

Série 2 Résoudre une équation

Exercice corrigé

Résous $(x + 3)(x - 7) = 0$.

Correction

Pour que ce produit soit nul, il faut et il suffit que l'un de ses facteurs au moins soit nul.

C'est-à-dire : $x + 3 = 0$ ou $x - 7 = 0$

$$x = -3 \text{ ou } x = 7$$

Les solutions de l'équation-produit

$(x + 3)(x - 7) = 0$ sont -3 et 7 .

1 Résous les équations suivantes.

a. $x + 3 = 8$

$$\begin{aligned} x + 3 - 3 &= 8 - 3 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

b. $8x = 3$

$$\begin{aligned} \frac{8x}{8} &= \frac{3}{8} \\ x &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

c. $5 - x = -12$

$$\begin{aligned} 5 - x - 5 &= -12 - 5 \\ -x &= -17 \\ x &= 17 \end{aligned}$$

d. $x - 9 = 12$

$$\begin{aligned} x - 9 + 9 &= 12 + 9 \\ x &= 21 \end{aligned}$$

2 Résous les équations suivantes.

a. $2 + 2x = 4$

$$\begin{aligned} 2 + 2x - 2 &= 4 - 2 \\ 2x &= 2 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{2}{2} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

b. $-7x + 4 = 3$

$$\begin{aligned} -7x + 4 - 4 &= 3 - 4 \\ -7x &= -1 \\ \frac{-7x}{-7} &= \frac{-1}{-7} \\ x &= \frac{1}{7} \end{aligned}$$

c. $\frac{3}{x} = -8$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} \times x &= -8 \times x \\ 3 &= -8x \\ \frac{3}{-8} &= \frac{-8x}{-8} \\ x &= -\frac{3}{8} \end{aligned}$$

d. $5 - 3x = -15$

$$\begin{aligned} 5 - 3x - 5 &= -15 - 5 \\ -3x &= -20 \\ \frac{-3x}{-3} &= \frac{-20}{-3} \\ x &= \frac{20}{3} \end{aligned}$$

e. $x - 9 = 12x$

$$\begin{aligned} x - 9 - 12x &= 12x - 12x \\ -11x - 9 &= 0 \\ -11x - 9 + 9 &= 0 + 9 \\ \frac{-11x}{-11} &= \frac{9}{-11} \\ x &= -\frac{9}{11} \end{aligned}$$

f. $\frac{x}{9} = 3$

$$\begin{aligned} \frac{x}{9} \times 9 &= 3 \times 9 \\ x &= 27 \end{aligned}$$

3 Résous les équations suivantes.

a. $7x - 4 = 5x + 6$

$$\begin{aligned} 7x - 5x &= 6 + 4 \\ 2x &= 10 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

b. $3 - 2x = -9 + 3x$

$$\begin{aligned} 3 - 2x - 3 &= -9 + 3x - 3 \\ -2x &= 3x - 12 \\ -2x - 3x &= 3x - 12 - 3x \\ -5x &= -12 \\ \frac{-5x}{-5} &= \frac{-12}{-5} \\ x &= \frac{12}{5} \end{aligned}$$

c. $4,3x + 12 = 33 - 5,7x$

$$\begin{aligned} 4,3x + 12 - 12 &= 33 - 5,7x - 12 \\ 4,3x &= 21 - 5,7x \\ 4,3x + 5,7x &= 21 - 5,7x + 5,7x \\ 10x &= 21 \\ \frac{10x}{10} &= \frac{21}{10} \\ x &= 2,1 \end{aligned}$$

d. $3x - 2x + 8 = 5 + 4 - 8x$

$$\begin{aligned} x + 8 &= 9 - 8x \\ x + 8 - 8 &= 9 - 8x - 8 \\ x &= 1 - 8x \\ x + 8x &= 1 - 8x + 8x \\ 9x &= 1 \\ \frac{9x}{9} &= \frac{1}{9} \\ x &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

4 On considère l'équation $\frac{2x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$.

a. Écris **tous** les termes des deux membres avec un même dénominateur.

$$\frac{2x}{3} + 5 = \frac{x}{4} + \frac{1}{2} \text{ donne } \frac{8x}{12} + \frac{60}{12} = \frac{3x}{12} + \frac{6}{12}$$

b. Résous l'équation obtenue.

