

# Problèmes



## 97 Parc d'attraction

Modéliser, Calculer, Communiquer

Un parc d'attraction propose deux formules d'abonnement.



- Existe-t-il un nombre d'entrées pour lequel on paie le même prix avec les deux formules ? Si oui, lequel ?

## 98 Alors, combien ?

Chercher, Calculer, Communiquer



Avec son camion pesant à vide 10 tonnes, Antoine souhaite passer sur un pont interdit aux véhicules de plus de 16 tonnes. Il a dans son chargement des caisses de 125 kg.

- Déterminer le nombre maximal de caisses qu'Antoine peut transporter.

## 99 Économies

Modéliser, Calculer

Lola est dans un magasin qui vend tous ses CD au même prix. Avec ses économies, si elle achète deux CD, il lui reste 14 €. Mais si elle veut en acheter 4, il lui manque 18 €.

- Quel est le prix d'un CD et quelle est la somme dont Lola dispose ?

## 100 Futs de vin

Modéliser, Calculer

Pour l'élevage de son vin de Bourgogne, un viticulteur dispose de deux modèles de futs. Le plus grand fut contient 171 litres de plus que le petit. Avec 10 260 litres de vin, ce viticulteur remplit exactement 40 grands futs et 20 petits.



- Calculer la capacité de chaque modèle de fut.

## 101 Square

Représenter, Calculer, Communiquer

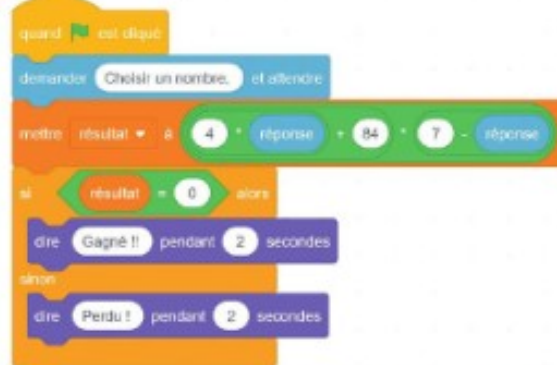
The square of a number is equal to one hundred and sixty-nine.

- What are the possible values for this number?

## 102 Gagné !!

Représenter, Calculer

On réalise le script suivant :



- Pour gagner, quel(s) nombre(s) l'utilisateur doit-il choisir ? Justifier.

## 103 Nombre mystère (1)

Chercher, Raisonner, Calculer

Les deux chemins représentés ci-dessous partent d'un même nombre et mènent au même résultat.



- De quel nombre est-on parti ?

## 104 Partage

Modéliser, Calculer, Communiquer

Cinq personnes se partagent 100 €.

La deuxième a 3 € de plus que la première, la troisième

Prise d'Initiative



a 3 € de plus que la deuxième et ainsi de suite jusqu'à la cinquième.

- Calculer la part de chaque personne.

### 105 Deux carrés

Chercher, Représenter, Calculer

On considère deux carrés. La longueur des côtés du carré vert est égale au triple de celle du carré bleu et la différence de leurs aires est de  $2\,312\text{ mm}^2$ .

- Quelle est la longueur du côté du carré bleu ?

Prise d'Initiative



### 106 Le carré gonfle

Représenter, Calculer

On considère un carré de côté  $x$  centimètres. Si l'on augmente  $x$  de 4 cm, l'aire du carré augmente de  $121,6\text{ cm}^2$ .

- Quelle est la valeur de  $x$  ?

### 107 Tracés de même longueur

Représenter, Modéliser, Calculer

Le lutin demande à l'utilisateur de choisir un nombre  $x$ , puis il trace une **figure rouge** et une **figure bleue** (on suppose que le lutin n'atteint pas le bord de la scène).

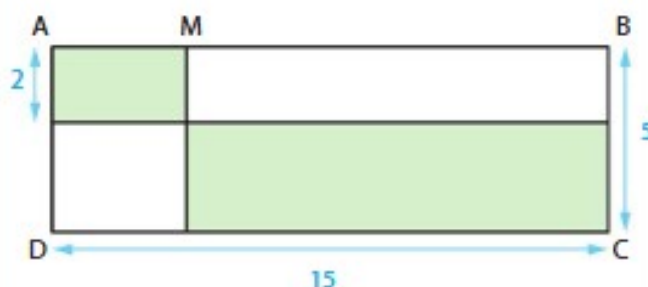


1. Quelle est la nature de la figure bleue ?
2. Pour quel nombre  $x$  choisi par l'utilisateur la figure rouge et la figure bleue ont-elles le même périmètre ? Justifier.

### 108 Rectangles dans un rectangle

Représenter, Calculer, Communiquer

On partage un rectangle ABCD en 4 rectangles comme ci-dessous, où les longueurs sont données en cm.



