{11}{26} - \frac{5}{39}$$

3 Calcule.

$$G = \frac{44}{105} \times \frac{42}{66}$$

$$H = \frac{63}{30} \times \frac{45}{28}$$

$$J = \frac{24}{35} \div \frac{36}{14}$$

4 Calcule $K = \frac{40}{48} + \frac{105}{27} \times \frac{90}{56}$.

7 Calcule.

$$J = \left(\frac{1}{8} - \frac{7}{12} \right) \div \left(\frac{7}{6} + \frac{7}{16} \right) = \dots$$

5 Calcule $L = \left(-\frac{12}{14} + \frac{20}{35} \right) \times \frac{98}{25}$.

$$K = \frac{1}{8} - \frac{7}{12} \div \frac{7}{6} + \frac{7}{12} = \dots$$

6 Calcule $M = -\frac{14}{15} + \frac{10}{15} \times \frac{7}{20}$.

$$M = \frac{\frac{1}{8} + \frac{7}{12}}{\frac{5}{6} - \frac{4}{15}} = \dots$$

1 Dans une salle d'étude, la moitié des élèves font des mathématiques, le quart étudie de l'histoire, le septième de l'allemand et trois élèves font du dessin. Il n'y a pas d'autre élève que ceux dont l'activité est mentionnée.

a. Démontre qu'il y a 28 élèves qui se trouvent dans la salle.

b. Calcule le nombre d'élèves qui font des mathématiques, de l'histoire et de l'allemand.

2 On partage une somme de 17 500 € entre 3 personnes. La première reçoit les $\frac{2}{5}$ de la somme totale, la deuxième reçoit les $\frac{3}{4}$ de la part de la première.

a. Quelle fraction de la somme totale revient à la troisième personne ?

b. Calcule la part de chacun.

3 Lors d'un match de football France/Allemagne, les $\frac{6}{13}$ des supporters étaient français et les $\frac{4}{9}$ étaient allemands. 583 supporters n'étaient ni français ni allemands. Combien de spectateurs y avait-il dans le stade ?

4 D'après brevet

Un peintre souhaite repeindre les volets d'une maison. Il constate qu'il utilise $\frac{1}{6}$ du pot pour mettre une couche de peinture sur l'intérieur et l'extérieur d'un volet. Il doit peindre ses 4 paires de volets et mettre sur chaque volet 3 couches de peinture. Il affirme qu'il lui faut 2 pots de peinture. A-t-il raison ? Justifie ta réponse.

5 D'après brevet

Les continents occupent $\frac{5}{17}$ de la superficie totale de la Terre.

a. L'océan Pacifique recouvre la moitié de la superficie restante. Quelle fraction de la superficie totale de la Terre occupe-t-il ?

b. Sachant que la superficie de l'océan Pacifique est de 180 000 000 km², détermine la superficie de la Terre.

Puissances

A4



Série 1 • Calculer avec des puissances	8
Série 2 • Utiliser des puissances négatives	9
Série 3 • Résoudre des problèmes	11

1 Écris chaque expression sous la forme d'une puissance d'un nombre.

$$A = 10 \times 10$$

$$B = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$C = 0,1$$

$$D = 0,000\,001$$

$$E = 1\,000\,000\,000$$

2 Effectue les calculs suivants et donne les résultats sous la forme d'une puissance de 10.

a. $10^2 \times 10^7 = \dots$

b. $10^4 \times 10^5 = \dots$

c. $\frac{10^7}{10^3} = \dots$

d. $\frac{10^6}{10^8} = \dots$

e. $(10^5)^3 = \dots$

f. $(10^6)^4 = \dots$

3 Donne l'écriture scientifique des nombres suivants.

a. $625\,000 = \dots$

b. $33,47 = \dots$

c. $7\,489,5 = \dots$

d. $0,004 = \dots$

e. $0,120\,5 = \dots$

f. $12 \times 10^7 = \dots$

g. $0,075 \times 10^{-3} = \dots$

h. $98,4 \times 10^8 = \dots$

i. $0,048\,9 \times 10^{-4} = \dots$

4 On considère l'expression suivante :

$$A = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 10^1 + 10^0$$

a. Donne l'écriture décimale de A.

b. Donne l'écriture scientifique de A.

5 Calcule les expressions suivantes et donne le résultat sous forme scientifique.

$$A = 3 \times 10^4 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^0$$

$$B = \frac{6 \times 10^{12} \times 35 \times 10^8}{14 \times (10^5)^3}$$

$$C = \frac{3 \times 10^5 - 6 \times 10^3}{3 \times 10^3}$$

$$D = \frac{49 \times (10^5)^2 \times 27 \times 10^9}{63 \times 10^{20}}$$

$$E = \frac{4 \times 10^2 - 4}{4,3 \times 10^1 + 1}$$

6 Entoure la bonne réponse pour chaque question.

a. La notation scientifique de 1 500 000 000 est :
 $1,5 \times 10^8 / 15 \times 10^8 / 1,5 \times 10^9 / 15 \times 10^9$

b. L'écriture décimale de $2,53 \times 10^{15}$ est :
 2 530 000 000 000 000
 253 000 000 000 000
 253 000 000 000 000

c. L'écriture décimale de $5,3 \times 10^5$ est :
 530 000 / 5 300 000 / 5 300 000 / 26 ÷ 5

d. $2 \times 3^5 \times 7^2$ est égal à :

$$23\,814 / 381\,024 / 3\,602\,177\,082$$

Série 2

Utiliser des puissances négatives

Exercice corrigé

- a. Donne l'écriture décimale de 10^{-3} .
 b. Écris sous la forme d'une puissance : $\frac{2^3}{2^5}$.

Correction

a. $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0,001$

b. $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

1 Exprime sous la forme d'une fraction.

a. $2^{-3} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

b. $(-5)^{-3} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

c. $3^{-2} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

d. $7^{-1} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

e. $10^{-5} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

f. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$

2 À l'aide de ta calculatrice, écris chaque nombre sous la forme d'une puissance de 2 ou de 5 avec un exposant négatif.

a. $0,25 = \text{.....}$

d. $0,04 = \text{.....}$

b. $0,5 = \text{.....}$

e. $0,008 = \text{.....}$

c. $0,2 = \text{.....}$

f. $0,0625 = \text{.....}$

3 Coche pour donner le signe des nombres.

	Nombre	Positif	Négatif
a.	$(-3)^7$		
b.	$(-5,4)^4$		
c.	-3^{126}		
d.	$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-11}$		
e.	$\left(-\frac{1}{9}\right)^{-14}$		
f.	$\left(\frac{22}{23}\right)^{-1}$		

	Nombre	Positif	Négatif
g.	$\left(\frac{-3}{4}\right)^5$		
h.	$(-3)^{-78}$		
i.	$(-1)^{-1}$		
j.	$5,4^{-4}$		
k.	$-\left(\frac{22}{23}\right)^{-2}$		
l.	$\left(-\frac{5}{3}\right)^6$		

4 Complète.

Puissance	Définition	Écriture fractionnaire	Écriture décimale
10^{-4}	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{\text{.....}}$	
10^{-2}			
		$\frac{1}{10^5}$	
			0,000 000 1
		$\frac{1}{1\,000\,000}$	

5 Écris chaque nombre sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $\frac{1}{5^{-12}} = \text{.....}$

e. $\frac{1}{(-2)^{-2}} = \text{.....}$

b. $\frac{1}{(-2)^{-6}} = \text{.....}$

f. $\frac{-1}{-5^{-1}} = \text{.....}$

c. $\frac{1}{3^{-1}} = \text{.....}$

g. $\frac{8^{-7}}{5^{-7}} = \text{.....}$

d. $\frac{1}{(-3)^6} = \text{.....}$

h. $\frac{-4^{-3}}{-3^{-3}} = \text{.....}$

6 Complète les égalités suivantes.

a. $3^{10} \times 3^{\text{.....}} = 3^5$

e. $6^{-8} \times 6^{\text{.....}} \times 6 = 6^{10}$

b. $7^{\text{.....}} \times 7^8 = 7^{11}$

f. $(3^7)^{\text{.....}} = 3^{-21}$

c. $(5^{-2})^{\text{.....}} = 5^8$

g. $((-2)^{\text{.....}})^3 = (-2)^{12}$

d. $\frac{5^{\text{.....}}}{5^{28}} = 5^{-13}$

h. $\frac{7^{\text{.....}}}{14} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

7 Précise si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifie ta réponse.

a. L'inverse de 2^3 est -2^3 .

b. $(-5)^{-4}$ est un nombre positif.

c. 8^{-3} est un nombre négatif.

d. 10^{-6} est le double de 10^{-3} .

8 Pour chaque affirmation, entourez la bonne réponse.

a. Le nombre décimal 0,246 s'écrit aussi :

$$2,46 \times 10^1 / 0,0246 \times 10^1 / 2,46 \times 10^{-2} / 2,46 \times 10^2$$

b. Le nombre $8^{13} \times \frac{8^{-8}}{8^7}$ est égal à :

$$8^{14} / 8^{12} / 8^{-2} / 8^2$$

c. L'écriture scientifique de $\frac{49 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^5}{3 \times 10^4 \times 7 \times 10^{-2}}$ est :

$$1,4 \times 10^{-2} / 1,4 \times 10^{-1} / 1,4 \times 10^2 / 1,4 \times 10^1$$

d. Le nombre $2^3 \times 2^{-5} \times 2^7 \times 2^{-9}$ est égal à :

$$2^{945} / 2^{-4} / 2^0 / 2^4$$

9 Écris chaque produit sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $2^4 \times 2^{-3} = \dots$

b. $(-3)^{-4} \times (-3)^{-1} = \dots$

c. $3^5 \times 3^{-2} = \dots$

d. $(-4)^{-2} \times (-4)^4 = \dots$

e. $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \times 5^{-3} = \dots$

f. $\left(\frac{1}{4}\right) \times 4^{-5} = \dots$

g. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \dots$

10 Écris chaque quotient sous la forme d'une puissance d'un nombre.

a. $\frac{5^{-4}}{5^2} = \dots$

b. $\frac{3^3}{3^{-4}} = \dots$

c. $\frac{(-4)^{-2}}{(-4)^{-6}} = \dots$

d. $\frac{2^{-5}}{2^{-3}} = \dots$

e. $\frac{3^{-4}}{3^3} = \dots$

f. $\frac{(-5)^3}{(-5)^{-2}} = \dots$

g. $\frac{b}{b^{-3}} = \dots$

11 Écris chaque produit sous la forme d'une seule puissance.

a. $5^4 \times 3^{-4} = \dots$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

b. $(-4)^2 \times (-7)^{-2} = \dots$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

c. $(-8)^3 \times 2^{-3} = \dots$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

d. $4^2 \times 6^{-2} = \dots$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

12 Calcule les expressions suivantes.

a. $3^3 + 7 \times 5^{-1} = \dots$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

c. $10^3 \times 4^{-4} + 5^4 - 8^{-1} = \dots$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

1 En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet : $1 \text{ Ko} = 10^3$ octets ; $1 \text{ Mo} = 10^6$ octets et $1 \text{ Go} = 10^9$ octets. Sur un disque dur de 1 To (Téra octet), combien de vidéos de 8 Go (Giga octet) peut-on stocker ?

2 À quelle puissance faut-il éléver 4^4 pour obtenir 8^8 ? Explique ta réponse.

3 Un atome est formé d'un noyau et d'électrons. Pour la semaine de la science, Phédra doit réaliser une maquette d'un atome. Pour cela, elle représente le noyau par une boule de 12 cm de diamètre alors que celui-ci mesure 3×10^{-3} cm en réalité.

Quelle est l'échelle de cette maquette ? Écris le résultat en notation scientifique.

4 Une année-lumière (symbole al) est égale à la distance parcourue par la lumière dans le vide pendant une année. Elle vaut environ 10 000 milliards de kilomètres. Un « parsec » (symbole pc) vaut environ 3,2616 al.

a. Exprime un parsec en kilomètres.

b. Exprime un kilomètre en parsec.

c. L'étoile la plus proche du Soleil, Proxima Centauri, se trouve à 1,316 pc de la Terre. Calcule le temps mis par la lumière pour nous parvenir de cette étoile.

5 La lumière parcourt 300 000 km par seconde. Combien de temps met la lumière pour faire la distance Terre-Soleil, sachant que celle-ci est de 151,38 millions de km ?

6 L'atome d'oxygène a un diamètre de 650×10^{-13} m.

a. Exprime ce rayon en picomètres.

b. Combien d'atomes d'oxygène peut-on ranger côté à côté sur une longueur de 1 mm ?

7 La masse d'un atome de cuivre est de $1,05 \times 10^{-30}$ g.

Combien d'atomes de cuivre y a-t-il dans 1,47 kg de cuivre ?

8 Dans un litre de sang, il y a environ 4 500 milliards de globules rouges.

a. Exprime ce nombre en écriture scientifique.

b. Le corps d'un adulte est composé en moyenne de 5 litres de sang.

Déduis-en la quantité moyenne de globules rouges pour un adulte.

9 En informatique, on utilise comme unités de mesure les multiples de l'octet :

$$\begin{aligned}1 \text{ Ko} &= 10^3 \text{ octets} & 1 \text{ Mo} &= 10^6 \text{ octets} \\1 \text{ Go} &= 10^9 \text{ octets}\end{aligned}$$

Capacité de l'ordinateur : 250 Go

Contenu du disque dur externe :

- 1 000 photos de 900 Ko chacune ;

- 65 vidéos de 700 Mo chacune.



Espace utilisé : 200 Go
Espace libre

Peut-on transférer la totalité du disque dur externe vers l'ordinateur ?

10 Les légionnelles sont des bactéries présentes dans l'eau potable. Parfois, elles peuvent atteindre des concentrations dangereuses pour l'homme.

a. La taille d'une bactérie légionnelle est 0,8 µm. Exprime cette taille en mètre et donne le résultat en notation scientifique.

b. Lorsque la température de l'eau est de 37°C, cette population de bactéries légionnelles double tous les quarts d'heure. Une population de 3 000 bactéries légionnelles est placée dans ces conditions. Quel est le nombre de bactéries légionnelles au bout de deux heures ? au bout d'une journée ? Écris ces résultats en notation scientifique.

11 Dans le système binaire, utilisé par les ordinateurs par exemple, les nombres sont codés seulement avec des 0 et des 1. Pour cela, on utilise des puissances de 2. Par exemple, l'écriture décimale de **1011** est :

$$1 \times 2^0 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^3$$

a. Détermine l'écriture décimale de 1001.

b. Détermine l'écriture décimale de 11011101.

c. Détermine l'écriture en binaire du nombre 15.

d. Détermine l'écriture en binaire du nombre 219.

12 Florent a acheté un cadenas à quatre chiffres. Combien de codes peut-il choisir ? Explique ta réponse.

13 Huit containers sont transportés par bateau. Chacun d'eux contient 8 grandes caisses comportant chacune 8 cartons. Chaque carton comprend 8 cartons plus petits destinés à des magasins de chaussures. Chaque magasin reçoit un des petits cartons contenant chacun 64 paires de chaussures.

Combien de paires de chaussures sont ainsi transportées ? Écris le résultat sous la forme d'une puissance de 2, puis sous forme décimale.

Nombres entiers

A5



Série 1 • Utiliser des multiples et des diviseurs	14
Série 2 • Utiliser des nombres premiers	16
Série 3 • Le point sur les nombres	17

Exercice corrigé

Sur un circuit automobile électrique une voiture jaune fait un tour en 12 s, une voiture bleue fait un tour en 15 s. Elles partent en même temps de la ligne d'arrivée. Au bout de combien de temps passeront-elles à nouveau cette ligne en même temps ?

Correction

Les temps de passage de la voiture jaune sont des multiples de 12. Les temps de passage de la voiture bleue sont des multiples de 15.

Les deux voitures se retrouveront en même temps sur la ligne d'arrivée tous les multiples communs de 12 et de 15.

Le plus petit multiple commun à 12 et 15 est 60.

Après le départ, il faudra attendre 60 s pour voir les deux voitures franchir la ligne d'arrivée en même temps.

1 Division euclidienne

Calcule le nombre n sachant que :

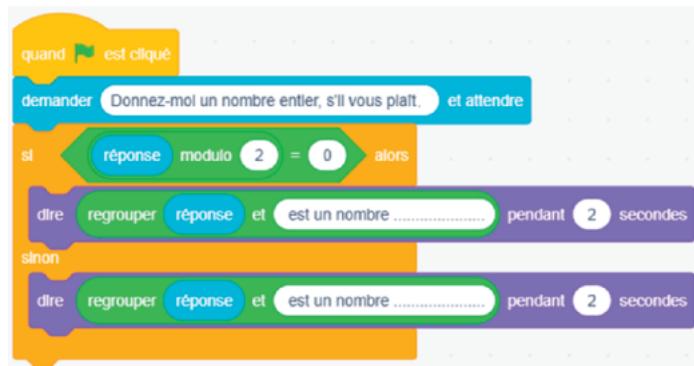
- a. dans la division euclidienne de 71 par n , le quotient est 5 et le reste 6.
- b. dans la division euclidienne de 148 par 19, le quotient est 7 et le reste n .

- 2 On donne l'égalité $9\ 462 = 219 \times 43 + 45$. Quel est le reste de la division euclidienne :

- a. de 9 462 par 219 ?
- b. de 9 462 par 43 ?

- 3 Pour tondre la pelouse du stade du village, Akim utilise une tondeuse dont la largeur de coupe est 216 cm. Le terrain mesure 97 m de long et 69 m de large. Pour parcourir la distance la plus courte, doit-il tondre parallèlement à la longueur du terrain ou parallèlement à sa largeur ?

- 4 Dans un logiciel, l'instruction permet de calculer le reste d'une division euclidienne. Complète les pointillés dans le script suivant.



- 5 Calcule $6 \times 11 \times 5$. Déduis-en que 55 est un diviseur de 660.

- 6 Cite un nombre compris entre 20 et 50, à la fois :

- a. divisible par 3 et 5.
- b. divisible par 2 et 9.

7 Devinette

Compris entre 2 336 et 2 352, je suis divisible par 2 et 3 mais pas par 4 ni par 9. Qui suis-je ?

8 Diviseurs

- a. Écris 1 001 en produit de 3 nombres premiers.
- b. Déduis-en l'ensemble de ses diviseurs autres que 1 et lui-même.

9 Produits de facteurs premiers

Voici les décompositions en produits de facteurs premiers de deux nombres x et y :

$$x = 3^4 \times 7$$

$$y = 2 \times 3^5 \times 7^2$$

y est-il un multiple de x ?

10 Multiples communs

a. En écrivant les dix premiers multiples de 30 et de 42, trouve leur plus petit multiple commun.

b. Calcule la différence $\frac{7}{30} - \frac{3}{42}$.

11 Multiples de 24

a. Comment s'écrit un multiple de 24 ?

b. Démontre qu'un multiple de 24 est également un multiple de 4.

c. Démontre que la somme de deux multiples de 24 est un multiple de 24.

12 La lumière blanche d'un phare maritime clignote toutes les 180 s. Sa lumière verte clignote toutes les 56 s. À minuit, les deux lumières se déclenchent en même temps.

a. Peuvent-elles se déclencher à nouveau ensemble au bout de 360 s ? Justifie.

b. À quelle heure se déclencheront-elles à nouveau en même temps ?

13 Un engrenage comprend deux roues de 24 et 16 dents. Détermine le nombre de tours que doit faire chaque roue pour revenir dans cette position.



14 Un pâtissier dispose de 450 morceaux de pommes et de 315 framboises. Il veut préparer le maximum de tartelettes identiques en utilisant tous les fruits.

a. Peut-il préparer 15 tartelettes ? 21 tartelettes ?

b. Trouve les diviseurs communs de 450 et 315.

15 Un fleuriste a reçu 1 756 tulipes et 1 317 œillets. Il réalise le maximum de bouquets identiques, en utilisant toutes les fleurs. Combien de bouquets a-t-il réalisés ? Quelle est leur constitution ?

16 Carole souhaite réaliser une mosaïque sur un mur rectangulaire de dimensions 108 cm et 225 cm. Le mur doit être entièrement pavé avec des carreaux carrés, tous identiques, sans découpe.

a. Peut-elle utiliser des carreaux de 6 cm ?

b. Quelle est la dimension maximale des carreaux ?

c. Combien de carreaux utilisera-t-elle alors ?

Exercice corrigé

Rends la fraction $\frac{280}{448}$ irréductible.

Correction

On commence par décomposer 280 et 448 en produits de facteurs premiers.

$$280 = 2^3 \times 7 \times 5 \text{ et } 448 = 2^6 \times 7$$

$$\frac{280}{448} = \frac{2^3 \times 5 \times 7}{2^6 \times 7} = \frac{5}{2^3} = \frac{5}{8} \text{ qui est irréductible}$$

car 5 et 8 n'ont que 1 comme diviseur commun.

1 Les décompositions suivantes sont non abouties. Termine-les.

a. $2^2 \times 13 \times 25 =$

b. $3 \times 15 \times 66 =$

c. $7 \times 3^2 \times 9 \times 21 =$

d. $23 \times 49 \times 61 =$

2 Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

306 :

124 :

540 :

2 220 :

3 On donne $a = 3^4 \times 7$ et $b = 2 \times 3^5 \times 7^2$. Donne le plus grand diviseur commun à a et b .

4 Détermine le premier nombre entier impair qui possède trois facteurs premiers différents.

5 Entoures les fractions simplifiables.

$\frac{4}{6}$

$\frac{3}{19}$

$\frac{15}{30}$

$\frac{1}{82}$

$\frac{42}{39}$

6 Simplifie chaque fraction en utilisant les critères de divisibilité.

a. $\frac{66}{30} =$

b. $\frac{385}{165} =$

c. $\frac{153}{189} =$

d. $\frac{120}{90} =$

7 Prouve que la fraction $\frac{74}{547}$ est irréductible.

8 Simplifie pour obtenir une fraction irréductible.

a. $\frac{4 \times 15 \times 14}{21 \times 10 \times 22} =$

b. $\frac{2^2 \times 3 \times 5^3}{2 \times 3^3 \times 5^2} =$

9 En décomposant

a. Écris 504 et 540 sous forme de produits de facteurs premiers.

b. Rends alors la fraction $\frac{504}{540}$ irréductible.

10 Rends la fraction $\frac{1204}{258}$ irréductible en effectuant une seule simplification et en détaillant les calculs.

11 La fraction $\frac{231}{712}$ est-elle irréductible ? Justifie.

1 Avec les nombres entiers

- a. Parmi ces nombres, entoures en rouge les nombres entiers naturels et barres en bleu les nombres entiers relatifs.

$\frac{-4}{-2}$	12	-0,25	$\frac{-1}{82}$	12,12
$\frac{-2\pi}{\pi}$	-5	0	π	10^5

- b. Explique pourquoi les nombres entiers naturels sont des nombres entiers relatifs.

2 Avec les quotients

- a. Parmi ces nombres, entoures en rouge les nombres décimaux et barres en bleu les nombres rationnels (quotient de deux entiers relatifs).

$\frac{4}{-8}$	$\frac{4}{10}$	-0,25	$\frac{1}{82}$	$\sqrt{3}$
$\frac{-2,5}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2,5}{50}$	10^{-6}	4

- b. Que remarques-tu ? Explique.

- 3 Parmi les nombres suivants, entoures ceux qui peuvent s'écrire sous forme de fraction avec un dénominateur qui soit une puissance de 10 (1 ; 10 ; 100 ; ...).

$$\frac{7}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{-13}{25} \quad \frac{2}{11} \quad \frac{-42}{21} \quad \frac{-1}{7}$$

- a. Comment nomme-t-on ces nombres ?

- b. Pour les autres, donne une valeur arrondie au millième.

4 Nombres irrationnels

- a. Pour chacun des nombres du tableau, indique à quel(s) ensemble(s) de nombres il appartient.

Nombre	Entier naturel	Entier relatif	Décimal	Rationnel
10^3				
$\frac{-2\pi}{3}$				
$\frac{25}{-5}$				
$2,3 \times 10^{-1}$				
$\sqrt{2}$				
$\frac{1,5}{30}$				
$\frac{1}{45}$				

- b. Parmi les nombres réels, les nombres qui ne sont pas rationnels sont appelés irrationnels. Dans le tableau précédent, quels sont les nombres irrationnels ?

5 Nombres « amicaux »

- a. Écris la liste des diviseurs de 220 et de 284.

220 :

284 :

- b. Deux nombres sont « amicaux », si les sommes de leurs diviseurs sont égales. Montre que 220 et 284 sont amicaux.

- c. Montre que 1 184 et 1 210 sont amicaux.

Série 3 Le point sur les nombres

6 Nombres parfaits

Un nombre entier N est « parfait » s'il est égal à la demi-somme de ses diviseurs.

Exemple : 6 a pour diviseurs 1 ; 2 ; 3 et 6. De plus $6 = (1 + 2 + 3 + 6) \div 2$. Donc 6 est un nombre parfait.

a. Montre que 28 et 496 sont parfaits.

b. Trouve un nombre parfait qui a au moins deux diviseurs : 3 et 17.

7 Puissance de 2 et nombres parfaits

Pour obtenir un nombre parfait :
on ajoute successivement les puissances de 2.
Quand la somme est un nombre premier on le multiplie par le dernier nombre de la somme.

1 + 2 = 3 est premier et $3 \times 2 = 6$ est parfait.
1 + 2 + 4 = 7 est premier et $7 \times 4 = 28$ est parfait.
1 + 2 + 4 + 8 + 16 = 31 est premier
et $31 \times 16 = 496$ est parfait.

a. Détermine le prochain nombre obtenu de cette façon.

b. Prouve que ce nombre est bien parfait.

8 Fractions décimales

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10.

a. Donne quelques exemples de fractions décimales.

b. Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 10 ? Déduis-en la décomposition en produit de facteurs premiers de 10^n .

c. « Si la décomposition en produit de facteurs premiers du dénominateur ne contient que des 2 et des 5 alors une fraction peut être écrite sous forme de fraction décimale. »

Montre que cette proposition est vraie pour les fractions suivantes.

$$\frac{9}{4} = \dots$$

$$\frac{11}{125} = \dots$$

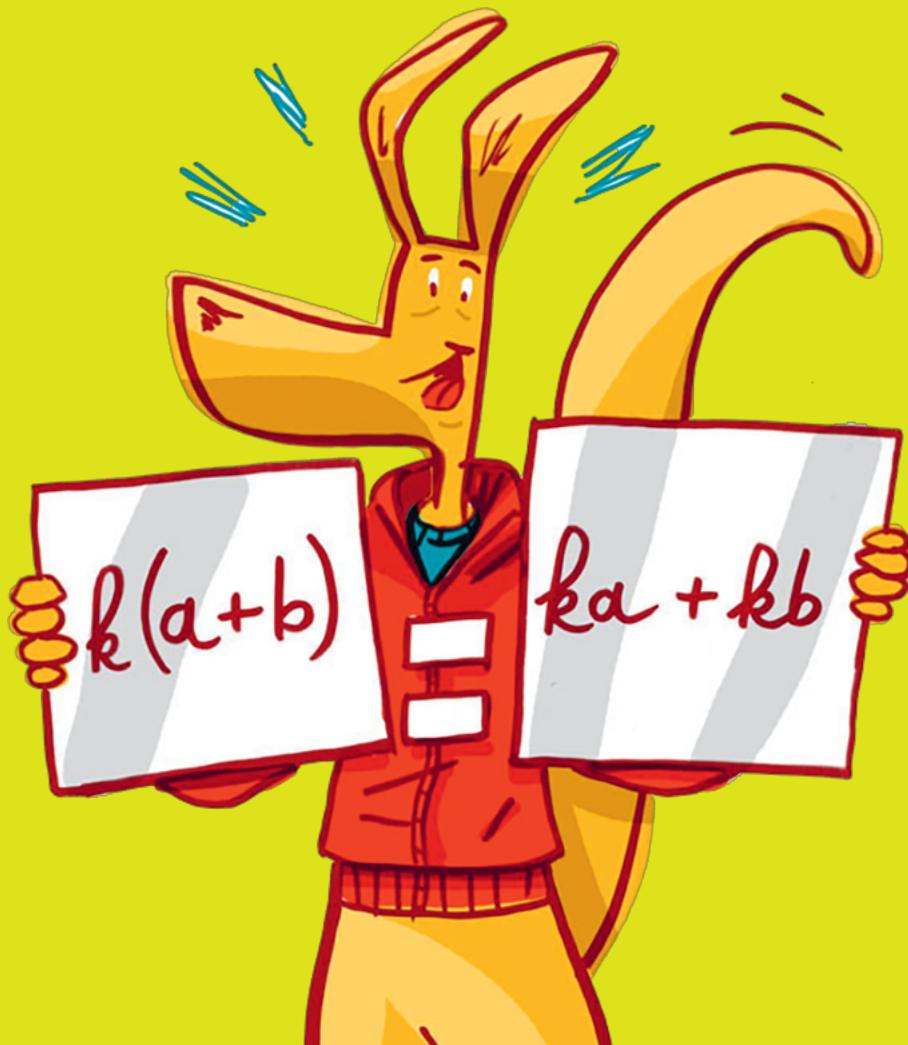
$$\frac{7}{32} = \dots$$

d. Parmi les fractions suivantes certaines sont décimales. Repère-les en décomposant leur dénominateur en produit de facteurs premiers et écris-les sous forme de fraction décimale.

Fraction	Décomposition	Fraction décimale
$\frac{7}{16}$		
$\frac{2}{45}$		
$\frac{3}{15}$		
$\frac{25}{75}$		

Calcul littéral

A7



Série 1 • Supprimer les parenthèses	20
Série 2 • Factoriser	22
Série 3 • Développer	25
Série 4 • Résoudre un problème	27

Série 1 Supprimer les parenthèses

Exercice corrigé

Réduis l'expression :

$$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x.$$

Correction

$$G = 5x^2 + (3x - 4) - (2x^2 - 3) + 2x$$

$$G = \textcolor{green}{5x^2} + \textcolor{magenta}{3x} - \textcolor{red}{4} - \textcolor{blue}{2x^2} + \textcolor{cyan}{3} + \textcolor{violet}{2x}$$

$$G = \textcolor{green}{5x^2} - \textcolor{blue}{2x^2} + \textcolor{magenta}{3x} + \textcolor{violet}{2x} - \textcolor{red}{4} + \textcolor{cyan}{3}$$

$$G = (\textcolor{red}{5} - \textcolor{blue}{2})x^2 + (\textcolor{magenta}{3} + \textcolor{violet}{2})x - \textcolor{red}{1}$$

$$G = \textcolor{green}{3x^2} + \textcolor{magenta}{5x} - \textcolor{red}{1}$$

1 Démonstrations

a. Première démonstration

$$-(a + b) = \dots \times (a + b) = \dots \times \dots + \dots \times \dots$$

$$-(a + b) = \dots + \dots$$

Donc l'opposé d'une est égal à la somme des

b. Démontre de la même façon que l'opposé d'une différence est égal à la différence des opposés.

Donc

c. L'opposé d'un produit est-il égal au produit des opposés ?

Donc

2 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$E = 4x + (5 - 8x)$$

$$G = (5x + 4) + (-3x - 2)$$

$$F = 9,5 + (-7x + 8,2)$$

$$H = 11,7 + (-4 + 8x - 9)$$

3 Complète le tableau.

	Expression	Son opposé
a.	$4x - 3$	
b.	$-3x + 7$	
c.	$2x^2 - 3x + 5$	
d.	$-x^2 + (-3)x + 1$	

4 Voici des expressions. Quelles sont les expressions égales ?

$$A = 8x + 3 - (6x + 2) \quad | \quad D = (9x + 5) - 2x + 3$$

$$B = (9x + 5) + (-2x + 3) \quad | \quad E = (4x - 9) - 2x + 7$$

$$C = (4x - 9) - (2x - 7) \quad | \quad F = 8x + 3 - 6x - 2$$

5 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$K = 5x - (2x - 3)$$

$$N = -5x - (-5x^2 + x - 1)$$

$$L = 3x^2 - (4x^2 - x + 5)$$

$$O = (6a + 8) - (4a + 2)$$

$$M = 4 + 6x - (-2x + 7)$$

$$P = (7b - 2) + (3b - 5)$$

6 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$P = (-5x + 7) - (8 - 3x) + x$$

$$Q = 3x - (-5 + x) + (-3x + 3)$$

$$R = -4x^2 - (2x^2 - 3x + 1) + (-2x + 3)$$

7 Développe puis réduis chaque expression.

$$A = 5(t + 3) + 2(3t + 4) - (5t - 3)$$

$$B = -3y(2 + 5y) - 4(1 - 2y) + (3y^2 - 5y + 3)$$

$$C = (4x - 1)(3x + 5) - (x - 7)$$

$$D = (x + 5)(2x - 5) - (3x^2 - 7x + 5)$$

8 Supprime les parenthèses puis réduis.

$$A = 7 - (2 - a) + 9 + (b - 5)$$

$$B = 15 + (7 - b) - 9 - (a - 17)$$

$$C = 9 - (c + 4) - (3 - b) + 21 - (17 - c)$$

$$D = 9 + [7 - (3 - a) + (a + 6)] - [2a - (4 + b - a)]$$

$$E = 9 - [(c + 4) - (3 - b)] + 21 - [(17 - c) - (2a + 7)]$$

$$F = 15 + [(7 - b) - 9 - (a - 17)] - [12 + (9 - b) - (6 + 2a)]$$

$$G = 7 - [(2 - a) - (2 + a) + 9] + (b - 5)$$

Série 2 Factoriser

Exercice corrigé

a. Factorise :

$$D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11).$$

b. Factorise $C = 64x^2 - 49$.

Correction

a. $D = (9x - 4)(5x + 6) - (9x - 4)(3x + 11)$.

$$D = (\textcolor{red}{9x - 4})(\textcolor{violet}{5x + 6}) - (\textcolor{red}{9x - 4})(\textcolor{orange}{3x + 11})$$

$$D = (\textcolor{red}{9x - 4})[(\textcolor{violet}{5x + 6}) - (\textcolor{orange}{3x + 11})]$$

$$D = (\textcolor{red}{9x - 4})[5x + 6 - 3x - 11]$$

$$D = (\textcolor{red}{9x - 4})(2x - 5)$$

b. $C = 64x^2 - 49$

$$C = (\textcolor{red}{8x})^2 - \textcolor{violet}{7}^2$$

$$C = (\textcolor{red}{8x} + \textcolor{violet}{7})(\textcolor{blue}{8x} - \textcolor{violet}{7})$$

1 Repérer le facteur commun

1. Dans les sommes et les différences suivantes, souligne le facteur commun.

a. $3(x - 3) + 3 \times 4$

b. $xy + x(y + 1)$

c. $(x + 1)(2x - 5) + (x - 7)(x + 1)$

d. $2t(t - 7) - t(-t + 5)$

2. Transforme les sommes et les différences suivantes de façon à faire apparaître un facteur commun. Entoure en rouge ce facteur.

a. $9y + 12 = \dots$

b. $x^2 + 5x = \dots$

c. $(x + 1)^2 - 2(x + 1) = \dots$

d. $(t - 7)(2t + 1) + (2t + 1)^2 = \dots$

2 Factorisations guidées

a. Factorise A par $(x + 2)$ puis réduis.

$$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2)$$

b. Factorise B par $(x - 7)$ puis réduis.

$$B = (5x - 3)(x - 7) - (2x + 4)(x - 7)$$

3 Factorise puis réduis.

$$C = (2x - 1)(x - 5) + (3x + 7)(x - 5)$$

$$D = (2x + 5)(x - 3) + (2x + 5)(-3x + 1)$$

$$E = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$$

$$F = (-3x + 4)(3x - 8) - (-3x + 4)(7x + 2)$$

$$G = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$$

4 Soit $D = (2x + 1)(6x + 1) - (2x + 1)(2x - 7)$.

a. En factorisant, vérifie que $D = (2x + 1)(4x + 8)$.

b. En factorisant $4x + 8$, déduis-en une nouvelle factorisation de D.

5 Factorise puis réduis chaque expression.

$$A = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1)$$

$$A = (2x + 1)(x - 3) + (2x + 1) \times \dots$$

$$A = (2x + 1) \times \dots$$

$$A = \dots$$

$$B = (3x + 2) - (2x - 7)(3x + 2)$$

$$\dots$$

$$C = -x - (3x - 2)x$$

6 Factorise puis réduis chaque expression.

$$D = (x - 1)^2 + (x - 1)(2x + 3)$$

$$D = (\dots) \times (\dots) + (x - 1)(2x + 3)$$

$$D = \dots$$

$$D = \dots$$

$$E = (2x + 3)(x - 5) - (x - 5)^2$$

$$\dots$$

7 Factorise puis réduis chaque expression.

$$A = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$$

$$\dots$$

$$B = (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7)$$

$$\dots$$

$$C = 2y^2 - y(4y - 7)$$

8 Factorise puis réduis chaque expression.

$$J = \left(\frac{2}{3}x + 1\right)(x - 5) - (3x + 9)\left(\frac{2}{3}x + 1\right)$$

$$K = \left(3t + \frac{3}{4}\right)(t - 5) + (t - 5)\left(-5t + \frac{5}{6}\right)$$

9 Factorise chaque expression.

$$M = x^2 - 49$$

$$N = 81 - t^2$$

$$P = 16x^2 - 36$$

$$Q = 25 - 4y^2$$

10 Factorise puis réduis chaque expression.

$$R = (x + 4)^2 - 49$$

$$R = (x + 4)^2 - \dots^2$$

$$S = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$$

$$S = a^2 - b^2 \text{ avec } a = \dots \text{ et } b = \dots$$

$$T = 4 - (1 - 3x)^2$$

11 Factorise puis réduis chaque expression.

$$U = (3 - 2x)^2 - 4$$

$$V = 121 - (x - 7)^2$$

$$W = (7x + 8)^2 - (9 - 5x)^2$$

12 Vers la seconde

Factorise les expressions suivantes.

$$A = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 25$$

$$B = 81 - \left(x - \frac{2}{5}\right)^2$$

$$C = (x - 1)^2 - \frac{1}{4}$$

$$D = \frac{16}{49} - (1 - 3x)^2$$

$$E = \left(\frac{1}{3} - 2x\right)^2 - \frac{4}{9}$$

Série 3 Développer

Exercice corrigé

Développe et réduis les expressions suivantes

- a. E = $(3x - 1)(y - 4)$
 b. D = $(7x + 2)(7x - 2)$

Correction

a. E = $(3x - 1)(y - 4)$.

$$E = 3x \times y + 3x \times (-4) - 1 \times y - 1 \times (-4)$$

$$E = 3xy - 12x - y + 4$$

b. D = $(7x + 2)(7x - 2)$
 $D = (7x)^2 - 2^2$
 $D = 49x^2 - 4$

1 Développe puis réduis chaque expression.

$$A = 5(10x + 8)$$

$$B = 9x(6 - 6x)$$

$$C = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$$

$$D = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$$

2 Complète la table de multiplication pour développer les expressions.

$$G = (2x - 3)(4 + x)$$

\times	$2x$	-3
4		
$+x$		

$$H = (v - 4)(2v - 3)$$

\times		

3 Développe puis réduis chaque expression.

$$I = (x + 1)(x + 5)$$

$$J = (4x + 5)(2x + 6)$$

$$K = (5u + 1)(2 - 3u)$$

$$L = (-3 + n)(-2n - 5)$$

4 Développe puis réduis chaque expression.

$$E = (2x + 5)(3x + 7)$$

$$F = (5x + 8)(2x - 7)$$

$$M = (-1,5x - 3)(4x - 0,5)$$

$$N = (8x - 7)(-7x + 7)$$

$$G = (2x - 5)(3x - 2)$$

5 Développe puis réduis chaque expression.

$$N = (4z + 3)^2$$

$$P = 6 + (5y - 2)(3 - 4y)$$

$$Q = 5z - (4z + 3)(-2z - 5)$$

$$R = 6(2x - 1)(3 - x)$$

$$J = (x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$$

6 Soit $S = 4x^2 - (x + 3)(x - 2) + 2(x - 2)$.

a. Développe puis réduis l'expression S.

b. Calcule S lorsque $x = -5$ puis lorsque $x = \frac{1}{2}$.