On multiplie les deux membres par 12 :

$$8x + 60 = 3x + 6$$

$$8x - 3x = 6 - 60$$

$$5x = -54 \text{ donc } x = \frac{-54}{5} \text{ ou } x = -10,8$$

5 Simplifie les équations suivantes puis résous-les. (On admettra que la valeur trouvée est la solution.)

a. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \frac{4x-1}{10} &= \frac{1}{2} \\ \frac{4x-1}{10} \times 10 &= \frac{1}{2} \times 10 \\ 4x-1 &= 5 \\ 4x &= 6 \\ x &= \frac{6}{4} \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

b. $\frac{2}{5} - \frac{x}{3} = 4x + \frac{-1}{15}$

$$\begin{aligned} \text{On multiplie chaque} \\ \text{membre par 15 :} \\ 6 - 5x &= 60x - 1 \\ 6 + 1 &= 60x + 5x \\ 7 &= 65x \\ x &= \frac{7}{65} \end{aligned}$$

Série 2 Résoudre une équation

6 Développe chaque membre des équations suivantes puis résous-les. (On admettra que la valeur trouvée est la solution.)

a. $4 - (3x + 1) = 3(x + 5)$

$$\begin{aligned}4 - 3x - 1 &= 3x + 15 \\ -3x + 3 &= 3x + 15 \\ -3x - 3x &= 15 - 3 \\ -6x &= 12 \\ x &= -2\end{aligned}$$

b. $2(x - 3) = 4 + (x - 1)$

$$\begin{aligned}2x - 6 &= 4 + x - 1 \\ 2x - 6 &= x + 3 \\ 2x - x &= 3 + 6 \\ x &= 9\end{aligned}$$

7 On considère l'équation suivante :

$$5x + 3(8 - 2x) = 15 - (x - 9).$$

a. 4 est-il solution de cette équation ?

4 est solution de cette équation si et seulement si en remplaçant x par 4 dans l'équation $5x + 3(8 - 2x)$ on trouve le même résultat en remplaçant x par 4 dans l'équation $15 - (x - 9)$.

$$\begin{aligned}5 \times 4 + 3(8 - 2 \times 4) &= 20 + 3(8 - 8) = 20 + 0 = 20 \\ 15 - (4 - 9) &= 15 - (-5) = 15 + 5 = 20\end{aligned}$$

donc 4 est solution de cette équation.

b. (-3) est-il solution de cette équation ?

$$\begin{aligned}5 \times (-3) + 3(8 - 2 \times (-3)) &= -15 + 3(8 + 6) = 27 \\ 15 - (-3 - 9) &= 15 - (-12) = 15 + 12 = 27\end{aligned}$$

donc -3 est solution de cette équation.

c. Teste une valeur de ton choix. Je choisis : 2

$$\begin{aligned}5 \times 2 + 3(8 - 2 \times 2) &= 10 + 3(8 - 4) = 10 + 12 = 22 \\ 15 - (2 - 9) &= 15 - (-7) = 15 + 7 = 22\end{aligned}$$

donc 2 est solution de cette équation.

d. Compare ta réponse à la question c. avec celles de tes camarades. Que remarques-tu ?

Je remarque que quel que soit le nombre choisi par mes camarades, ce nombre vérifie l'équation.

e. Résous l'équation. Combien de solutions y a-t-il ?
 $5x + 3(8 - 2x) = 15 - (x - 9)$

$$\begin{aligned}5x + 24 - 6x &= 15 - x + 9 \\ 5x - 6x + x &= 15 + 9 - 24 \\ 0x &= 0\end{aligned}$$

Cette égalité prouve que l'équation admet tout nombre x comme solution.

8 Résous l'équation $2(x + 3) - (2x - 7) = 12$.
Que remarques-tu ?

Résolution

$$\begin{aligned}2(x + 3) - (2x - 7) &= 12 \\ 2x + 6 - 2x + 7 &= 12 \\ 0x + 13 &= 12 \\ 0x &= -1 \\ 0 &= -1\end{aligned}$$

ce qui est impossible

Conclusion

Cette équation n'admet pas de solution.

