Séquence 1 : Nombres entiers

Act. 1

I] Lire et écrire des nombres entiers

Définitions

- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont les dix **chiffres** qui permettent d'écrire tous les nombres.
- Chaque chiffre a une **valeur** en fonction de sa **position** dans le nombre :

1 dizaine = 10 unités • 1 centaine = 10 dizaines • 1 millier = 10 centaines

1 million = 1 000 milliers • 1 milliard = 1 000 millions

▸ Exemple

Le nombre 25 204 879 603 est un nombre à onze chiffres.
Pour en faciliter la lecture, on peut regrouper ses chiffres par classes de trois :

Classe des milliards			Classe des millions			Classe des milliers ou des mille			Classe des unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
	2	5	2	0	4	8	7	9	6	0	3

On peut ainsi le décomposer :
$25\,204\,879\,603 = (25 \times 1\,000\,000\,000) + (204 \times 1\,000\,000) + (879 \times 1\,000) + (603 \times 1)$
Ce nombre se lit donc « 25 milliards 204 millions 879 mille 603 ».

1 Écrire le nombre 123569547 en lettres.

Solution

On réécrit le nombre en mettant en évidence les classes des millions, des mille et des unités.

On place un trait d'union entre tous les mots qui composent le nombre. Ces mots sont invariables, sauf :
- « million » et « milliard » ;
- « vingt » et « cent » lorsqu'ils ne sont pas suivis d'un nombre.

123 569 547
123 millions 569 mille 547
cent-vingt-trois-millions-cinq-cent-soixante-neuf-mille-cinq-cent-quarante-sept

⚔️Entraine-toi avec *Écrire des nombres entiers* ⚔️
🌍Et dans la vraie vie ? *Les émissions de CO2 par habitant dans le monde* 🌍

Act. 2

II] Calculer avec des nombres entiers

Définitions

- Dans une **addition**, on ajoute des **termes**, et le résultat est une somme.
- Dans une **soustraction**, on soustrait des **termes**, et le résultat est une **différence**.
- Dans une **multiplication**, on multiplie des **facteurs**, et le résultat est un **produit**.

▸ Exemple

$67 + 345 = 412$ 412 est la somme des termes 67 et 345.

⚔️Entraine-toi avec *Calculer avec des nombres entiers* ⚔️
🌍Et dans la vraie vie ? *La population mondiale augmente* 🌍

Propriétés

- Dans une succession d'additions, on peut changer l'ordre des termes et les regrouper.
- Dans une succession de multiplications, on peut changer l'ordre des facteurs et les regrouper.

Exemples

- $35 + 76 + 15 = 35 + 15 + 76 = 50 + 76 = 126$
- $5 \times 36 \times 2 = 5 \times 2 \times 36 = 10 \times 36 = 360$

⚔️ Entraine-toi avec *Calculer astucieusement* ⚔️

Propriétés

- Quand on multiplie un nombre par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines.
- Quand on multiplie un nombre par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centaines.
- …

Exemple

$35 \times 100 = 3\,500$

Le chiffre 5, qui est le chiffre des unités du nombre 35, devient le chiffre des centaines du résultat 3 500.

⚔️ Entraine-toi avec *Multiplier par 10, 100, 1000* ⚔️

Act. 3

III] Estimer un ordre de grandeur

Définition

Un **ordre de grandeur** d'un nombre est un nombre proche de celui-ci et facile à utiliser en calcul mental.

Remarque

Un ordre de grandeur n'est pas unique : on peut donner des ordres de grandeurs différents selon la précision voulue.

Exemple

La population française était de 67 063 703 habitants en 2020. Un ordre de grandeur de cette population est 70 millions (on pourrait aussi choisir 100 millions ou 67 millions).

Méthode

Pour **estimer un ordre de grandeur** du résultat d'une opération, on peut remplacer chaque terme ou facteur par un nombre proche qui permet de calculer mentalement.