1. Où faut-il placer le point M sur le segment [AB] pour que les deux rectangles colorés aient le même périmètre ?
2. Où faut-il placer le point M sur le segment [AB] pour que les deux rectangles colorés aient la même aire ?

Note  $x$  la longueur AM.

### 109 Nombre mystère (2)

Représenter, Calculer, Communiquer

Je pense à un nombre plus petit que 15, je lui soustrais 2, j'élève au carré, j'ajoute le quadruple du nombre de départ et j'obtiens 328.

- À quel nombre ai-je pensé ?

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

### 110 Cône extensible

Représenter, Calculer

Un cône de révolution a une base de rayon 30 cm. Son volume est de  $1\,200\text{ cm}^3$ .

- De combien doit-on augmenter sa hauteur, sans modifier sa base, pour que son volume augmente de 50 % ? Donner la valeur exacte puis une valeur approchée au millimètre près.

## DÉFIS & ÉNIGMES

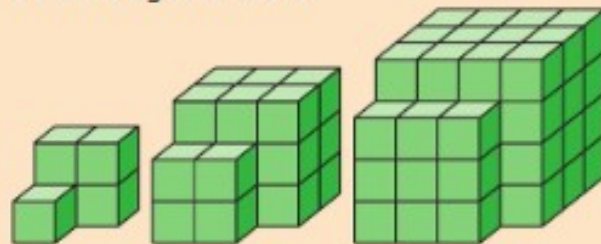
### 111 Le chat et la souris



- Combien pèse la souris ?

### 112 Suite logique

Voici les trois premiers éléments d'une suite logique d'assemblages de cubes.



Pour  $n = 2$

Pour  $n = 3$

Pour  $n = 4$

- Pour quelle valeur de  $n$  l'assemblage comporte-t-il 357 770 cubes ?



# Problèmes

## 113 Le triangle égyptien

Chercher, Raisonner, Calculer

On appelle triangle égyptien un triangle rectangle qui a pour mesure des côtés 3, 4 et 5. On veut prouver la propriété suivante.

« Il n'existe qu'un seul triangle rectangle dont les mesures des côtés sont des entiers consécutifs. »

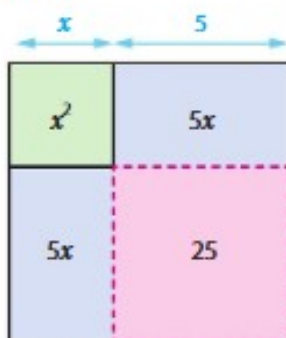
1. En notant  $n$  la mesure du plus petit côté, montrer que le problème peut se modéliser avec l'équation :  $n^2 - 2n - 3 = 0$ .

2. Développer l'expression  $(n + 1)(n - 3)$  et en déduire que le problème n'a qu'une seule solution qui correspond au triangle égyptien.

## 114 La méthode d'Al-Khwarizmi

Représenter, Calculer

Au  $x^e$  siècle, le mathématicien arabe Al Khwarizmi a utilisé une méthode géométrique pour trouver une solution de l'équation  $x^2 + 10x = 39$ . On suppose qu'un nombre  $x$  positif est solution de cette équation et on construit la figure ci-contre qui a pour aire :  $x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 = 64$ . Ainsi, le grand carré a pour côté 8 ;  $x$  vaut donc 3.



1. À l'aide de la méthode d'Al Khwarizmi, résoudre l'équation  $x^2 + 12x = 85$ .

Voir point Info p. 85.



2. Résoudre de même l'équation  $x^2 + 2x = 8$ .

## 115 Facture d'électricité

Chercher, Modéliser, Calculer

Prise d'Initiative

Caroline et Sabri viennent d'emménager dans un logement qui ne comporte que des ampoules halogènes. Ils décident de remplacer toutes les ampoules par des ampoules LED, ce qui coûte au total 30 €.

### Doc. 1 Éclairage de la maison

- Dans le salon : 3 ampoules de 75 W allumées en moyenne 4h/jour.
- Dans chacune des trois chambres : 1 ampoule de 100 W allumée en moyenne 2h/jour.
- Dans la salle de bain : 1 ampoule de 75 W allumée en moyenne 4h/jour.
- Dans le cellier et dans les WC : 1 ampoule de 50 W allumée en moyenne 1h/jour.
- Le prix du kWh est de 0,146 7 €.

### Doc. 2 Correspondance halogène/LED

Puissance de l'ampoule halogène à remplacer	Flux lumineux correspondant en lumen (lm)	Ampoule LED de remplacement	Consommation/an pour un allumage de 4 h par jour : halogène → LED
50 W	520 lm	6 W	73 kWh → 9 kWh
75 W	950 lm	10 W	109 kWh → 15 kWh
100 W	1350 lm	14 W	146 kWh → 20 kWh

- Au bout de combien de jours l'économie d'énergie réalisée, grâce à ce changement d'ampoules, aura-t-elle permis à cette famille d'économiser autant que la somme dépensée pour l'achat des ampoules ?