Série 2 Résoudre une équation

9 Résous chaque équation.

a. $5(x + 3) = 3 + (2x - 6)$

$$\begin{aligned} 5x + 15 &= 3 + 2x - 6 \\ 3x &= -18 \\ x &= -6 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est - 6

b. $\frac{x+3}{3} - \frac{4x-1}{6} = 3 + \frac{x}{3}$

On multiplie les deux membres par 6 :

$$2(x + 3) - (4x - 1) = 18 + 2x$$

$$2x + 6 - 4x + 1 = 18 + 2x$$

$$-4x + 2x - 2x = 18 - 6 - 1$$

$$-4x = 11$$

$$x = \frac{-11}{4} \text{ ou } x = -2,75$$

La solution de cette équation est - 2,75.

c. $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + x)$

$$\begin{aligned} -4x + 8 &= 6x + 3 - x \\ -9x &= -5 \\ x &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

La solution de cette équation est $\frac{5}{9}$.

d. $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

$$\begin{aligned} 4x - 2 + 5x - 1 &= -21 + 3x \\ 6x &= -18 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est - 3.

e. $\frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$

$$\begin{aligned} \frac{5x+25}{10} - \frac{4x-14}{10} &= \frac{20+3x}{10} \\ 5x+25-4x+14 &= 20+3x \\ -2x &= -19 \\ x &= \frac{19}{2} \end{aligned}$$

La solution de cette équation est $\frac{19}{2} = 9,5$.

10 Résous les équations suivantes.

a. $(x + 1)(x - 8) = 0$

$$\begin{aligned} x + 1 &= 0 \text{ ou } x - 8 = 0 \\ x &= -1 \text{ ou } x = 8 \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont -1 et 8.

b. $(5x - 3)(6 + x) = 0$

$$\begin{aligned} 5x - 3 &= 0 \text{ ou } 6 + x = 0 \\ x &= \frac{3}{5} \text{ ou } x = -6 \\ x &= 0,6 \text{ ou } x = -6 \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont - 6 et 0,6.

c. $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$

$$\begin{aligned} 11 - 8x &= 0 \text{ ou } 3x + 7 = 0 \\ x &= \frac{11}{8} \text{ ou } x = -\frac{7}{3} \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont $\frac{11}{8}$ et $-\frac{7}{3}$.

d. $(7 - x)(x - 7) = 0$

$$\begin{aligned} 7 - x &= 0 \text{ ou } x - 7 = 0 \\ x &= 7 \text{ ou } x = 7 \end{aligned}$$

La solution de cette équation est 7.

e. $2x(3x + 2)(3x - 1) = 0$

$$\begin{aligned} 2x &= 0 \text{ ou } 3x + 2 = 0 \text{ ou } 3x - 1 = 0 \\ x &= 0 \text{ ou } x = -\frac{2}{3} \text{ ou } x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont 0, $-\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{3}$.

11 Résous les équations suivantes.

a. $(3x + 1)(x - 5) = 0$

$$\begin{aligned} 3x + 1 &= 0 \text{ ou } x - 5 = 0 \\ x &= -\frac{1}{3} \text{ ou } x = 5 \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont 5 et $-\frac{1}{3}$.

b. $(3x + 7)(4x - 8) = 0$

$$\begin{aligned} 3x + 7 &= 0 \text{ ou } 4x - 8 = 0 \\ x &= -\frac{7}{3} \text{ ou } x = 2 \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont 2 et $-\frac{7}{3}$.

c. $5(9x - 3)(-5x - 13) = 0$

$$\begin{aligned} 9x - 3 &= 0 \text{ ou } -5x - 13 = 0 \\ x &= \frac{1}{3} \text{ ou } x = -\frac{13}{5} \end{aligned}$$

Les solutions de cette équation sont $\frac{1}{3}$ et $-\frac{13}{5}$.

Série 2 Résoudre une équation

12 Soit $E = (3x + 2)(4x - 2) + (4x - 2)(x - 6)$.

a. Factorise E.

$$E = (4x - 2)[3x + 2 + x - 6]$$

$$E = (4x - 2)(4x - 4)$$

$$E = 2(2x - 1)(4x - 4)$$

$$E = 8(2x - 1)(x - 1)$$

b. Résous l'équation $E = 0$.

$$E = 0 \text{ équivaut à } 8(2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$\text{équivaut à } 2x - 1 = 0 \text{ ou } x - 1 = 0$$

$$\text{équivaut à } x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = 1$$

Les solutions de cette équation sont 1 et $\frac{1}{2}$.