Exemples

- On cherche un ordre de grandeur de la somme $1\,243 + 519 + 198$.
On remplace chaque terme par un nombre proche.
Par exemple : $1\,200 + 500 + 200 = 1\,900$
1 900 est un ordre de grandeur de cette somme.

- On cherche un ordre de grandeur du produit 318×21.
On remplace chaque facteur par un nombre proche.
Par exemple : $300 \times 20 = 6\,000$
6 000 est un ordre de grandeur de ce produit.

7 Un immeuble est constitué d'un rez-de chaussée surmonté de 9 étages, chacun de ces 10 niveaux ayant une hauteur de 2,95 m.
- Donner un ordre de grandeur de la hauteur de cet immeuble.

Solution

L'ordre de grandeur de la hauteur de chaque niveau est 3 m.
3 m × 10 = 30 m
Donc la hauteur de cet immeuble est d'environ 30 m.

9 Dans un collège, 224 élèves sont inscrits en 6^{e}, 197 en 5^{e}, 198 en 4^{e} et 167 en 3^{e}.
- Donner un ordre de grandeur du nombre d'élèves dans ce collège.

Solution

On cherche un ordre de grandeur de la somme 224 + 197 + 198 + 167.

On remplace chaque terme par un nombre proche.

220 + 200 + 200 + 170 = 790
Un ordre de grandeur du nombre d'élèves dans ce collège est 790.

⚔️ Entraine-toi avec *Ordre de grandeur* ⚔️

Act. 4

IV] Calculer avec des durées

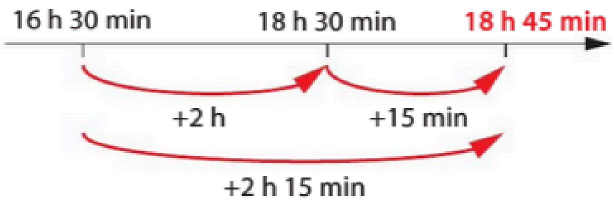
Définition

- Le temps écoulé entre deux instants s'appelle une **durée**.
- L'unité de référence pour mesurer une durée est la seconde.
- Autres unités de durées :

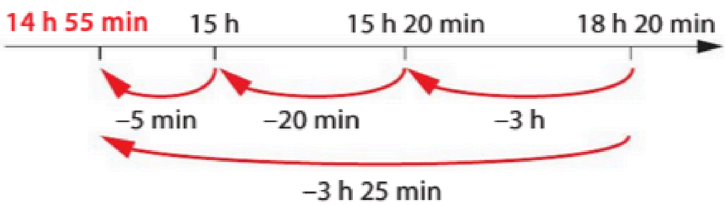
Multiples de l'unité			Unité
jour	heure	minute	seconde
1 j = 24 h	1 h = 60 min	1 min = 60 s	1 s

Exemples

- 16 h 30 min + 2 h 15 min
= **18 h 45 min**



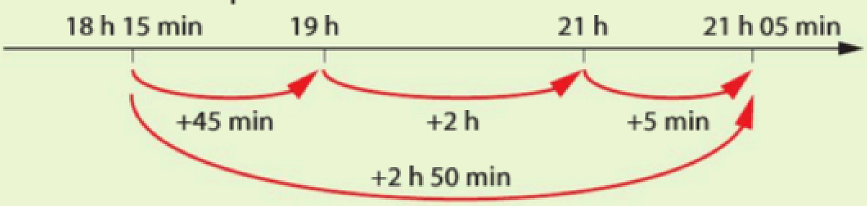
- 18 h 20 min − 3 h 25 min
= **14 h 55 min**



11 Le départ du train de Tamara est prévu à 18 h 15 et son arrivée, à 21 h 05.
- Combien de temps son trajet va-t-il durer ?

Solution

On schématise le problème :



On a calculé la somme des durées intermédiaires.

On a donc : 21 h 05 min − 18 h 15 min = 2 h 50 min.
Le trajet va durer 2 h 50 min.