7 Développe puis réduis chaque expression.

a. $(x + 7)(x - 7) = \dots$

b. $(y + 3)(y - 3) = \dots$

c. $(4y - 5)(4y + 5) = \dots$

d. $(2x + 5)(2x - 5) = \dots$

e. $(-7x + 12)(-7x - 12) = \dots$

f. $(-6x + 3)(6x + 3) = \dots$

8 Développe puis réduis chaque expression.

$$E = (3 + 4x)(4x - 3)$$

$$F = (7 - 4x)(4x + 7)$$

$$G = (x + 2)^2 - (3x - 5)^2$$

9 Soit $H = (2x - 5)^2 - (4x + 1)^2$.

a. Développe et réduis H.

b. Factorise H.

c. Calcule l'expression H pour $x = 0$ et $x = 3$.

1 Calcule rapidement.

a. $101^2 - 99^2 = \dots$

b. $235^2 - 234^2 = \dots$

c. $105^2 - 95^2 = \dots$

d. $9875^2 - 125^2 = \dots$

2 D'après brevet

a. Développer et réduire $P = (x + 12)(x + 2)$.

b. Factoriser $Q = (x + 7)^2 - 25$

c. ABC est un triangle rectangle en A et x désigne un nombre positif. $BC = x + 7$ et $AB = 5$. Fais un schéma et montre que $AC^2 = x^2 + 14x + 24$.

3 Voici un programme de calcul.

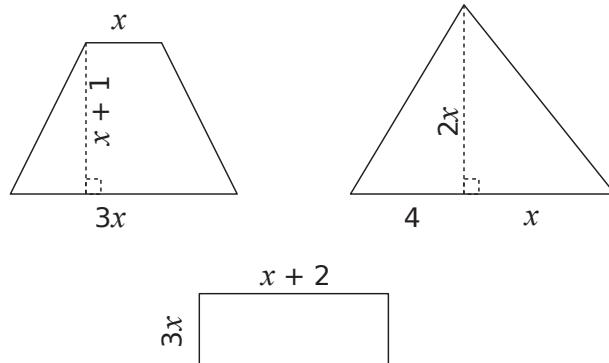
- Choisis un nombre entier n .
- Mets n au carré. Prends le double du résultat.
- Soustrais au résultat précédent le produit de n par l'entier qui le suit.

a. Écris une expression littérale traduisant ce programme.

b. Factorise et réduis cette expression.

c. Complète la phrase :
« Finalement, le programme de calcul revient à

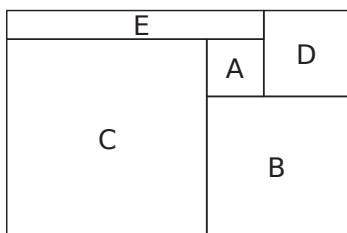
»

4 Voici trois figures dont les dimensions sont données ci-dessous.

a. Détermine l'aire de chacune des trois figures en fonction de x .

b. Montre que la somme des aires de ces trois figures est la même que l'aire d'un rectangle dont l'un des côtés mesure $3x$.

- 5** La figure ci-dessous est composée des carrés A, B, C et D, on la complète par le rectangle E afin de former un grand rectangle.



a. Lorsque le côté du carré A est 2 cm et celui du carré B est 5 cm, quelle est l'aire du rectangle E ?

b. On appelle a le côté du carré A et b le côté du carré B. Exprime les dimensions des carrés C et D, et du rectangle E en fonction de a et de b .

c. Exprime l'aire du rectangle E en fonction de a et de b . Donne la réponse sous forme d'une expression développée et réduite.

d. Exprime l'aire du grand rectangle en fonction de a et de b .

6 Soit $S = (2t - 5) + (2t - 5)(x - 1) - x(t - 5)$.

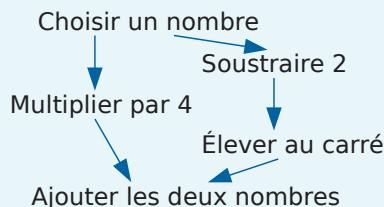
a. Montre que $S = tx$.

b. Calcule S pour $x = \frac{2\ 507}{3\ 012}$ et $t = \frac{3\ 012}{2\ 507}$.

7 Brevet des collèges 2019

Voici deux programmes de calcul.

PROGRAMME A



- PROGRAMME B
- Choisir un nombre
 - Calculer son carré
 - Ajouter 6 au résultat.

a. Montrer que, si l'on choisit le nombre 5, le résultat du programme A est 29.

b. Quel est le résultat du programme B si on choisit le nombre 5 ?

c. Si on nomme x le nombre choisi, expliquer pourquoi le résultat du programme A peut s'écrire $x^2 + 4$?

d. Quel est le résultat du programme B si l'on nomme x le nombre choisi ?

e. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifie tes réponses et écris les étapes des éventuels calculs.

• « Si l'on choisit le nombre $\frac{2}{3}$ le résultat du programme B est $\frac{58}{9}$. »

• « Si l'on choisit un nombre entier, le résultat du programme B est un nombre entier impair. »

• « Le résultat du programme B est toujours un nombre positif. »

• « Pour un même nombre entier choisi, les résultats des programmes A et B sont soit tous les deux des entiers pairs, soit tous les deux des entiers impairs. »

A8

Équations



Série 1 • Tester une égalité	30
Série 2 • Résoudre une équation	31
Série 3 • Résoudre un problème	35

1 Solution de l'équation ?

- a. Le nombre 3 est-il solution de l'équation $5x - 2 = 4x + 1$? Justifie.

- b. Le nombre -2 est-il solution de l'équation $x(3x + 4) = (2x + 5)(x - 2)$? Justifie.

- 2** Le couple $(3 ; 4)$ est-il solution de l'équation $5x - 3y = 3$? Justifie ta réponse.

Dans l'équation, on remplace x par et y par

- 3** Les couples suivants sont-ils des solutions de l'équation $7x + y = -3$? Justifie.

- | | | |
|---------------|-----------------------------------------------|------------------------------------|
| a. $(-1 ; 4)$ | c. $\left(\frac{-1}{4} ; \frac{-5}{4}\right)$ | d. $\left(\frac{-2}{3} ; 2\right)$ |
| b. $(-2 ; 9)$ | | |

4 Solution ou pas ?

- | | | | |
|------------|-------------|------------|------------|
| $(-2 ; 3)$ | $(-1 ; 1)$ | $(0 ; 5)$ | $(5 ; -7)$ |
| $(7 ; -9)$ | $(8 ; -11)$ | $(-4 ; 5)$ | $(6 ; -7)$ |

- a. Entoure en bleu le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation $4x + 3y = -1$.

- b. Entoure en rouge le(s) couple(s) qui est (sont) solution(s) de l'équation $x + y = 1$.

- c. Déduis-en un couple solution du système

$$\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

Une solution du système est

5 Une question d'ordre

- a. Le couple $(-3 ; 1)$ est-il solution du système

$$\begin{cases} x + 5y = 2 \\ 2x - 7y = -13 \end{cases} ? \text{Justifie.}$$

- b. Le couple $(7,1 ; -6,4)$ est-il solution du système

$$\begin{cases} 3x + 4y = -43 \\ -9x - 5y = -31,8 \end{cases} ? \text{Justifie.}$$

6 Solution ou pas ?

- a. $\sqrt{5}$ est-il solution de l'équation $x^2 - 22 = 3$?

- b. $-\sqrt{3}$ est-il solution de l'équation $6x^2 - 18 = 0$?

Série 2

Résoudre une équation

Exercice corrigé

Résous $(x + 3)(x - 7) = 0$.

Correction

Pour que ce produit soit nul, il faut et il suffit que l'un de ses facteurs au moins soit nul.

C'est-à-dire : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$

$$x = -3 \text{ ou } x = 7$$

Les solutions de l'équation-produit $(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et 7 .

1 Résous les équations suivantes.

a. $x + 3 = 8$

c. $5 - x = -12$

b. $8x = 3$

d. $x - 9 = 12$

2 Résous les équations suivantes.

a. $2 + 2x = 4$

d. $5 - 3x = -15$

b. $-7x + 4 = 3$

e. $x - 9 = 12x$

c. $\frac{3}{x} = -8$

f. $\frac{x}{9} = 3$

3 Résous les équations suivantes.

a. $7x - 4 = 5x + 6$

c. $4,3x + 12 = 33 - 5,7x$

b. $3 - 2x = -9 + 3x$

d. $3x - 2x + 8 = 5 + 4 - 8x$

4 On considère l'équation $\frac{2x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$.

a. Écris **tous** les termes des deux membres avec un même dénominateur.

b. Résous l'équation obtenue.

5 Simplifie les équations suivantes puis résous-les. (On admettra que la valeur trouvée est la solution.)

a. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

b. $\frac{2}{5} - \frac{x}{3} = 4x + \frac{-1}{15}$

6 Développe chaque membre des équations suivantes puis résous-les. (On admettra que la valeur trouvée est la solution.)

a. $4 - (3x + 1) = 3(x + 5)$

b. $2(x - 3) = 4 + (x - 1)$

7 On considère l'équation suivante :

$$5x + 3(8 - 2x) = 15 - (x - 9).$$

a. 4 est-il solution de cette équation ?

b. (-3) est-il solution de cette équation ?

c. Teste une valeur de ton choix. Je choisis :

d. Compare ta réponse à la question c. avec celles de tes camarades. Que remarques-tu ?

e. Résous l'équation. Combien de solutions y a-t-il ?

8 Résous l'équation $2(x + 3) - (2x - 7) = 12$. Que remarques-tu ?

9 Résous chaque équation.

a. $5(x + 3) = 3 + (2x - 6)$

b. $\frac{x+3}{3} - \frac{4x-1}{6} = 3 + \frac{x}{3}$

c. $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + x)$

d. $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

e. $\frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$

10 Résous les équations suivantes.

a. $(x + 1)(x - 8) = 0$

b. $(5x - 3)(6 + x) = 0$

c. $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$

d. $(7 - x)(x - 7) = 0$

e. $2x(3x + 2)(3x - 1) = 0$

11 Résous les équations suivantes.

a. $(3x + 1)(x - 5) = 0$

b. $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

c. $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

12 Soit $E = (3x + 2)(4x - 2) + (4x - 2)(x - 6)$.

a. Factorise E.

b. Résous l'équation $E = 0$.

13 Factorise puis résous chaque équation.

a. $(7x - 2)(2 - 3x) + (4x + 3)(7x - 2) = 0$

b. $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

c. $(y + 5)(y - 2) - 6(y + 5) = 0$

14 Résous les équations suivantes.

a. $x^2 = 36$

b. $x^2 = 15$

c. $x^2 = -5$

d. $x^2 = 20,25$

e. $x^2 = \frac{25}{16}$

f. $x^2 = \frac{4}{3}$

15 Résous les équations suivantes.

a. $x^2 + 6 = 13$

b. $6 - x^2 = -5$

c. $x^2 + 11 = 7$

d. $4x^2 = 16$

e. $8 + 2x^2 = 40$

f. $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$

16 Résous chaque équation.

a. $x^2 - 49 = 0$

b. $9x^2 - 36 = 0$

c. $25x^2 = 4$

d. $(x + 1)^2 = 9$

17 Extrait du brevet

a. On pose $B = 9x^2 - 64$. Factorise B.

b. Détermine les deux nombres relatifs dont le carré du triple est égal à 64.

Exercice corrigé

Jean a eu 50 € de la part de ses grands-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des mangas. Sur Internet, un manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port.

Combien de mangas peut-il s'acheter ?

Correction**Étape n°1 : Choix de l'inconnue**

Soit x le nombre de mangas que Jean pourra acheter.

Étape n°2 : Mise en équation

Un manga coûte 6,90 € donc x mangas coûteront $6,90 \times x$ €. Avec 10 € de frais de port, cela fera $6,90 \times x + 10$ €.

Il suffit de résoudre : $6,90 \times x + 10 = 50$

Étape n°3 : Résolution de l'équation

$$6,90 \times x = 40 \quad x = 40 \div 6,90 \approx 5,79$$

Étape n°4 : Conclusion

S'il achète 6 mangas, Jean dépasse 50 €
Jean pourra s'acheter 5 mangas.

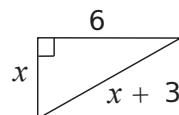
1 D'après brevet

Pierre et Nathalie possèdent ensemble 144 timbres. Si Nathalie donnait 2 timbres à Pierre, alors celui-ci en aurait deux fois plus qu'elle. Combien chaque enfant a-t-il de timbres actuellement ?

2 Si on ajoute le même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$, on obtient la fraction $\frac{2}{3}$. Quel est ce nombre ?

3 Triangle rectangle

À l'aide du théorème de Pythagore, calcule x .

**4 D'après brevet**

Le périmètre d'un rectangle est égal à 36 cm. Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de 56 cm. Détermine la longueur et la largeur du rectangle.

5 D'après brevet

Des spectateurs assistent à un motocross. Ils ont garé leur véhicule, auto ou moto, sur un parking. Il y a en tout 65 véhicules et on dénombre 180 roues. Quel est le nombre de motos ?

6 D'après brevet

Madame Schmitt vend son appartement 420 000 €. Elle utilise cette somme de la façon suivante :

- elle donne les $\frac{2}{7}$ de cette somme à sa fille ;
- elle s'achète une voiture ;
- elle place le reste à 4,5 % d'intérêts par an et perçoit au bout d'un an 9 900 € d'intérêts.

a. Combien d'argent a-t-elle donné à sa fille ?

b. Quelle somme a-t-elle placée ?

c. Quel était le prix de la voiture ?

7 D'après brevet

ABCD est un carré de côté 6 cm. E est un point du segment [AB] et on pose $EB = x$.

a. Fais un schéma.

b. Exprime, en fonction de x , la longueur AE, puis l'aire du triangle ADE.

c. Détermine x pour que l'aire du carré ABCD soit le triple de l'aire du triangle ADE.

8 D'après brevet

a. Soit un carré de côté x . Donne en fonction de x le périmètre du carré.

b. Soit un rectangle de largeur $\frac{x}{3}$ et de longueur $\frac{2}{3}x + 2$. Donne en fonction de x le périmètre du rectangle en réduisant l'écriture.

c. Pour quelle valeur de x le rectangle et le carré ont-ils le même périmètre ?

9 D'après brevet

ROI est un triangle tel $RO = 8 \text{ cm}$; $RI = 7 \text{ cm}$ et $OI = 3 \text{ cm}$. Soit M un point de $[RO]$. On trace par M la parallèle à (OI) qui coupe (RI) en N. On pose $RM = x$ avec $0 \leq x \leq 8$.

a. Fais un schéma.

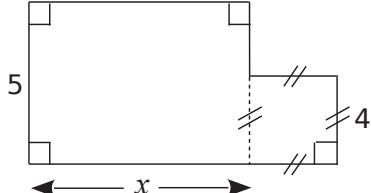
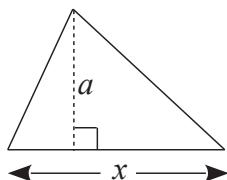
b. Exprime les longueurs RN et MN en fonction de x .

c. Montre que le périmètre P_1 du triangle RMN est égal à $\frac{9}{4}x$.

d. Montre que le périmètre P_2 du trapèze MOIN est égal à $18 - \frac{3}{2}x$.

e. Détermine x pour que les deux périmètres soient égaux.

10 Aires



a. Dans cette première question, $a = 13,2$.

Pour quelle valeur de x ces deux figures ont-elles la même aire ?

b. Que se passe-t-il si $a = 8$?

11 On considère le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Calcule son double.
- Soustrais 1.
- Calcule le carré du résultat obtenu.
- Soustrais 64.

a. Montre que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient -15 .

b. Si on appelle x le nombre de départ, écris une expression qui traduit le programme.

c. On considère $R = (2x - 1)^2 - 64$. Factorise R .

d. Résous $R = 0$.

e. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat du programme de calcul soit nul ?

12 Vidéo à la demande

Simon désire regarder des films en VOD. Son opérateur lui propose les deux tarifs suivants :

OPTION A : Tarif de 3 € par film visualisé.

OPTION B : Un abonnement de 15 € pour 6 mois avec un tarif de 1,50 € par film visualisé.

a. Complète le tableau suivant.

Nombre de films vus en 6 mois	4	8	12	16
Prix payé en € avec...				
Option A				
Option B				

b. Précise dans chaque cas l'option la plus avantageuse.

On appelle x le nombre de films vus par Simon.

c. Exprime en fonction de x la somme S_A payée avec l'option A.

d. Exprime en fonction de x la somme S_B payée avec l'option B.

e. Résous $S_A = S_B$.

f. À partir de combien de films l'option B est-elle plus avantageuse ?

13 Avec le tableur (d'après brevet 2019)

On considère le programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Prendre le carré de ce nombre.
- Ajouter le triple du nombre de départ.
- Ajouter 2.

a. Montre que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.

b. Quel résultat obtient-on si on choisit -5 comme nombre de départ?

c. On appelle x le nombre de départ, exprime le résultat du programme en fonction de x .

d. Montre que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x + 2)(x + 1)$ pour toutes les valeurs de x .

La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3
2	$(x+2)(x+1)$	2	0	0	2	6	12	20

e. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

f. Trouve les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

Proportionnalité

B1



Série 1 • Utiliser et calculer un taux 40

Série 2 • Résoudre un problème de proportionnalité 43

Série 1 Utiliser et calculer un taux

Exercice corrigé

a. Le jour des soldes, une paire de chaussures à 120 € est soldée à 35 %. Quel est son nouveau prix ?

b. Le prix de l'essence était de 1,35 € en 2020. Il est de 1,55 € aujourd'hui. Quel est le pourcentage d'augmentation ?

Correction

a. Soit P le nouveau prix.

$$P = (1 - 35\%) \times 120 = (1 - 0,35) \times 120 = 78$$

Le nouveau prix des chaussures est 78 €.

b. Soit p le pourcentage d'augmentation.

$$1,55 = (1 + p) \times 1,35 \text{ donc } 1 + p = 1,55 \div 1,35 \\ \text{soit } p \approx 0,148.$$

Le prix de l'essence a augmenté d'environ 15 %.

1 Complète les phrases suivantes.

a. Pour augmenter un nombre de 20 %

on le multiplie par

b. Pour diminuer un nombre de 15 %

on le multiplie par

c. Pour augmenter un nombre de 5 %

on le multiplie par

d. Pour diminuer un nombre de 7 %

on le multiplie par

2 Complète le tableau suivant.

	Valeur initiale	Valeur finale	Augmentation/Réduction	%
a.	100		Augmentation	30 %
b.	7 500		Réduction	20 %
c.		930	Augmentation	24 %
d.		1 246,4	Réduction	18 %
e.	863	1 380,8		
f.	89	10,68		
g.	480		Augmentation	7,5 %
h.		960	Réduction	3,5 %

3 Élections

a. Lors d'une élection, une candidate a obtenu 11,5 % des voix exprimées, soit 17 273 voix. Calcule le nombre total de voix exprimées.

b. Pour la même élection, un autre candidat a obtenu 35 297 voix. Calcule le pourcentage de votes exprimés pour ce candidat.

4 Imprimante

Mon imprimante peut agrandir ou réduire un document d'un certain pourcentage. Sur mon document Doc. 1, j'ai dessiné un carré de côté 7 cm.

a. Je veux obtenir un carré de 10 cm de côté sur Doc. 2, quel pourcentage dois-je utiliser ? On arrondira à 0,01 %.

b. J'ai perdu Doc. 1 entre temps et je veux réduire Doc. 2 pour retrouver, dans Doc. 3, un carré de côté 7 cm. Quel pourcentage dois-je utiliser ?

5 Calculatrice cassée

Ma calculette est cassée et les touches $+$, $-$ et $(-)$ ne fonctionnent plus ! Amine me dit que je peux tout de même l'utiliser pour l'exercice ci-dessous. Comment dois-je m'y prendre ?

a. Que représentent, en litres, 35 % de 5,4 L ?

b. Ma voiture consomme 5 % de moins que celle de mon voisin qui consomme 6,7 L/100 km. Quelle est ma consommation en L/100 km ?

c. Le prix de l'essence a augmenté de 3 % et coûte maintenant 1,442 €/L. Quel était le prix de l'essence avant augmentation ?

d. Le pull que j'ai vu à 45,95 € est soldé à 36,76 €. Quel est le pourcentage de réduction ?

6 Prix qui varie

a. Un scooter coûte 950 €. Son prix augmente de 5 %. Quel est le nouveau prix (arrondi à 1 € près) ?

b. Un scooter coûte 950 €. Son prix baisse de 5 %. Quel est le nouveau prix (arrondi à 1 € près) ?

c. Le prix d'un scooter passe de 950 € à 1 100 €. Quel est le pourcentage de hausse (arrondi au dixième) ?

d. Un scooter coûte 1 050 € après une augmentation de 7 %. Quel était l'ancien prix (arrondi à 1 € près) ?

e. Le prix d'un scooter passe de 980 € à 830 €. Quel est le pourcentage de baisse (arrondi au dixième) ?

f. Un scooter coûte 850 € après une baisse de 11 %. Quel était l'ancien prix (arrondi à 1 € près) ?

7 Le panda mange 15 h par jour et environ 45 % de son poids. Il mange beaucoup car il ne reste dans son estomac que 17 % de ce qu'il mange. Combien de kilogrammes de bambous un panda de 100 kg mange-t-il en 2 jours ?

8 Sur 175 élèves qui se sont présentés au DNB 137 ont été reçus. Calcule le pourcentage (à 0,1 % près) des élèves qui n'ont pas obtenu le DNB.

9 Sur une promotion pour une boîte de chocolats on peut lire : « 50 % de produit gratuit en plus ». Par rapport à la boîte habituelle, la boîte en promotion contient-elle : (*entourez la bonne réponse*)
 • le double de chocolats ?
 • le triple de chocolats ?
 • une fois et demie la quantité habituelle de chocolats ?

10 Sur un document on peut lire les résultats d'un concours administratif :

- candidats à la promotion A : 50 hommes et 200 femmes ;

- candidats à la promotion B : 80 hommes et 20 femmes.

Les résultats du concours sont les suivants :

- promotion A : 20 % de reçus chez les hommes et 80 % chez les femmes ;

- promotion B : 80 % de reçus chez les hommes et 20 % chez les femmes.

Clovis pense que les hommes et les femmes sont donc à égalité sur l'ensemble des deux promotions. A-t-il raison ?

11 Je place un capital de 10 000 € à un taux annuel de 2,5 %. Les intérêts sont ajoutés au capital chaque année.

a. Combien aurai-je au bout d'un an ?

b. Combien aurai-je au bout de 2 ans ?

c. Combien aurai-je au bout de 10 ans ?

12 À quels pourcentages correspondent ces fractions ?

a. Un demi c'est %.

b. Un quart c'est %.

c. Trois quarts c'est %.

d. Trois cinquièmes c'est %.

e. Cinq quarts c'est %.

f. Huit quarts c'est %.

13 Salaires

Dans une entreprise, il y a autant d'hommes que de femmes et on a la répartition suivante :

- chez les hommes : les cadres supérieurs (CS) sont payés 4 800 € ; les cadres (C) sont payés 50 % du salaire des CS ; les employés (E) sont payés 73 % du salaire des C.

- chez les femmes : la CS est payée 3 900 € ; les cadres sont payées 60 % du salaire des CS et les employées payées 70 % du salaire des C.

(on arrondira les salaires à 1 € près et les pourcentages au dixième près.)

a. Remplis le tableau suivant.

	Cadre supérieur	Cadre	Employé	Total
Hommes	5	20	150	175
Salaire individuel	4 800			
Salaire Hommes				
Femmes	1	13		
Salaire individuel	3 900			
Salaire Femmes				
Total général				

L'entreprise doit revoir sa politique salariale et elle pense à deux options possibles décrites dans les deux parties qui suivent.

Les deux parties sont indépendantes.

Partie 1

On ne change rien à la répartition des salaires actuelle, mais on fait en sorte que les cadres femmes soient payées comme les cadres hommes.

b. Quel sera alors le salaire d'une cadre femme ?

c. Quel sera alors le nouveau salaire pour une employée femme ?

d. Quel sera alors le nouveau salaire d'une cadre supérieure femme ?

e. Quelle sera alors l'augmentation de la masse salariale des femmes ?

Partie 2

On applique le mode de répartition des salaires des femmes à toute la population, sans changer la masse salariale totale.

f. Quel est le nombre total de cadres supérieurs, de cadres et d'employés ?

g. Si on note X le salaire d'un cadre supérieur, quel est le salaire d'un cadre en fonction de X ?

h. Quel est le salaire d'un employé en fonction de X ?

i. Quelle est la masse salariale totale en fonction de X ?

j. Déduis-en X, le salaire d'un cadre supérieur, puis les salaires des cadres et des employés.

Conclusion

k. Quelle serait selon toi la meilleure solution ?

1 On donne le tableau de valeurs de la fonction f .

x	5	12	-9
$f(x)$	7,5	30	-22,5

a. Est-ce un tableau de proportionnalité ?

b. Donne l'expression algébrique de la fonction.

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

2 La fonction g est-elle une fonction linéaire ? Justifie.

x	4	1,5	-10	-5
$g(x)$	32	12	-80	-20

3 Est-ce que les situations suivantes peuvent être modélisées par une fonction linéaire ? Justifie.

a. La taille d'une personne en fonction de son âge.

b. Le prix des tomates en fonction de leur masse.

c. Le temps de cuisson en fonction de la masse de pâtes.

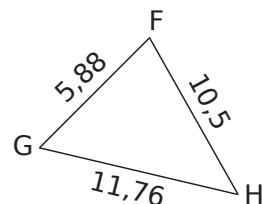
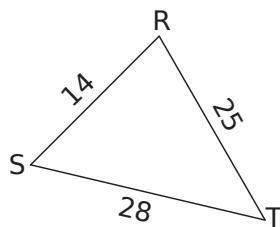
4 Exprime la fonction associée au procédé décrit.

a. Le périmètre p d'un cercle est proportionnel à son diamètre d .

b. La distance d est proportionnelle au temps t à vitesse constante de 100 km/h.

c. Le montant p de chaussures à 22 € la paire est proportionnel à la quantité n achetée.

5 Triangles semblables

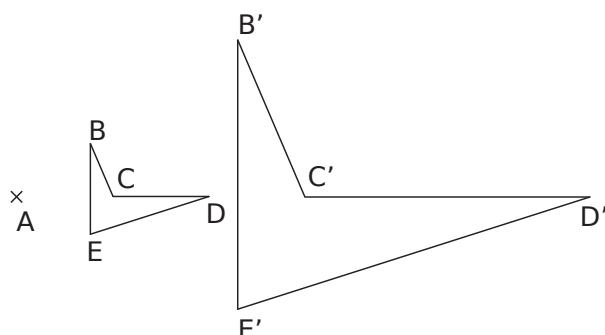


a. Les triangles RST et FGH sont-ils semblables ? Justifie.

b. Quel est le rapport de réduction ?

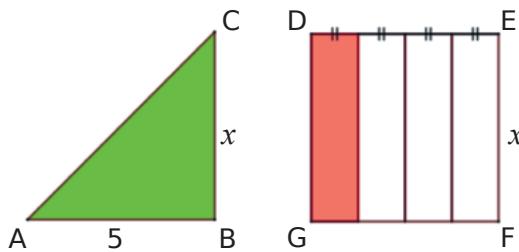
6 Homothétie

Sur la figure ci-dessous, $BE = 2,3$ cm, $ED = 2,7$ cm ; $CD = 2,4$ cm et $BC = 1,3$ cm.



La figure $B'C'D'E'$ est l'image de la figure $BCDE$ par l'homothétie de centre A et de rapport 3. Quelles sont les dimensions de $B'C'D'E'$?

- 7** ABC est un triangle rectangle et DEFG est un carré.



- a. Exprime l'aire du triangle ABC en fonction de x .
- b. Exprime l'aire du rectangle rouge dans le carré DEFG en fonction de x .
- c. Dans quelle situation l'aire est-elle proportionnelle à x ? Justifie.

8 Boissons à la menthe et ratio

- a. Un diabolo menthe est composé de sirop de menthe et de limonade dans le ratio 2:7. Quelles sont les quantités de sirop et de limonade dans mon diabolo menthe de 25 cL ?

- b. Le sirop de menthe est composé essentiellement de sucre et de menthe dans le ratio 1:5. Quelle quantité de sucre doit-on mettre avec 100 g de menthe pour obtenir un sirop ?

- 9** Chloé investit 320 € et Younès 480 € dans une même œuvre d'art. L'œuvre d'art ayant pris de la valeur, ils la revendent 15 000 €. Quelle somme récupère chacun des amis ?

- 10** Mario, Lily et Gébril jouent en ligne à un jeu vidéo. Mario gagne 5 fois plus de points que Gébril et 2 fois plus de points que Lily.

a. Dans quel ratio les trois amis gagnent-ils leurs points ?

b. À la fin de la partie ils ont accumulé 4 216 points. Combien de points a obtenu chaque joueur ?

11 Indices et population mondiale

année	1900	2000	2020
Population mondiale (en millions)	1 633	6 035	7 794
indice	100		

a. À l'aide du tableau de proportionnalité, calcule l'indice de la population mondiale en 2000 sur la base 100 en 1900.

b. Déduis-en le pourcentage d'augmentation de la population mondiale en 2000 par rapport à 1900 ?

c. L'indice de la population en 2020 sur la base 100 en 1900 était de 477,3. Estime la population mondiale en 2020.

d. Des estimations indiquerait que l'indice de la population en 2100 sur la base 100 en 2000 serait de 180,2. Quel serait le pourcentage d'augmentation de la population en 2100 par rapport à 2000 ?

e. Donne une estimation de la population mondiale en 2100.

Statistiques et probabilités

B2



Série 1 • Calculer des probabilités	46
Série 2 • Étudier un histogramme	52
Série 3 • Déterminer une médiane, une étendue	54

Série 1 Calculer des probabilités

Exercice corrigé

Un couple souhaite avoir deux enfants. Quelle est la probabilité pour qu'il ait deux filles ? (On supposera qu'il y a autant de chances d'avoir une fille qu'un garçon.)

Correction

À chaque naissance, les possibilités sont soit avoir une fille soit avoir un garçon.

En notant F l'événement « L'enfant est une fille » et G l'événement « L'enfant est un garçon », on obtient les couples possibles suivants :

(F ; G) ; (F ; F) ; (G ; G) ; (G ; F)

Il y a donc une chance sur quatre pour que ce couple ait deux filles.

1 Au stand d'une fête foraine, un jeu consiste à tirer au hasard un billet de loterie dans un sac contenant exactement 180 billets.

- 4 de ces billets permettent de gagner une enceinte connectée.
- 12 permettent de gagner une grosse peluche.
- 36 permettent de gagner une petite peluche.
- 68 permettent de gagner un porte-clés.
- Les autres billets sont des billets perdants.

Quelle est la probabilité pour un participant :

a. de gagner une enceinte connectée ?

b. de gagner une peluche (grande ou petite) ?

c. de ne rien gagner ?

2 On tire une boule au hasard dans une urne qui contient 7 boules blanches (B), 5 noires (N) et 6 grises (G), toutes indiscernables au toucher.

a. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule noire ?

b. Écris l'événement contraire de l'événement « Tirer une boule noire ».

c. Quelle est la probabilité de l'événement précédent ?

3 Extrait du brevet

Une classe de 3^e est constituée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires (DP). Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe.

	Garçons	Filles	Total
Externes		3	
DP	9	11	
Total			25

a. Complète le tableau.

On choisit au hasard un élève de cette classe. Quelle est la probabilité pour que :

b. cet élève soit une fille ?

c. cet élève soit externe ?

d. Si cet élève est demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Série 1 Calculer des probabilités

4 Dans la vitrine d'un magasin A sont présentés au total 45 modèles de chaussures. Certaines sont conçues pour la ville, d'autres pour le sport et sont de trois couleurs différentes : noires, blanches ou marron.

a. Complète le tableau suivant.

Modèle	Pour la ville	Pour le sport	Total
Noir		5	20
Blanc	7		
Marron		3	
Total	27		45

On choisit un modèle de chaussures au hasard dans cette vitrine.

b. Quelle est la probabilité de choisir un modèle de couleur noire ?

c. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour le sport ?

d. Quelle est la probabilité de choisir un modèle pour la ville de couleur marron ?

e. Dans la vitrine d'un magasin B, on trouve 54 modèles de chaussures, dont 30 de couleur noire. On choisit au hasard un modèle de chaussures dans la vitrine du magasin A puis dans celle du magasin B. Dans laquelle des deux vitrines a-t-on le plus de chance d'obtenir un modèle de couleur noire ? Justifie.

5 Extrait de brevet

Hugo réalise un assemblage de carreaux représentant son héros préféré. Pour cela il doit coller 22 carreaux violets, 2 blancs, 162 noirs et 110 verts. Tous les carreaux sont mélangés dans une boîte. Hugo pioche un carreau au hasard.

On estime que tous les carreaux ont la même chance d'être piochés.

a. Quelle est la probabilité qu'Hugo pioche un carreau vert ?

b. Quelle est la probabilité qu'Hugo ne pioche pas un carreau violet ?

c. Quelle est la probabilité que le carreau pioché soit noir ou blanc ?

d. En une journée Hugo a collé 75 % des carreaux. Combien de carreaux cela représente-t-il ?

6 Une urne contient 8 boules bleues, 5 boules rouges, 2 boules jaunes. On tire une boule dans l'urne et on note sa couleur.

On replace la boule tirée dans l'urne puis on effectue un second tirage et on note la couleur de la deuxième boule tirée.

a. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage ?

b. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage ?

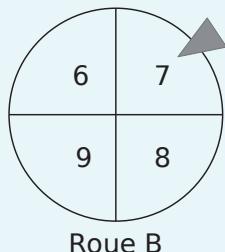
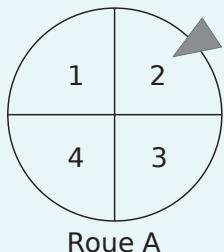
c. Quelle est la probabilité de tirer deux boules rouges ? (Tu peux tracer un tableau à double entrée sur un brouillon pour énumérer toutes les possibilités.)

d. Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule rouge ?

Série 1 Calculer des probabilités

7 Extrait de brevet

Mathilde fait tourner deux roues de loterie A et B comportant chacune quatre secteurs numérotés comme sur le schéma ci-dessous.



La probabilité d'obtenir chacun des secteurs d'une roulette est la même. Les flèches indiquent les deux secteurs obtenus.

L'expérience de Mathilde est la suivante : elle fait tourner les deux roues pour obtenir un nombre à deux chiffres. Le chiffre obtenu avec la roulette A est le chiffre des dizaines et celui avec la roulette B est le chiffre des unités.

Dans l'exemple ci-dessus, elle obtient le nombre 27 (roue A : 2 et roue B : 7).

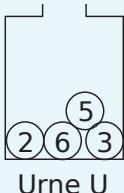
a. Écris tous les nombres possibles issus de cette expérience.

b. Prouve que la probabilité d'obtenir un nombre supérieur à 40 est 0,25.

c. Quelle est la probabilité que Mathilde obtienne un nombre divisible par 3 ?

8 Extrait de brevet

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-dessous représente le contenu de chacune des urnes.



On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

a. A-t-on plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair ?

b. Indique les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.

c. Montre que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.

d. Définis un événement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

9 D'après brevet

Pour fêter son anniversaire, Yoshi a acheté à la boutique deux boîtes de macarons.

La boîte numéro 1 est composée de : 4 macarons au chocolat, 3 macarons au café, 2 macarons à la vanille et 3 macarons au caramel.

La boîte numéro 2 est composée de : 2 macarons au chocolat, 1 macaron à la fraise, 1 macaron à la framboise et 2 macarons à la vanille.

On suppose dans la suite que les macarons sont indiscernables au toucher.

a. Si on choisit au hasard un macaron dans la boîte numéro 1, quelle est la probabilité que ce soit un macaron au café ?

b. Au bout d'une heure il reste 3 macarons au chocolat et 2 macarons au café dans la boîte numéro 1 et 2 macarons au chocolat et 1 macaron à la fraise dans la boîte numéro 2. Téhora n'aime pas le chocolat mais apprécie tous les autres parfums. Elle choisit un macaron au hasard dans la boîte numéro 1, puis un second dans la boîte numéro 2. Quelle est la probabilité qu'elle obtienne deux macarons qui lui plaisent ?

Série 1 Calculer des probabilités

10 D'après brevet

On dispose de deux urnes :

- une urne bleue contenant trois boules bleues numérotées 2, 3 et 4 ;
- une urne rouge contenant quatre boules rouges numérotées 2, 3, 4 et 5.

Dans chaque urne, les boules sont indiscernables au toucher et ont la même probabilité d'être tirées.

On s'intéresse à l'expérience aléatoire suivante : « On tire au hasard une boule bleue et on note son numéro, puis on tire au hasard une boule rouge et on note son numéro. »

Par exemple, si on tire la boule bleue numérotée 3 puis la boule rouge numérotée 4, le tirage obtenu sera noté (3 ; 4). On précise que le tirage (3 ; 4) est différent du tirage (4 ; 3).