13 Factorise puis résous chaque équation.

a. $(7x - 2)(2 - 3x) + (4x + 3)(7x - 2) = 0$

$$(7x - 2)[2 - 3x + 7x - 2] = 0$$

$$(7x - 2)(4x) = 0$$

$$7x - 2 = 0 \text{ ou } 4x = 0$$

$$x = \frac{2}{7} \text{ ou } x = 0$$

Les solutions de cette équation sont 0 et $\frac{2}{7}$.

b. $(9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) = 0$

$$(9x - 4)[-2 + 5x - (3x - 5)] = 0$$

$$(9x - 4)[-2 + 5x - 3x + 5] = 0$$

$$(9x - 4)(2x + 3) = 0$$

$$9x - 4 = 0 \text{ ou } 2x + 3 = 0$$

$$x = \frac{4}{9} \text{ ou } x = -\frac{3}{2}$$

Les solutions de cette équation sont $\frac{4}{9}$ et $-\frac{3}{2}$.

c. $(y + 5)(y - 2) - 6(y + 5) = 0$

$$(y + 5)[y - 2 - 6] = 0$$

$$(y + 5)(y - 8) = 0$$

$$y + 5 = 0 \text{ ou } y - 8 = 0$$

$$y = -5 \text{ ou } y = 8$$

Les solutions de cette équation sont -5 et 8.

14 Résous les équations suivantes.

a. $x^2 = 36$

$$\text{Règle: } x^2 = a \ (a > 0)$$

$$x = \sqrt{a} \text{ ou } x = -\sqrt{a}$$

$$x = \sqrt{36} \text{ ou } x = -\sqrt{36}$$

$$x = 6 \text{ ou } x = -6$$

b. $x^2 = 15$

Solutions :

$$x = \sqrt{15} \text{ ou } x = -\sqrt{15}$$

c. $x^2 = -5$

Un carré n'est jamais

négatif. Donc cette

équation n'admet pas de

solution.

d. $x^2 = 20,25$

Solutions :

$$x = \sqrt{20,25} \text{ ou }$$

$$x = -\sqrt{20,25}$$

$$x = 4,5 \text{ ou } x = -4,5$$

e. $x^2 = \frac{25}{16}$

Solutions :

$$x = \sqrt{\frac{25}{16}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{25}{16}}$$

$$x = \frac{5}{4} \text{ ou } x = -\frac{5}{4}$$

f. $x^2 = \frac{4}{3}$

Solutions :

$$x = \sqrt{\frac{4}{3}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{4}{3}}$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ ou } x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{2}{3}\sqrt{3} \text{ ou } x = -\frac{2}{3}\sqrt{3}$$

15 Résous les équations suivantes.

a. $x^2 + 6 = 13$

$$x^2 = 7$$

$$x = \sqrt{7} \text{ ou } x = -\sqrt{7}$$

b. $6 - x^2 = -5$

$$-x^2 = -11$$

$$x^2 = 11$$

$$x = \sqrt{11} \text{ ou } x = -\sqrt{11}$$

c. $x^2 + 11 = 7$

$$x^2 = -4 \text{ Cette équation}$$

n'admet pas de solution.

d. $4x^2 = 16$

$$x^2 = \frac{16}{4}$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -2$$

e. $8 + 2x^2 = 40$

$$2x^2 = 32$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 4 \text{ ou } x = -4$$

f. $7x^2 - 3 = 6x^2 + 27$

$$7x^2 - 6x^2 = 27 + 3$$

$$x^2 = 30$$

$$x = \sqrt{30} \text{ ou } x = -\sqrt{30}$$

16 Résous chaque équation.

a. $x^2 - 49 = 0$

$$x^2 = 49$$

$$x = \sqrt{49} \text{ ou } x = -\sqrt{49}$$

$$x = 7 \text{ ou } x = -7$$

b. $9x^2 - 36 = 0$

$$9x^2 = 36$$

$$x^2 = \frac{36}{9}$$

$$x = \frac{6}{3} \text{ ou } x = -\frac{6}{3}$$

c. $25x^2 = 4$

$$x^2 = \frac{4}{25}$$

$$x = \frac{2}{5} \text{ ou } x = -\frac{2}{5}$$

d. $(x + 1)^2 = 9$

$$x+1 = 3 \text{ ou } x+1 = -3$$

$$x = 2 \text{ ou } x = -4$$

17 Extrait du brevet

a. On pose $B = 9x^2 - 64$. Factorise B.

$$B = 3^2 x^2 - 8^2$$

$$B = (3x)^2 - 8^2$$

$$B = (3x-8)(3x+8)$$

$$\text{Donc } B = (3x-8)(3x+8)$$

b. Détermine les deux nombres relatifs dont le carré du triple est égal à 64.

Il suffit de résoudre l'équation $B = 0$

on aura

$$(3x-8)(3x+8) = 0$$

$$3x-8 = 0 \text{ ou } 3x+8 = 0$$

$$x = \frac{8}{3} \text{ ou } x = -\frac{8}{3}$$