⚔️ Entraine-toi avec *Temps et durées* ⚔️

Séquence 2 : Distance et figures géométriques

Act. 1

I] Tracer et mesurer un segment

Définition

La **distance entre deux points** A et B est la longueur du segment d'extrémités A et B. On note ce segment [AB] et sa longueur AB.

Exemple

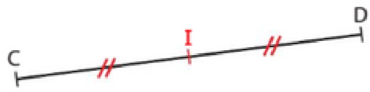
Le segment [AB] mesure 3,8 cm.
On note : AB = 3,8 cm

Définition

Le **milieu d'un segment** est le point de ce segment qui est à la même distance de ses extrémités.

Exemple

I est le milieu du segment [CD].
Le point I partage le segment [CD] en deux segments de même longueur : les segments [CI] et [ID] sont codés avec un même symbole.
On note : I ∈ [CD] et IC = ID = CD ÷ 2.



Le symbole ∈ signifie « appartient à ».

1. Tracer un segment [LI] de longueur 5 cm.
2. Placer son milieu U.

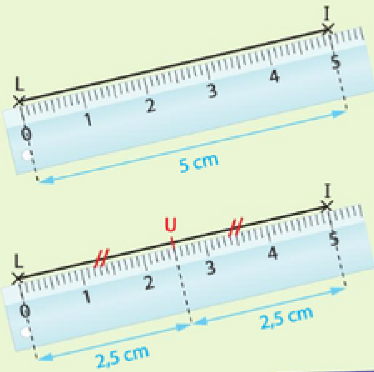
Solution

1.

- On place un point L.
- On positionne correctement la règle en s'assurant que la graduation 0 est placée sur le point L.
- On place le point I en face de la graduation 5.

2.

- On place le point U sur le segment [LI] tel que : LU = LI ÷ 2 = 2,5 cm
- On code les segments [LU] et [UI] qui sont de même longueur avec un symbole identique.



⚔️Entraine-toi avec *Segments et milieux* ⚔️

Act. 2

II] Construire et utiliser un cercle

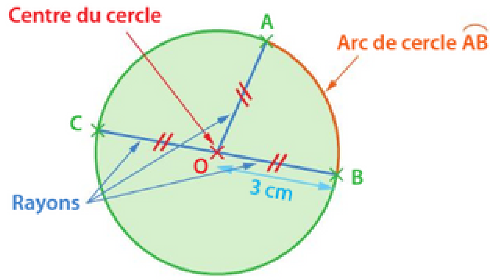
Définitions

O désigne un point, et *r* un nombre positif.

- Le **cercle** de centre O et de rayon *r* est l'ensemble des points situés à la même distance *r* du point O.
- Le **disque** de centre O et de rayon *r* est l'ensemble des points situés à une distance du point O inférieure ou égale à *r*.

Exemples

- Le **cercle** de centre O et de rayon 3 cm est l'ensemble de tous les points situés à une distance de 3 cm du point O.
- Le **disque** de centre O et de rayon 3 cm est constitué de la zone verte, y compris le cercle.
- Le segment [BC] a pour milieu le point O : c'est un **diamètre** du cercle.
On dit que B et C sont **diamétralement opposés**.



OA = OB = OC = 3 cm et BC = 6 cm.

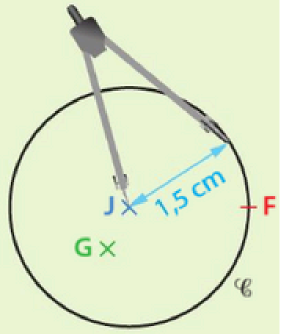
1. Construire un cercle $\mathscr{C}$ de centre J et de diamètre 3 cm.
2. Placer un point F situé à 1,5 cm du point J.
3. Placer un point G situé à moins de 1,5 cm du point J.
4. Compléter par le symbole $\in$ ou $\notin$:

F ... $\mathscr{C}$ • G ... $\mathscr{C}$ • J ... $\mathscr{C}$

Le symbole $\notin$ signifie « n'appartient pas à ».

