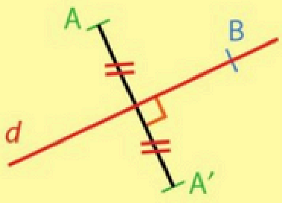
Séquence 2 : Symétries

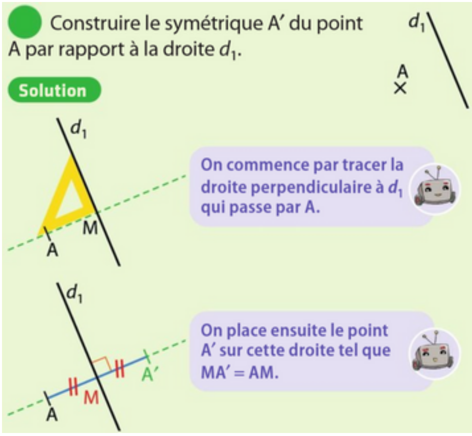
I] Rappels : symétrie axiale

Définition

Soit *d* une droite.

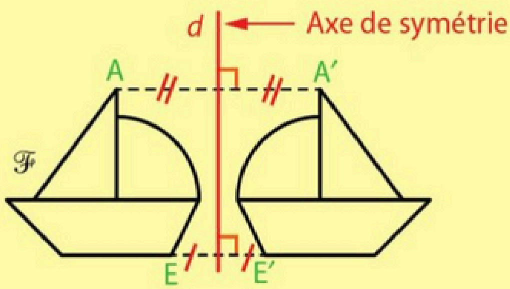
- **Si un point A n'appartient pas à la droite *d***, alors son **symétrique par rapport à la droite *d*** est le point A′ tel que *d* est la médiatrice du segment [AA′] (c'est-à-dire la droite qui coupe le segment [AA′] perpendiculairement en son milieu).
- **Si un point B appartient à la droite *d***, alors son **symétrique par rapport à la droite *d*** est lui-même.

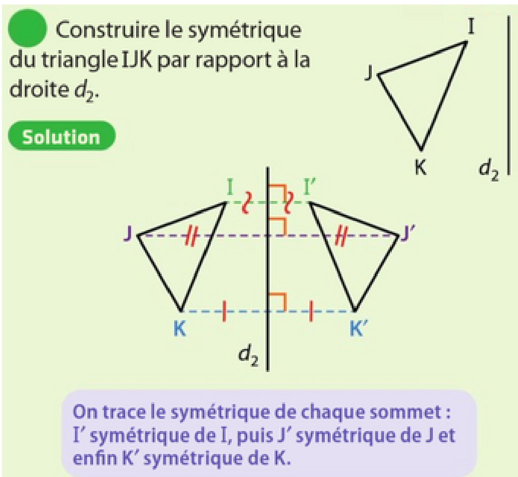




Définition

Soit $\mathscr{F}$ une figure et *d* une droite.
On appelle **symétrique de la figure** $\mathscr{F}$ par rapport à la droite *d* la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure $\mathscr{F}$. La droite *d* est appelée **axe de symétrie**.





Propriété

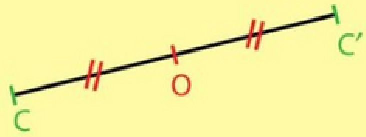
Deux figures symétriques par rapport à une droite *d* sont superposables : elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite.

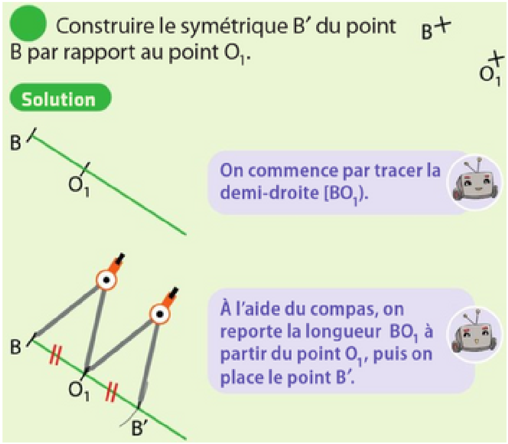
II] Symétrie centrale

Définition

Soit O un point. Par la **symétrie de centre O** :

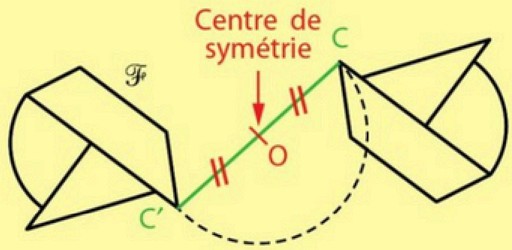
- le **symétrique** d'un **point C distinct de O** est le point C′ tel que O est le milieu du segment [CC′] ;
- le symétrique du **point O** est lui-même.