Dans les deux questions suivantes, on définit les deux événements suivants : « On obtient deux nombres premiers. » et « La somme des nombres est égale à 12. »

a. Pour chacun des deux événements précédents, dis s'il est possible ou impossible lorsqu'on effectue l'expérience aléatoire.

b. Quel est le nombre de tirages possibles ?

c. Détermine la probabilité de l'événement : « On obtient deux nombres premiers. »

d. Détermine la probabilité de l'événement : « La somme des nombres est égale à 12. »

e. On obtient un « double » lorsque les deux boules tirées portent le même numéro. Justifie que la probabilité d'obtenir un « double » lors de cette expérience est $\frac{1}{4}$.

On souhaite simuler cette expérience 1 000 fois. Pour cela, on a commencé à écrire un programme, à ce stade, encore incomplet.

Voici des copies d'écran.

Boule bleue, *Boule rouge* et *Nombre de doubles* sont des variables. Le bloc « tirer deux boules » est à insérer dans le script principal.

Bloc « Tirer deux boules »



Script principal



f. Par quels nombres faut-il remplacer les lettres A, B et C ?

g. Dans le script principal, indique où placer le bloc ci-contre.

Tirer deux boules

h. Dans le script principal, indique où placer le bloc ci-dessous.

mettre Nombre de doubles à 0

i. On souhaite obtenir la fréquence d'apparition du nombre de « doubles » obtenus. Parmi les instructions ci-dessous, laquelle faut-il placer à la fin du script principal après la boucle « répéter » ? Entoure la bonne réponse.

Proposition 1 :

dire Nombre de doubles

Proposition 2 :

dire Nombre de doubles / 1000

Proposition 3 :

dire Nombre de doubles * 1000

Série 1 Calculer des probabilités

11 Pedro joue au jeu de pile ou face.

Il obtient 13 fois pile et 7 fois face.

a. Calcule la fréquence d'apparition de l'événement pile.

b. Peux-tu en déduire que la pièce de Pedro est truquée ?

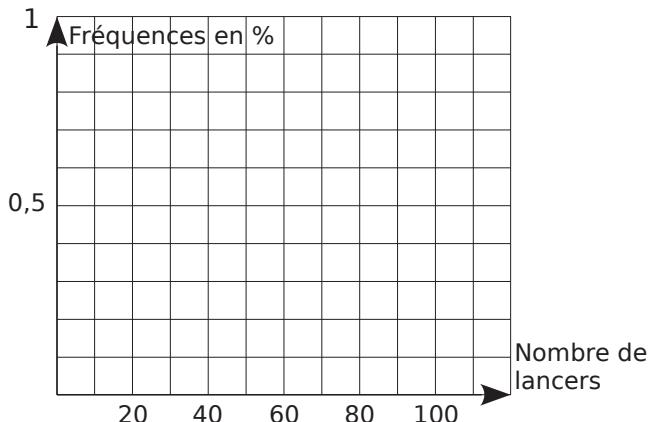
Pedro appelle ses amis à l'aide. Ils effectuent chacun 20 lancers.

Amis	Lucien	Léonard	Louis	Sergio
Pile	11	13	8	7
Face	9	7	12	13

c. En cumulant les résultats de Pedro et de ses amis, remplis le tableau ci-dessous (fréquences arrondies à 10^{-2}).

Au bout de ... lancers	20	40	60	80	100
Nombre de pile	13	24			
Fréquence d'apparition					

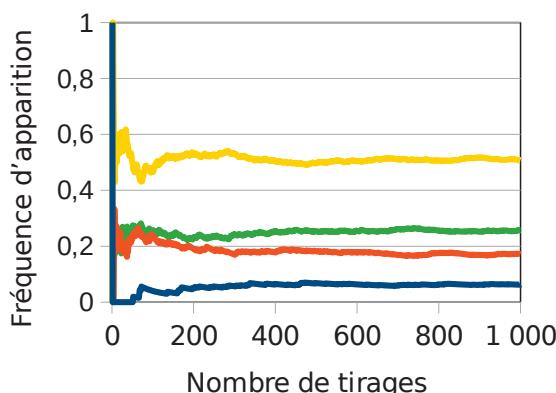
d. Utilise le tableau pour construire le graphique suivant.



e. Que peux-tu en déduire pour la pièce de Pedro ?

12 Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit verts, soit rouges, soit bleus. On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et remettre le jeton dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

Le professeur, qui connaît la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience avec un tableur. Il a représenté ci-dessous la fréquence d'apparition des différentes couleurs après 1 000 tirages.



a. Quelle couleur est la plus présente dans le sac ?

b. Le professeur a construit la feuille de calcul suivante.

	A	B	C
1	Nombre de tirages	Nombre de fois où un jeton rouge est apparu	Fréquence d'apparition de la couleur rouge
2	1	0	0
3	2	0	0
4	3	0	0
5	4	0	0
6	5	0	0
7	6	1	0,166 666 667
8	7	1	0,142 857 143
9	8	1	0,125
10	9	1	0,111 111 111
11	10	1	0,1

c. Quelle formule a-t-il saisie dans la cellule C2 avant de la recopier vers le bas ?

d. Quelle pourrait être la composition du sac ?

Série 1 Calculer des probabilités

13 Dans ce problème, on lance deux dés de couleurs différentes. Les dés sont équilibrés et les faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse à la somme des valeurs obtenues par les dés.

■ **Partie 1 :** On lance 14 fois les deux dés et on note les valeurs dans un tableau. Les résultats sont représentés dans le tableau ci-dessous.

La colonne A indique le numéro de l'expérience. Les colonnes B et C donnent les valeurs des dés. La somme des deux dés est calculée dans la colonne D.

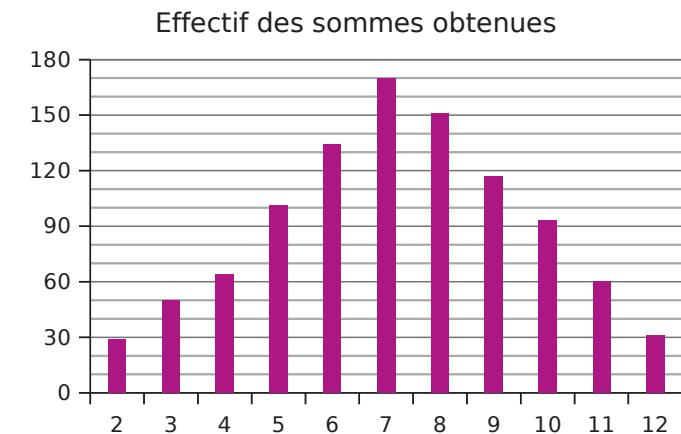
	A	B	C	D
1	N°	Dé 1	Dé 2	Somme
2	1	5	1	6
3	2	1	1	2
4	3	1	4	5
5	4	1	6	7
6	5	4	4	8
7	6	6	4	10
8	7	6	3	9
9	8	5	6	11
10	9	5	3	8
11	10	5	6	11
12	11	3	6	9
13	12	2	5	7
14	13	3	5	8
15	14	1	6	7

a. La somme peut-elle être égale à 1 ? Justifie.

b. La somme 12 n'apparaît pas dans ce tableau. Est-il toutefois possible de l'obtenir ? Justifie.

c. Dans cette expérience, combien de fois obtient-on la somme 7 ? Déduis-en la fréquence de cette somme en pourcentage.

■ **Partie 2 :** On fait une simulation de 1 000 expériences avec un tableur. Les résultats sont représentés dans le diagramme en bâtons suivant.



d. Quel est, pour cette simulation, le nombre de lancers qui donne la somme 7 ? Déduis-en la fréquence en pourcentage représentée par ces lancers.

■ **Partie 3 :**

e. Complète le tableau ci-dessous et entoure les différentes possibilités d'obtenir une somme égale à 7 avec deux dés.

Somme des 2 dés	Valeur du 2 nd dé					
	1	2	3	4	5	6
Valeur du 1 ^{er} dé	1	2	3	4		
	2					
	3					
	4					
	5					
	6					12

f. Calcule la probabilité d'obtenir cette somme.

g. Que peut-on dire des valeurs des fréquences obtenues aux questions c. et d. et de celle de la probabilité obtenue à la question f. ? Propose une explication.

Série 2 Étudier un histogramme

Exercice corrigé

Une enquête a été réalisée auprès de 2 500 personnes à partir de la question suivante : « À quel âge avez-vous acheté votre premier véhicule ? » Les résultats sont répertoriés dans le tableau suivant :

Âge	[18 ; 22[[22 ; 26[[26 ; 30[[30 ; 34[[34 ; 38[
Effectif	200	500	900	700	200

a. Détermine la fréquence, en pourcentage, des personnes ayant acheté leur première voiture après 30 ans.

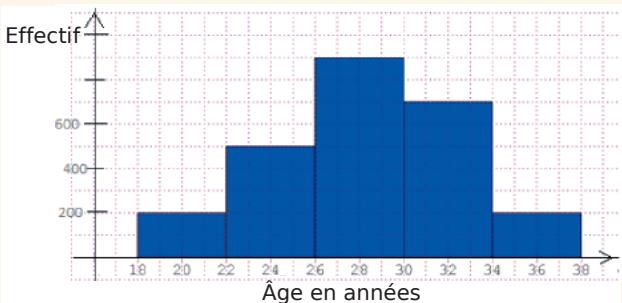
b. Représente cette situation à l'aide d'un histogramme.

Correction

a. $\frac{700 + 200}{2\ 500} = 0,36 = \frac{36}{100}$

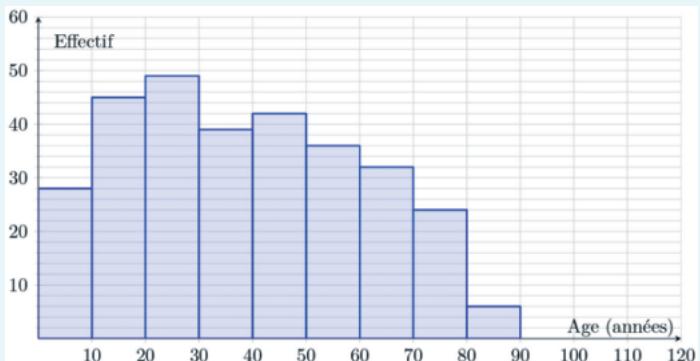
La fréquence des personnes ayant acheté leur première voiture après 30 ans est de 36 %.

b.



1 Extrait du brevet

Une station de ski réalise une enquête auprès de 300 skieurs qui la fréquentent. Les résultats de l'enquête sont représentés par l'histogramme ci-dessous.



a. Calcule l'âge moyen des skieurs de cette station. Arrondis le résultat à l'unité.

b. Quelle est la fréquence, en pourcentage, de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans ?

2 Extrait du brevet

Les notes de mathématiques obtenues par les 150 élèves d'un collège lors d'un brevet blanc sont réparties dans le tableau ci-dessous.

Notes	$0 \leq n < 20$	$20 \leq n < 40$	$40 \leq n < 60$
Effectifs	14	N	55

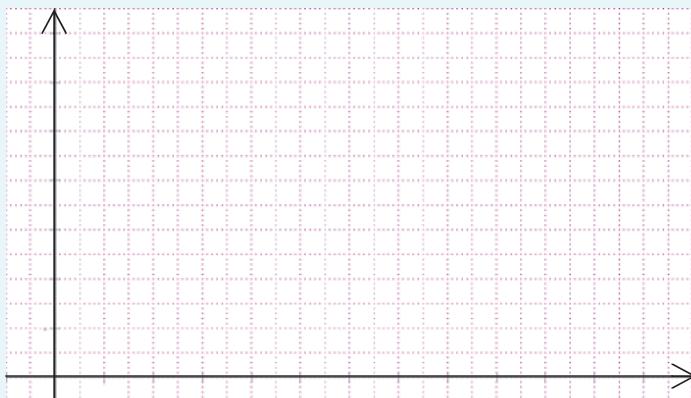
Notes	$60 \leq n < 80$	$80 \leq n \leq 100$
Effectifs	20	9

a. Calcule le nombre N.

b. Combien d'élèves ont obtenu moins de 40 ?

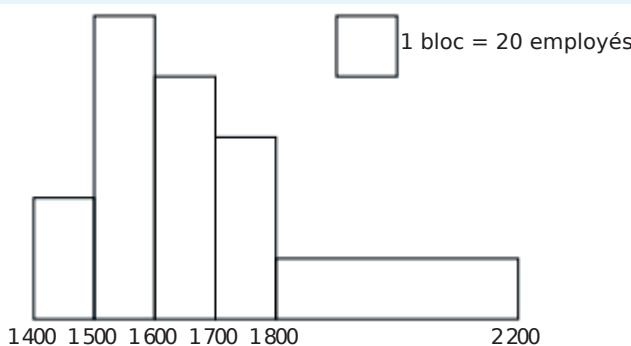
c. Quel est le pourcentage d'élèves ayant obtenu au moins 40 ?

d. Représente cette série statistique à l'aide d'un histogramme.



3 Extrait du brevet

L'histogramme ci-dessous représente la répartition des salaires dans une entreprise.



Source:eduscol.education.fr/ressources.2016

L'affirmation suivante est-elle vraie ? Justifie ta réponse.
Plus de 40 % des employés ont un salaire au moins égal à 1 700 €.

4 Au lancer de poids, une classe de troisième a obtenu les performances qui sont résumées dans le tableau suivant.

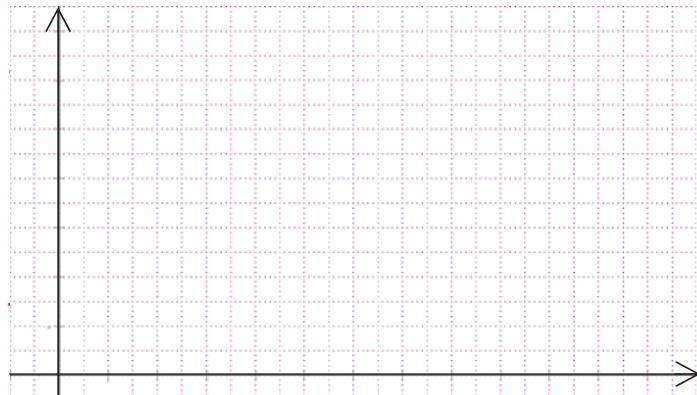
Distance en mètres	Effectif
[5 ; 7[4
[7 ; 9[10
[9 ; 11[6
[11 ; 13[5
[13 ; 15[3
[15 ; 17[3

a. Détermine le nombre total d'élèves de cette classe.

b. Quel est le pourcentage d'élèves qui ont réussi à lancer le poids à plus de 11 mètres ?

c. Quelles distances séparent la classe en deux groupes d'élèves de même effectif ?

d. Représente cette série statistique à l'aide d'un histogramme.

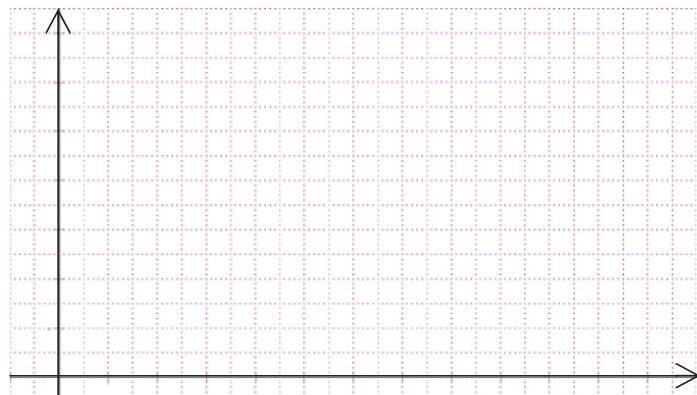


5 Un professeur d'EPS a relevé les pulsations cardiaques au repos des élèves de troisième de son collège. Les résultats sont présentés dans le tableau ci-dessous.

Nombre de pulsations par minute	Effectif
[54 ; 58[5
[58 ; 62[26
[62 ; 66[40
[66 ; 70[35
[70 ; 74[25
[74 ; 78[10

a. Détermine la fréquence, en pourcentage, des élèves ayant un nombre de pulsations cardiaques supérieur ou égal à 70.

b. Représente cette situation à l'aide d'un histogramme.



c. Quel est l'intervalle le plus représenté ?

Série 3 Déterminer une médiane, une étendue

Exercice corrigé

Étude d'une série statistique

Lors d'un sondage, on a demandé à des personnes le temps passé par jour à regarder des vidéos sur leur smartphone. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus.

Nombre d'heures	0	1	2	3	4	5	6
Effectifs	25	65	95	125	95	70	25

- a. Calcule le temps moyen passé à regarder des vidéos sur un smartphone.
- b. Détermine le temps médian passé à regarder des vidéos sur un smartphone.
- c. Calcule l'étendue de cette série statistique.

Correction

a. $\frac{65 \times 1 + 2 \times 95 + 3 \times 125 + 4 \times 95 + 5 \times 70 + 6 \times 25}{25 + 65 + 95 + 125 + 95 + 70 + 25}$ est égale à $\frac{1510}{500}$ soit 3,02.

Le temps moyen est de 3,02 heures.

b. L'effectif total est égal à 500 donc la médiane se situe entre la 250^e et la 251^e valeur. Ces deux valeurs sont égales à 3, donc le temps médian est égal à 3 heures.

c. $6 - 0 = 6$, donc l'étendue de cette série statistique est égale à 6 heures.

- 1 Le tableau suivant récapitule les notes obtenues par l'ensemble des élèves de troisième d'un collège lors d'un contrôle commun de mathématiques.

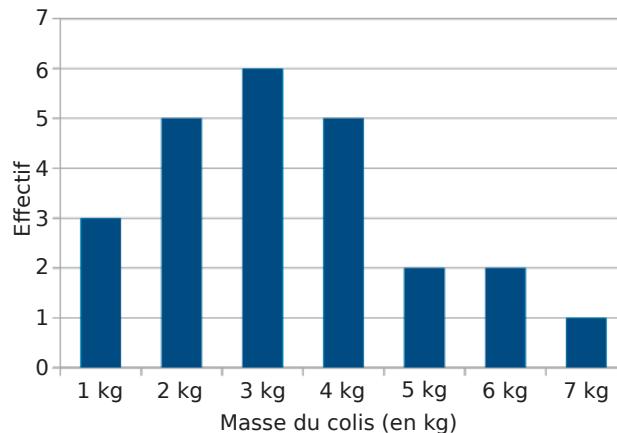
Note	6	7	8	9	10	12	13
Effectif	4	6	10	11	14	16	10
Note	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	6	8	10	5	3	4	1

- a. Combien d'élèves ont eu moins de 9 ?
- b. Détermine le nombre d'élèves de troisième de ce collège.
- c. Calcule la moyenne obtenue à ce devoir. Arrondis le résultat au dixième.

- d. Détermine la note médiane de ce devoir. Interprète le résultat.

- e. Calcule l'étendue de cette série statistique. Interprète le résultat.

- 2 La masse des colis envoyés lors d'une journée d'une agence postale est représentée par le diagramme en bâtons suivant.



- a. Combien de colis ont une masse égale à au moins 3 kg ?

- b. Détermine la masse médiane d'un colis. Interprète le résultat.

- c. Calcule la masse moyenne d'un colis. Compare avec le résultat précédent.

- d. Calcule l'étendue des masses des colis. Interprète le résultat.

- e. Quel est le pourcentage de colis dont la masse est au plus égale à 4 kg ?

- 3** Voici les résultats au lancer de javelot lors d'un championnat d'athlétisme. Les longueurs l sont exprimées en mètres.

36	42	37	43	38	44	32	40	44	36	46	39	40
40	41	41	45	37	43	43	46	39	44	47	48	

- a. Complète le tableau suivant.

Longueur l du lancer (en mètres)	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	Total
Nombre de sportifs															
Fréquence	0,04														
Valeur centrale	32,5														

- b. En utilisant les valeurs centrales, calcule la longueur moyenne d'un lancer.
-
-
-

- c. Détermine la médiane de cette série statistique. Interprète les résultats obtenus.
-
-
-

- d. Détermine son étendue.
-
-
-

- e. Quel est le pourcentage de sportifs ayant lancé au moins à 40 mètres ?
-
-
-

- f. Quelle distance ont au moins réalisé les 25 % des sportifs qui ont lancé le plus loin ?
-
-
-

4 D'après brevet

On donne ci-dessous des informations sur les temps mis par les athlètes pour parcourir 100 m lors de la finale masculine des JO de 2016 et 2012.

Finale du 100 m aux JO de 2016 :

Temps réalisés (en s) par tous les finalistes :
10,04 – 9,96 – 9,81 – 9,91 – 10,06 – 9,89 – 9,93 - 9,94

Finale du 100 m aux JO de 2012 :

Nombre de finalistes : 8
Temps le plus long : 11,99 s
Étendue des temps : 2,36 s
Moyenne des temps : 10,01 s
Médiane des temps : 9,84 s

- a. Quel temps a fait le vainqueur lors de la finale en 2016 ?
-
-
-

- b. Lors de quelle finale la moyenne des temps pour effectuer 100 m est-elle la plus petite ? Interprète le résultat.
-
-
-

- c. Lors de quelle finale le meilleur temps a-t-il été réalisé ?
-
-
-

- d. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? « Seulement trois athlètes ont mis moins de 10 s à parcourir les 100 m lors de la finale de 2012. »
-
-
-

- e. C'est lors de la finale de 2012 qu'il y a eu le plus d'athlètes ayant réussi à parcourir le 100 m en moins de 10 s. Combien d'athlètes ont réalisé un temps inférieur à 10 s lors de cette finale de 2012 ?
-
-
-

5 D'après brevet

Voici, pour la production de l'année 2009, le relevé des longueurs des gousses de vanille d'un cultivateur de Tahaa.

Longueur en cm	12	15	17	22	23
Effectif	600	800	1 800	1 200	600

- a. Quel est l'effectif total de cette production ?

- b. Détermine l'étendue de cette série. Interprète ce résultat.

- c. Détermine la moyenne, puis la médiane, de cette série. Interprète ces résultats.

- d. Le cultivateur peut seulement conditionner les gousses de vanille dans des tubes de 20 cm de long. Quel pourcentage de cette production a-t-il pu conditionner sans plier les gousses ?

- e. La chambre d'agriculture décerne une récompense (un « label de qualité ») aux agriculteurs si :
- la longueur moyenne des gousses de leur production est supérieure ou égale à 16,5 cm ;
 - et plus de la moitié des gousses de leur production a une taille supérieure à 17,5 cm.

Ce cultivateur pourra-t-il recevoir ce « label de qualité » ?

6 Extrait du brevet

Le débit d'un sablier n'est pas constant en réalité. Dans une usine où on fabrique des sabliers, on en prend un au hasard et on teste plusieurs fois le temps d'écoulement de celui-ci. Tous les temps obtenus sont compris entre 2 et 3 minutes. Les différents temps sont récapitulés dans le tableau suivant.

Temps : 2 min et	22 s	24 s	26 s	27 s	28 s	29 s
Nombre de tests	1	1	2	6	3	7

Temps : 2 min et	30 s	31 s	32 s	33 s	34 s	35 s	38 s
Nombre de tests	6	3	1	2	3	2	1

- a. Combien de tests ont été réalisés au total ?

On choisit un sablier au hasard.

- b. Quelle est la probabilité que le temps d'écoulement du sable soit supérieur à 2 min 29 s ?

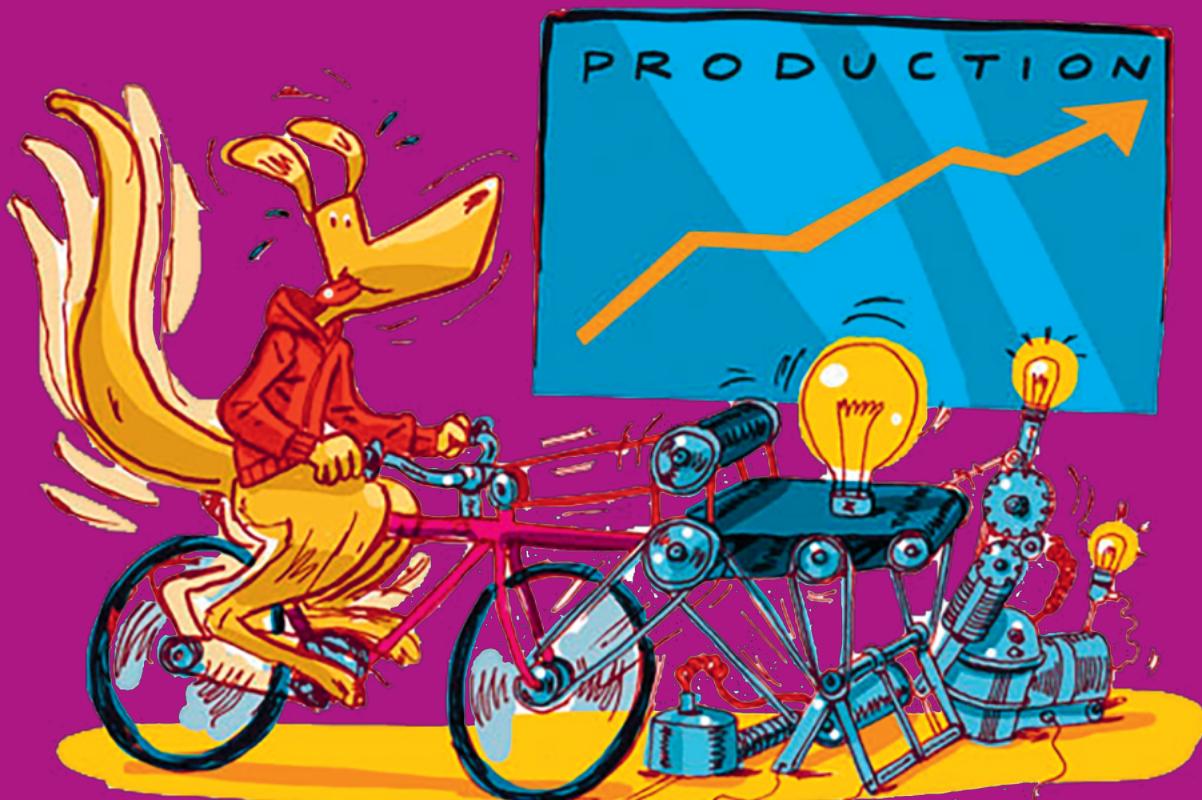
- c. Un sablier est mis en vente s'il vérifie les trois conditions ci-dessous, sinon il est éliminé.

- L'étendue des temps est inférieure à 20 s.
- La médiane des temps est comprise entre 2 min 29 s et 2 min 31 s.
- La moyenne des temps est comprise entre 2 min 28 s et 2 min 32 s.

Les sabliers testés seront-ils éliminés ?

Fonctions

B3



Série 1 • Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une expression littérale	58
Série 2 • Fonction linéaire ou affine	60
Série 3 • Modéliser une situation	63
Série 4 • Utiliser un tableau de valeurs	65
Série 5 • Déterminer une image ou un antécédent à partir d'une courbe	66
Série 6 • Construire une représentation graphique	69
Série 7 • Choisir la représentation adaptée	71

Exercice corrigé

- a. Soit la fonction $f : x \mapsto x^2 - 4$.

Détermine l'image de -5 par la fonction f .

- b. Soit la fonction g affine telle que $g(x) = 5x - 1$. Calcule l'antécédent de 14 par la fonction g .

Correction

a. $f(x) = x^2 - 4$

$f(-5) = (-5)^2 - 4$

$f(-5) = 25 - 4$

$f(-5) = 21$

- b. L'antécédent de 14 par g est solution de l'équation : $g(x) = 14$ soit $5x - 1 = 14$ et $5x = 15$ donc $x = 3$.

L'**antécédent** de **14** par g est donc **3**.

- 1 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *image*.

a. $f(4) = 32$

b. $h(12) = -4$

a.

b.

- 2 Traduis chaque égalité par une phrase contenant le mot *antécédent*.

a. $g(0) = -2,9$

b. $k(-4) = 1$

a.

b.

- 3 Traduis chaque phrase par une égalité.

a. 4 a pour image 5 par la fonction f .

b. -3 a pour image 0 par la fonction g .

c. L'image de $17,2$ par la fonction h est -17 .

d. L'image de $-31,8$ par la fonction k est -3 .

e. 4 a pour antécédent 5 par la fonction f .

f. -3 a pour antécédent 0 par la fonction g .

g. Un antécédent de $7,2$ par la fonction h est -1 .

h. Un antécédent de -5 par la fonction k est -8 .

a.

e.

b.

f.

c.

g.

d.

h.

- 4 Soit une fonction f telle que $f(-5) = 10,5$.

Traduis cette égalité par deux phrases :

- a. l'une contenant le mot *image* ;
b. l'autre contenant le mot *antécédent*.

a.

....

b.

....

- 5 On considère une fonction h qui à tout nombre associe la moitié de ce nombre.

a. Quelle est l'image de 16 ?

b. Quelle est l'image de 9 ?

c. Calcule $h(12)$

d. Complète : $h(\dots) = 16$.

e. Exprime $h(x)$:

- 6 Soit la fonction k qui à tout nombre associe son inverse.

a. Quelle est l'image de 3 ?

b. Détermine le nombre qui a pour image -5 .

c. Quel nombre a pour antécédent $-8,25$?

d. Complète : $k(\dots) = 16$ et $k\left(\frac{3}{2}\right) = \dots$

e. Exprime $k(x)$:

- 7 On considère la fonction f qui à tout nombre associe son carré. Calcule.

a. $f(2) = \dots$ c. $f(1,2) = \dots$

b. $f(-3) = \dots$ d. $f(-3,6) = \dots$

e. Donne un antécédent de 4 par f :

f. Donne un antécédent de 5 par f :

8 On considère la fonction f définie par :

$$f : x \mapsto \frac{x+2}{x-1}.$$

a. Pour quelle valeur de x cette fonction n'est-elle pas définie ? Justifie.

b. Calcule.

• $f(-2) = \dots$	• $f(0) = \dots$
• $f(-1) = \dots$	• $f(2) = \dots$
• $f(-0,5) = \dots$	• $f(4) = \dots$

c. Déduis-en un antécédent par f du nombre :

• $-2 : \dots$	• $0 : \dots$
• $-1 : \dots$	• $2 : \dots$
• $-0,5 : \dots$	• $4 : \dots$

9 On considère la fonction $g : x \mapsto 9x$. Calcule.

a. $g(5)$ et $g(-5)$.

d. L'antécédent de 27.

b. L'image de 5,2.

e. L'antécédent de $-4,5$.

c. L'image de $-\frac{1}{3}$.

10 Soit la fonction $h : x \mapsto -\frac{2}{3}x$. Calcule.

a. L'image de 7.

b. $h\left(-\frac{5}{2}\right) = \dots$

c. L'antécédent de 1.

d. Le nombre qui a pour image $\frac{3}{4}$.

11 On considère la fonction $f : x \mapsto -3x + 7$.

a. Calcule $f(8)$.

b. Calcule l'image de 0.

c. Calcule l'antécédent de 2.

d. Calcule le nombre qui a pour image 10.

12 Soit h la fonction définie par :

$$h(x) = (3x - 2)^2 - 16.$$

a. Détermine les images de 0 ; -1 et 3 par h .

b. Détermine l'antécédent de -16 par h .

c. -25 a-t-il un (ou des) antécédent(s) par h ?

13 Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x^2 + 8$. Quelles sont les assertions vraies ?

Justifie chaque réponse par un calcul.

a. $f(-1) = 10$

c. $f : 9 \mapsto -154$

b. $f(0) = 6$

d. $f(5) = -42$

a. \dots

b. \dots

c. \dots

d. \dots

e. Détermine le (ou les) antécédent(s) éventuel(s) de 0 par f .

Série 2 Fonction linéaire ou affine

Exercice corrigé

Parmi les fonctions suivantes, détermine les fonctions affines, les fonctions linéaires et les fonctions constantes.

- | | |
|----------------------|--------------------|
| a. $f(x) = 3x$ | d. $k(x) = x$ |
| b. $g(x) = -7x + 2$ | e. $l(x) = 3x - 7$ |
| c. $h(x) = 5x^2 - 3$ | f. $m(x) = 78$ |

Correction

- a. f est une fonction linéaire de coefficient directeur 3.
- b. g est une fonction affine de coefficients $a = -7$ et $b = 2$.
- c. h n'est pas une fonction affine car x est élevé au carré.
- d. k est une fonction linéaire de coefficient directeur 1.
- e. l est une fonction affine de coefficients $a = 3$ et $b = -7$.
- f. m est une fonction constante.

- 1 Complète le tableau en indiquant les fonctions linéaires et leurs coefficients.

$f : x \mapsto 6x - 1$	$k : x \mapsto -\frac{2}{7}x$
$g : x \mapsto \frac{x}{5}$	$l : x \mapsto 5x - 3,2x$
$h : x \mapsto \frac{5}{x}$	$m : x \mapsto -3(x - 2)$
$j : x \mapsto -3x^2$	$n : x \mapsto 3(1 - x) - 3$

Fonction linéaire				
Coefficient				

- 2 f est une fonction linéaire de coefficient -5 .

- a. Complète le tableau de valeurs.

x	-3	-0,5		5		10
$f(x)$			0,5	0	-18	

- b. Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

- 3 k est une fonction linéaire telle que $k(4) = 3$. Est-il possible que $k(-8) = -5$? Justifie.

- 4 f est une fonction linéaire telle que $f(7) = -2$. Sans déterminer le coefficient de f , calcule.

a. $f(21) = \dots$

b. $f(-3,5) = \dots$

- 5 g est une fonction linéaire telle que $g(3) = 7,2$ et $g(5) = 12$. Sans déterminer le coefficient de g , calcule.

a. $g(2) = \dots$

b. $g(-2) = \dots$

c. $g(-6) = \dots$

d. $g(11) = \dots$

- 6 Parmi ces fonctions, détermine :

$f : x \mapsto 4x - 3$ $j : x \mapsto 3x^2 + 5$

$g : x \mapsto 5 - 2x$ $k : x \mapsto -4$

$h : x \mapsto 4,5x$ $l : x \mapsto \frac{1}{x}$

- a. celles qui sont affines :

- b. celles qui sont linéaires :

- c. celles qui sont constantes :

- d. celles qui ne sont pas affines :

- 7 g est la fonction définie par $g(x) = 2x - 5$.

- a. Complète le tableau de valeurs.

x	-5,5	-3		0		15	
$g(x)$			0		5		2,4

- b. Est-ce un tableau de proportionnalité ? Justifie.

- 8 Soit h la fonction affine qui à un nombre x associe le nombre $7x + 3$.

- a. Calcule les rapports suivants.

$$\frac{h(3) - h(2)}{3 - 2} = \dots$$

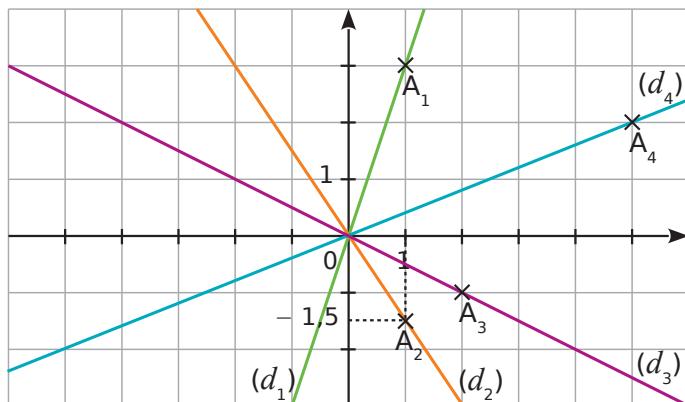
$$\frac{h(5) - h(-1)}{5 - (-1)} = \dots$$

$$\frac{h(-3) - h(4)}{-3 - 4} = \dots$$

- b. Que remarques-tu ?

- 9** Dans une recette de pâte à crêpes, on peut lire qu'il faut 1 L de lait pour réaliser 20 crêpes. Traduis cette situation de proportionnalité par une fonction.

- 10** Les droites (d_1) , (d_2) , (d_3) et (d_4) sont les représentations graphiques respectives de quatre fonctions linéaires f_1, f_2, f_3 et f_4 .



- a. Quelles sont les coordonnées de A_1, A_2, A_3 et A_4 ?

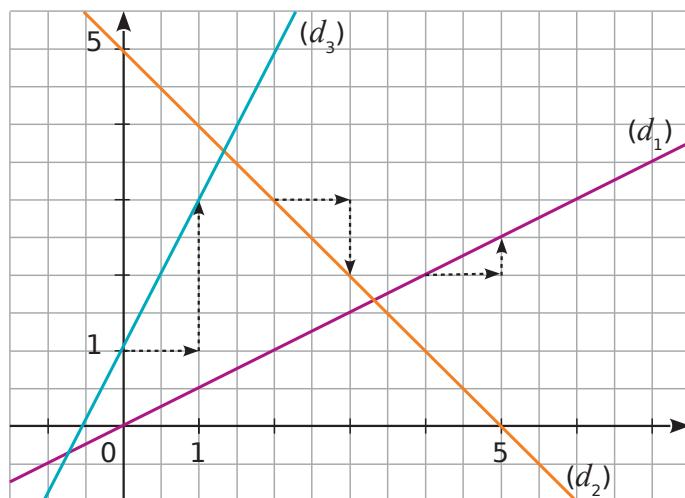
- b. Déduis-en quatre égalités avec f_1, f_2, f_3 et f_4 .

- c. Déduis-en le coefficient de f_1, f_2, f_3 et f_4 .

Fonction	f_1	f_2	f_3	f_4
Coefficient				

- d. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

- 11** Les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) sont les représentations graphiques respectives de trois fonctions affines f_1, f_2 et f_3 .



- a. Par f_1 , détermine les images de 1 et 6.

- b. Par f_2 , détermine les images de 1 et 4.

- c. Indique la (les) fonction(s) qui a (ont) un coefficient négatif.

- d. Indique le coefficient de chaque fonction dans ce tableau.