Solution

1.
Le rayon vaut la moitié du diamètre, soit 1,5 cm.
- On place un point J.
- On prend un écartement de 1,5 cm avec le compas et on place sa pointe sur le point J.
- On trace le cercle avec le compas.



2. Le point F est situé à 1,5 cm du point J, donc on le place sur le cercle de centre J et de rayon 1,5 cm.
3. Le point G est situé à moins de 1,5 cm du point J, donc on le place à l'intérieur du cercle.
4. F $\in \mathscr{C}$ • G $\notin \mathscr{C}$ • J $\notin \mathscr{C}$

⚔️Entraine-toi avec *Cercles*⚔️

🌍 *Alvéole d'abeille* 🌍

Act. 3

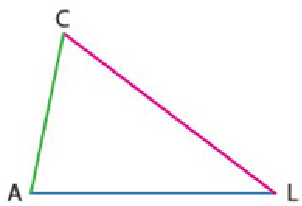
III] Construire et utiliser un triangle

Définitions

- Un **polygone** est une figure fermée dont les côtés sont des segments.
- Un **triangle** est un polygone à trois côtés.

Exemple

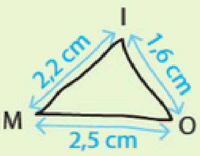
LAC est un triangle.
Ses trois côtés sont les segments [LA], [AC] et [LC].
Ses trois sommets sont les points L, A et C.



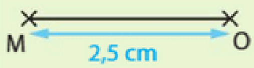
Construire un triangle MOI tel que MO = 2,5 cm, IM = 2,2 cm et IO = 1,6 cm.

Solution

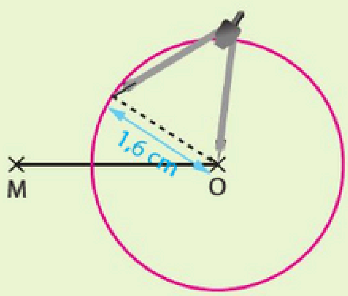
- On peut commencer par faire un schéma à main levée en notant les données.



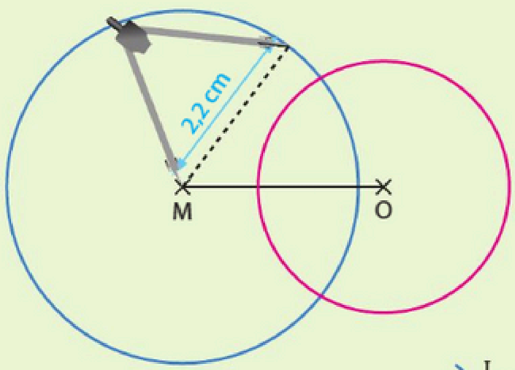
- On trace, par exemple, le côté [MO] de longueur 2,5 cm.



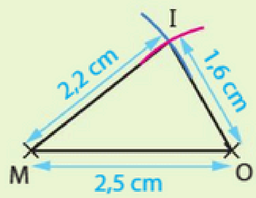
- Le point I est à 1,6 cm du point O.
Donc I appartient au cercle de centre O et de rayon 1,6 cm. On trace ce cercle.



Le point I est aussi à 2,2 cm du point M. Donc I appartient également au cercle de centre M et de rayon 2,2 cm. On trace ce cercle.



Le point I est donc l'un des deux points d'intersection de ces deux cercles.
On en choisit un et on termine la construction en traçant [MI] et [IO].



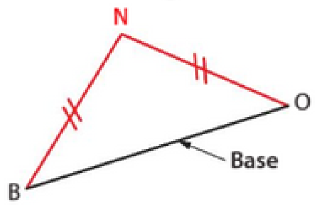
⚔️ Entraine-toi avec *Triangles* ⚔️

Définitions

- Un **triangle isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.
- Un **triangle équilatéral** est un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

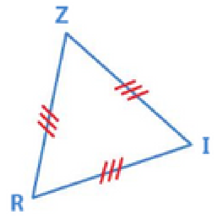
Exemples

- BON est un triangle isocèle en N.