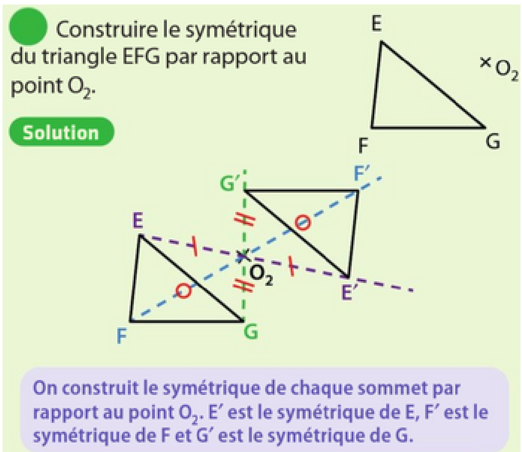




Définition

Soit $\mathscr{F}$ une figure et O un point.
On appelle **symétrique de la figure** $\mathscr{F}$ par rapport au point O la figure obtenue en construisant le symétrique de chaque point de la figure $\mathscr{F}$ par rapport à O. Le point O est appelé **centre de symétrie**.





Propriété

Deux figures symétriques par rapport à un point O se superposent lorsqu'on effectue un demi-tour autour du point O.

⚔️Entraine-toi avec *Constructions* ⚔️

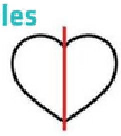
🏠 *Ping et Pong* 🏠

III] Reconnaître un axe ou un centre de symétrie

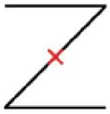
Définitions

- On dit qu'une droite *d* est un **axe de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à la droite *d* est la figure elle-même.
- On dit qu'un point O est le **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport au point O est la figure elle-même.

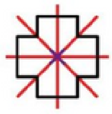
Exemples



1 axe de symétrie
0 centre de symétrie

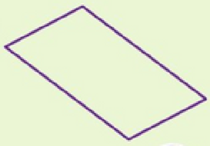


0 axe de symétrie
1 centre de symétrie

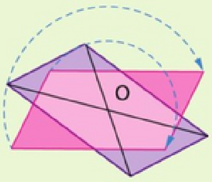


4 axes de symétrie
1 centre de symétrie

Le parallélogramme ci-contre a-t-il un centre de symétrie ?



Solution



On cherche le centre de symétrie éventuel dans la partie centrale de la figure. On peut essayer avec le point O intersection des diagonales. On fait tourner la figure d'un demi-tour autour de O : elle se superpose à elle-même. Donc O est le centre de symétrie.

Le centre de symétrie est le point O qui est l'intersection des deux diagonales.

⚔️Entraine-toi avec *Reconnaître une symétrie* ⚔️

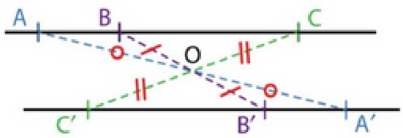
IV] Utiliser les propriétés de la symétrie centrale

Propriétés

- Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite : on dit que **la symétrie centrale conserve les alignements**.
- Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.

Exemple

- Les points A, B et C sont alignés, donc leurs symétriques A', B' et C' sont aussi alignés.
- La droite (AB) est parallèle à la droite (A'B').



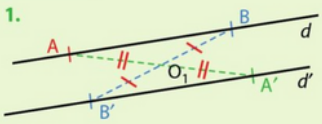
Remarque

Dans le cas d'une symétrie axiale, deux droites symétriques ne sont pas parallèles, sauf cas particulier.

1. Construire la droite *d'* symétrique de la droite *d* par rapport au point O_1.
2. Que peut-on dire des droites *d* et *d'* ? Justifier.

Solution

1.



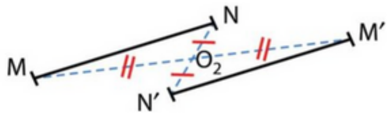
On place un point A sur la droite *d* et on construit le symétrique A' de A par rapport à O_1.
Puis on recommence avec un point B.
On finit par tracer la droite *d'* qui passe par les points A' et B'.

2. Les droites *d* et *d'* sont symétriques par rapport à O_1, donc elles sont parallèles.

Propriété

Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur : on dit que **la symétrie centrale conserve les longueurs**.

Exemple
[MN] et [M'N'] sont symétriques par rapport à O_2.
Donc MN = M'N'.



Propriété

Deux figures symétriques par rapport à un point ont la même forme. On dit que **la symétrie centrale conserve les mesures des angles, les périmètres et les aires**.

Propriété

Comme la symétrie centrale, la symétrie axiale conserve également les alignements, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

⚔️Entraine-toi avec *Propriétés de la symétrie* ⚔️