Fonction	f_1	f_2	f_3
Coefficient			

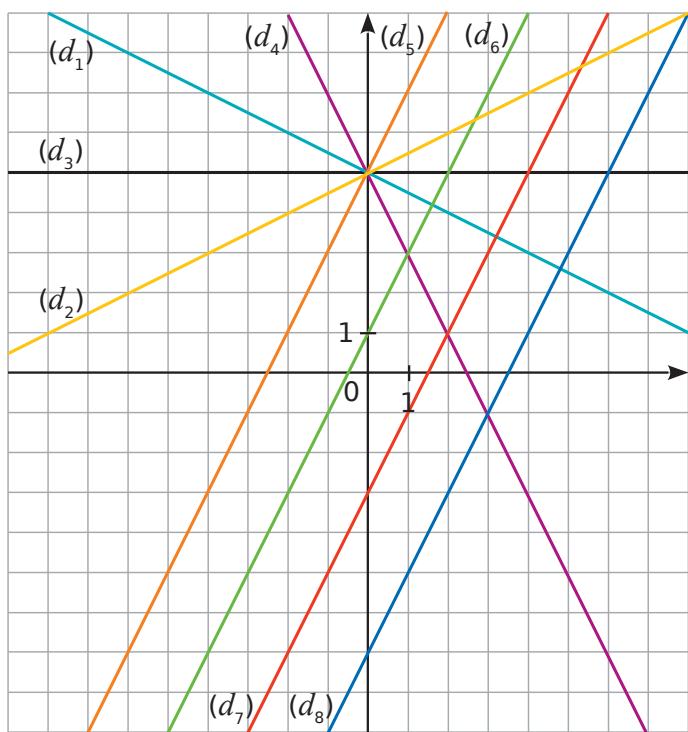
- e. Indique l'ordonnée à l'origine de chaque droite.

Droite	(d_1)	(d_2)	(d_3)
Ordonnée à l'origine			

- f. Déduis-en l'expression de chaque fonction.

- g. Vérifie par le calcul les lectures graphiques effectuées en a. et b.

- 12** Par lecture graphique, indique pour chaque fonction affine la droite qui est sa représentation graphique.



Fonction	Droite	Fonction	Droite
$x \mapsto 2x + 1$	(d \dots)	$x \mapsto 2x - 3$	(d \dots)
$x \mapsto \frac{1}{2}x + 5$	(d \dots)	$x \mapsto 2x - 7$	(d \dots)
$x \mapsto -2x + 5$	(d \dots)	$x \mapsto -\frac{1}{2}x + 5$	(d \dots)
$x \mapsto 5$	(d \dots)	$x \mapsto 2x + 5$	(d \dots)

- 13** Indique la fonction linéaire associée à chaque tableau si c'est possible.

Tableau 1

5	10	15	20
10	15	20	25

Tableau 2

30	33	36	39
10	11	12	13

Tableau 1 :

Tableau 2 :

Tableau 3 :

Tableau 4 :

- 14** Soient f_1 et f_2 deux fonctions linéaires telles que : $f_1(3) = 18$ et $f_2(-3) = 27$.

Détermine les fonctions f_1 et f_2 .

..... |

- 15** $f(x)$ est une fonction affine de la forme $ax + b$ telle que : $f(-3) = -10$ et $f(3) = 2$.

On souhaite déterminer l'expression de f , c'est-à-dire déterminer a et b .

- a.** Calcule le coefficient de f en utilisant la formule $a = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$.

..... |

- b.** Détermine l'expression de f .

..... |

- 16** Soient f et g deux fonctions affines telles que : $f(0) = 2$ et $f(4) = -18$ et $g(0) = -1$ et $g(4) = 13$.

- a.** Quelles sont les ordonnées à l'origine b_f et b_g correspondant à chaque fonction ?

..... |

- b.** Détermine les fonctions f et g .

..... |

- 17** Détermine les fonctions affines f_1 et f_2 telles que : $f_1(1) = 4$ et $f_1(4) = 7$ et $f_2(2) = -1$ et $f_2(-1) = 2$.

..... |

Série 3 Modéliser une situation

1 On considère un rectangle ABCD tel que $AB = 16 \text{ cm}$ et $AD = 6 \text{ cm}$. On place un point M sur le segment [DC]. Fais une figure à main levée.

a. Exprime l'aire de AMCB en fonction de MC.

b. On pose $MC = x$. Donne un encadrement des valeurs de x possibles, puis indique une expression de la fonction f qui à x associe l'aire de AMCB.

c. Calcule l'aire du trapèze AMCB si $MC = 7 \text{ cm}$ en utilisant la fonction f .

2 On considère ce programme de calcul.

- Choisis un nombre.
- Ajoute-lui 5.
- Multiplie cette somme par 3.
- Soustrais 6 à ce produit.

a. Teste ce programme avec le nombre 2.

b. En notant x le nombre choisi au départ, détermine la fonction g qui associe à x le résultat obtenu avec le programme.

c. Détermine $g(0)$.

d. Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 18 ?

3 On appelle h la fonction qui à un nombre associe son résultat obtenu avec le programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute-lui -5.
- Calcule le carré de la somme obtenue.

a. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	-3	-2	0	2	5	π
$h(x)$						

b. Quelle est l'image de 0 par h ?

c. Donne un antécédent de 0 par h

4 Pourcentage et fonction linéaire

Durant les soldes, un magasin pratique une remise de 15 % sur tous les articles.

a. Un article coûtait 28 € avant les soldes. Quel est son nouveau prix ?

b. On appelle f la fonction qui au prix de départ p associe le prix soldé. Donne son expression.

c. Un article coûtait 45 € avant les soldes. Quel est son prix soldé ?

d. Un article est soldé à 31,79 €. Quel était son prix avant les soldes ?

Série 3 Modéliser une situation

5 Indique si chaque fonction est affine. Justifie.

a. La fonction qui à un nombre associe le résultat du programme de calcul suivant.

- Choisis un nombre.
- Ajoute-lui 1.
- Multiplie le tout par 3.
- Annonce le résultat.

b. La fonction par laquelle la longueur du rayon d'un cercle a pour image le périmètre de ce cercle.

c. La fonction qui à la longueur du rayon d'un disque associe l'aire de ce disque.

6 La résistance de l'air est la force exercée par l'air sur un corps en mouvement. Elle s'oppose au mouvement de celui-ci. Pour une voiture, elle peut se calculer par la formule $3,06 v^2$.

On appelle R la fonction qui à la vitesse v (en km/h) associe la résistance de l'air en Newton.

a. Calcule $R(30)$.

Donne une interprétation du résultat.

b. Donne un antécédent de 51 714 par R .
Donne une interprétation du résultat.

7 ABCD est un rectangle tel que $AB = 7 \text{ cm}$ et $AD = 5 \text{ cm}$. Un point M se déplace sur les côtés $[AB]$ et $[BC]$ du rectangle et on note x la distance à parcourir du point A au point M en parcourant le rectangle dans le sens ABCD.

a. Fais une figure.

On appelle $f(x)$ l'aire du quadrilatère AMCD.

b. Donne un encadrement de x lorsque :

- $M \in [AB]$
- $M \in [BC]$

c. Détermine $f(x)$ dans chacun des cas suivants :

- $M \in [AB]$
- $M \in [BC]$

d. Calcule $f(2)$, $f(7)$, $f(10)$.

Série 4 Utiliser un tableau de valeurs

Exercice corrigé

Voici un **tableau de valeurs** de la fonction f :

x	-4	-2	0	2	4
$f(x)$	12	0	-4	0	12

- a. Détermine l'image de 0 par la fonction f .
- b. Détermine un (des) antécédent(s) de 0 par la fonction f .

Correction

a. On cherche 0 sur la 1^{re} ligne du tableau et on lit son **image** sur la 2^{de} ligne. L'**image** de 0 par la fonction f est -4. On écrit $f(0) = -4$ (ou $f : 0 \mapsto -4$).

b. On cherche 0 sur la 2^{de} ligne du tableau et on lit ses **antécédents** sur la 1^{re} ligne.

Des antécédents de 0 par la fonction f sont -2 et 2.

On écrit $f(-2) = f(2) = 0$.

1 Voici un tableau de valeurs d'une fonction f .

x	-3	-1	0	2	4	5
$f(x)$	7	-2	3	5	-3	6

- Quelle est l'image par la fonction f de :
- a. 0 ? | b. 5 ? | c. -3 ?

- Donne un antécédent par la fonction f de :
- d. 7 ? | e. 5 ? | f. -3 ?

2 Voici un tableau de valeurs d'une fonction g .

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	1	2	-1	-4	3

Complète avec *image* ou *antécédent*.

- a. 1 est de -2 par g .
- b. 2 est de 3 par g .
- c. -4 est de 1 par g .
- d. 2 est de -1 par g .
- e. 0 est de -1 par g .
- f. Combien d'image(s) a le nombre 1 par g ?

3 Voici un tableau de valeurs d'une fonction h .

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0
$h(x)$	-1,5	-2	1,4	-1,8	-1,5	0,25	2

Complète chacune des égalités suivantes.

- | | |
|----------------------|----------------------|
| a. $h(-2,5) = \dots$ | d. $h(\dots) = -1,5$ |
| b. $h(\dots) = -1,8$ | e. $h(-0,5) = \dots$ |
| c. $h(0) = \dots$ | f. $h(\dots) = 1,4$ |

4 Voici des indications sur une fonction k .

- L'image de 2 par k est 5,5.
- $k : -10 \mapsto -6$ et $k(-6) = 2$.
- Un antécédent de -4 par k est 5,5.
- Les antécédents de 5,5 sont 2, -4 et 125.

Complète le tableau grâce à ces indications.

x						
$k(x)$						

5 Complète ce tableau de valeurs et les phrases concernant une fonction p .

x		4	-2	12	7		-10
$p(x)$	4			-17	2		12

- a. -8 est l'image de 4 par la fonction p .
- b. Un antécédent de 4 par la fonction p est -3.
- c. -8 a pour antécédent 15 par la fonction p .
- d. $p(-2) = 7$ et $p(7) = \dots$.
- e. 12 a pour image par la fonction p .
- f. L'image de par la fonction p est 12.

6 On considère la fonction h définie par :

$$h(x) = 0,5x^3 - 2x^2 + 1.$$

a. Complète le tableau de valeurs.

x	0	1	2	3	4	5	6
$h(x)$							

b. Donne un encadrement de l'antécédent de 0.

c. Complète ce tableau de valeurs afin de donner un encadrement de l'antécédent de 0 à 10^{-1} près.

x							
$h(x)$							

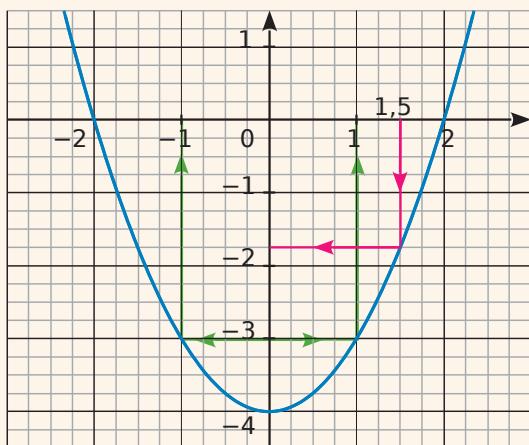
Exercice corrigé

Le graphique suivant représente la fonction f .

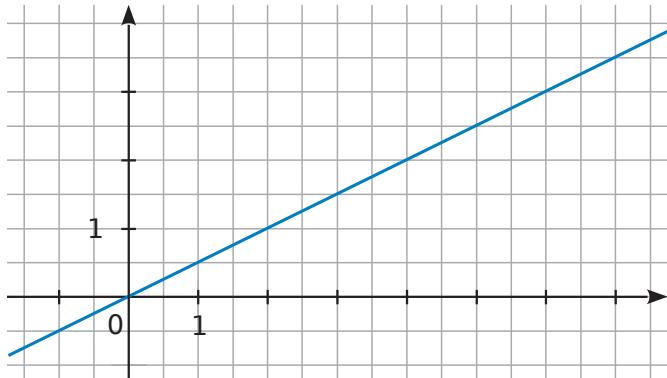
- Détermine graphiquement $f(1,5)$.
- Détermine graphiquement le (les) antécédent(s) de -3 par la fonction f .

Correction

- $f(1,5) = -1,75$.
- -3 a deux antécédents par la fonction f : **-1 et 1**.

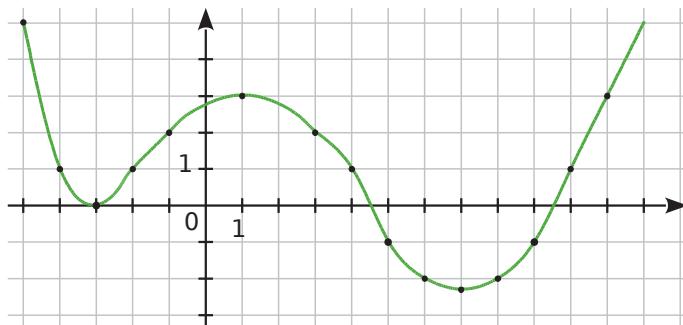


- Ce graphique représente une fonction f .



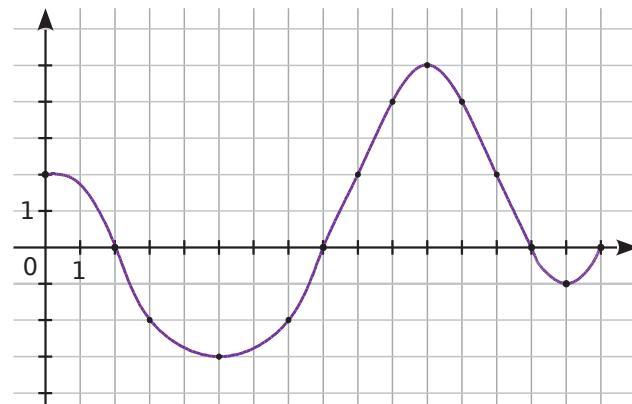
- Place le point A de la courbe d'abscisse 4.
 - Quelle est l'ordonnée de A ?
 - Place le point B de la courbe d'abscisse 7.
 - Quelle est l'ordonnée de B ?
 - Place le point C de la courbe d'ordonnée 1.
 - Quelle est l'abscisse de C ?
 - Place le point D de la courbe d'ordonnée 2,5.
 - Quelle est l'abscisse de D ?
 - Place le point E de coordonnées $(-1 ; 3)$.
 - Complète :
- $f(4) = \dots ; f(7) = \dots ; f(\dots) = 1 ; f(\dots) = 2,5$

- Ce graphique représente une fonction g pour x compris entre -5 et 12 .



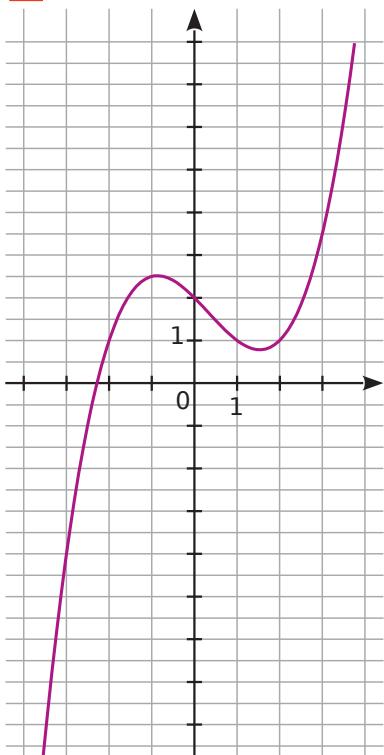
- Place le point E de la courbe d'abscisse 1. Quelle est l'ordonnée de E ?
- Place le point F de la courbe d'abscisse 8. Quelle est l'ordonnée de F ?
- Place les points G_1, G_2, G_3, \dots de la courbe qui ont pour ordonnée 1 et donne les coordonnées de chacun de ces points.
- Combien de points ont pour ordonnée -2 ? Écris les coordonnées de ces points.

- Ce graphique représente une fonction k pour x compris entre 0 et 16 .



- L'image de 8 par la fonction k est
- Quels sont les antécédents de 2 par k ?
- Quels nombres ont pour image -2 par k ?
- Quels sont les antécédents de 0 par k ?
- Quels nombres entiers ont deux antécédents ?

4 Ce graphique représente une fonction h .



Complète.

- a. $h(-2) = \dots$
- b. $h(-1) = \dots$
- c. $h(\dots) = -4$
- d. $h(0) = \dots$
- e. $h(1) = \dots$
- f. $h(2) = \dots$
- g. $h(\dots) = 3,5$
- h. Quels sont les antécédents de 1 par h ?

.....
.....

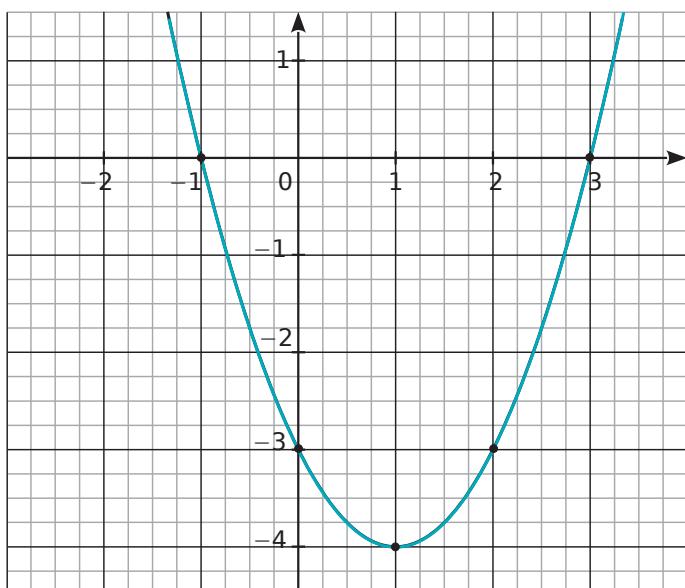
5 Ce graphique représente la courbe d'une fonction g . Par lecture graphique, complète les phrases.

a. L'image de 1 par la fonction g est

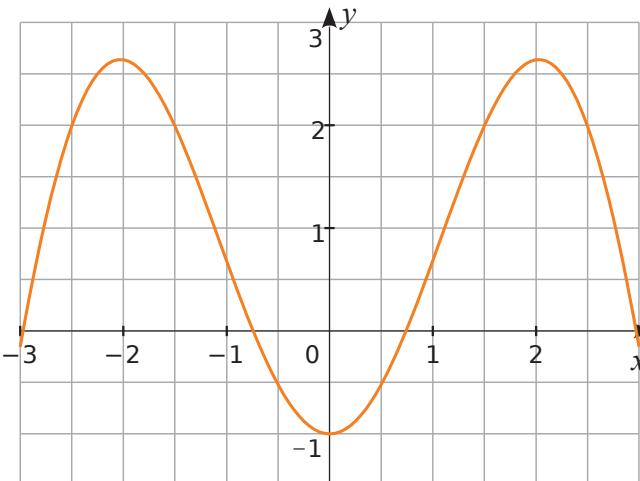
b. Les antécédents de 0 par la fonction g sont

.....
.....

c. $g(2) = \dots$
d. Les nombres qui ont pour image -3 par la fonction g sont



6 Voici la représentation graphique d'une fonction k .



a. Complète le tableau de valeurs suivants.

x	-2		0	1	2	3
$k(x)$		-1				

b. Détermine les images de :

0,5 : | -1 :

1,5 : | -2,5 :

c. Détermine tous les antécédents de :

-0,5 : | 3 :

2 : | -2,5 :

d. Détermine les abscisses des points dont l'ordonnée est négative.

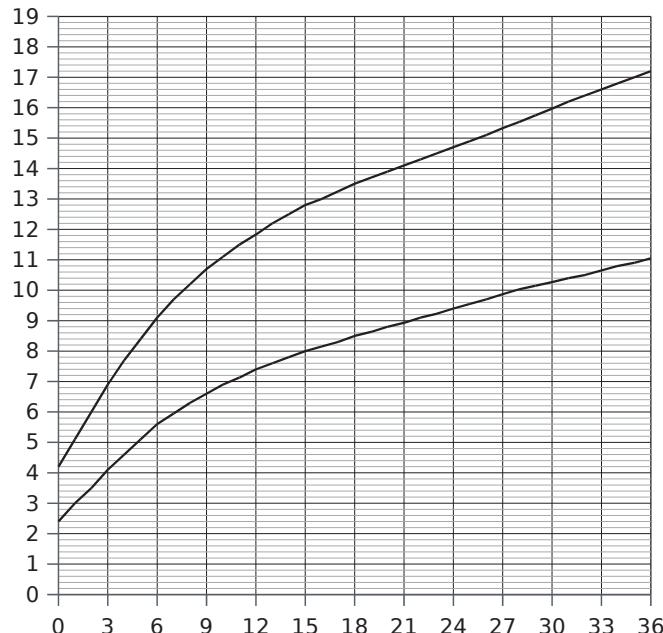
e. Quel est le nombre d'antécédent(s) d'un nombre négatif par la fonction k ?

f. Détermine le (ou les) nombre(s) qui a (ont) un seul antécédent par la fonction k .

g. Que peut-on dire de l'image de 2 et de -2 ?

h. Que peut-on dire de la courbe ?

- 7** Voici un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant (source : www.sante.gouv.fr).



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit *a priori* se situer entre ces deux courbes.

On considère la fonction f qui à un âge en mois associe le poids minimum en kg, et la fonction g qui à un âge en mois associe le poids maximum en kg.

- a.** Complète le tableau suivant par des valeurs approchées lues sur le graphique.

x	3	12		24		33
$f(x)$			8			
$g(x)$					16	

- b.** Interprète la colonne $x = 12$.

- c.** Le père d'Ahmed a noté pour son fils les renseignements suivants. p est la fonction qui associe à l'âge d'Ahmed en mois son poids en kg.

x	0	3	6	9	12	18	24	30	36
$p(x)$	3,4	6	7,4	8,4	9	9,6	10	10,8	12

Reporte les données de ce tableau sur le graphique. Commente ce que tu obtiens.

- 8** Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{4}{1+x^2}$ pour x compris entre -4 et 4 .

- a.** Détermine l'image de 2 et -2 par la fonction f . Tu donneras le résultat sous forme d'un décimal.

.....
.....
.....

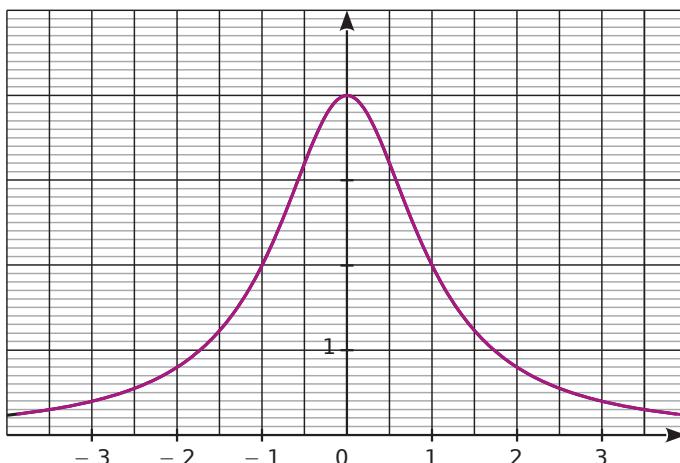
- b.** Quelle est l'ordonnée du point A d'abscisse 3 appartenant à la courbe de la fonction f ?

.....
.....
.....

- c.** Montre qu'un antécédent de $3,2$ est $\frac{1}{2}$.

.....

Voici le graphique de la fonction f .



- d.** Détermine graphiquement :

• $f(0) :$

• l'image de 2 :

• l'image de -2 :

- e.** Détermine graphiquement les antécédents :

• de 2 :

• de $3,2$:

- f.** Donne un nombre qui :

• a un antécédent :

• a deux antécédents :

• n'a aucun antécédent :

Série 6 Construire une représentation graphique

Exercice corrigé

a. Représente graphiquement la fonction linéaire f définie par $f(x) = -0,5x$.

b. Représente graphiquement la fonction affine g définie par $g : x \mapsto 3x - 2$.

Correction

a. f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite qui passe par l'origine du repère.

Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées d'un de ses points. $f(6) = -3$.

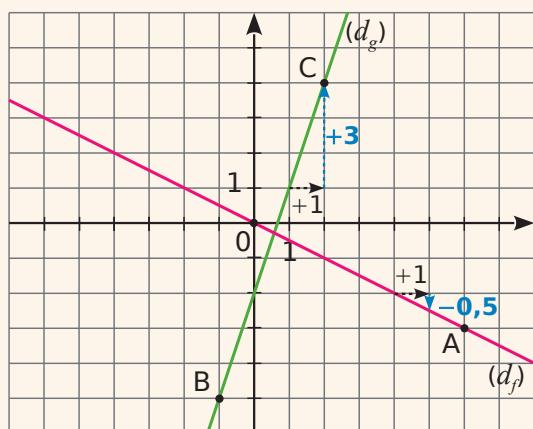
(d_f) est la droite (OA) avec A(6 ; -3).

b. g est une fonction affine donc sa représentation graphique est une droite.

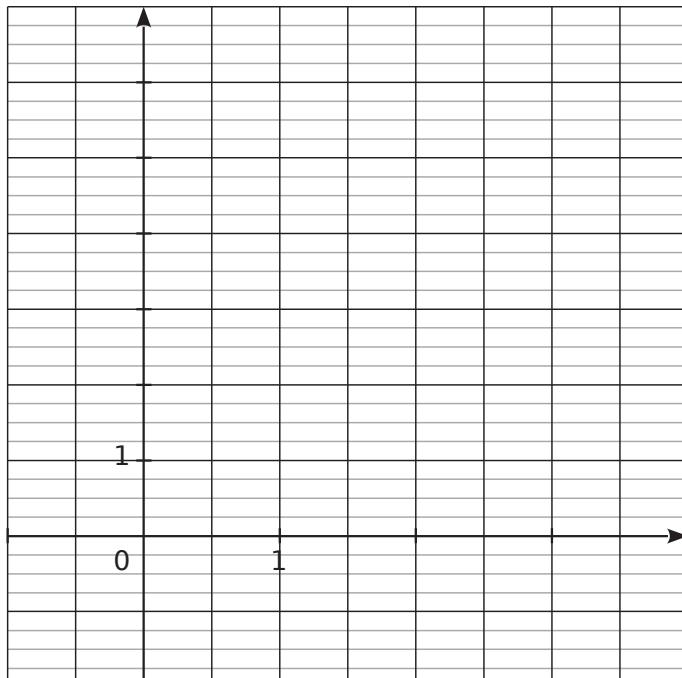
Pour tracer cette droite, il suffit de connaître les coordonnées de deux de ses points.

$g(-1) = -5$ et $g(2) = 4$.

(d_g) est la droite (BC) avec B(-1 ; -5) et C(2 ; 4).



c. Place ces points dans le repère ci-dessous et trace une ébauche de courbe au crayon à papier.



d. Pour être plus précis dans le tracé, on détermine d'autres points appartenant à cette courbe. Complète le tableau de valeurs de la fonction f .

x	-0,5	0,5	1,5	2,5	3,5
$f(x)$					

e. Donne les coordonnées des cinq points G, H, I, J et K appartenant au graphique de f d'abscisses respectives $-0,5 ; 0,5 ; 1,5 ; 2,5$ et $3,5$.

f. Place sur le graphique les points obtenus à la question e., puis améliore ton tracé.

2 Soit les fonctions $f : x \mapsto 4x$ et $g : x \mapsto -4x$.

a. Quelle est la nature de leur représentation graphique ? Justifie.

b. Calcule les coordonnées des points F et G d'abscisse 1 de la courbe de f puis de celle de g .

1 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 1$ pour x compris entre -1 et 4 .

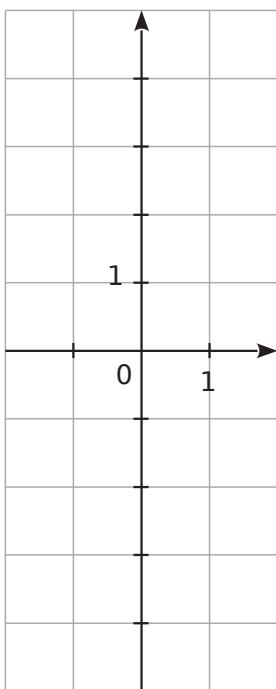
a. Complète le tableau de valeurs de la fonction f .

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$						

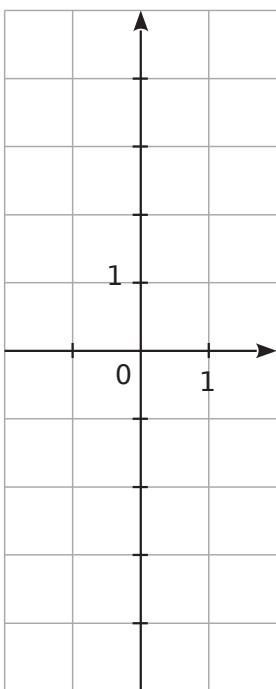
b. Donne les coordonnées des six points A, B, C, D, E et F appartenant au graphique de f d'abscisses respectives $-1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3$ et 4 .

Série 6 Construire une représentation graphique

c. Trace la courbe de f .



d. Trace la courbe de g .



4 Soit la fonction $g : x \mapsto 2x - 1$.

a. Quelle est la nature de sa représentation graphique ? Justifie.

.....
.....

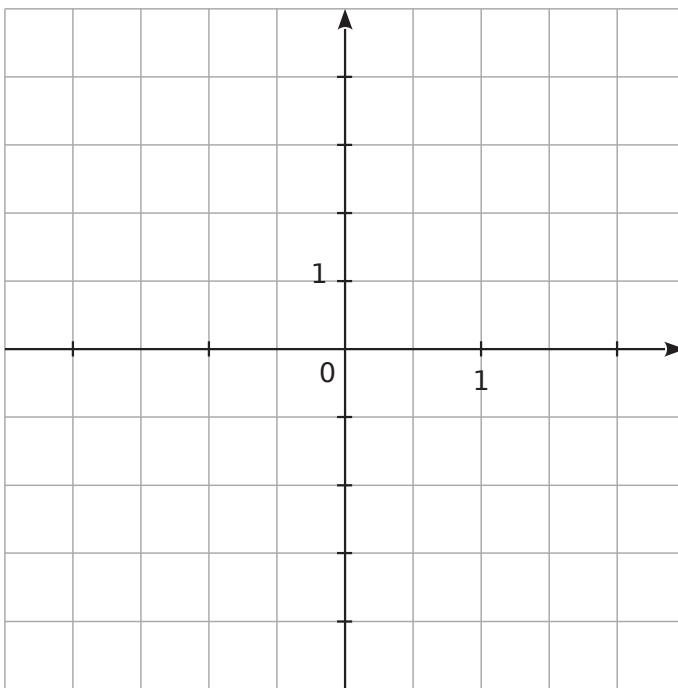
b. Complète le tableau suivant.

x	0	1
$g(x)$		

c. Déduis-en les coordonnées de deux points appartenant à cette représentation graphique.

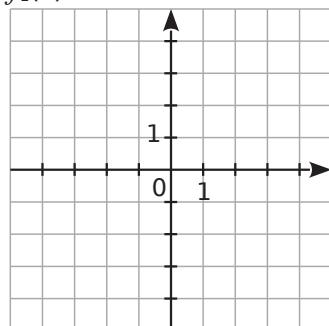
.....
.....

d. Trace la représentation graphique de la fonction g dans le repère ci-dessous.

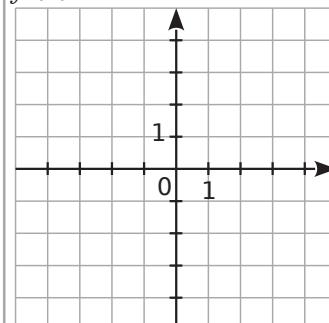


3 Trace la représentation graphique de chaque fonction dans le repère orthonormal donné en notant les calculs effectués.

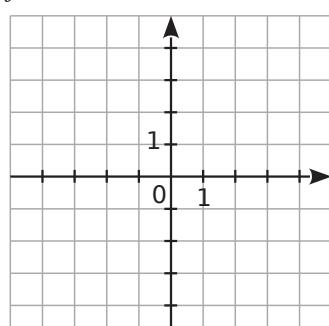
$$f_1(x) = 2x$$



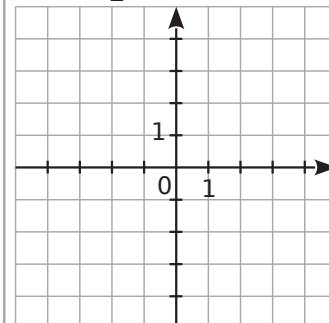
$$f_2(x) = -3x$$



$$f_3(x) = -1,5x$$



$$f_4(x) = \frac{1}{2}x$$



e. Par lecture graphique, complète le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1	0,5		
$g(x)$				2	3

f. Quelle est l'image de 2 par g ?

g. Quel nombre a pour image 2 par g ?

h. Quelle est l'image de 0,5 par g ?

i. Quel est l'antécédent de -3 par g ?

j. $g(-1,5) = \dots$ l. $g(\dots) = 1$

k. $g(2,5) = \dots$ m. $g(\dots) = -1,5$

1 Soit f et g deux fonctions affines telles que :
 $f(0) = -2$ et $f(5) = 6,5$ | $g(0) = 0,8$ et $g(5) = 6,8$

a. Justifie que ces fonctions ne sont pas linéaires.

b. Quelle est la nature de leurs représentations graphiques ?

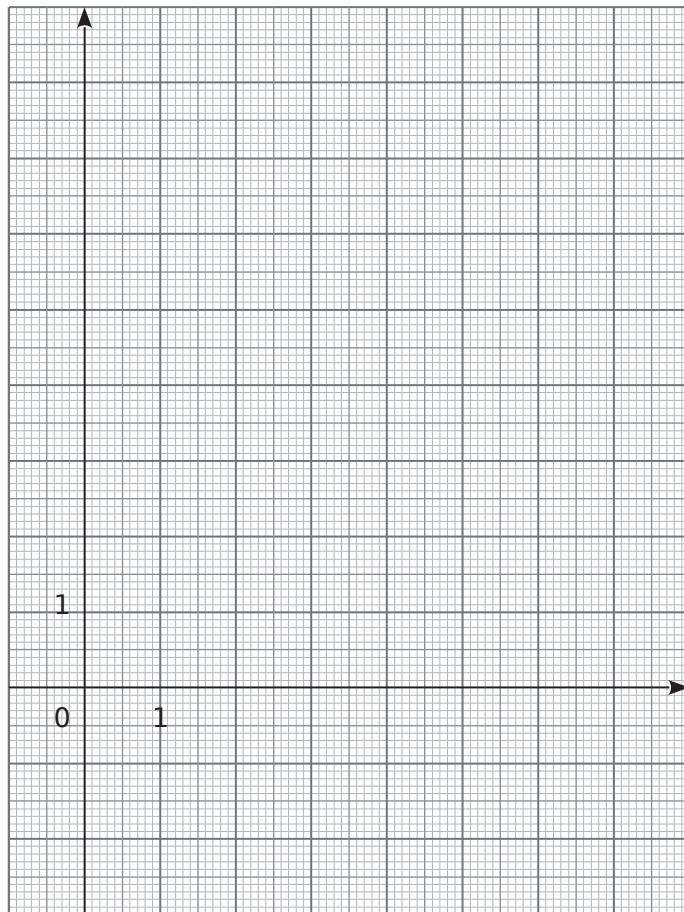
c. Écris $f(x)$ et $g(x)$ sous la forme $ax + b$ où a et b sont des nombres à préciser à chaque fois.

d. Détermine par le calcul la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$.

e. Complète le tableau de valeurs suivant.

x	0	2	4	6	8	10
$f(x)$						
$g(x)$						

f. Construis les courbes représentatives (d_f) et (d_g) des fonctions f et g dans le repère ci-dessous.



g. Retrouve la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$ sur le graphique où tu feras apparaître les pointillés nécessaires.

h. Détermine les coordonnées exactes du point K, intersection de (d_f) et (d_g).

i. Résous graphiquement $f(x) < g(x)$.

2 L'école décide d'acheter un logiciel pour gérer sa bibliothèque. Il y a trois tarifs :

- Tarif A : 19 euros quel que soit le nombre d'élèves ;
- Tarif B : 10 centimes par élève ;
- Tarif C : 8 euros + 5 centimes par élève.

a. Complète le tableau suivant.

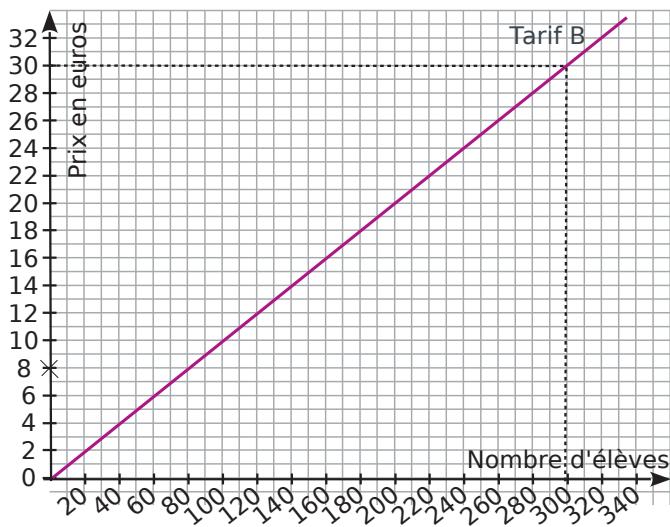
Nombre d'élèves	100	200	300
Tarif A	19 €		
Tarif B			30 €
Tarif C		18 €	

b. Si x représente le nombre d'élèves, entoure la fonction qui correspond au tarif C.

$$x \mapsto 8 + 5x \quad x \mapsto 8 + 0,05x \quad x \mapsto 0,05 + 8x$$

c. Quelle est la nature de cette fonction ?

d. Sur le graphique ci-dessous, on a représenté le tarif B. Sur ce même graphique, représente les tarifs A et C.



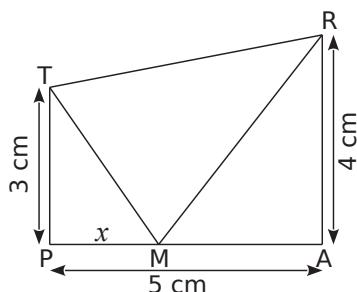
e. Par lecture graphique, à partir de combien d'élèves le tarif A est-il plus intéressant que le tarif C ? (On fera apparaître sur le graphique les tracés nécessaires à la lecture.)

f. Dans l'école, il y a 209 élèves. Quel est le tarif le plus intéressant pour l'école ?

3 TRAP est un trapèze rectangle en A et en P tel que :

$TP = 3 \text{ cm}$; $PA = 5 \text{ cm}$ et $AR = 4 \text{ cm}$.