On a NB = NO.
[BO] est appelé la **base** du triangle isocèle.

- RIZ est un triangle équilatéral.



On a RI = IZ = RZ.

Un triangle équilatéral est aussi un triangle isocèle !

⚔️ Entraine-toi avec *Nature d'un triangle* ⚔️

Act. 4

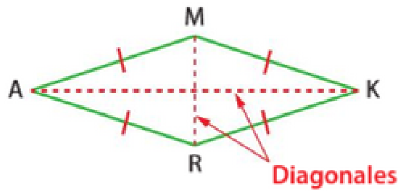
IV] Construire et utiliser un losange

Définitions

- Un **quadrilatère** est un polygone à quatre côtés.
- Un **losange** est un quadrilatère dont les quatre côtés ont la même longueur.

Exemple

Le quadrilatère MARK est un losange.
Ses quatre côtés sont [MA], [MK], [RA] et [RK].
On a MA = MK = RA = RK.
Ses quatre sommets sont les points M, A, R et K.

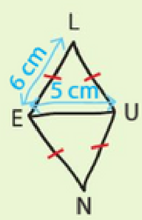


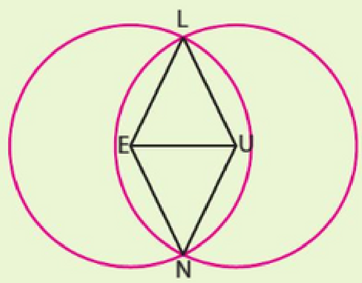
Pour nommer un quadrilatère, on cite les sommets dans l'ordre dans lequel on les rencontre en suivant son contour.

7 Construire un losange LUNE de 6 cm de côté et tel que EU = 5 cm.

Solution

- On trace une figure à main levée que l'on code.
- On trace le segment [EU] de longueur 5 cm.
- On trace deux cercles de centres E et U, de rayon 6 cm.
- On note L et N les points d'intersection des deux cercles.
- On termine la construction du losange en traçant les segments [LE], [LU], [NE] et [NU].





⚔️ Entraine-toi avec *Losanges* ⚔️

Séquence 3 : Nombres décimaux

I] Notion de fraction partage

Définition

Lorsqu'on partage une unité en parts égales et qu'on prend une ou plusieurs de ces parts, on obtient une **fraction** de l'unité.

Exemples

La bande rouge ci-dessous représente une unité.

- Elle est partagée en cinq parts de mêmes dimensions.

Chaque part représente un cinquième de la bande. On le note $\frac{1}{5}$.

- Si l'on colorie trois parts, on obtient trois cinquièmes, que l'on note $\frac{3}{5}$.

Nombre de parts coloriées → 3
Nombre de parts dans l'unité → 5

$\frac{3}{5}$ est une fraction.

Entraine-toi avec *Fractions : Représentation géométrique*

Définition

Une fraction s'écrit sous la forme suivante :

$\frac{a}{b}$

a ← **numérateur (nombre de parts dans la fraction)**

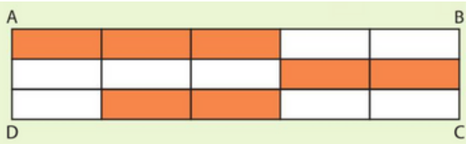
b ← **dénominateur (nombre de parts dans l'unité)**

où a et b désignent deux nombres entiers, b est différent de zéro.

Exemples

- $\frac{2}{3}$ se lit « deux tiers » : on a partagé une unité en 3 parts égales et on a pris 2 parts.
- $\frac{8}{5}$ se lit « huit cinquièmes » : on a partagé une unité en 5 parts égales et on a pris 8 parts.

Le rectangle ABCD ci-contre représente l'unité.
Exprimer la surface coloriée à l'aide d'une fraction.



Solution

L'unité est partagée en 15 parts égales.
Chaque petit rectangle représente donc $\frac{1}{15}$ du rectangle ABCD.
On a colorié sept fois un quinzième c'est-à-dire $\frac{7}{15}$ du rectangle ABCD.