## MISSION DÉMONSTRATION

### Démo de cours

On veut démontrer la propriété suivante.

$a$  désigne un nombre.

- Si  $a > 0$ , alors les solutions de l'équation  $x^2 = a$  sont  $\sqrt{a}$  et  $-\sqrt{a}$ .
- Si  $a = 0$ , alors la solution de l'équation  $x^2 = a$  est 0.
- Si  $a < 0$ , alors l'équation  $x^2 = a$  n'a aucune solution.

## 116 Soit $a$ un nombre. On considère l'équation $x^2 = a$ .

1<sup>er</sup> cas :  $a < 0$

Démontrer que, dans ce cas, l'équation n'a aucune solution.

2<sup>e</sup> cas : Si  $a = 0$

Démontrer que, dans ce cas, l'équation admet une seule solution et préciser laquelle.

3<sup>e</sup> cas :  $a > 0$

a. Justifier que, dans ce cas, l'équation  $x^2 = a$  peut se ramener à l'équation  $x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0$ .

b. Factoriser le membre de gauche de cette équation, puis conclure.

On distingue les trois cas possibles (on dit que l'on fait un raisonnement par disjonction de cas).





## 117 Mathilde et Paul

Mathilde et Paul saisissent sur leur calculatrice un même nombre. Voici leurs programmes de calcul.

### Programme de calcul de Mathilde

- Saisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 9.
- Soustraire 8 au résultat obtenu.

### Programme de calcul de Paul

- Saisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par  $-3$ .
- Ajouter 31 au résultat obtenu.

On considère la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde											
3	Paul											

1. a. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 pour obtenir les résultats obtenus par Mathilde ?

b. Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 pour obtenir les résultats obtenus par Paul ?

2. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Mathilde	-8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Paul	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Mathilde et Paul cherchent à obtenir le même résultat.

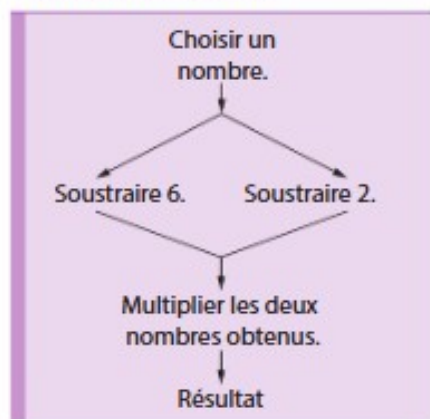
a. Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

b. Déterminer, par le calcul, le nombre de départ à saisir par Mathilde et Paul pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

*D'après DNB Centres étrangers, 2015.*

## 118 Vrai ou faux ?

Voici un programme de calcul.



1. Montrer que si l'on choisit 8 comme nombre de départ, le programme donne 12 comme résultat.

2. Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

**Proposition 1 :** Le programme peut donner un résultat négatif.

**Proposition 2 :** Si l'on choisit 0,5 comme nombre de départ, le programme donne 8,25 comme résultat.

**Proposition 3 :** Le programme donne 0 comme résultat pour exactement deux nombres.

*D'après DNB Métropole – Antilles-Guyane, 2014.*

## 119 La ficelle

Annie possède de la ficelle qui peut être modélisée par un cylindre de rayon 0,5 mm et de hauteur  $h$  en mm.

1. Donner la valeur exacte du volume de cette ficelle cylindrique en fonction de  $h$ .

2. En enroulant cette ficelle, Annie obtient une pelote ayant la forme d'une boule de rayon 6 cm.

On suppose que la ficelle est enroulée de manière qu'il n'y ait aucun vide dans la pelote.

Quelle est la hauteur  $h$  du cylindre (la longueur de la ficelle) ?

*D'après DNB Liban juin, 2009.*

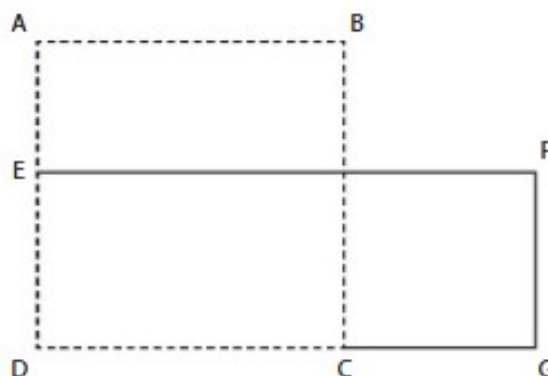
## 120 Des aires égales

Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.

E est un point du segment [AD].

C est un point du segment [DG].

Dans cette figure la longueur AB peut varier, mais on a toujours  $AE = 15$  cm et  $CG = 25$  cm.



1. Dans cette question, on suppose que  $AB = 40$  cm. Calculer l'aire de ABCD et celle de DEFG.

2. Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

*D'après DNB Métropole, 2012.*