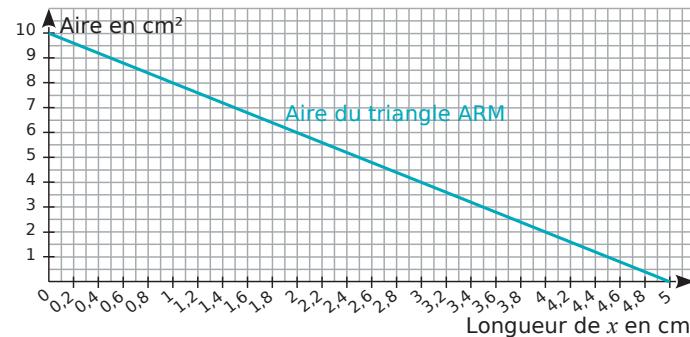
M est un point variable du segment [PA], et on note x la longueur du segment [PM] en cm.



a. Donne les valeurs entre lesquelles x peut varier.

b. Montre que l'aire du triangle PTM est $1,5x$ et que l'aire du triangle ARM est $10 - 2x$.

La droite ci-dessous est la représentation graphique de la fonction qui à x associe l'aire du triangle ARM.



Réponds aux questions c., d. et f. en utilisant ce graphique. Laisse apparents les traits nécessaires.

c. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle ARM est-elle égale à 6 cm^2 ?

d. Lorsque x est égal à 4 cm, quelle est l'aire du triangle ARM ?

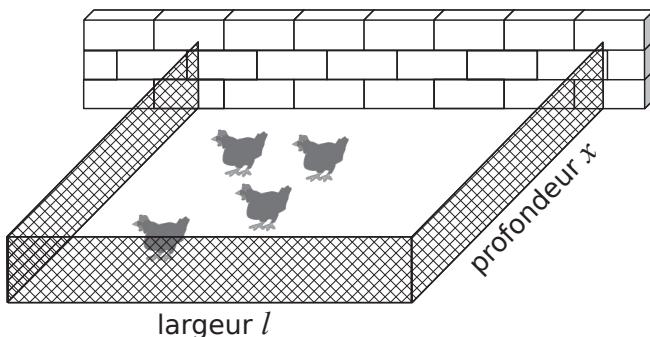
e. Sur ce graphique, trace la droite représentant la fonction : $x \mapsto 1,5x$.

f. Estime, à un millimètre près, la valeur de x pour laquelle les triangles PTM et ARM ont la même aire.

g. Montre par le calcul que la valeur exacte de x , pour laquelle les deux aires sont égales, est $\frac{100}{35}$.

Série 7 Choisir la représentation adaptée

- 4** Un agriculteur souhaite réaliser un enclos rectangulaire contre un mur pour ses poules. Il dispose de 21 m de grillage et doit tout utiliser.



L'objectif de cet exercice est de déterminer les dimensions de l'enclos afin que son aire soit maximale. On note l et x respectivement la largeur et la profondeur de l'enclos, en mètres.

- a.** Quelle est l'aire de l'enclos si $x = 3$ m ?

.....
.....

- b.** Quelles sont les valeurs possibles de x ?

.....
.....

- c.** On note \mathcal{A} la fonction qui à x associe l'aire de l'enclos correspondant. Détermine \mathcal{A} .

.....
.....

- d.** Avec l'aide de ta calculatrice ou d'un tableur, complète le tableau de valeurs de la fonction \mathcal{A} .

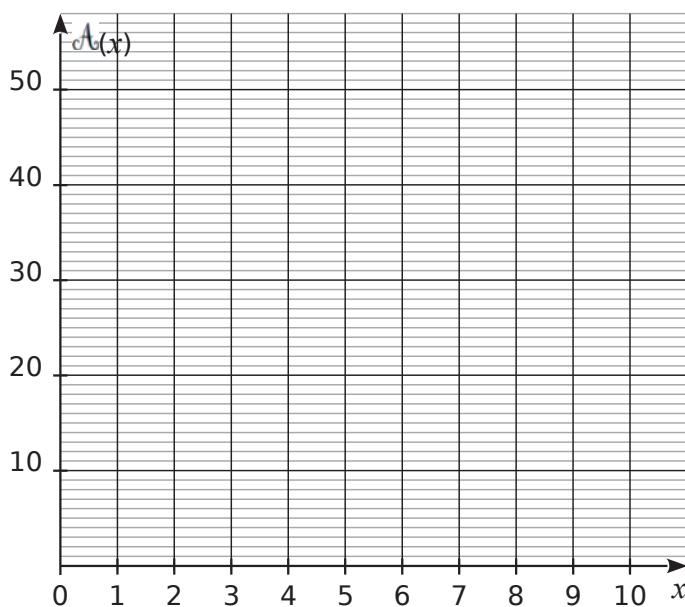
x	0	1	2	3	4	5
$\mathcal{A}(x)$						

x	6	7	8	9	10	10,5
$\mathcal{A}(x)$						

- e.** À l'aide du tableau, décris l'évolution de $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x et donne un encadrement du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximale.

.....
.....
.....
.....

- f.** Construis la courbe représentative de \mathcal{A} .



- g.** Complète ce nouveau tableau de valeurs puis donne un encadrement au dixième du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ semble maximale.

x	4,8	4,9	5	5,1	5,2	5,3	5,4
$\mathcal{A}(x)$							

- h.** Calcule $\mathcal{A}(5,25) - \mathcal{A}(x)$ puis montre que cette expression est égale à $2(x - 5,25)^2$.

.....
.....
.....
.....

- i.** Détermine le signe de cette expression et déduis-en la valeur du nombre x pour lequel $\mathcal{A}(x)$ est maximale.

.....
.....
.....

- j.** Déduis-en les dimensions de l'enclos d'aire maximale.

- 5** La vitesse d'un train en km/h, t minutes après le départ, vaut $3t^2$ pour $0 \leq t \leq 10$.

On appelle v la fonction qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en minutes, associe la vitesse du train en km/h.

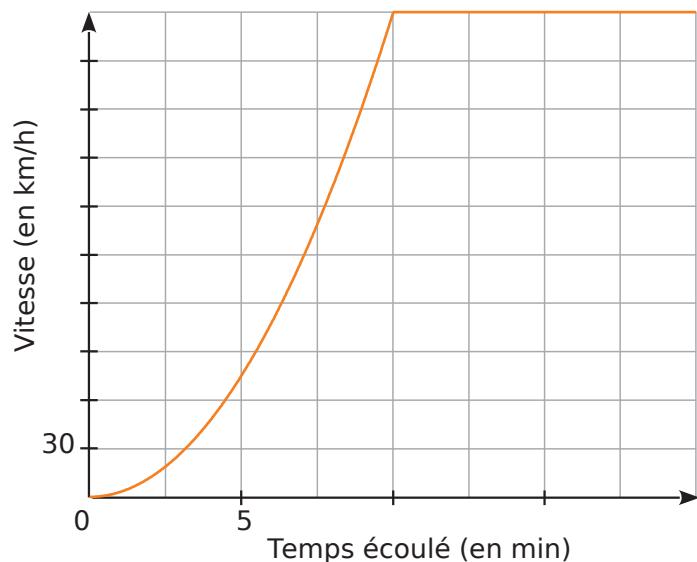
- a. Calcule $v(5)$.

Donne une interprétation du résultat.

- b. Quel est l'antécédent de 168,75 par v ?

Donne une interprétation du résultat.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de la vitesse, en km/h, du train en fonction du temps écoulé, en minutes, depuis son départ.



- c. Combien de temps, environ, met le train pour atteindre 120 km/h ?

- d. Quelle est la vitesse maximale du train ?

Au bout de combien de temps est-elle atteinte ?

- e. Précise une expression de la fonction v pour $0 \leq x \leq 20$.

- 6** Une entreprise fabrique chaque jour un produit. On appelle x la masse journalière produite en kg. x peut varier entre 0 et 45. Le coût de production de ces x kg de produit exprimé en euros est donné par la formule : $C(x) = x^2 - 20x + 200$. Le prix de vente de ce produit est de 34 € le kg. On suppose que tous les objets fabriqués sont vendus.

- a. Quel est le coût de production pour 10 kg de produit ?

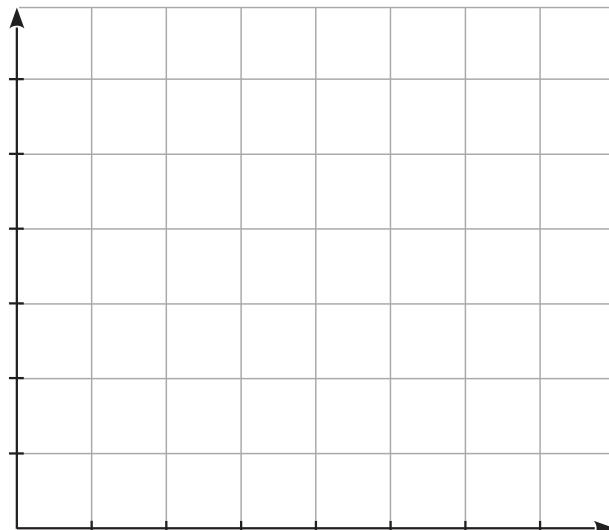
- b. Quelle la recette liée à la vente de ces 10 kg ?

- c. Quel est le bénéfice réalisé ?

- d. Détermine la recette $R(x)$ réalisée lorsque l'entreprise fabrique et vend x kg de produit.

- e. Détermine le bénéfice $B(x)$ correspondant.

- f. Trace dans un repère la représentation graphique de la fonction B .



- g. Pour quelle valeur de x le bénéfice est-il maximal ? Quel est alors ce bénéfice ?

Grandeurs et mesures

C



Série 1 • Calculer des volumes	76
Série 2 • Convertir des grandeurs	80
Série 3 • Calculer avec des grandeurs	81

Série 1 Calculer des volumes

Exercice corrigé

Calcule le volume d'une boule de rayon 5 cm.
Donne la valeur exacte puis un arrondi au dixième près.

Correction

La formule du volume de la boule est :

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times \text{rayon}^3$$

Ici $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3$
 $V = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$
 $V \approx 523,6 \text{ cm}^3$

- 1** Donne la valeur exacte puis la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule de diamètre 56 mm.

- 2** Range dans l'ordre décroissant les volumes des solides suivants :

- une boule de 21 cm de rayon ;
- une pyramide de hauteur 4 dm et dont la base est un carré de côté 5 dm ;
- un cylindre de hauteur 30 cm et de rayon 20 cm ;
- un pavé droit de hauteur 1,5 dm, de largeur 32 cm et de longueur 45 cm.

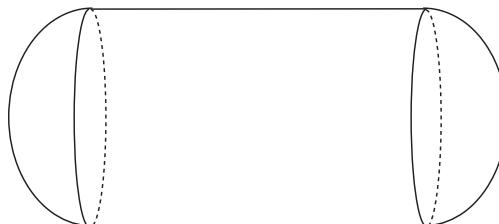
- b.** À chaque expiration, Georges souffle 0,5 L d'air dans le ballon. Combien de fois devra-t-il souffler pour le gonfler au maximum ?



- 4** Un silo à grains est formé d'un cylindre de révolution de rayon 4,5 m et de hauteur 10 m, surmonté d'un cône de révolution de même rayon et de hauteur 2,5 m.

Calcule le volume de ce silo arrondi au m^3 .

- 5** Une gélule a la forme d'un cylindre de longueur 1 cm avec une demi-sphère collée à chacune de ses bases de rayon 3 mm.



- a.** Reporte sur la figure les longueurs de l'énoncé exprimées en millimètres.

- b.** Calcule le volume total exact de la gélule puis son volume arrondi à l'unité.

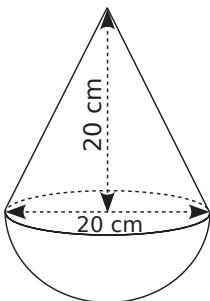
- 3** Georges a acheté un ballon gonflable en forme de sphère pour ses enfants. Le diamètre de ce ballon est de 30 cm.

- a.** Calcule le volume du ballon arrondi au cm^3 .

Série 1 Calculer des volumes

6 Un culbuto, représenté ci-dessous, est un jouet pour enfant qui oscille sur une base demi-sphérique.

a. Calcule son volume exact puis arrondi au cm³.



b. La base demi-sphérique est remplie de sable. Quelle proportion du jouet est occupée par le sable ?

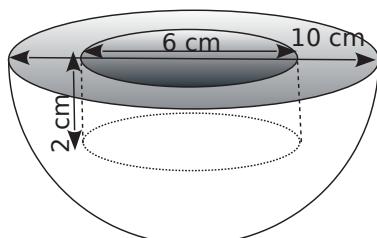
7 Extrait du brevet

Une cloche à fromage en forme de demi-sphère de rayon 9 cm et une boîte cylindrique de même rayon ont le même volume.

a. Détermine le volume de la cloche. Donne la valeur exacte puis arrondie au cm³.

b. Déduis-en la hauteur de la boîte.

8 Un moule en métal a la forme d'une demi-boule dans laquelle on a évidé un cylindre.

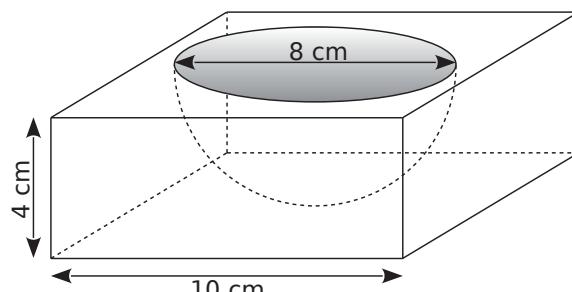


a. Donne la valeur exacte du volume de la demi-boule en métal.

b. Donne la valeur exacte du volume du cylindre.

c. Déduis-en la valeur exacte, puis arrondie au cm³, du volume de métal nécessaire pour fabriquer ce moule.

9 Un moule à gâteau en plastique a la forme d'un pavé droit à base carrée dans lequel on a évidé une demi-boule.



a. Calcule le volume de plastique, arrondi au centième de cm³, nécessaire pour fabriquer ce moule.

b. Amandine veut napper son gâteau de chocolat. Calcule la surface de chocolat, arrondie au cm². On donne : surface d'une sphère = $4\pi R^2$.

Série 1 Calculer des volumes

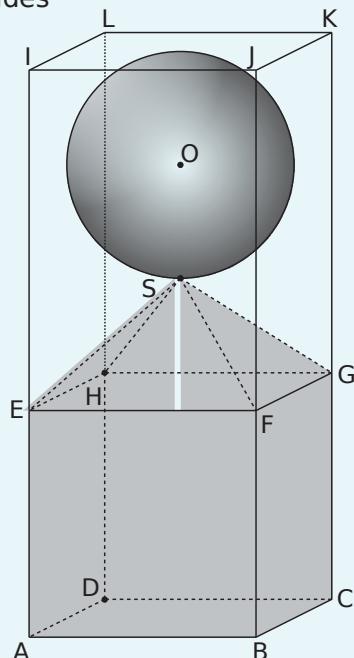
10 Extrait du brevet

On considère les trois solides suivants :

- la boule de centre O et de rayon SO tel que $SO = 3 \text{ cm}$;
- la pyramide SEFGH de hauteur 3 cm dont la base est le carré EFGH de côté 6 cm ;
- le cube ABCDEFGH d'arête 6 cm.

Ces trois solides sont placés dans un récipient.

Ce récipient est représenté par le pavé droit ABCDIJKL de hauteur 15 cm dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.



a. Calcule le volume du cube ABCDEFGH en cm^3 .

b. Calcule le volume de la pyramide SEFGH en cm^3 .

c. Calcule le volume de la boule en cm^3 .
(On arrondira à l'unité près.)

d. Déduis-en le volume occupé par les trois solides à l'intérieur du pavé ABCDIJKL en cm^3 .

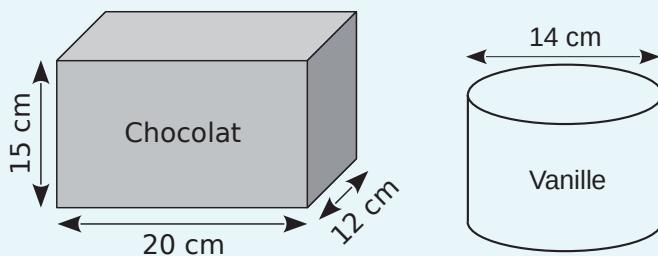
e. Pourra-t-on verser dans ce récipient 20 cL d'eau sans qu'elle ne déborde ?

11 Extrait du brevet

Un restaurant propose en dessert des coupes de glace composées de deux boules au chocolat et une boule à la vanille. Chaque boule est supposée parfaitement sphérique, de diamètre 4,2 cm.



Le pot de glace au chocolat ayant la forme d'un parallélépipède rectangle est plein, ainsi que le pot de glace cylindrique à la vanille de même hauteur.



a. Montre que le volume du pot de glace au chocolat est $3\ 600 \text{ cm}^3$.

b. Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume du pot de glace à la vanille.

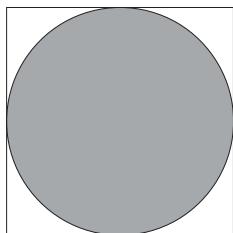
c. Calcule la valeur arrondie au cm^3 du volume d'une boule de glace contenue dans la coupe.

d. Sachant que le restaurateur doit faire 100 coupes de glace, combien de pots au chocolat et de pots à la vanille doit-il acheter ?

Série 1 Calculer des volumes

12 Un observatoire est constitué d'un cube surmonté d'une demi-sphère de 4,20 m de diamètre.

- a. Voici une représentation de l'observatoire vue de dessus. Calcule la surface de la partie blanche dans la figure ci-dessous. Donne un arrondi au centième de m^2 .

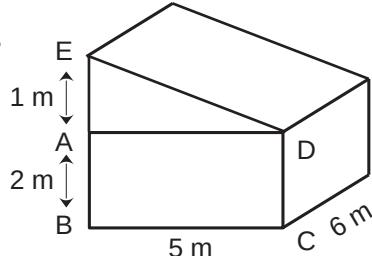


b. Calcule la surface extérieure de cet observatoire sachant que la surface de la sphère se calcule par la formule $4\pi R^2$.

c. Sachant qu'un pot de peinture de 10 L recouvre 70 m^2 et qu'il faut 2 couches de peinture. Combien de pots de peinture faut-il acheter ?

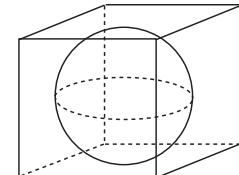
13 Une cabane a la forme d'un prisme droit.

- a. Calcule la surface de son toit.



b. Un poêle permet de chauffer un volume de 80 m^3 . Peut-on l'utiliser pour cette cabane ?

14 Une balle lestée, de 5 cm de rayon, est plongée dans un cube de côté 10 cm rempli d'eau. On plonge la balle dans l'eau qui déborde. Calcule le volume d'eau restant dans le cube.



15 Un verre conique a une hauteur égale à son rayon. On l'utilise pour remplir un récipient sphérique de même rayon. Combien de verres seront nécessaires ?

Série 2 Convertir des grandeurs

1 Avec des durées

Complète.

- a. 7,6 h = h min
b. 0,6 h = h min
c. 34,75 min = min s
d. 1,14 min = min s
e. 45 min = h | g. 4 min 20 s = min
f. 2 h 30 min = h | h. 96 s = min

2 Avec des vitesses

Un véhicule roulant à 10 m/s doit conserver une distance de sécurité de 20 m avec le véhicule qui le précède. Quelle est la distance de sécurité à 130 km/h ? à 50 km/h ?

3 Convertis dans l'unité demandée.

- a. 130 km/h = m/s
b. 99 km/h = m/s
c. 17,3 m/s = km/h
d. 3,5 m/s = km/h
e. 600 m/s = km/min

4 Classe dans l'ordre croissant les vitesses suivantes :
74 km/h ; 20,61 m/s ; 1 235,05 m/min ;
2 065,27 cm/s ; 124,6 dam/min.

5 Avec des masses volumiques

Convertis dans l'unité demandée.

- a. 35,6 g/cm³ = kg/m³
b. 1 345 g/cm³ = kg/m³

c. 5 640 kg/m³ = g/cm³

d. 32,05 kg/m³ = g/cm³

6 Lequel de ces métaux a la plus grande masse volumique ?

Fer (7,85 g/cm³) ; argent (10,49 kg/dm³) ; cuivre (8 960 kg/m³) ; plomb (1,14 cg/mm³).

7 Avec des débits

Convertis dans l'unité demandée.

- a. 143 m³/h = cm³/s
b. 45 m³/h = L/s
c. 23,7 m³/h = L/s
d. 2,5 L/s = m³/h
e. 750 L/s = m³/min

8 La Tamise a un débit de 65,8 m³/s. Quel est son débit en L/h ?

9 Une pompe a un débit de 0,195 L/s. Une autre a un débit de 7,2 m³/h. Quelle pompe a le plus grand débit ?

10 Avec des énergies

On suppose qu'une personne a besoin d'environ 19 kWh d'électricité par jour. Une éolienne produit 5GWh d'électricité par an. Cette production est-elle suffisante pour couvrir les besoins annuels de 1 000 personnes ?

- 1** Une piscine olympique mesure 50 m de long sur 20 m de large et a une profondeur moyenne de 1,70 m.

Combien de temps faut-il pour la remplir à l'aide d'une pompe dont le débit est de 7 500 L/h ?

Donne le résultat en jours, heures et minutes.

- 3** Le césium est un métal qui a été découvert en 1861 et qui est liquide à température ambiante. Sa masse volumique est de $1\ 879 \text{ kg/m}^3$. Utilisé en médecine, il sert aussi à définir la durée de la seconde.

- a. Exprime la masse volumique du césium en g/cm³.

- b.** Calcule la masse, en kg, de $5,4 \text{ dm}^3$ de ce métal.
Donne la valeur arrondie au dixième.

- 4** L'eau d'un bassin est une solution saline dont la concentration en sel est égale à 35 g/L.

Le bassin est semblable à un pavé droit dont les dimensions sont 5 m ; 3 m et 2,5 m.

Calcule la quantité de sel, en kg, dans ce bassin.

- 2** Fabriquée en série dans l'usine de Molsheim en Alsace, la Bugatti Veyron a atteint les 415 km/h sur le grand Lac Salé situé dans l'Utah, ce qui en fait la voiture de série la plus rapide au monde.

- a.** Sa consommation en utilisation normale est de 24,1 L/100 km et la capacité de son réservoir est de 98 litres. Calcule son autonomie en utilisation normale, arrondie au kilomètre.

- b.** À la vitesse de 400 km/h, sa consommation atteint 90 L/100 km. Calcule alors son autonomie, arrondie au kilomètre.

- c. Calcule sa vitesse maximale en m/s. Donne la valeur arrondie au dixième.

- 5** Un téléviseur à écran plat a une puissance P de 180 W. On le fait fonctionner pendant une durée t de deux heures et quarante-cinq minutes.

- a. Calcule l'énergie consommée E , exprimée en kWh, par ce téléviseur ($E = P \times t$)

- b.** Exprime cette énergie en joules ($1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$).

Série 3 Calculer avec des grandeurs

6 Le parsec (pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie. Un parsec vaut environ 3,261 années-lumière (al). Dark Vador, lors d'une inspection des contrées lointaines de l'Empire, doit parcourir 12 523 pc à bord de son croiseur-amiral.

Quelle doit être la vitesse de son navire (en al/h) pour que le voyage dure six mois (180 jours) ? Donne la valeur arrondie au dixième.

7 La VO₂max est le volume maximal d'oxygène qu'un sujet humain peut consommer par unité de temps au cours d'un effort. Elle s'exprime en L/min. Afin de personnaliser la mesure, la valeur observée est le plus souvent rapportée à l'unité de masse et s'exprime alors en mL/min/kg (VO₂max dite « spécifique »).

a. Chez un sujet jeune et sain, on observe des VO₂max de l'ordre de 45 mL/min/kg chez l'homme et 35 mL/min/kg chez la femme.

• Calcule la quantité d'oxygène consommée, en L, pour un effort de 12 minutes chez un homme de 78 kg.

• Même question chez une femme de 52 kg et pour un effort de 14 minutes.

b. Chez l'athlète de haut niveau on peut observer des VO₂max spécifiques atteignant 90 mL/min/kg chez l'homme et 75 mL/min/kg chez la femme (source INSEP). Reprends la question a. en tenant compte de ces nouvelles données.

8 Le braquet est le rapport de démultiplication entre le pédalier et le pignon arrière d'un vélo. Ainsi, par exemple, un cycliste avec un pédalier de 28 dents et un pignon de 26 dents, utilisant des roues de 630 (soit environ 63 cm de diamètre et donc 1,98 m de circonférence), avance de $1,98 \text{ m} \times \frac{28}{26} \approx 2,13 \text{ m}$ à chaque tour de pédalier.

Dans ce cas, on dit que le braquet est 28×26 et que le développement est 2,13 m/tour.

a. Lorsque la route est dans une plaine, on peut utiliser un « grand braquet », par exemple un 52×14 . Calcule alors la vitesse, en km/h, d'un cycliste utilisant ce braquet en supposant qu'il effectue 80 tours de pédale à la minute. Donne la valeur arrondie au dixième.

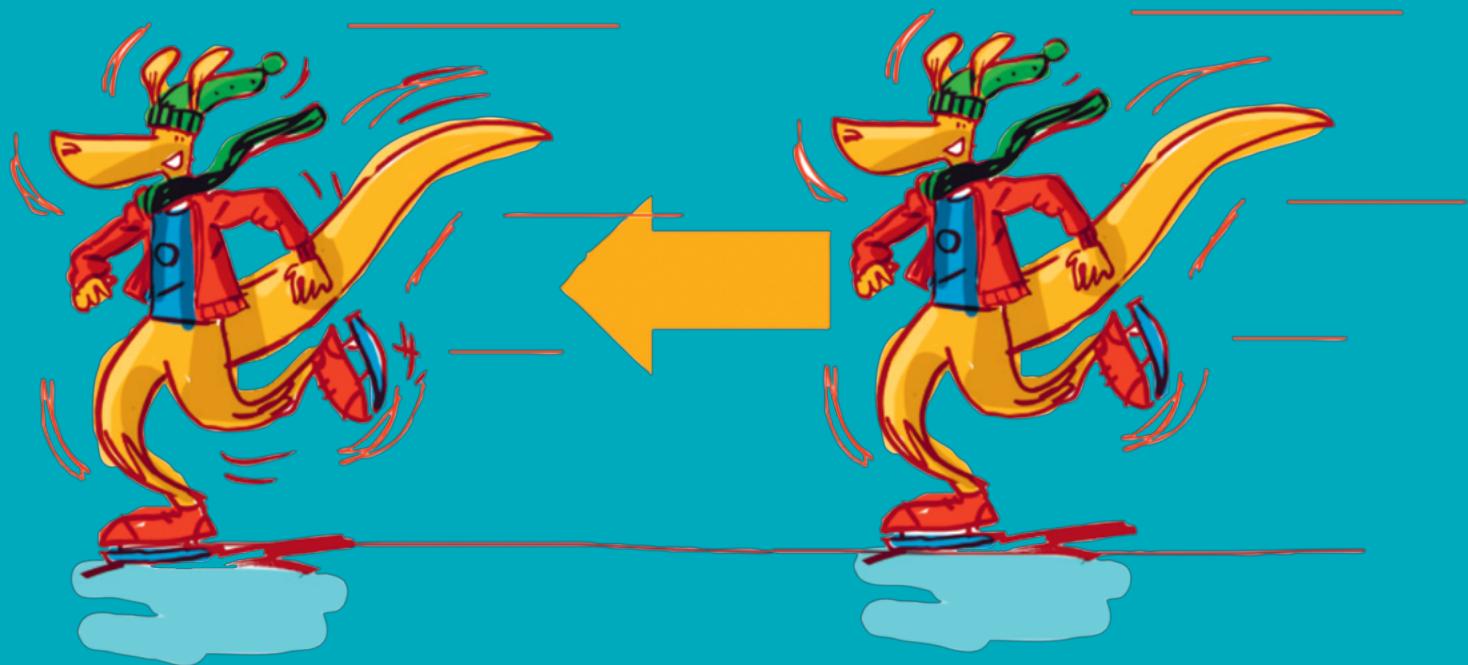
b. Lorsque la route est en montagne, on utilise plutôt un « petit braquet », par exemple un 26×30 . Calcule alors la vitesse, en km/h, d'un cycliste utilisant ce braquet avec la même cadence. Donne la valeur arrondie au dixième.

c. À la question « Quel braquet comptez-vous utiliser pour grimper le col de Bagargui ? » posée par un journaliste lors du Tour de France 2003 au coureur français Sébastien Hinault, celui-ci a répondu : « On a prévu le 39×25 et je pense qu'on va le mettre. »

Sachant que les roues de ce coureur mesurent 2,08 m de circonférence et que sa cadence de rotation varie de 80 à 100 tours/min, calcule sa vitesse minimale et sa vitesse maximale en km/h. Donne les valeurs arrondies au dixième.

Transformations et parallélogramme

D2

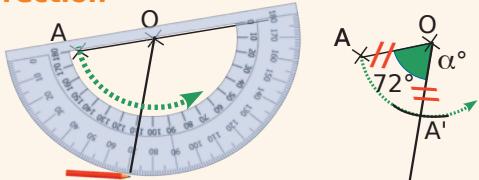


Série 1 • Rotation	84
Série 2 • Synthèse	88
Série 3 • Démonstrations	92

Exercice corrigé

Construis le point A', image du point A par la rotation de centre O et d'angle 72° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Correction

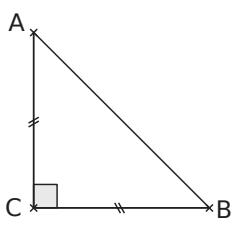


On mesure un angle de 72° en identifiant le **sens inverse** des aiguilles d'une montre. On reporte la longueur OA sur la demi-droite ainsi tracée : AOA' est un triangle **isocèle en O** et d'**angle au sommet** égal à 72° .

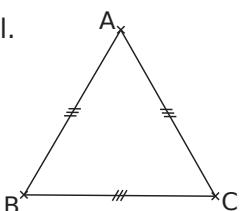
1 Triangles caractéristiques

Pour chaque triangle, indique les caractéristiques (angle et sens) de la rotation de centre C qui transforme A en B.

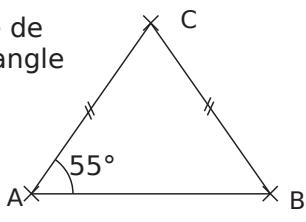
- a. ABC est un triangle rectangle isocèle en C.



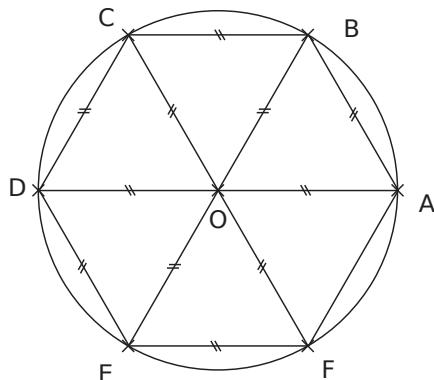
- b. ABC est un triangle équilatéral.



- c. ABC est un triangle isocèle de sommet principal C tel que l'angle à la base est 55° .



2 Sur un cercle



- a. On considère la rotation de centre O, d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Quelle est l'image du :

- | | |
|-------------------|------------------------|
| • point A ? | • triangle OBA ? |
| • point F ? | • losange ODEF ? |

- b. On considère la rotation de centre C, d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre. Quelle est l'image du :

- | | |
|-------------------|------------------------|
| • point B ? | • triangle OBA ? |
| • point A ? | • losange OABC ? |

- c. On considère les rotations de centre O. Détermine les caractéristiques de la rotation permettant d'affirmer que :

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| • E est l'image de A. | • F est l'image de E. |
|-----------------------|-----------------------|

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| • A est l'image de D. | • E est l'image de F. |
|-----------------------|-----------------------|

- d. Place le point G, image du point B par la rotation de centre A, d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

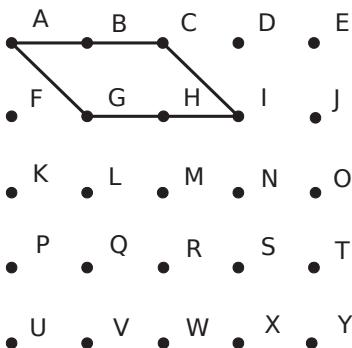
- e. Trace l'image du losange ODEF par la rotation de centre F, d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre.

- f. Place le point H, image du point B par la rotation de centre O, d'angle 30° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

- g. Place le point I, image du point C par la rotation de centre O, d'angle 150° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

Série 1 Rotation

3 Dans cet exercice, toutes les rotations sont d'angle 90° .



a. L'image du segment [BL] par la rotation de centre P dans le sens des aiguilles d'une montre est le segment

b. L'image du triangle GIM par la rotation de centre M dans le sens inverse des aiguilles d'une montre est le triangle

c. Le segment [AM] est l'image du segment [ME] par la rotation de centre dans le sens

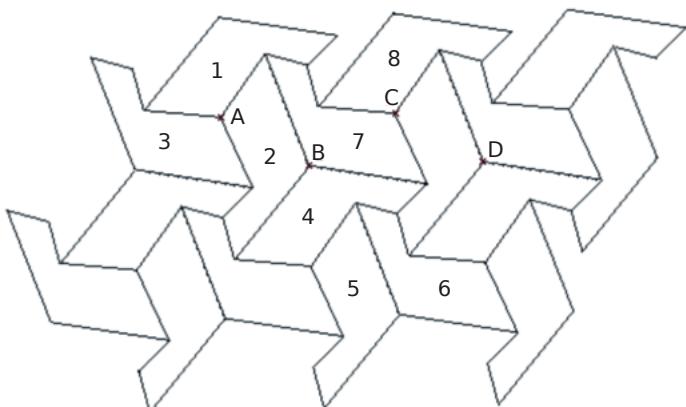
d. Le parallélogramme ACIG a pour image le parallélogramme GQUK par :

la rotation de centre dans le sens des aiguilles d'une montre , ou

la rotation de centre dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

e. Représente l'image du parallélogramme ACIG par la rotation de centre M dans le sens des aiguilles d'une montre.

4 Rotations et pavages



a. Donne le centre, l'angle et le sens de la rotation qui transforme 1 et 2, puis 2 en 3.

b. Quelle est l'image :

• du motif 2 par la rotation de centre B, d'angle 120° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

• du motif 1 par la rotation de centre C, d'angle 120° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre ?

• du motif 6 par la rotation de centre D, d'angle 120° dans le sens des aiguilles d'une montre ?

c. Quelle rotation permet de passer du motif 5 au motif 8 ? (donne le centre, l'angle et le sens)

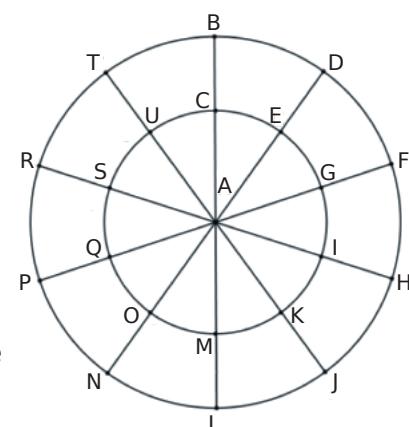
d. Les motifs 1, 2 et 3 ont subi des translations, choisis une couleur pour chacun de ces motifs et colorie d'une même couleur leurs images obtenues par translation.

5 Sur un cercle

Dans cet exercice toutes les rotations sont de centre A.

H : sens horaire (sens des aiguilles d'une montre).

AH : sens anti-horaire (sens inverse des aiguilles d'une montre).

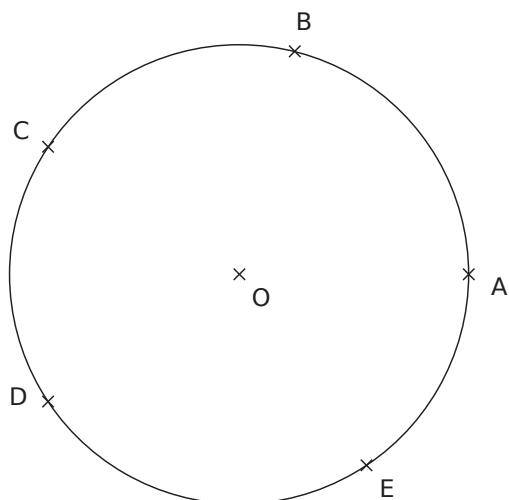


Complète le tableau suivant.

Triangle	Angle	Sens	Image
ASU	36°	H	
	72°	AH	ANL
ATR		AH	ALJ
AUE	36°		AEI
ASG	180°	H ou AH	
APN		AH	AJH

Série 1 Rotation

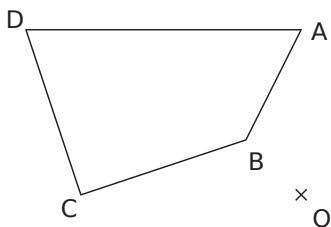
6 Encore sur un cercle



- a. Construis A' et D' , images de A et D par la rotation de centre O , d'angle 70° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- b. Construis B' , C' et E' , images de B , C et E par la rotation de centre O , d'angle 45° dans le sens des aiguilles d'une montre.
- c. Décris la rotation permettant d'affirmer :
- que C' est l'image de D' .

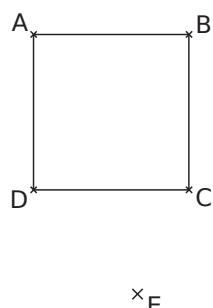
- que B' est l'image de A' .

7 Sans quadrillage



- a. Construis en rouge l'image du quadrilatère $ABCD$ par la rotation de centre B , d'angle 75° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- b. Construis en vert l'image du quadrilatère $ABCD$ par la rotation de centre O , d'angle 100° dans le sens des aiguilles d'une montre.

8 Sans quadrillage (2)



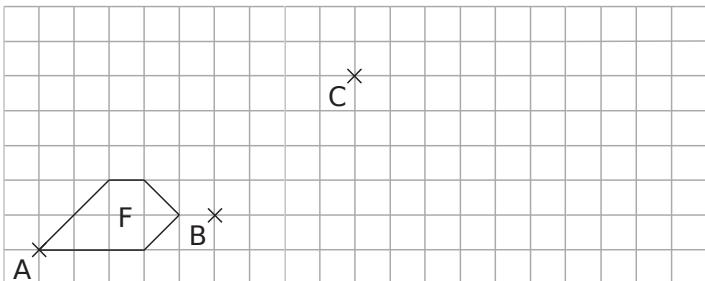
- a. Construis en rouge l'image du carré $ABCD$ par la rotation de centre D , d'angle 45° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

- b. Construis en vert l'image du carré $ABCD$ par la rotation de centre A , d'angle 135° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

- c. Soit une rotation de centre A dans le sens des aiguilles d'une montre. Quel est l'angle permettant de passer du carré noir au carré vert ?