Recopier et compléter les phrases suivantes.

a. Le dénominateur de la fraction $\frac{3}{4}$ est … .
b. 3 est le … de la fraction $\frac{3}{5}$.
c. Dans la fraction $\frac{4}{11}$, 4 est le … et 11 est le … .

Solution

a. Le dénominateur de la fraction $\frac{3}{4}$ est 4.
b. 3 est le numérateur de la fraction $\frac{3}{5}$.
c. Dans la fraction $\frac{4}{11}$, 4 est le numérateur et 11 est le dénominateur.

Propriété

- Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur, alors cette fraction est inférieure à l'unité.
- Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur, alors cette fraction est supérieure à l'unité.
- Si le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur, alors cette fraction est égale à l'unité.

Exemples

- Si on partage une unité en 3 parts égales et qu'on prend 2 parts, on obtient une fraction inférieure à l'unité (on peut noter $\frac{2}{3} < 1$).
- Si on partage une unité en 2 parts égales et qu'on prend 5 parts, on obtient une fraction supérieure à l'unité (on peut noter $\frac{5}{2} > 1$).
- Si on partage une unité en 4 parts égales et qu'on prend 4 parts, on obtient une fraction égale à l'unité (on peut noter $\frac{4}{4} = 1$).

Parmi les fractions suivantes, citer celles qui sont supérieures à l'unité.

$\frac{2}{3}$ • $\frac{9}{4}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{1}{2}$ • $\frac{13}{6}$ • $\frac{17}{21}$

Solution

Les fractions supérieures à l'unité sont celles dont le numérateur est supérieur au dénominateur.

Les fractions supérieures à l'unité sont :

$\frac{9}{4}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{13}{6}$

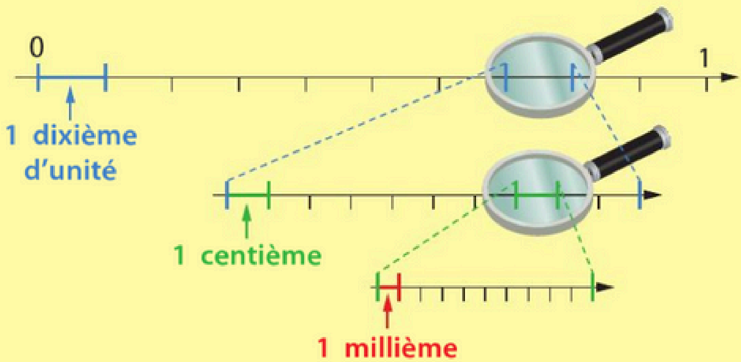
Retour en arrière : *Les éco-gestes du quotidien*

II] Utiliser des fractions décimales

Act. 2

Définitions

- Lorsque l'on partage l'unité en dix parts égales, on obtient dix **dixièmes**.
- Lorsque l'on partage chaque **dixième** de l'unité en dix parts égales, l'unité est partagée en cent parts égales, et on obtient cent **centièmes**.
- En poursuivant ainsi les partages en dix, on obtient des **millièmes**, des **dix-millièmes**, …
- Une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000… est appelée une **fraction décimale**.



- $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$
- $\frac{1}{100} = \frac{10}{1\,000}$
- $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1\,000}{1\,000}$

Recopier et compléter les égalités suivantes.

a. $\frac{3}{10} = \frac{\dots}{100}$ **b.** $\frac{7}{10} = \frac{\dots}{1\,000}$ **c.** $\frac{80}{100} = \frac{\dots}{10}$

Solution

a. $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ **b.** $\frac{7}{10} = \frac{700}{1\,000}$ **c.** $\frac{80}{100} = \frac{8}{10}$

Combien y a-t-il de centièmes dans 7 unités et 3 dixièmes ?

Solution

- Dans une unité, il y a 100 centièmes donc dans 7 unités, il y a 700 centièmes.
- Dans un dixième, il y a 10 centièmes donc dans 3 dixièmes, il y a 30 centièmes.