- d. Construis en bleu l'image du carré $ABCD$ par la rotation de centre E , d'angle 270° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

9 Deux rotations

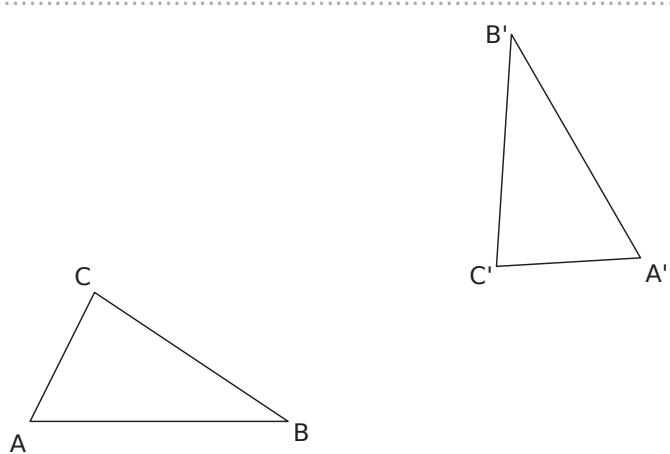


- a. Trace l'image F_1 de F par la rotation de centre B , d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

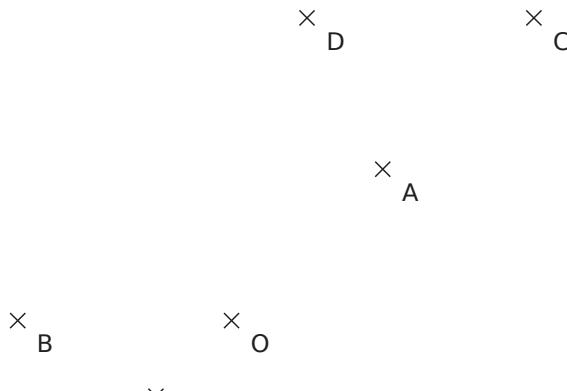
- b. Trace l'image F_2 de F_1 par la rotation de centre C d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

- c. Par quelle transformation passe-t-on de F à F_2 ?

- 10** A'B'C' est l'image du triangle ABC par une rotation. Détermine son centre puis son angle.



- 11** On considère la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

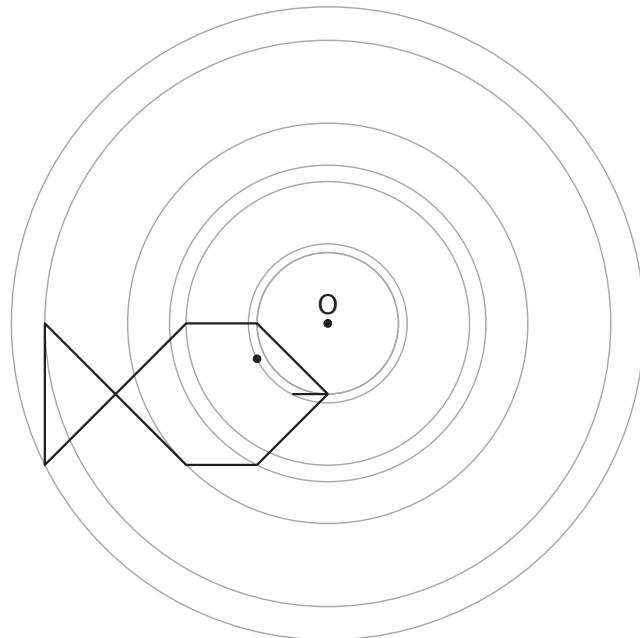


- a.** Construis A', B', C', D' et E', images des points A, B, C, D et E par cette rotation.
- b.** A et B sont sur le cercle de centre O et passant par A. Que peux-tu dire des images de A et B ?
- c.** C et E appartiennent à la droite (OA). Que peux-tu dire de leurs images ?

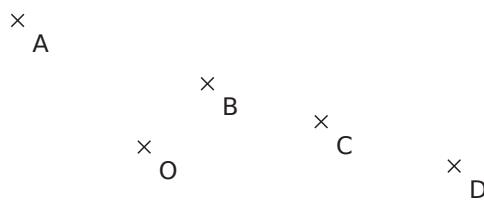
12 Poissons

a. Construis en rouge l'image du poisson par la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles du montre **en utilisant uniquement ton compas**.

b. Construis en vert l'image du poisson par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens des aiguilles du montre **en utilisant uniquement ton équerre**.

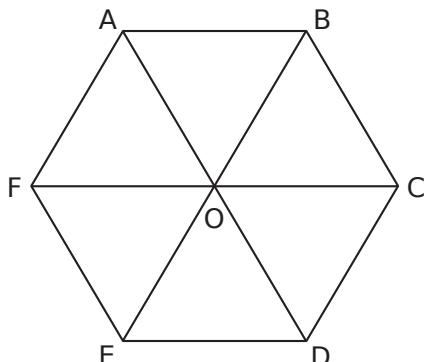


13 Rotation d'angle 90°



- a.** Construis les images des points A, B, C et D par la rotation de centre O, d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
- b.** Les points A, B, C et D sont alignés. Que peut-on dire de leurs images ?

- 1** Sur la figure ci-dessous, ABCDEF est un hexagone régulier de centre O.



- a. Quelle est l'image du triangle ABO dans la translation qui transforme C en D ?
.....
- b. Par la symétrie de centre O, quel triangle a pour image AOF ?
.....
- c. Cite une transformation qui permet d'affirmer que les losanges AOEF et BODC sont images l'une de l'autre. Trace son élément caractéristique.
.....
- d. Quelle transformation permet d'affirmer que le triangle ABO est l'image du triangle EFO ? Précise ses éléments caractéristiques.
.....

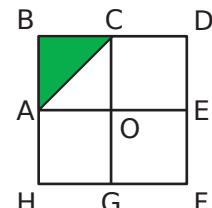
Par la rotation de centre A et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'un montre :

- e. Quelle est l'image du triangle AOF ? Justifie.
.....
- f. Quelle est l'image du point E ? Justifie.
.....

- Par la translation qui transforme B en O :
g. Quelle est l'image du losange ABCO ? Justifie.
.....
- h. Trace l'image du triangle AOF.
.....

- 2** ABCO, CDEO, EFGO et GHAO sont des carrés. BDFH est un carré de centre O.

Quelle est l'image du triangle ABC dans les cas suivants ?



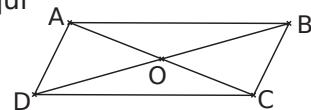
- a. Par la rotation de centre O, d'angle 90° , qui amène G en E :
b. Par la translation qui transforme O en F :
c. Par la symétrie axiale d'axe (AE) :
d. Par la symétrie centrale de centre O :

3 Choisir une transformation

Dans chaque situation et pour chaque cas, trouve une transformation vérifiant les conditions données en indiquant les éléments caractéristiques (centre, axe, angle, sens...). Dans un cas, il n'y a pas de solution. Explique pourquoi.

■ ABCD est un parallélogramme de centre O.

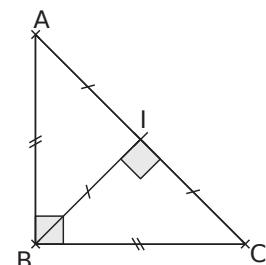
- a. Trouve la transformation qui transforme A en D et B en C.
.....



- b. Trouve la transformation qui transforme A en C et B en D.
.....

■ ABC est un triangle isocèle rectangle en B et I est le milieu de [AC].

- c. Trouve la transformation qui transforme A en B et B en C.
.....

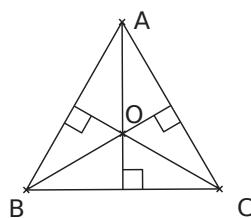


- d. Trouve la transformation qui transforme A en C et B en A.
.....

- e. Trouve la transformation qui transforme C en A et B en B.
.....

■ ABC est un triangle équilatéral de centre O.

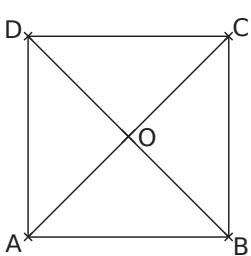
- f.** Trouve la transformation qui transforme A en B, B en C et C en A.



- g.** Trouve la transformation qui transforme B en A, C en B et A en C.

■ ABCD est un carré de centre O.

- h.** Trouve la transformation qui transforme A en B et D en C.
Propose deux solutions.



- i.** Trouve la transformation qui transforme A en C et B en D.

- j.** Trouve la transformation qui transforme A en B, B en C, C en D et D en A.

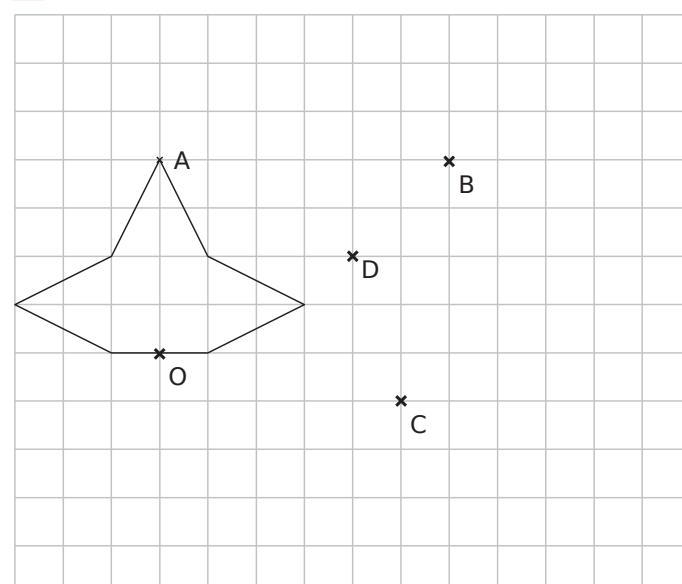
- k.** Trouve la transformation qui transforme le segment [AC] en le segment [DB].

4 Centre de rotation

- a.** Trace [AB] et [CD] deux segments de même longueur tels que les droites (AB) et (CD) ne soient pas parallèles.

- b.** Construis le centre O_1 de la rotation r_1 qui transforme A en C et B en D.

- c.** Construis le centre O_2 de la rotation r_2 qui transforme A en D et B en C.

5 Sur un quadrillage

- a.** Trace en rouge l'image de cette figure par la symétrie d'axe (AC).

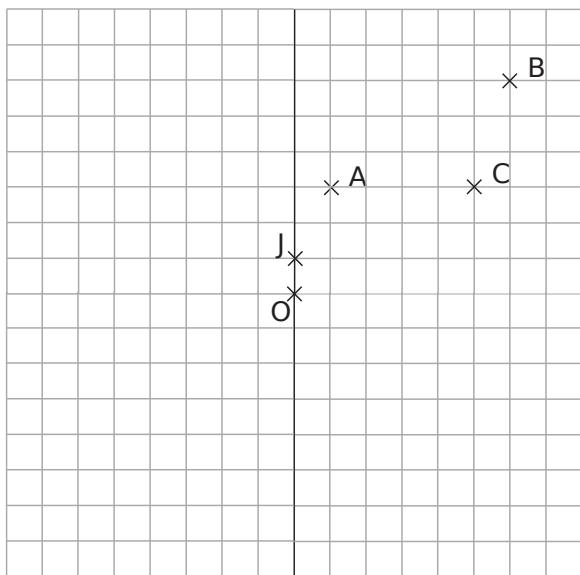
- b.** Trace en vert l'image de cette figure par la translation qui transforme A en B.

- c.** Trace en bleu l'image de la figure par la symétrie centrale de centre O.

- d.** Trace en gris l'image de la figure verte par la rotation de centre C d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre.

- e.** Quelle transformation permet de passer de la figure rouge à la figure bleue ?

6 Dans un quadrillage



a. Par lecture graphique, donne l'image du point O par la translation qui transforme A en B.

b. Quelle est la nature du quadrilatère OABC ?

c. Construis $OA_1B_1C_1$, image de OABC dans la symétrie axiale d'axe (OJ).

d. Construis DA_2OC_2 , image de OABC dans la translation qui transforme B en O.

e. Construis $OA_3B_3C_3$, image de OABC dans la rotation de centre O d'angle 90° dans le sens des aiguilles du montre.

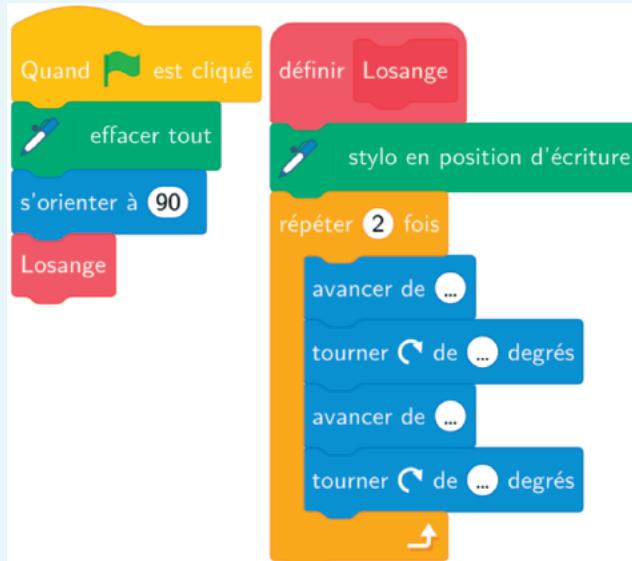
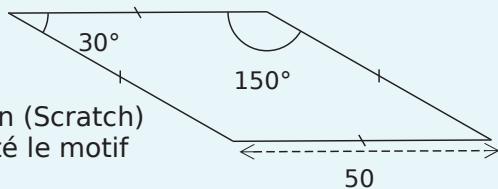
f. Quelle transformation permet d'affirmer que l'image du quadrilatère $OA_1B_1C_1$ est DA_2OC_2 ? Trace ses éléments caractéristiques.

g. Donne les rotations permettant d'affirmer que $OA_3B_3C_3$ est l'image de DA_2OC_2 .

h. Quelle symétrie permet d'affirmer que l'image du quadrilatère DA_2OC_2 est ABCO? Existe-t-il d'autres transformations permettant d'affirmer la même assertion?

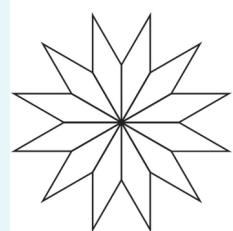
7 D'après brevet

À l'aide d'un logiciel de programmation (Scratch) on a représenté le motif ci-contre.



a. Complète le programme en remplaçant les pointillés par les bonnes valeurs pour que le losange soit représenté tel qu'il est défini.

b. En utilisant le losange ci-dessus on souhaite obtenir la rosace suivante.



Quelle transformation géométrique partant du losange ci-dessus et répétée 12 fois a été utilisée pour obtenir la rosace ?

c. Complète les pointillés dans le programme et colorie sur la rosace ci-dessus le premier losange réalisé par ce programme.

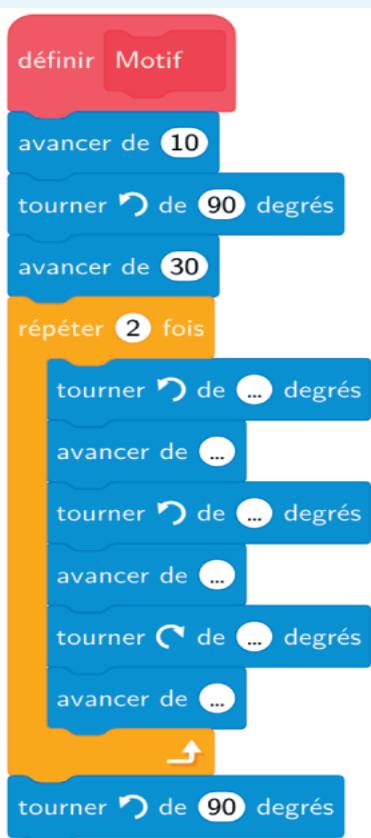


8 Scratch et brevet

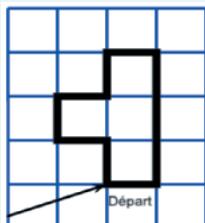
Banna souhaite tracer le motif suivant à l'aide du logiciel de programmation Scratch.

« s'orienter à 90 » signifie se tourner vers la droite.

a. Complète les pointillés dans le script « Motif » de Banna.



Motif

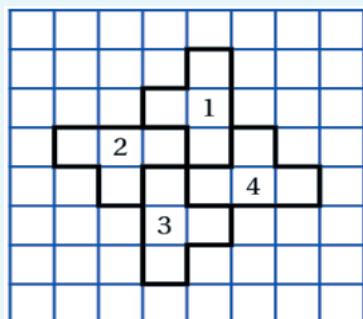


La quadrillage a des carreaux qui mesurent 10 pixels de côté.

b. Quelle est l'aire du Motif, en choisissant un carreau comme unité d'aire.

c. On utilise ce motif pour obtenir la figure ci-contre.

Quelle transformation permet de passer du motif 1 au motif 2, du motif 2 au motif 3, du motif 3 au motif 4 ? (Place ses éléments caractéristiques.)

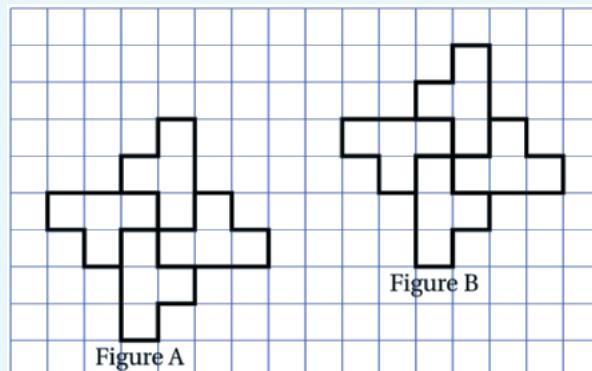


d. Sans comptage, quelle est l'aire de la figure formée par ces quatre motifs ? Justifie.

e. Complète les pointillés dans le script qui permet d'obtenir la figure précédente.



f. Un élève trace les deux figures A et B. Place le centre O de la symétrie centrale qui transforme la figure A en la figure B.

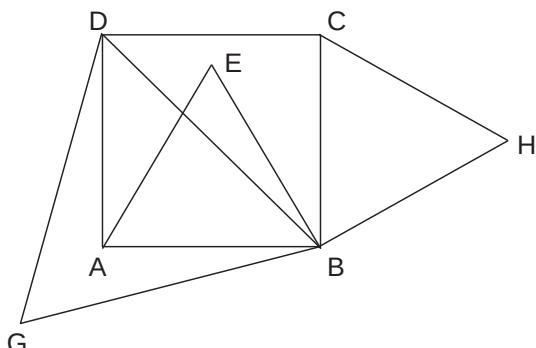


g. Donne deux autres transformations qui permettent de passer de la figure A à la figure B.

h. Déduis-en l'aire de la figure B ? Justifie.

Série 3 Démonstrations

- 1** ABCD est un carré. ABE, HBC et BDG sont trois triangles équilatéraux disposés comme sur la figure ci-dessous.



- a. Démontre que les points A, G et C appartiennent à la même droite.

On appelle r la rotation de centre B qui transforme A en E. Par cette rotation, quelle est :

- b. • l'image de G ? • l'image de C ?
Justifie.

- c. En utilisant la propriété « si trois points sont alignés alors leurs images par une symétrie, une rotation ou une translation sont alignées », démontre que D, E et H sont alignés.

- d. On suppose que $AB = 3 \text{ cm}$. Calcule la distance AC et déduis-en la distance EH.

- 2** On donne un quadrilatère ABCD. Par la translation qui transforme A en C, les points B et D se transforment respectivement en E et F.

- a. Trace la figure.

- b. Reproduis cette figure sur un logiciel de géométrie dynamique et compare les aires des quadrilatères BDFE et ABCD.

- c. Quelle est la nature des quadrilatères CEBA et CADF ? Justifie.

- d. Quelle est l'image du triangle ABD par la translation qui transforme A en C ?

- e. Compare les aires des triangles ADC et FDC d'une part et des triangles CEB et CBA d'autre part.

- f. Compare les aires des triangles ABD et FCE.

- g. Justifie la réponse à la question b.

D3

Triangle rectangle



Série 1 • Écrire une relation trigonométrique 94

Série 2 • Calculer une longueur avec la trigonométrie 96

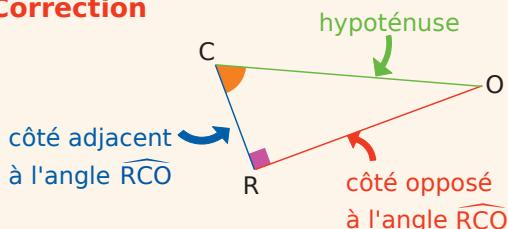
Série 3 • Calculer un angle avec la trigonométrie 100

Série 1 Écrire une relation trigonométrique

Exercice corrigé

Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle \widehat{RCO} .

Correction



Le triangle COR est rectangle en R donc :

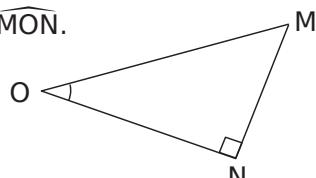
$$\cos(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}} = \frac{CR}{CO}$$

$$\sin(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{hypoténuse}} = \frac{RO}{CO}$$

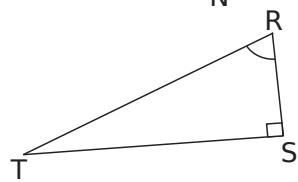
$$\tan(\widehat{RCO}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{RCO}}{\text{côté adjacent à } \widehat{RCO}} = \frac{RO}{RC}$$

1 Repasse en couleur les côtés demandés.

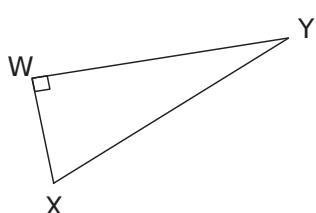
- a. Le côté opposé à l'angle \widehat{MON} .



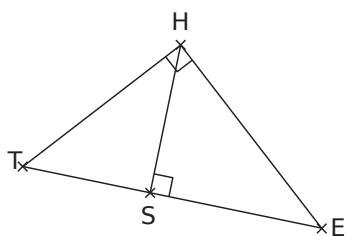
- b. L'hypoténuse en rouge et le côté opposé à l'angle \widehat{SRT} en bleu.



- c. L'hypoténuse en rouge et le côté adjacent à l'angle \widehat{WXY} en bleu.

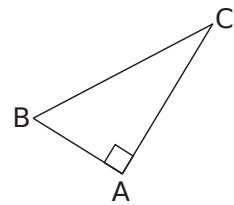


- d. Le côté adjacent à l'angle \widehat{HES} en bleu dans le triangle THE. Le côté opposé à l'angle \widehat{THS} en rouge dans le triangle SHT.



2 Complète les tableaux.

- a. Soit un triangle ABC rectangle en A.

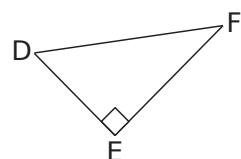


L'hypoténuse

Côté adjacent à l'angle \widehat{ABC}

Côté adjacent à l'angle \widehat{ACB}

- b. Soit DEF un triangle rectangle en E.



Côté opposé à l'angle \widehat{EDF}

L'hypoténuse

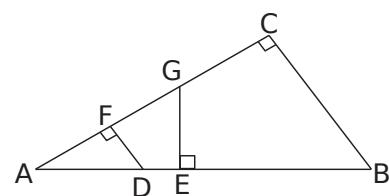
[DE]

- c. GHI est un triangle rectangle en H.

	[GH]
Côté adjacent à l'angle \widehat{HIG}	
	[IG]

3 Avec plusieurs triangles rectangles

Complète le tableau.

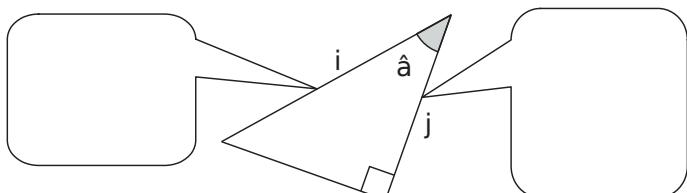


Triangle rectangle	Angle aigu	Côté opposé	Côté adjacent
AFD	\widehat{FAD}		
AGE	\widehat{FAD}		
ACB	\widehat{FAD}		
	\widehat{ABC}		
		[AF]	[FD]
			[GE]

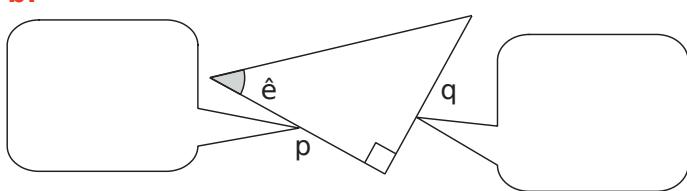
4 Dans chaque triangle rectangle, sont donnés un angle aigu et deux côtés.

Complète les bulles (côté adjacent à l'angle..., ...) puis écris la relation trigonométrique adaptée.

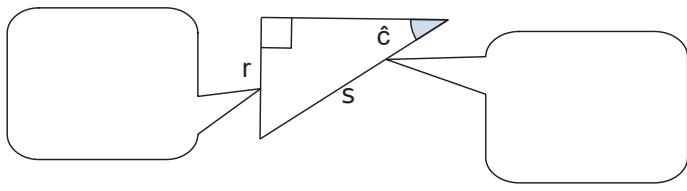
a.



b.

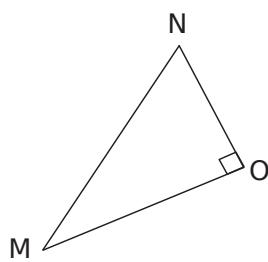


c.



5 Le bon rapport

a. Dans le triangle MNO rectangle en O, exprime le cosinus de l'angle \widehat{MNO} .

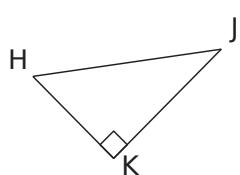


b. Dans le triangle HJK rectangle en K, exprime :

- le sinus de l'angle \widehat{KJH} :

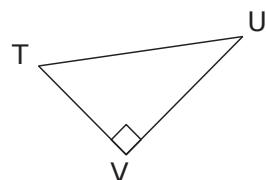
.....

- la tangente de l'angle \widehat{KJH} :

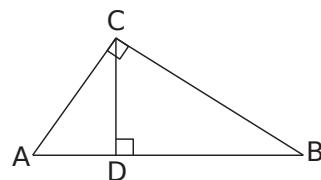


6 TUV est un triangle rectangle en V.

Écris tous les rapports trigonométriques possibles.



7 À l'aide de la figure ci-dessous, complète les phrases suivantes.



a. Dans le triangle ADC rectangle en D, on a :

$$\cos \widehat{DAC} = \dots \quad \cos \widehat{ACD} = \dots$$

b. Dans le triangle BCD , on a :

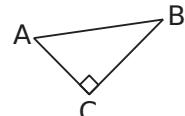
$$\sin \widehat{BCD} = \dots \quad \tan \widehat{DBC} = \dots$$

c. Dans le triangle ABC , on a :

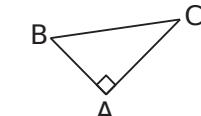
$$\sin \widehat{ABC} = \dots \quad \tan \widehat{BAC} = \dots$$

8 Complète le tableau avec le numéro du triangle qui convient.

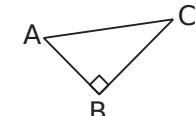
Triangle n° 1



Triangle n° 2



Triangle n° 3



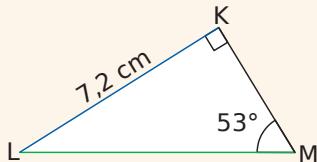
	n°		n°		
a.	$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$		c.	$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	
b.	$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$		d.	$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	

Série 2 Calculer une longueur avec la trigonométrie

Exercice corrigé

On considère KLM un triangle rectangle en K tel que $KL = 7,2$ cm et $\widehat{LMK} = 53^\circ$.

Calcule la longueur du côté [LM] arrondie au millimètre.



Correction

Dans le triangle KLM rectangle en K, [LK] est le côté opposé à l'angle \widehat{LMK} ; [LM] est l'hypoténuse.

On peut utiliser le sinus de l'angle \widehat{LMK} :

$$\sin \widehat{LMK} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{LMK}}{\text{hypoténuse}} = \frac{KL}{LM}$$

$$\text{soit } \sin 53^\circ = \frac{7,2}{LM}$$

$$LM = 7,2 \div \sin 53^\circ$$

$$LM \approx 9,0 \text{ cm}$$

- 1** À l'aide de la calculatrice, calcule les valeurs, arrondies au centième, du sinus et de la tangente des angles donnés.

Angle	30°	45°	20°	83°	60°
Sinus					
Tangente					

- 2** Détermine la valeur de l'inconnue.

a. $5,6 = \frac{x}{3,5}$

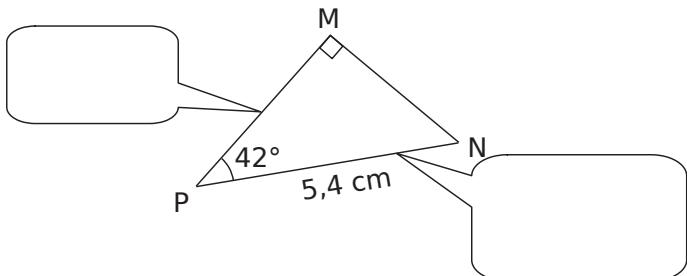
b. $\frac{8,5}{y} = \frac{3,4}{5,2}$

- 3** Complète le tableau par la longueur manquante arrondie au mm dans le triangle KID rectangle en K. (Utilise un brouillon pour les calculs et une figure à main levée.)

	IK	ID	\widehat{KID}
a.		7 cm	50°
b.	3,2 cm		13°

- 4** MNP est un triangle rectangle en M tel que $PN = 5,4$ cm et $\widehat{MPN} = 42^\circ$.

On veut calculer la longueur MP.



- a. Complète la légende puis déduis-en le rapport trigonométrique que l'on peut utiliser et écris l'égalité.

- b. Calcule MP.

- 5** ABC est un triangle rectangle en A, $AB = 5$ cm et $\widehat{ABC} = 35^\circ$.

On veut calculer la longueur BC.

- a. Fais un schéma au brouillon et repasse-y, en rouge, le segment dont la longueur est connue et, en vert, celui dont la longueur est recherchée.

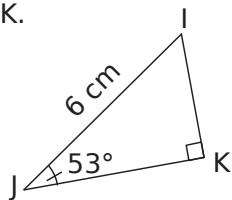
Quel rapport trigonométrique peux-tu utiliser ici ?

- b. Écris l'égalité correspondante.

- c. Calcule BC.

6 Le triangle IJK est rectangle en K.

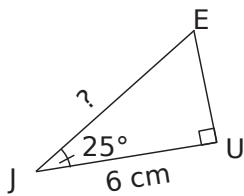
- a. Exprime les cosinus, sinus, tangente de l'angle \widehat{IJK} en fonction des longueurs des côtés.



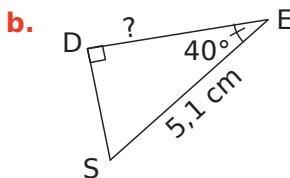
- b. Calcule les longueurs JK et IK en utilisant à chaque fois la formule adéquate.

7 Calcule, en rédigeant entièrement, la longueur demandée. (Tu arrondiras au dixième.)

a.

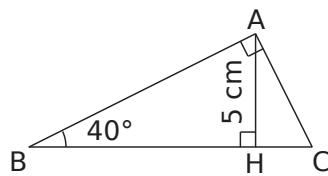


b.



8 ABC est un triangle rectangle en A,

H est le pied de la hauteur issue de A, $AH = 5 \text{ cm}$; $\widehat{ABC} = 40^\circ$.

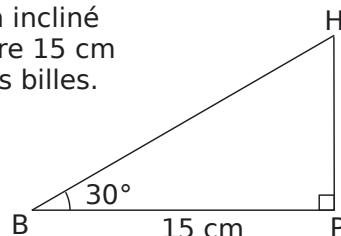


- a. Calcule la longueur AB arrondie au dixième.

- b. Calcule la longueur BC arrondie au dixième.

9 Luc a construit un plan incliné de 30° dont la base mesure 15 cm de long pour propulser des billes.

Quelle est la longueur de la pente ? Donne l'arrondi au millimètre.



10 Extrait du brevet

ABC est un triangle rectangle en B tel que $AB = 8 \text{ cm}$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

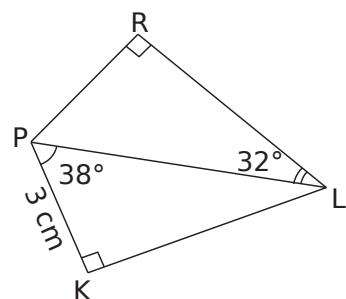
- a. Construis la figure en vraie grandeur.

- b. On note H le pied de la hauteur issue de B. Calcule, en centimètres, la longueur du segment $[AH]$, arrondie au millimètre.

- c. Calcule, en centimètres, la longueur du segment $[BC]$, arrondie au millimètre.

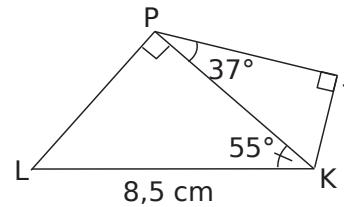
11 En deux temps

- a. Explique pourquoi il est impossible de calculer directement RL à partir des données de l'énoncé.



- b. Calcule la longueur PL arrondie au mm.

- c. Déduis-en la longueur RL arrondie au mm.

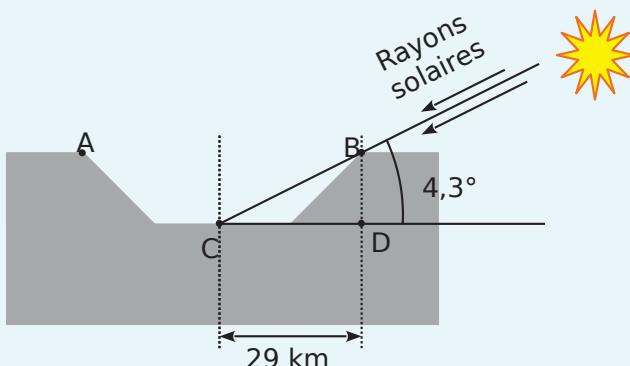
12 En deux temps (bis)

- a. Calcule la longueur PK arrondie au millimètre.

- b. Déduis-en la longueur PJ arrondie au millimètre.

13 Extrait du brevet

Le schéma ci-dessous représente un cratère de la Lune. Le triangle BCD est un triangle rectangle en D.



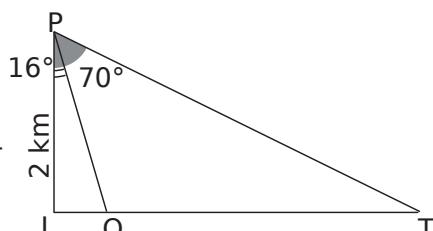
Calcule la profondeur BD du cratère.
Arrondis au dixième de km près.

14 Joseph veut connaître la distance entre deux monuments placés en O et en T et alignés avec le point L.

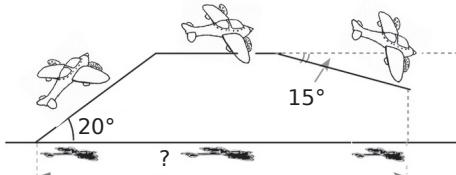
Il sait que $LP = 2 \text{ km}$,
 $(LP) \perp (LT)$ et, par visée à partir du point P,
il a obtenu les mesures des angles \widehat{LPO} et \widehat{LPT} .

a. Exprime OT en fonction de LT et LO.

b. Calcule OT.

**15** Un avion décolle et prend de l'altitude pendant 1,5 minute, il poursuit son trajet à cette altitude pendant 10 minutes et redescend pendant 2 minutes (voir schéma).

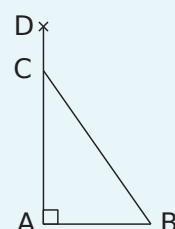
La vitesse de l'avion reste constante à 480 km/h.



En supposant que le Soleil soit au zénith et que ses rayons soient perpendiculaires au sol, calcule la distance parcourue par son ombre sur le sol.

16 Extrait du brevet

Une échelle de 6 mètres est appuyée contre un mur vertical de 7 mètres de haut. Par mesure de sécurité, on estime que l'angle que fait l'échelle avec le sol doit être égal à 75° . Voici un schéma modélisant la situation où CB représente l'échelle et AD le mur.



a. Place sur le schéma les valeurs que tu connais.

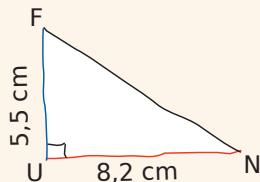
b. Détermine la longueur AC.

c. À quelle distance CD du sommet du mur se trouve l'échelle ? Arrondis le résultat au centimètre.

Exercice corrigé

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm.

Calcule la mesure de l'angle \widehat{UNF} arrondie au degré.



Correction

Dans le triangle FUN rectangle en U, [FU] est le côté opposé à l'angle \widehat{UNF} ;

[UN] est le côté adjacent à l'angle \widehat{UNF} .

On peut utiliser la tangente de l'angle \widehat{UNF} :

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{UNF}}{\text{côté adjacent à } \widehat{UNF}} = \frac{UF}{UN}$$

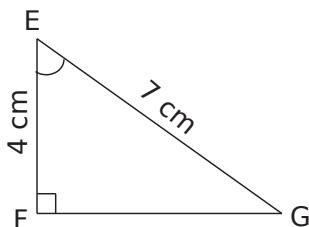
$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{5,5}{8,2} \text{ donc } \widehat{UNF} = \tan^{-1}\left(\frac{5,5}{8,2}\right)$$

$$\widehat{UNF} \approx 34^\circ.$$

- 1** À l'aide de la calculatrice, calcule la valeur arrondie au degré de la mesure des angles.

a.	Sinus	0,4	0,32	0,9	0,5
	Angle				

b.	Tangente	0,28	1,5	2,3	3,5
	Angle				

2 Calcul d'un angle

- a. Exprime le cosinus de l'angle \widehat{FEG} .

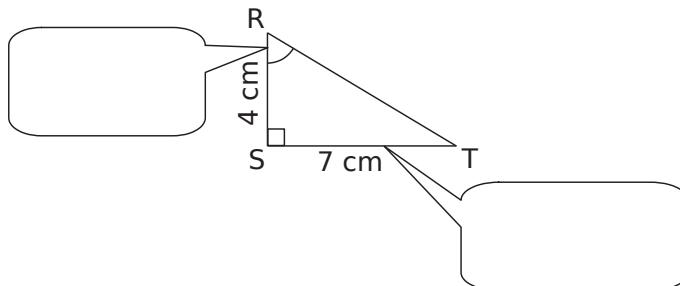
- b. Calcule la mesure arrondie au degré de \widehat{FEG} .