Donc dans 7 unités et 3 dixièmes, il y a 73 centièmes.

⚔️Entraine-toi avec *Fractions : Vocabulaire et sens* ⚔️

Propriété

Toute fraction décimale peut s'écrire comme la somme d'un **nombre entier** et d'une **fraction décimale inférieure à 1**. Une fraction décimale peut se décomposer en unités, dixièmes, centièmes, millièmes…

Exemple

$$\frac{25\,381}{1\,000} = \frac{25\,000}{1\,000} + \frac{381}{1\,000} = 25 + \frac{300}{1\,000} + \frac{80}{1\,000} + \frac{1}{1\,000} = 25 + \frac{3}{10} + \frac{8}{100} + \frac{1}{1\,000}$$

$\frac{25\,381}{1\,000}$ est égal à **25 unités**, **3 dixièmes, 8 centièmes et 1 millième**.

Écrire la fraction décimale $\frac{514\,871}{1\,000}$ sous la forme d'une somme d'un nombre entier, de dixièmes, de centièmes et de millièmes.

Solution

$$\frac{514\,871}{1\,000} = \frac{514\,000}{1\,000} + \frac{871}{1\,000} = 514 + \frac{871}{1\,000}$$

$$\frac{514\,871}{1\,000} = 514 + \frac{800}{1\,000} + \frac{70}{1\,000} + \frac{1}{1\,000}$$

$$\frac{514\,871}{1\,000} = 514 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1\,000}$$

🌿 *Performances énergétiques des maisons et appartements* 🌿

III] Comprendre et utiliser des nombres décimaux

Définitions

- On appelle **nombre décimal** un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.
- Tout nombre décimal peut donc s'écrire comme la somme d'un **nombre entier**, appelé sa **partie entière**, et d'une **fraction décimale inférieure à 1**, appelée sa **partie décimale**.
- L'écriture d'un nombre décimal avec une virgule est appelée une **écriture décimale**.

Exemple

$$25{,}381 = \frac{25\,381}{1\,000} = \frac{25\,000}{1\,000} + \frac{381}{1\,000} = 25 + 0{,}381$$

25,381 peut s'écrire $\frac{25\,381}{1\,000}$, c'est bien un nombre décimal.

Sa partie entière est 25, sa partie décimale est 0,381.

Un nombre entier est un nombre décimal ! Sa partie décimale est égale à zéro.

Donner la partie entière et la partie décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ puis donner son écriture décimale.

Solution

$\frac{4\,056}{1\,000} = \frac{4\,000}{1\,000} + \frac{56}{1\,000} = 4 + \frac{56}{1\,000}$

La partie entière de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est 4.

La partie décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est $\frac{56}{1\,000}$ ou 0,056.

L'écriture décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est 4,056.

Propriété

Dans une écriture décimale, la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre.

Exemple

On considère le nombre 25,381.

…	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	…
	2	5 ,	3	8	1	

3 est le chiffre des dixièmes, 8 est le chiffre des centièmes et 1 est le chiffre des millièmes :
25,381 = 25 + 0,3 + 0,08 + 0,001

1. Décomposer 9,803 en unités, dixièmes, centièmes et millièmes.
2. Justifier que 9,803 est un nombre décimal.

Solution

1.

unités	dixièmes	centièmes	millièmes
9 ,	8	0	3

9,803 est égal à 9 unités, 8 dixièmes, 0 centième et 3 millièmes.

2. $9{,}803 = \frac{9\,803}{1\,000}$. 9,803 peut s'écrire comme une fraction décimale, donc c'est un nombre décimal.