- 3** Complète le tableau par la mesure arrondie au degré de l'angle \widehat{NRV} du triangle NRV rectangle en N. (Utilise un brouillon pour les calculs et la figure.)

	RN	RV	\widehat{NRV}
a.	5 cm	7 cm	
b.	3,2 cm	3,5 cm	
c.	85 cm	2,2 m	

- 4** RST est un triangle rectangle en S tel que RS = 4 cm et ST = 7 cm.

On veut calculer la mesure de l'angle \widehat{SRT} .

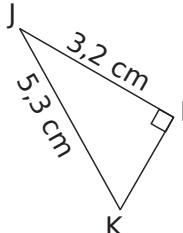


- a. Complète la légende puis déduis-en le rapport trigonométrique que l'on peut utiliser et écris l'égalité.

- b. Calcule la mesure de l'angle \widehat{SRT} . Donne le résultat au degré près.

- 5** IJK est un triangle rectangle en I tel que IJ = 3,2 cm et JK = 5,3 cm.

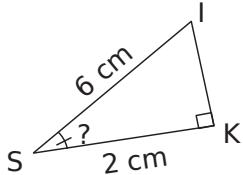
Calcule la mesure de l'angle \widehat{IJK} arrondie au degré.



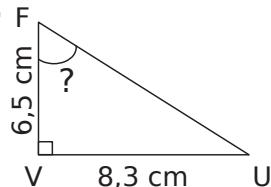
Série 3 Calculer un angle avec la trigonométrie

6 Calcule, en rédigeant entièrement, la mesure de l'angle demandée. (Tu arrondiras au degré.)

a.

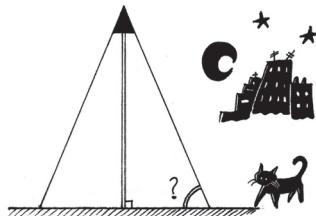


b.



7 Dans la nuit, un lampadaire de 2,60 m de haut dessine sur le sol un disque de 95 cm de rayon.

Quelle est la mesure de l'angle, arrondie au degré, formé par le cône de lumière avec le sol ?



8 Extrait du brevet

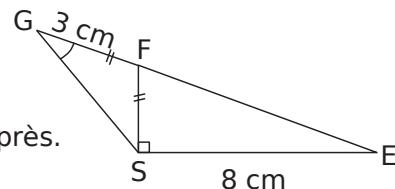
Dans une station de ski, on peut lire les informations suivante sur un télésiège.



Calcule l'angle formé par le câble du télésiège avec l'horizontale. (Arrondis au degré près.)

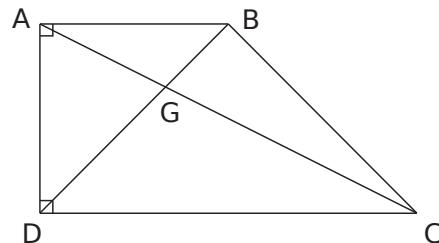
9 Les points E, F et G sont alignés.

a. Calcule la mesure de l'angle \widehat{SFE} à 0,1° près.



b. Calcule la mesure de l'angle \widehat{FGS} à 0,1° près.

10 ABCD est un trapèze rectangle de bases [AB] et [CD] tel que $AB = AD = 4,5 \text{ cm}$ et $DC = 6 \text{ cm}$.



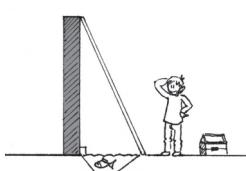
a. Calcule la mesure de l'angle \widehat{ACD} arrondie au degré.

b. Calcule les mesures des angles du triangle DGC.

Série 3 Calculer un angle avec la trigonométrie

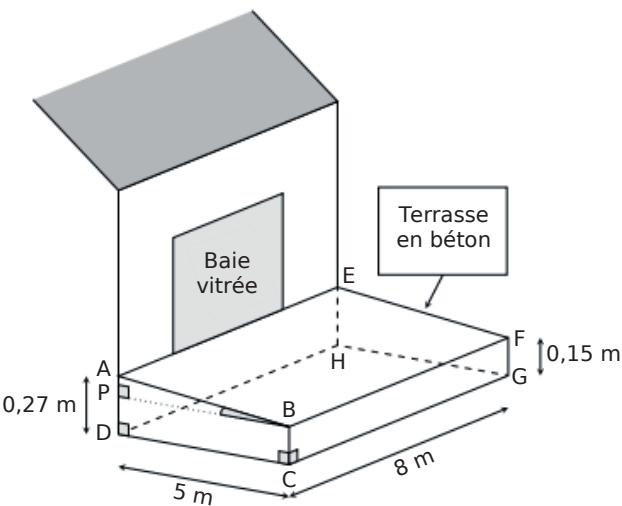
- 11** Pour effectuer une réparation sur un toit, Esteban doit poser son échelle mesurant 2,20 m contre un mur. Pour qu'elle soit suffisamment stable, cette dernière doit former un angle d'au moins 65° avec le sol.

Esteban n'a pu poser son échelle qu'à 1,20 m du mur. Cette échelle sera-t-elle suffisamment stable ? Justifie.



12 Extrait du brevet

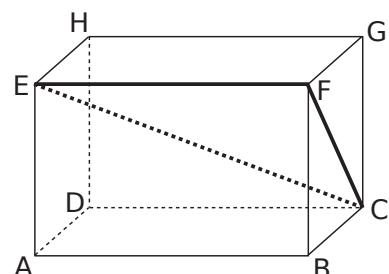
Madame Martin souhaite réaliser une terrasse en béton en face de sa baie vitrée. Elle réalise le dessin ci-dessous.



Pour faciliter l'écoulement des eaux de pluie, le sol de la terrasse doit être incliné. La terrasse a la forme d'un prisme droit dont la base est le quadrilatère ABCD et la hauteur est le segment [CG]. P est le point du segment [AD] tel que BCDP est un rectangle.

L'angle \overline{ABP} doit mesurer entre 1° et $1,5^\circ$.
Le projet de Madame Martin vérifie-t-il cette condition ?

- 13** ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que : $AB = 10 \text{ cm}$; $BC = 4,8 \text{ cm}$; $GC = 6,4 \text{ cm}$.

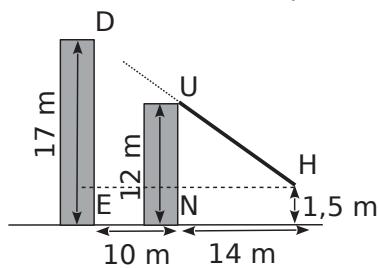


- a. Calcule FC.

- b. Quelle est la nature du triangle EFC ?

- c. Donne l'arrondi à l'unité de la mesure de l'angle \widehat{FCE} .

- 14** Deux immeubles, distants de 10 m, sont situés l'un derrière l'autre. Le premier immeuble mesure 12 m. Hakim se trouve à 14 m du premier immeuble, ses yeux sont à 1,50 m du sol. Peut-il voir le deuxième immeuble qui mesure 17 m ?



Triangle et proportionnalité

D4

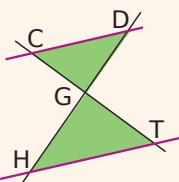


Série 1 • Calculer une longueur – Théorème de Thalès	104
Série 2 • Justifier que deux droites ne sont pas parallèles	107
Série 3 • Justifier que deux droites sont parallèles	108
Série 4 • Triangles semblables	111
Série 5 • Utiliser une réduction ou un agrandissement	113
Série 6 • Homothéties	116

Exercice corrigé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne $DG = 25 \text{ mm}$;
 $GH = 45 \text{ mm}$; $CG = 20 \text{ mm}$
et $HT = 27 \text{ mm}$. Calcule GT.



Correction

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.
Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{GC}{TG} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}, \text{ soit } \frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}.$$

Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.

$$GT = \frac{45 \times 20}{25} \text{ donc } GT = 36 \text{ mm.}$$

1 Longueurs proportionnelles

Dans chacun des cas suivants, nomme les triangles qui ont leurs longueurs proportionnelles et écris les proportions égales.

Les droites en couleur sont parallèles.

Figure 1.

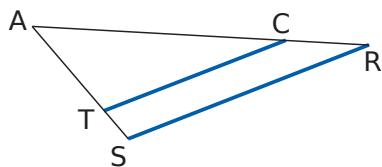
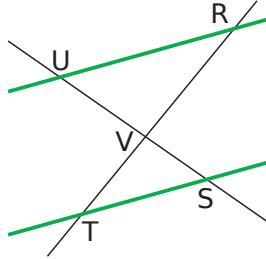
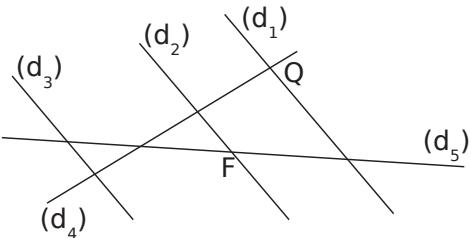


Figure 2.

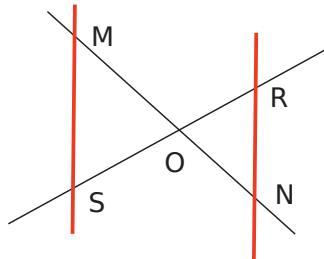


2 Place les points manquants sur la figure sachant que les droites (d_1) , (d_2) et (d_3) sont parallèles et qu'on a les égalités suivantes :

$$\frac{RF}{RC} = \frac{RT}{RQ} = \frac{FT}{CQ} \text{ et } \frac{RC}{RM} = \frac{RQ}{RH} = \frac{CQ}{MH}.$$



3 Dans la figure ci-dessous la droite (MS) est parallèle à la droite (RN).



1	OS	OM	MS
	RS	ON	RN

2	NO	RO	RN
	OM	OS	MS

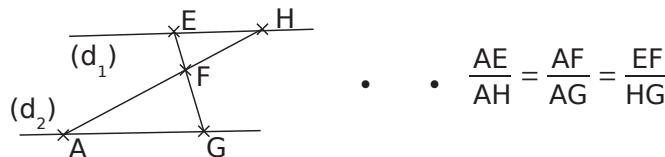
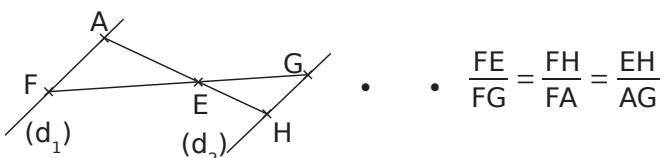
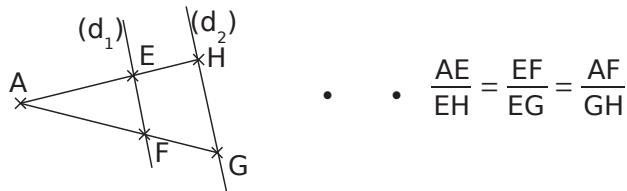
3	OS	ON	MS
	OR	OM	RN

a. Lequel des tableaux de proportionnalité proposés peut être associé à la figure ci-dessus ?

b. Explique pourquoi les deux autres ne peuvent pas l'être.

4 Associer les proportions aux figures

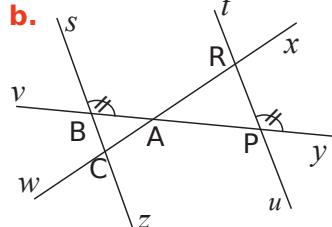
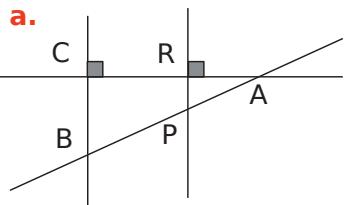
Dans chaque figure, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Relie les figures avec les égalités correspondantes.



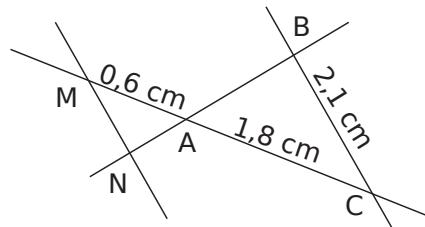
5 Dans tout l'exercice, les points A, P et B sont alignés ainsi que les points A, R et C.

Pour chaque cas, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès.

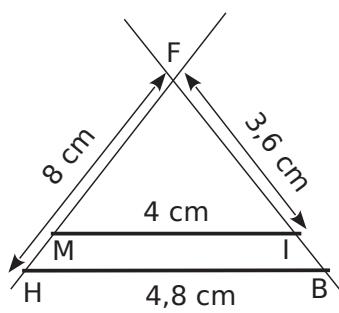
Écris alors les rapports égaux dans ces figures.



7 Les points M, A, C sont alignés et les points N, A, B aussi. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Calcule MN.



6 Dans la figure suivante (MI) est parallèle à (HB), calcule FM et FB.



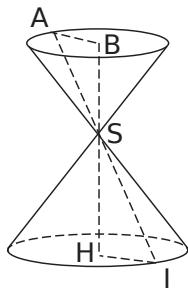
8 Soit POT un triangle tel que $PO = 4 \text{ cm}$; $TP = 2,5 \text{ cm}$ et $OT = 3,3 \text{ cm}$. On appelle K le point de $[PT]$ tel $PK = 4 \text{ cm}$. Trace la parallèle à (OT) passant par le point K. Elle coupe $[PO]$ en I.

a. Construis la figure.

b. Calcule PI etKI.

9 Dans l'espace

Voici deux cônes de sommet S. [SB] et [SH] sont les hauteurs des cônes. H, B et S sont alignés. On a $HJ = 7,3$ cm ; $HB = 7,8$ cm et $BS = 2,6$ cm.



Calcule la mesure du rayon AB.

.....

.....

.....

.....

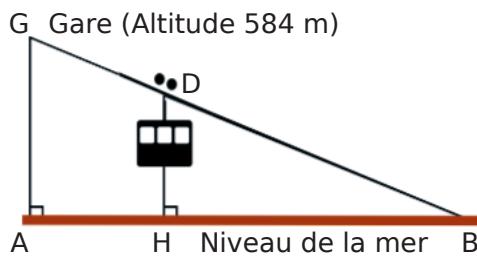
.....

.....

.....

.....

- 10** La longueur de la ligne d'un téléphérique est 1 437 m. Après avoir parcouru 450 m en montant, il marque un temps d'arrêt. À quelle altitude, arrondie à l'unité, se trouve-t-il ? *La figure n'est pas à l'échelle.*



.....

.....

.....

.....

.....

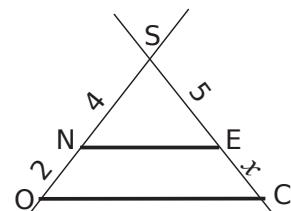
.....

.....

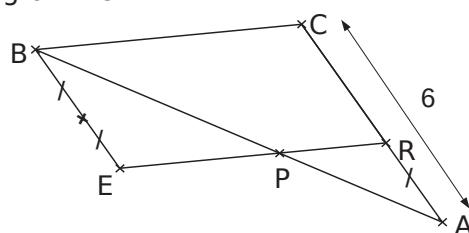
.....

11 Avec du calcul littéral

Sachant que les droites (EN) et (CO) sont parallèles, détermine la valeur de x .



- 12** Dans la figure suivante BCRE est un parallélogramme.



- a. Démontre que $BP = 2 AP$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- b. Déduis-en la longueur AR.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

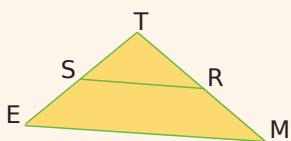
.....

.....

Série 2 Justifier que deux droites ne sont pas parallèles

Exercice corrigé

Sur la figure ci-contre,
 $TR = 11 \text{ cm}$; $TS = 8 \text{ cm}$;
 $TM = 15 \text{ cm}$ et
 $TE = 10 \text{ cm}$.



Les droites (RS) et (ME) sont-elles parallèles ?

Correction

Les points T, S, E sont alignés ainsi que les points T, R et M dans cet ordre.

$$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30} \text{ et } \frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}.$$

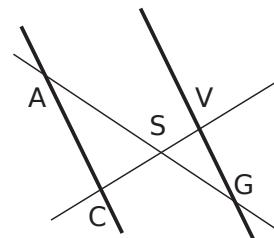
On constate que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$.

Cela contredit le théorème de Thalès, donc (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

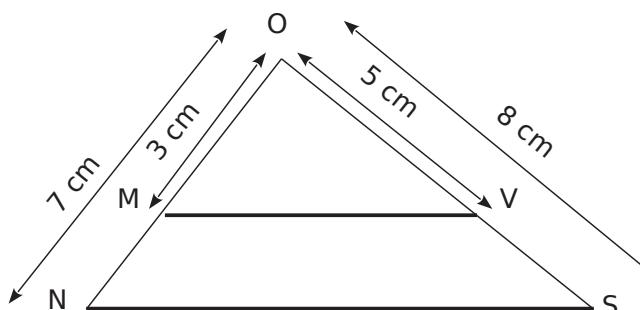
3 Sur le schéma ci-dessous, les points C, S, V d'une part et les points A, S, G d'autre part sont alignés.

En t'aideant de l'exercice 1, montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.

On a $SV = 0,6 \text{ cm}$;
 $SG = 0,9 \text{ cm}$; $SA = 2,1 \text{ cm}$ et $SC = 1 \text{ cm}$.



1 On sait que les points O, M, N sont alignés ainsi que les points O, V, S dans cet ordre.

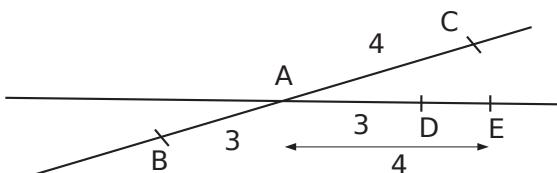


a. Calcule et compare les proportions.

$$\frac{OM}{ON} = \dots = \dots \quad \mid \quad \frac{OV}{OS} = \dots = \dots$$

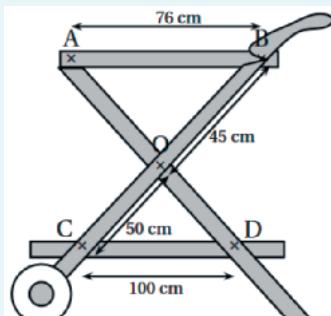
b. Que peux-tu dire des droites (MV) et (NS) ?

2 Sur le schéma suivant, $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ et $\frac{AD}{AE} = \frac{3}{4}$ pourtant les droites (BE) et (CD) ne sont pas parallèles. Explique pourquoi.



4 Vu au brevet

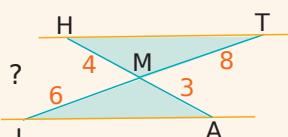
Les plateaux (AB) et (CD) de cette desserte sont-ils parallèles ?



Série 3 Justifier que deux droites sont parallèles

Exercice corrigé

Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



Correction

Les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\text{De plus, on a } \frac{MH}{MA} = \frac{4}{3} \text{ et } \frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

$$\text{On constate que } \frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}.$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

1 Vérifie que les quotients suivants sont égaux.

$$\frac{18}{5} \text{ et } \frac{72}{20}$$

$$\frac{2}{3} \text{ et } \frac{7}{10,5}$$

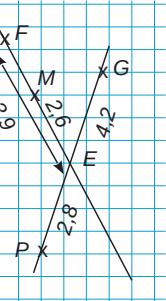
2 Voici un extrait de la copie de Cédric.

$$\text{D'une part : } \frac{EM}{EF} = \frac{2,6}{3,9} = \frac{26}{39} = \frac{2}{3}$$

$$\text{D'autre part : } \frac{EP}{EG} = \frac{2,8}{4,2} = \frac{28}{42} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Comme } \frac{EM}{EF} = \frac{EP}{EG}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PM) et (FG) sont parallèles.



D'où vient l'erreur de raisonnement de Cédric ?

3 Application directe

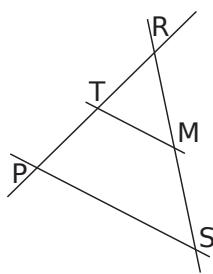
Sur la figure ci-contre, RM = 4,5 cm ; RS = 6 cm ; RT = 6 cm et RP = 8 cm.

Les points R, T et P sont alignés ainsi que les points R, M et S.

Complète pour montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.

$$\frac{RT}{RP} = \dots = \dots$$

$$\frac{RM}{RS} = \dots = \dots$$



$$\text{Donc } \frac{RT}{RP} = \frac{RM}{RS}.$$

De plus, les points ..., ..., et ... ainsi que les points ..., ..., et ... sont ... dans cet ordre.

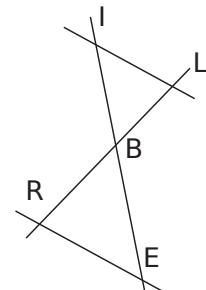
On en déduit, d'après ..., que les droites ... et ... sont ...

4 Dans une autre configuration

Sur la figure ci-contre, BR = 2,5 cm ; BL = 15 cm ; BE = 1,5 cm et BI = 9 cm.

Les points I, B et E sont alignés, de même que L, B et R.

On veut montrer que les droites (IL) et (RE) sont parallèles.



a. Précise la position des points.

b. Compare les proportions.

c. Conclus.

5 On considère le triangle RST tel que RS = 4 cm ; ST = 6 cm et RT = 5 cm. Place le point P sur [RS] tel que SP = 3 cm et le point M sur [ST] tel que TM = 1,5 cm.

a. Réalise une figure à main levée.

Série 3 Justifier que deux droites sont parallèles

b. Montre que les droites (MP) et (RT) sont parallèles.

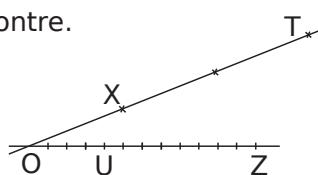
6 Soit VOU un triangle tel que $OV = 2,5 \text{ cm}$; $OU = 3,5 \text{ cm}$ et $VU = 5 \text{ cm}$. Sur $[VO]$, le point T est tel que $VT = 3,5 \text{ cm}$ et sur $[UO]$ le point E est tel que $UE = 4,9 \text{ cm}$.

a. Construis la figure.

b. Montre que les droites (UV) et (ET) sont parallèles.

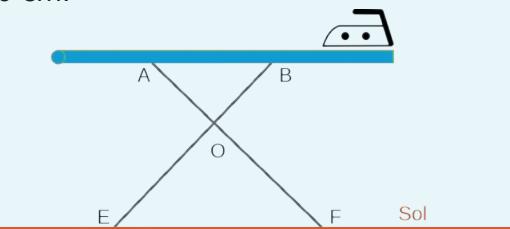
7 On donne la figure ci-contre.
Les graduations sont régulières.

Montre que (XU) et (ZT) sont parallèles.



8 Vu au brevet

On donne $AF = 110 \text{ cm}$, $OA = 60 \text{ cm}$, $OB = 72 \text{ cm}$, $OE = 60 \text{ cm}$.



La planche est-elle parallèle au sol ?

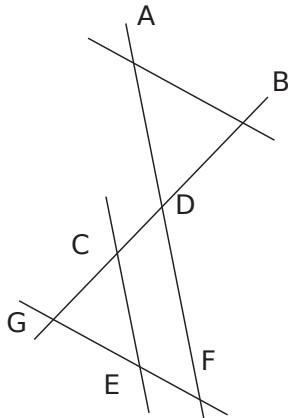
9 Deux théorèmes utiles

a. Trace un triangle EFG rectangle en G tel que $EG = 4,8 \text{ cm}$ et $FG = 6,4 \text{ cm}$. Place un point M sur le segment $[EG]$ tel que $EM = 3 \text{ cm}$ et un point P sur le segment $[EF]$ tel que $EP = 5 \text{ cm}$.

b. Démontre que les droites (FG) et (MP) sont parallèles.

Série 3 | Justifier que deux droites sont parallèles

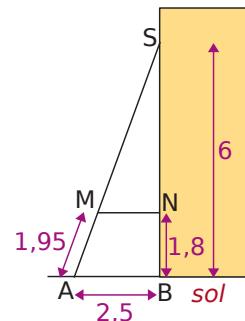
- 10** Sur la figure suivante, les droites (CE) et (DF) sont parallèles. $GC = 4$; $GD = 11,2$; $CE = 5$; $AD = 5$ et $BD = 4$.



- a. Montre que $DF = 14$.

b. Montre que les droites (AB) et (GF) sont parallèles.

- 11** Pour consolider un bâtiment, des charpentiers ont construit un contrefort en bois.
Sur le schéma ci-dessous, les mesures sont en mètres.



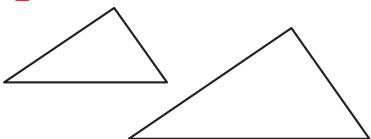
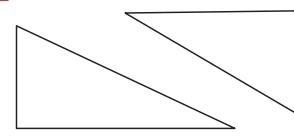
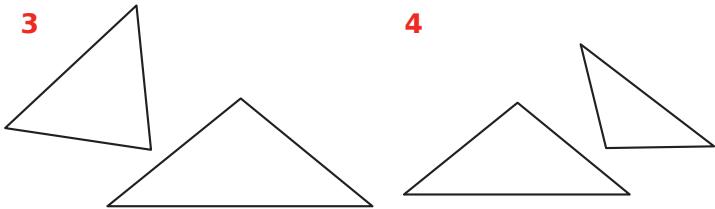
- a. En considérant que le montant [BS] est perpendiculaire au sol, calcule la longueur AS.

b. Calcule les longueurs SM et SN.

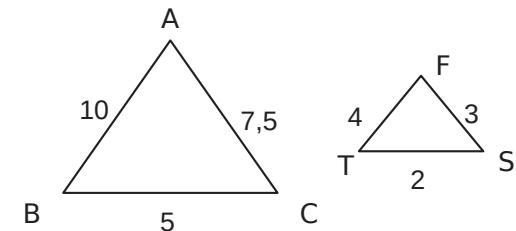
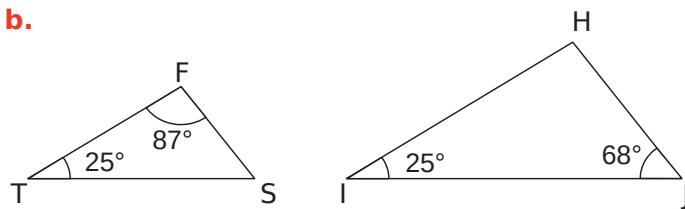
c. Démontre que la traverse [MN] est bien parallèle au sol.

d. Déduis-en la nature du triangle SMN.

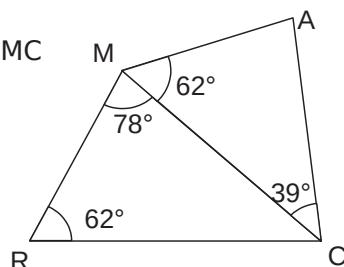
1 Entoure le numéro lorsque les deux triangles te semblent semblables.

1**2****3****4**

2 Dans chaque cas, justifie que les deux triangles sont semblables.

a.**b.**

3 Les triangles MAC et RMC sont-ils semblables ?

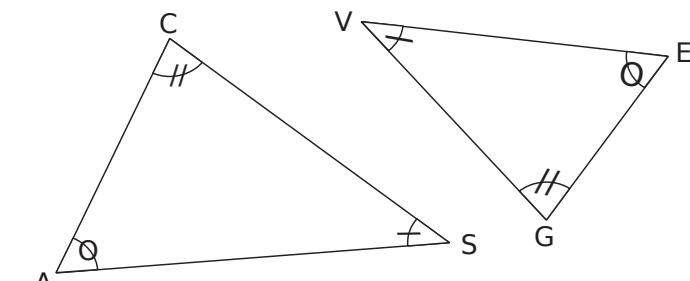


4 Le triangle ABC est un triangle tel que : $AB = 5 \text{ cm}$; $AC = 6 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$. M est le pied de la hauteur issue de B et N le pied de la hauteur issue de C.

a. Construis la figure.

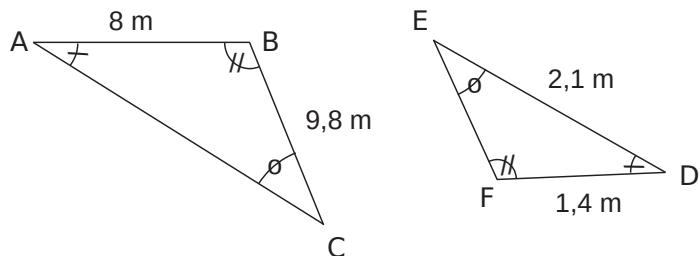
b. Démontre que les triangles AMB et ANC sont semblables.

5 Les triangles ci-dessous sont semblables.

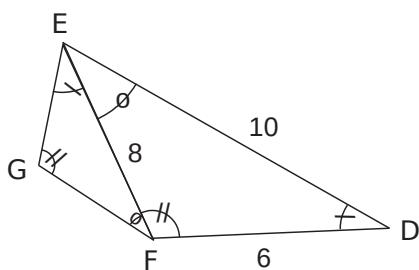


Complète l'égalité : $\frac{CS}{...} = \frac{...}{...} = \frac{AC}{...}$

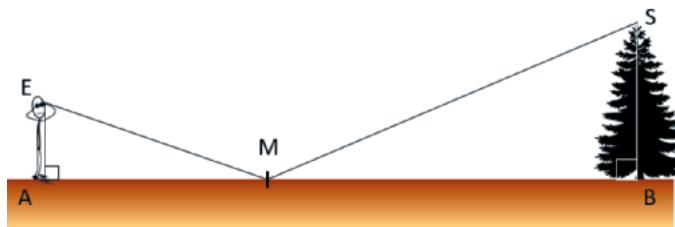
- 6** Les triangles ci-dessous sont semblables. Calcule les longueurs AC et EF.



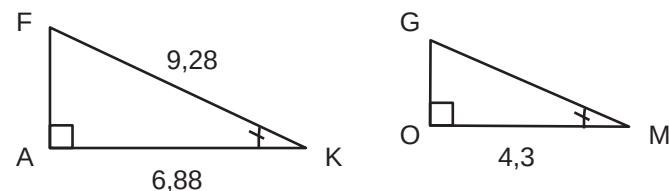
- 7** Les triangles DEF et GEF sont semblables. Calcule les longueurs GE et GF.



- 8** Afin d'estimer la hauteur d'un pin, Joshua place un miroir en M, comme sur la figure suivante. Dans ce miroir il voit le sommet de l'arbre. On sait que : Joshua mesure 1 m 72 ; AM = 4 m ; AB = 65 m ; les triangles MAE et MBS sont rectangles en A et B ; les angles \widehat{AME} et \widehat{SMB} sont de même mesure. Calcule la hauteur du pin.



- 9** Les triangles AFK et OMG sont semblables. Calcule GM et OG. Donne un arrondi au dixième.



Série 5 Utiliser une réduction ou un agrandissement

Exercice corrigé

Des ingénieurs ont construit une maquette au 1/5 000 d'un bassin de retenue. La maquette mesure 1,60 m de long et contient 5 L d'eau. La surface du lac artificiel est 80 dm². Quelle sera, en km, la longueur du futur lac artificiel ? Quelle sera, en km², sa surface ? Quel sera, en m³, le volume d'eau contenu dans le lac ?

Correction

Pour obtenir les longueurs réelles à partir des longueurs de la maquette au 1/5 000, on multiplie par le coefficient d'agrandissement $k = 5\ 000$.

- $L_{\text{réelle}} = k \times L_{\text{maquette}}$
 $L = 5\ 000 \times 1,6 = 8\ 000 \text{ m}$
Le lac mesure 8 km.
- $A_{\text{réelle}} = k^2 \times A_{\text{maquette}}$
 $A = (5\ 000)^2 \times 80 \text{ dm}^2 = 2\ 000\ 000\ 000 \text{ dm}^2$
La surface du lac est 20 km².
- $V_{\text{réel}} = k^3 \times V_{\text{maquette}}$
 $V = (5\ 000)^3 \times 5 \text{ L} = 625\ 000\ 000\ 000 \text{ L}$
 Or, 1 m³ correspond à 1 000 L
 $V = 625\ 000\ 000 \text{ m}^3$.
Le lac contient 625 000 000 m³ d'eau.

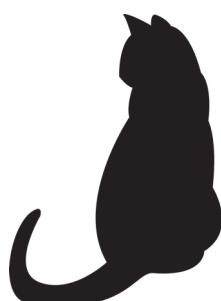
- 1 Indique sous chaque nouvelle silhouette si elle correspond à une réduction, à un agrandissement ou à une déformation de la silhouette de chat ci-contre.



a.



c.



b.

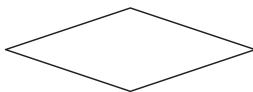


d.

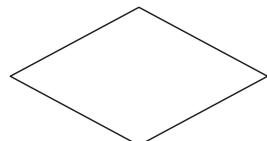


- 2 Dans chaque cas, la figure 2 est-elle un agrandissement ou une réduction de la figure 1 ? Justifie ta réponse.

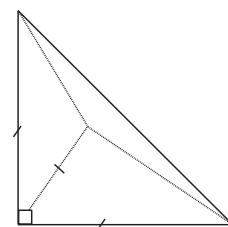
a. Losange 1



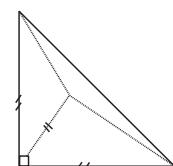
Losange 2



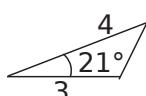
b. Pyramide 1



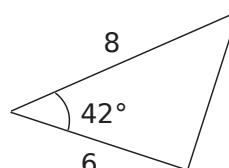
Pyramide 2



c. Parallélogramme 1

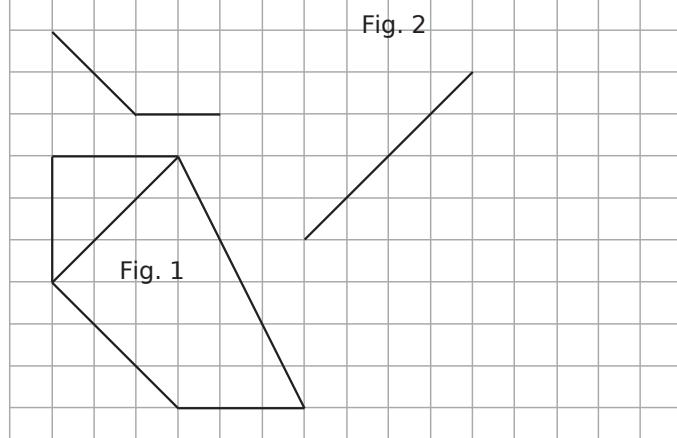


Parallélogramme 2



- 3 Les figures 2 et 3 sont un agrandissement et une réduction de la figure 1. Termine-les.

Fig. 3



4 Soit un triangle ABC tel que $\widehat{ABC} = 70^\circ$; $\widehat{BAC} = 53^\circ$ et $AB = 14$ m. Construis ci-dessous une réduction de rapport $\frac{1}{200}$ de ce triangle.

5 L'aire de la base d'un cylindre est de 51 cm^2 . Quelle est l'aire de la base du cylindre obtenu après une réduction de rapport 0,6 ? Quel est son rayon, au dixième près ?

6 Une figure a une aire de 124 cm^2 . Après une réduction, on obtient une nouvelle figure dont l'aire est $89,59 \text{ cm}^2$. Détermine le rapport de réduction.

7 Un triangle A'B'C' rectangle en A' et d'aire 27 cm^2 est un agrandissement d'un triangle ABC, rectangle en A tel que $AB = 3$ cm et $AC = 2$ cm. Calcule les longueurs A'B' et A'C'.

8 La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35 m de côté et de 22 m de hauteur.

a. Fais un schéma.

b. Calcule le volume V de cette pyramide. Donne la valeur exacte en m^3 puis la valeur arrondie à l'unité.

c. Sur une maquette, on construit une réduction de cette pyramide, le côté de la base carrée mesure 7 cm. Calcule le coefficient de réduction.

d. Déduis-en le volume V' de la pyramide sur la maquette. Donne la valeur exacte en cm^3 puis la valeur arrondie à l'unité.

9 On coupe une pyramide à mi-hauteur par un plan parallèle à la base.

a. Exprime le volume V' de la petite pyramide en fonction du volume V de la pyramide de départ.

b. Montre que le volume V'' du tronc de pyramide obtenu est égal aux $\frac{7}{8}$ du volume V de la pyramide de départ.

- 10** Une petite sphère a pour rayon r . Une grande sphère a pour rayon $R = 3r$. Soient v le volume de la petite sphère et V le volume de la grande sphère. Exprime V en fonction de v .

- 11** Un ballon de basket est assimilable à une boule de rayon 12 cm.

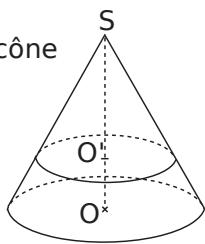
a. Calcule le volume V de ce ballon. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au cm^3 .

b. Une balle est une réduction de ce ballon à l'échelle $\frac{2}{3}$. Calcule le volume V' de cette balle. Donne la valeur exacte puis le résultat arrondi au cm^3 .

- 12** Sur la figure ci-contre, on a un cône de révolution tel que $SO = 10 \text{ cm}$.

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que $SO' = 7 \text{ cm}$.

La figure n'est pas à l'échelle.



a. Le rayon du disque de base du grand cône est de 3,2 cm. Calcule la valeur exacte du volume du grand cône.

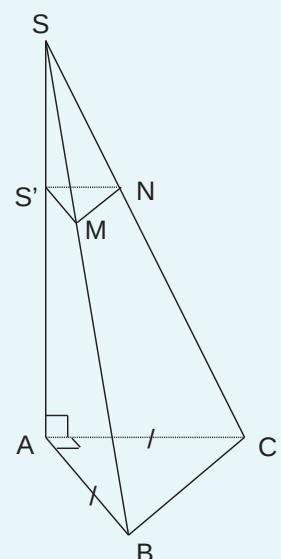
b. Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

c. Calcule la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis donne la valeur arrondie au cm^3 .

13 Extrait du brevet

Une bouteille de parfum à la forme d'une pyramide SABC à base triangulaire de hauteur [AS] telle que $AB = 7,5 \text{ cm}$ et $AS = 15 \text{ cm}$.

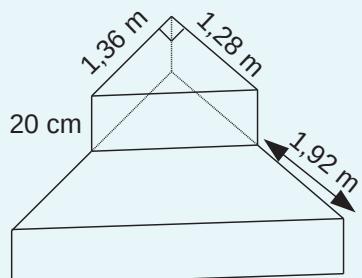
a. Calcule le volume de la pyramide SABC. Donne la valeur exacte puis un arrondi au cm^3 .



b. Pour fabriquer son bouchon SS'MN, les concepteurs ont coupé cette pyramide par un plan P parallèle à sa base et passant par le point S' tel que $SS' = 6 \text{ cm}$. Calcule le volume maximal de parfum que peut contenir cette bouteille.

14 Extrait du brevet

Un escalier est composé de deux marches ayant la forme d'un prisme droit. La deuxième marche est un agrandissement de la première. Calcule le volume total de cet escalier. Arrondis le résultat au centième.

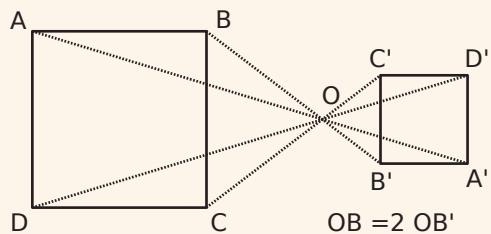


Série 6 Homothéties

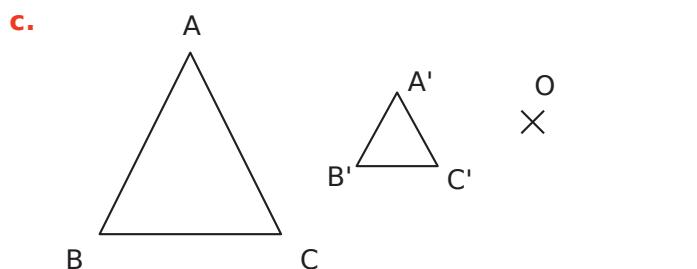
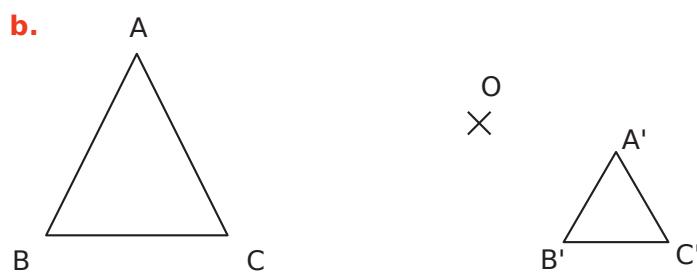
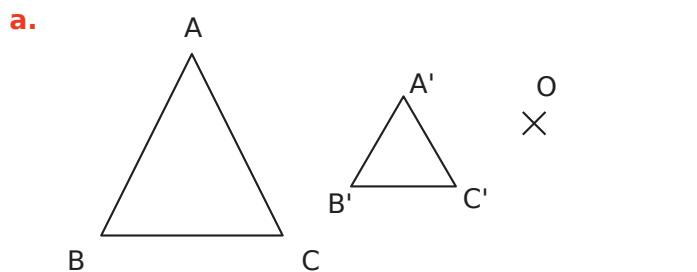
Exercice corrigé

Trace un carré ABCD et place un point O à l'extérieur. Construis A'B'C'D', image du quadrilatère ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.

Correction

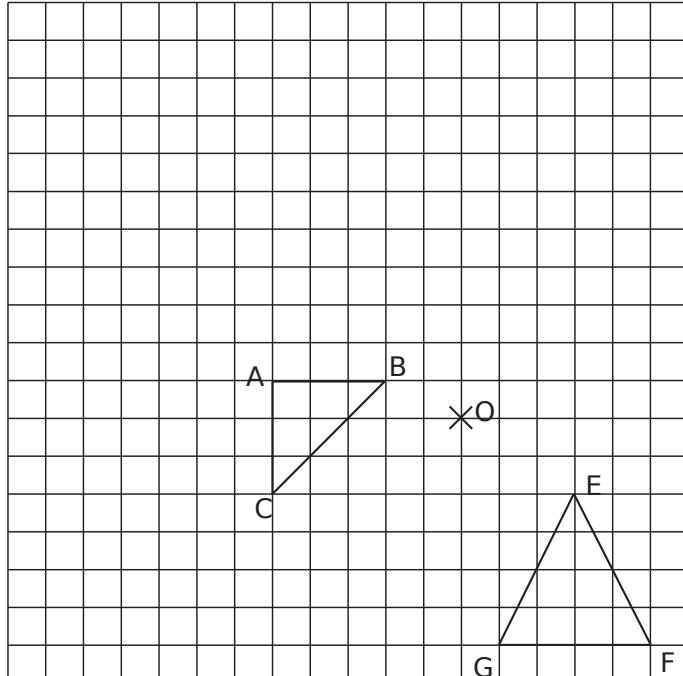


- 1** Dans chacun des cas suivants, dis si A'B'C' est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O.



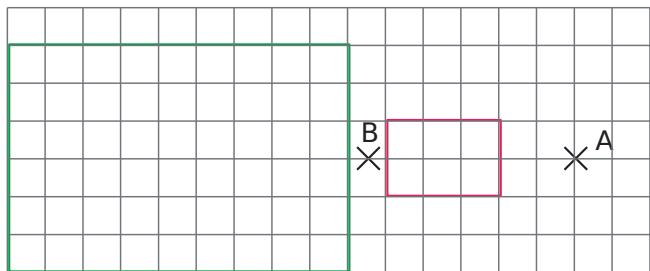
2 Dans un quadrillage

- a. Construis A'B'C', l'image par l'homothétie de centre O et de rapport 2 du triangle ABC
- b. Construis E'F'G', l'image par l'homothétie de centre O et de rapport -1,5 du triangle EFG.



- 3** Dans chacun des cas suivants, la figure verte est l'image de la figure rouge par une homothétie. Détermine son centre et son rapport.

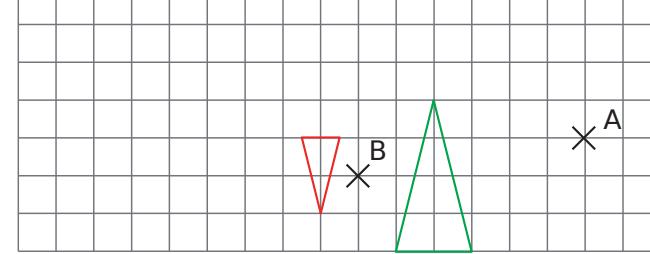
a.



Centre :

Rapport :

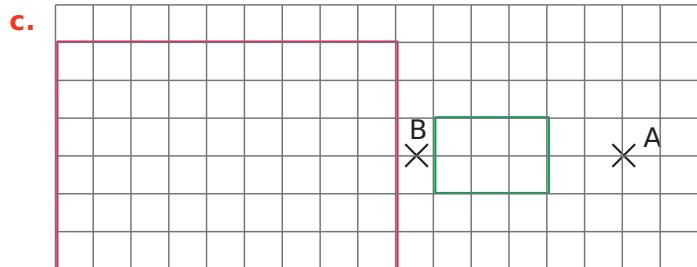
b.



Centre :

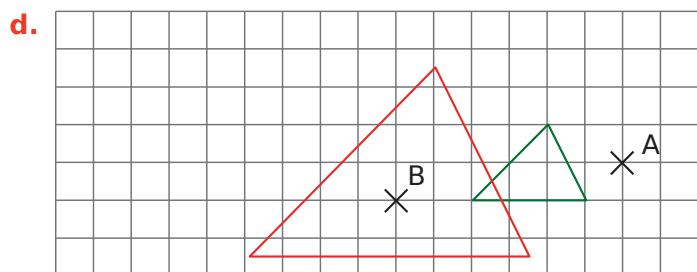
Rapport :

Série 6 Homothéties



Centre :

Rapport :

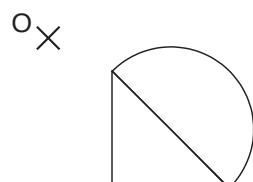
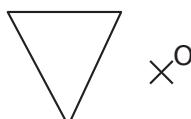


Centre :

Rapport :

4 Dans chaque cas, construis l'image de la figure proposée par l'homothétie de centre O et de rapport indiqué.

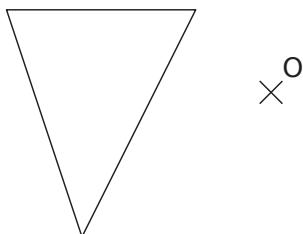
a. Rapport 2



b. Rapport -2

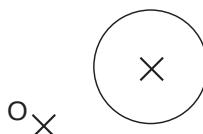


c. Rapport $-\frac{1}{3}$



5 Dans chaque cas, construis l'image de la figure dans l'homothétie de centre O et de rapport :

a. 1,2.



b. -1,5.

6 L'homothétie de centre I et de rapport -2 transforme un segment [AB] en un segment [A'B'].

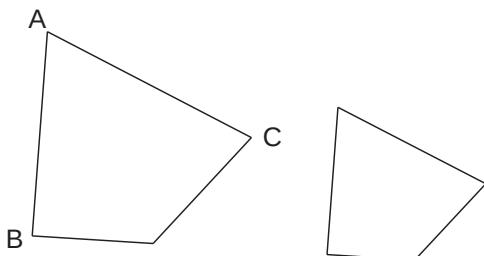
a. Construis cette figure.

b. Que peut-on dire des droites (AB) et (A'B') ? Justifie.

Série 6 Homothéties

7 Les deux quadrilatères ci-dessous sont homothétiques.

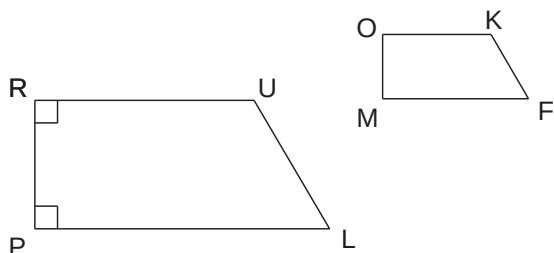
- Code sur la figure les angles de même mesure.
- Si $AB = AC$, code sur la figure deux autres longueurs égales.
- Repasser en rouge deux segments parallèles.



8 Un triangle $A'B'C'$ est l'image d'un triangle ABC dans une homothétie de rapport $\frac{5}{4}$. On sait que $AB = 6 \text{ cm}$ et que l'angle \widehat{ABC} mesure 60° . Détermine les mesures de leurs images $A'B'$ et $A'B'C'$. Justifie.

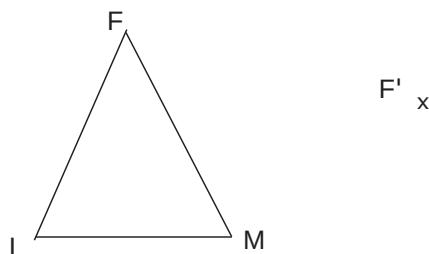
9 RULP est un trapèze rectangle. OKFM est son image par une homothétie de rapport 0,5.

- Construis le centre I de cette homothétie.



b. Quelle est la nature du quadrilatère OKFM ? Justifie.

10 Termine la construction de l'image du triangle FMI par une homothétie de rapport 0,5.



11 Le carré EFGH est l'image du carré ABCD dans une homothétie de rapport 5. On suppose que le côté du carré ABCD mesure 3 cm.

- Calcule la mesure du côté de EFGH et déduis-en son aire.
-
-

b. Complète : $\frac{\text{Aire EFGH}}{\text{Aire ABCD}} = \dots = \dots = (\dots)^2$

12 L'aire d'un pentagone est 24 cm^2 . Quelle sera l'aire de son image par une homothétie de rapport :

- 0,8 ?
-

- 4 ?
-

- $\frac{1}{7}$?
-

13 Complète le tableau.

Aire de la figure	Rapport d'homothétie	Aire de l'image
3 cm^2	3	
15 m^2	0,4	
	5	225 mm^2
	0,6	$1,24 \text{ cm}^2$
$2,5 \text{ cm}^2$		10 cm^2
2 dm^2		$2,88 \text{ dm}^2$
$9,3 \text{ dm}^2$		$9,3 \text{ m}^2$

D5

Repérage



Série 1 • Repérage sur la sphère terrestre 120

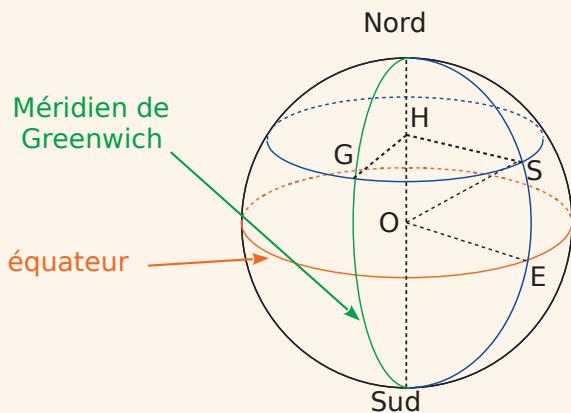
Série 1 Repérage sur la sphère terrestre

Exercice corrigé

La Terre est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon.

Les axes de repérage d'un point sur la Terre sont circulaires : horizontalement le grand cercle de l'équateur et verticalement le demi-grand cercle passant par les pôles et la ville de Greenwich en Angleterre appelé Méridien de Greenwich.

Sur la sphère ci-dessous, on a représenté la ville de Stockholm (le point S) ainsi que le méridien et le parallèle passant par S.



Le point Z est le point diamétral opposé à Stockholm.

La latitude de Stockholm est de 59° N. Il s'agit de l'angle \widehat{SOE} (E est le point de l'équateur situé sur le méridien de Stockholm et O le centre de la Terre).

a. Quelle est la latitude de Z ?

b. La longitude de Stockholm est de 18° E. Il s'agit de l'angle \widehat{SHG} (H est le centre du parallèle passant par S et G le point du méridien de Greenwich qui est sur le même parallèle que S).

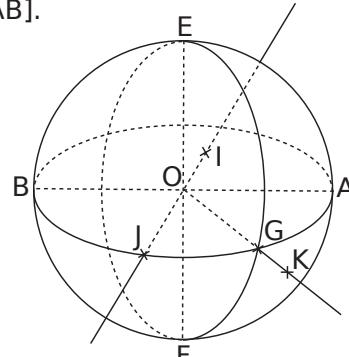
Quelle est la longitude de Z ?

Correction

a. Z étant diamétrallement opposé au point S sur la Terre, sa latitude est égale à 59° S, S indiquant le sud de l'équateur.

b. Comme le point Z est diamétrallement opposé à S sur la Terre, sa longitude est égale à $180^\circ - 18^\circ = 162^\circ$ soit 162° O, O pour l'ouest du méridien de Greenwich.

1 La figure ci-dessous représente une boule de diamètre [AB].

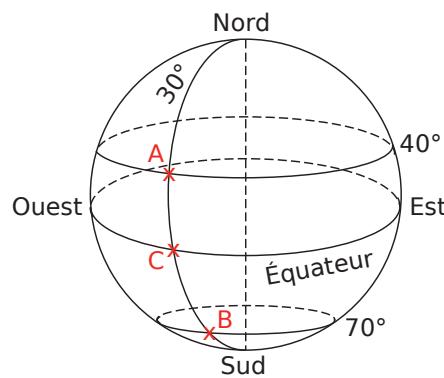


a. Donne les noms des points situés sur la sphère :

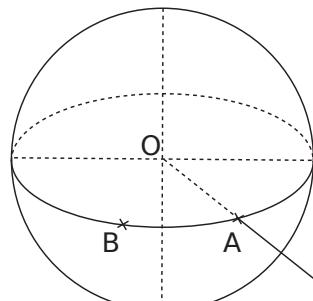
b. Donne le nom des points à l'intérieur de la sphère :

c. Donne le nom du point à l'extérieur de la sphère :

2 Donne la latitude et la longitude des points A, B et C situés sur le globe terrestre représenté ci-dessous.



3 Voici une vue en perspective d'une sphère de centre O.

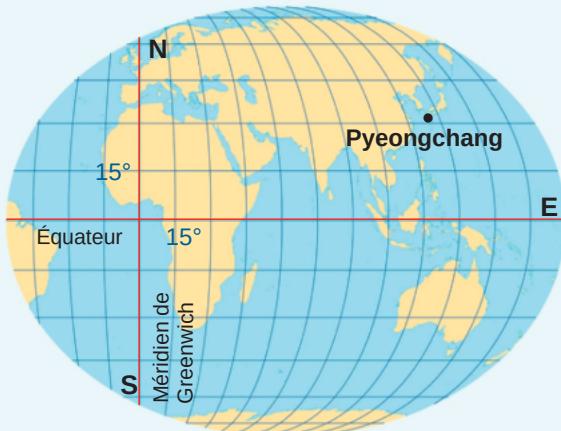


a. Place le point H, diamétrallement opposé au point A.

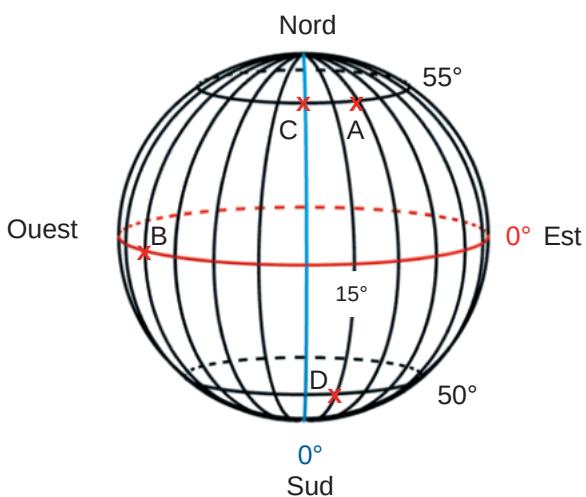
b. Trace à main levée sur la figure le grand cercle passant par A et H.

4 Extrait de brevet

Le biathlète Martin Fourcade a remporté le sixième gros globe de cristal de sa carrière en 2017 à Pyeongchang en Corée du Sud.



Donne approximativement la latitude et la longitude de ce lieu repéré sur la carte ci-dessus.

5 La figure ci-dessous représente la sphère terrestre.

a. Donne les coordonnées (latitude et longitude) des points A, B, C et D.

b. Place le point E sur la sphère ci-dessus tel que E soit situé sur l'équateur et sa longitude soit égale à 60° Est.

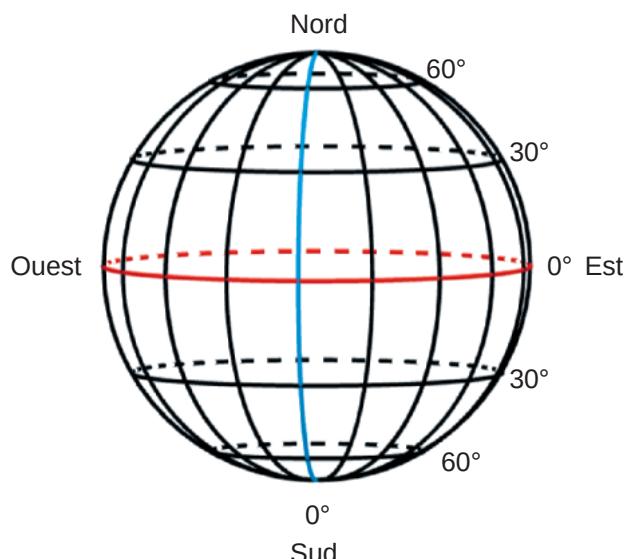
c. Place le point F sur la sphère ci-dessus tel que :
• F et B aient la même longitude ;
• C et F aient la même latitude.

d. Place le point G de latitude 50° Sud et de longitude 30° Ouest.

e. Place le point H sur la sphère tel que :
• E et H aient la même longitude ;
• H et A aient la même latitude.

6 La sphère ci-dessous représente la Terre. Les méridiens représentés sont espacés chacun de 20° les uns des autres à partir du méridien de Greenwich. Place approximativement les villes suivantes en écrivant l'initiale pour chacune d'elles :

- Buenos Aires (34°S ; 58°O) • Durban (30°S ; 31°E)
- Kiruna (68°N ; 20°E) • Brasilia (15°S ; 47°O)
- Sébastopol (45°N ; 34°E) • Athènes (38°N ; 24°E)

**7** Un planisphère est une projection plane du globe terrestre.

a. Donne les coordonnées approximatives des villes indiquées ci-dessus.

b. Place approximativement les villes de

- Mexico (20°N ; 100°O) • Douala (4°N ; 10°E)
- Sydney (34°S ; 150°E) • Wuhan (30°N ; 114°E)
- Miquelon (47°N ; 56°O) • Vancouver (49°N ; 123°O)

8 Mile nautique

Le mile nautique est une unité de mesure répandue en navigation. Le repérage sur une carte marine se fait par la latitude et la longitude exprimées en degrés et minutes. Le mile nautique correspond à la longueur d'un arc de méridien d'une minute (un méridien est un demi-grand cercle passant par les pôles).

Le rayon de la Terre est de 6 370 km.

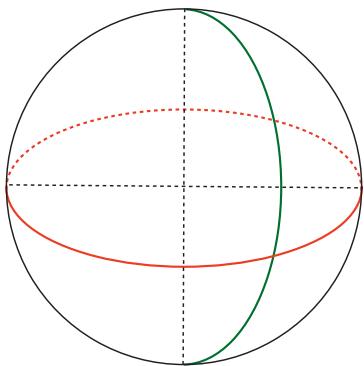
a. Quelle est la longueur d'un méridien ?

b. Combien mesure un arc de 1° ?

c. Combien mesure un mile nautique ?

d. Les villes de Pécs et Le Cap sont situées sur le même méridien de longitude 18° E. Leurs latitudes sont respectivement 33° S et 46° N.

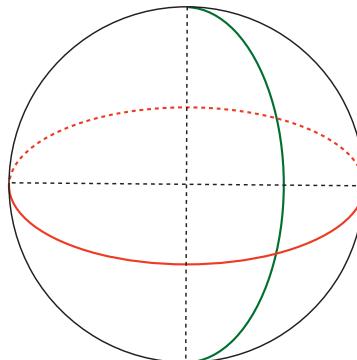
Sur la sphère ci-dessous, on a représenté l'équateur et le méridien de longitude 18° E. Places-y approximativement les deux villes.



e. Calcule la distance entre Pécs et Le Cap le long de leur méridien commun en mile nautique, puis en km (arrondis au km près).

9 Milan et Montréal sont sensiblement à la même latitude $45^\circ 30'$ N.

a. Sur la sphère ci-dessous, on a représenté l'équateur et le méridien de Greenwich. Utilise-la pour faire un schéma de la situation. Il devra comporter un parallèle où seront positionnées Milan et Montréal et l'angle donnant la latitude.



b. Quelle est la longueur de ce parallèle ?

c. Milan est à la longitude $09^\circ 11'$ E et Montréal est à la longitude $73^\circ 44'$ O.

Marque ces deux angles sur la figure.

d. Calcule la distance à vol d'oiseau entre ces deux villes.

Espace

D6



Série 1 • Identifier des solides, connaître le vocabulaire 124

Série 2 • Construire une vue en coupe 127

Série 1 Identifier des solides, connaître le vocabulaire

1 Construis en perspective cavalière, chacun des solides suivants.

un cube

un pavé droit

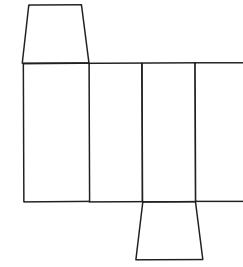
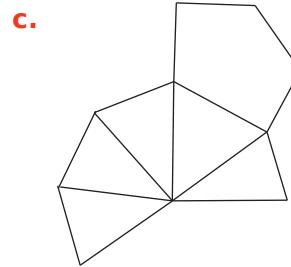
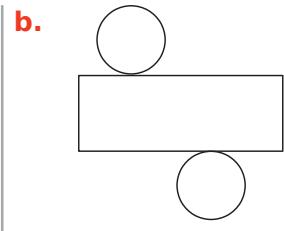
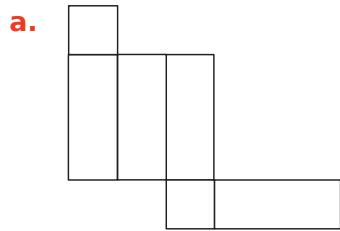
un prisme

une pyramide

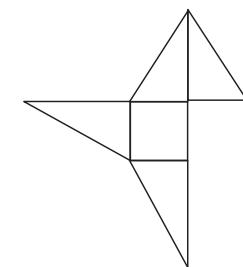
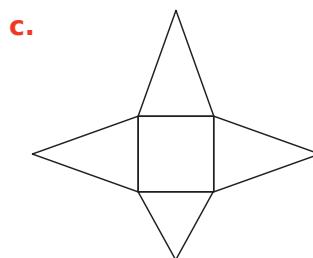
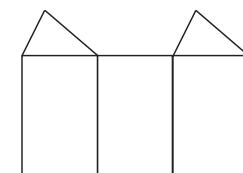
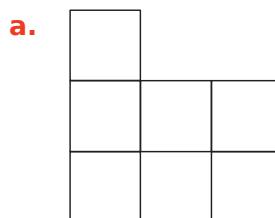
un cylindre

un cône

2 Indique pour chaque patron le nom du solide auquel il pourrait correspondre.



3 Les figures suivantes ne sont pas des patrons de solides, explique pourquoi.

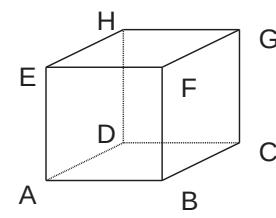


4 Voici une représentation en perspective cavalière d'un pavé droit.

Les affirmations suivantes sont-elles exactes ?

a. (HE) et (HD) sont perpendiculaires.

b. EF = FG.

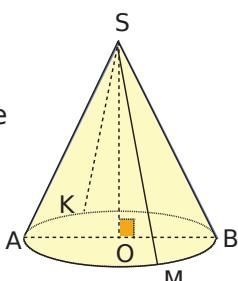


Série 1 Identifier des solides, connaître le vocabulaire

- c. BFGC est un parallélogramme.
- d. (HB) et (EF) sont sécantes.
- e. (HB) et (EC) sont sécantes.
- f. [HA] et [ED] sont perpendiculaires.
- g. FC = BG.
- h. (FC) et (BG) sont perpendiculaires.
- i. (AB) et (BG) sont perpendiculaires.

5 Voici une représentation en perspective d'un cône.

- a. Quelle est la nature du triangle SKM ?

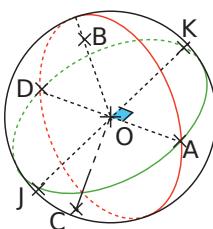


- b. Quelle est la nature du triangle SKO ?

- c. Quelles longueurs sont égales à OA ?

6 Le dessin ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, représente une sphère de centre O et de rayon 5 cm. Les cercles rouge et vert sont des grands cercles.

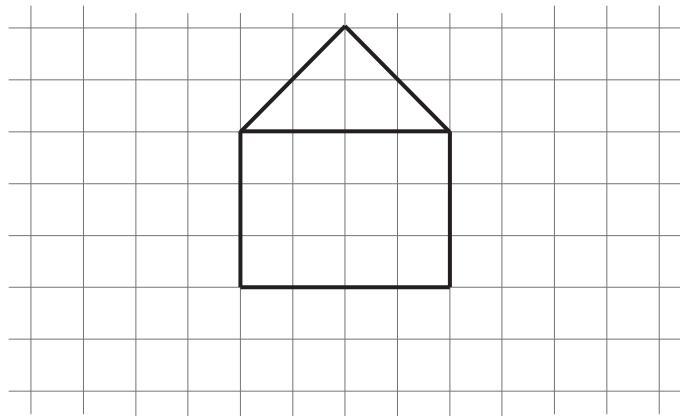
- a. Quels points appartiennent à cette sphère ? Justifie.



- b. En réalité, quelle est la longueur du segment [AD] ?

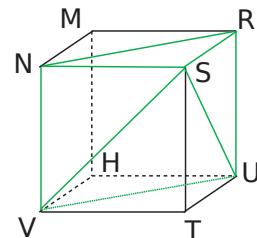
- c. En réalité, quelle est la nature du triangle BOD ?

- 7** Complète le patron de prisme droit suivant.

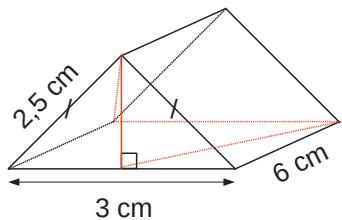


- 8** Construis le patron d'un cylindre de hauteur 4 cm et de diamètre 3 cm.

- 9** Soit un cube RSTUMNVH de côté 2 cm. Construis le patron de la pyramide SNRUV.



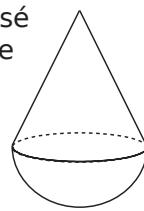
- 10** On a dessiné un chemin en rouge sur cette représentation en perspective d'un prisme droit.



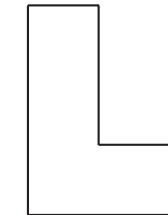
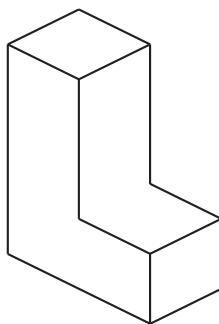
Construis le patron de ce prisme et reproduis le chemin sur celui-ci.

- 12** Un culbuto est un solide composé d'une demi-sphère surmontée d'un cône de révolution de même diamètre. Le diamètre du cône est de 4 cm et sa hauteur de 3,6 cm.

Construis en vraie grandeur une vue de côté puis une vue de dessous de ce culbuto.



- 11** Pour chacune des figures proposées, indique s'il s'agit d'une vue du dessus, une vue de dessous, une vue de gauche ou une vue de droite du solide représenté.



Vue de



Vue de



Vue de

- 13** Propose trois solides dont le schéma ci-après est une vue de dessus, mais qui ont des vues de côtés différentes.



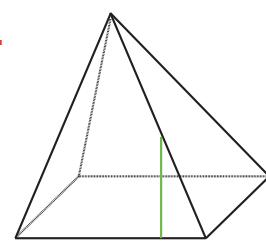
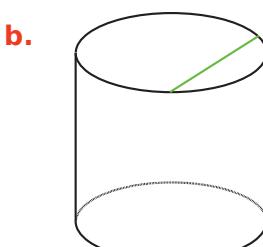
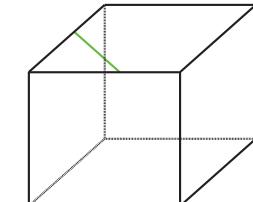
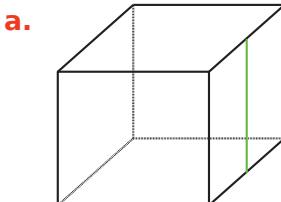
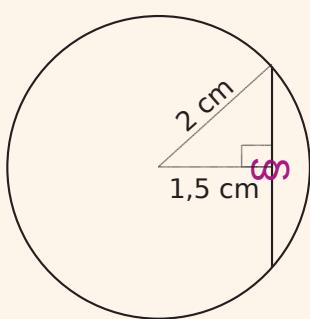
Série 2 Construire une vue en coupe

Exercice corrigé

Un cylindre de hauteur 4 cm et dont le rayon de la base mesure 2 cm a été coupé de part en part dans le sens de la hauteur à 1,5 cm de son centre.

Dessine la section en vraie grandeur.

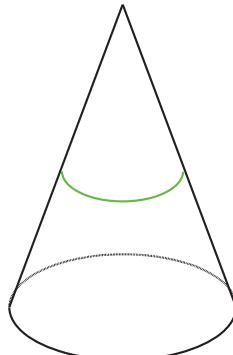
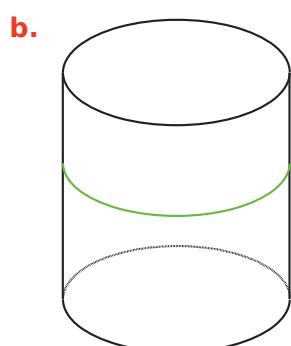
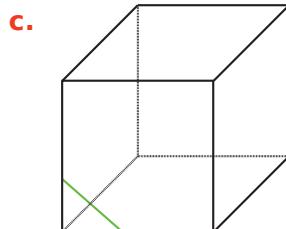
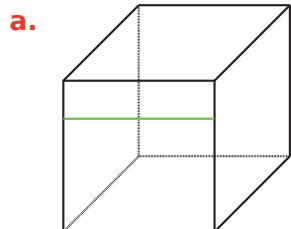
Correction



- 1** Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part horizontalement.

Complète les traits de coupe sur toutes les faces.

Indique la nature des sections obtenues.

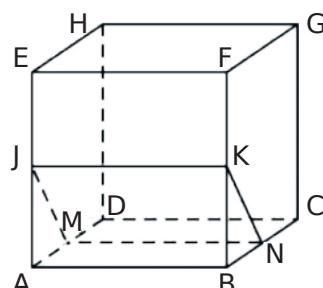


- 2** Sur les figures suivantes, les solides ont été coupés de part en part verticalement.

Complète les traits de coupe sur toutes les faces.

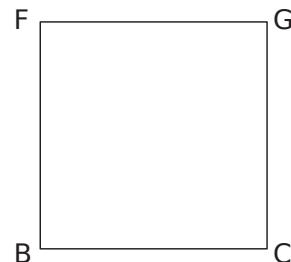
Indique la nature des sections obtenues.

- 3** ABCDEFGH est un cube. Les points J, K, M et N sont les milieux respectifs des segments [AE], [FB], [AD] et [BC]. JKNM est une section du cube par un plan parallèle à l'arête [AB].



- a.** Donne, sans justifier, la nature de la section JKNM.

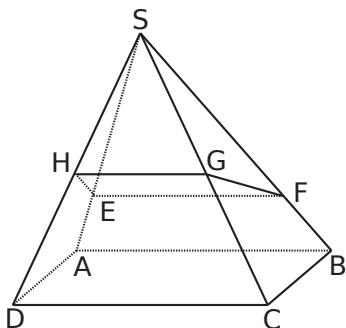
- b.** La face FGCB a été dessinée en vraie grandeur. Place les points K et N, puis dessine, à côté, la section JKNM en vraie grandeur.



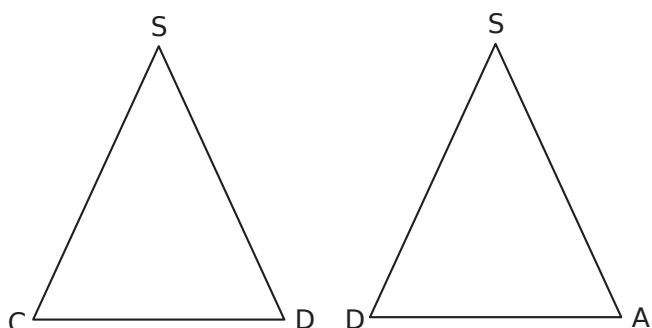
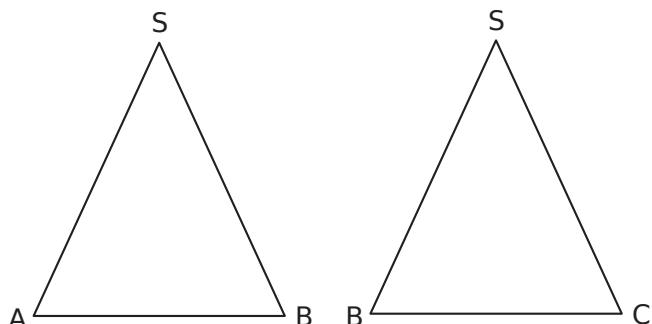
- c.** Quelle est la nature du solide AJMBKN ?

4 Oups, ce n'est pas coupé droit

La pyramide suivante, qui est régulière à base carrée (chacune des faces latérales est un triangle isocèle), a été coupée de part en part en biais en partant de la moitié de sa face avant pour arriver au quart de sa face arrière.

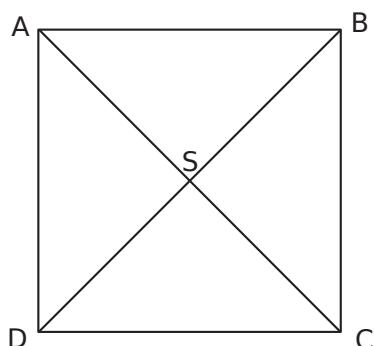


- a. Les quatre faces latérales sont représentées ci-dessous. Dessine sur chacune le trait de section.



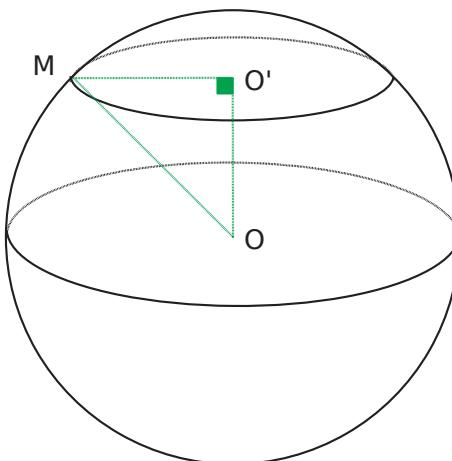
- b. Quelle est la nature de la section EFGH ?

- c. Dessine cette section à partir de la vue de dessus de la pyramide représentée ci-dessous.



- 5** On considère la sphère de centre O et de rayon 6 cm. On la coupe horizontalement en passant par O' suivant le schéma ci-dessous. M est un point situé sur le trait de coupe. Comme O'M est horizontal et OO' vertical, on admet que le triangle OMO' est rectangle en O'.

On donne $OO' = 5$ cm.



Aucun calcul n'est nécessaire pour les deux constructions suivantes.

- a. Trace en vraie grandeur le triangle OO'M.
b. Trace en vraie grandeur la section de la sphère.



MAGNARD

Partenaire de l'association Sésamath

Un cahier collaboratif avec des centaines d'exercices progressifs

- Un ouvrage **conçu par des professeurs** de terrain pour répondre aux besoins et aux attentes de leurs collègues ;
- En complément du manuel de votre choix, un grand nombre d'exercices progressifs couvrant **tous les points du programme** ;

Dans chaque chapitre

- des exercices de difficulté variable, facilitant la mise en œuvre d'une **pédagogie différenciée** ;
- Des exercices de synthèse permettant d'approfondir les notions.

- Un **support valorisant pour l'élève**, l'incitant à un travail soigné et lui permettant de visualiser sa progression au cours de l'année.



ISBN : 978-2-210-11581-1

9 782210 115811

Cet ouvrage a été imprimé sur du papier provenant de forêts gérées durablement.



MAGNARD
www.magnard.fr