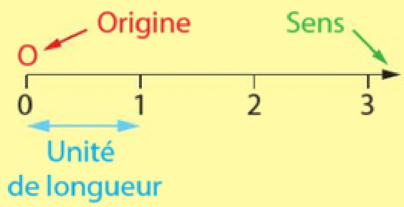
⚔️Entraine-toi avec *Fractions, décimaux et comparaison (1 à 4)* ⚔️

Act. 3

IV] Comparer des nombres décimaux

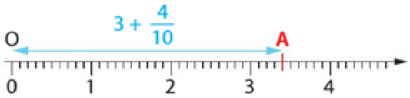
Définitions

- Une **demi-droite graduée** est une demi-droite sur laquelle on a choisi une unité de longueur, que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine.
- L'abscisse d'un point d'une demi-droite graduée est la distance entre l'origine de la demi-droite et ce point.

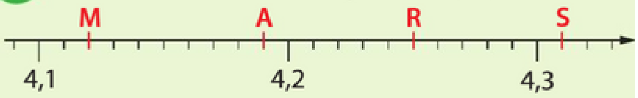


Exemple

Le point A a pour abscisse $3+\frac{4}{10}$ ou 3,4.



1. Lire les abscisses des points M, A, R et S.



2. Encadrer chacun de ces nombres au dixième.
3. Donner l'arrondi au dixième des abscisses des points M et A.

Solution

1. Les abscisses des points M, A, R et S sont :
4,12 • 4,19 • 4,25 • 4,31
2. $4,1 < 4,12 < 4,2$ $\quad 4,1 < 4,19 < 4,2$
$4,2 < 4,25 < 4,3$ $\quad 4,3 < 4,31 < 4,4$
3. $4,12 \approx 4,1$ $\quad 4,19 \approx 4,2$

Définition

Comparer deux nombres, c'est trouver le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Propriété

Lorsque l'on parcourt une demi-droite graduée dans le sens de la flèche, le plus petit de deux nombres est celui que l'on rencontre en premier.

Exemple

On dit que 2,46 est inférieur à 2,7 et on note $2,46 < 2,7$.
On dit également que 2,7 est supérieur à 2,46 et on note $2,7 > 2,46$.

Attention ! 7 est plus petit que 46 mais 2,7 est plus grand que 2,46.

Comparer les nombres suivants.
a. 12,4 et 12,40 **b.** 31,6 et 35,28 **c.** 13,32 et 13,27

Solution

On compare d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

a. $12,4 = 12 + \frac{4}{10} = 12 + \frac{40}{100}$ donc $12,4 = 12,40$.
b. La partie entière de 31,6 est inférieure à celle de 35,28 donc $31,6 < 35,28$.
c. $13,32 = 13 + \frac{32}{100}$ et $13,27 = 13 + \frac{27}{100}$
Les parties entières sont égales donc on compare les parties décimales.
$\frac{32}{100} > \frac{27}{100}$ donc $13,32 > 13,27$.

Définitions

- **Encadrer** un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand.
- **Ranger** des nombres dans **l'ordre croissant** (ou **décroissant**), c'est les ranger du plus petit au plus grand (ou du plus grand au plus petit).
- **Intercaler** un nombre entre deux nombres donnés, c'est trouver un nombre qui soit compris entre ces deux nombres.

Exemples

- Encadrement de 3,18 à l'unité :
$3 < 3,18 < 4$
- Encadrement de 3,18 au dixième :
$3,1 < 3,18 < 3,2$

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant.

17,29 • 8,302 • $\frac{174}{10}$ • 31,88 • 8,57

Solution

On compare d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

$\frac{174}{10} = \frac{170}{10} + \frac{4}{10} = 17 + \frac{4}{10} = 17{,}4$

- Les parties entières de ces nombres sont 17 ; 8 et 31. Le plus petit a donc pour partie entière 8.
- On compare 8,302 et 8,57 : $8{,}302 < 8{,}57$.
- On compare ensuite 17,29 et 17,4 : $17{,}29 < 17{,}4$
- On range enfin les nombres dans l'ordre croissant :

$$8{,}302 < 8{,}57 < 17{,}29 < \frac{174}{10} < 31{,}88$$

Intercaler un nombre entre 16,2 et 16,3.

Solution

On peut décomposer les deux nombres à l'aide de fractions décimales.

$$16{,}2 = 16 + \frac{2}{10} = 16 + \frac{20}{100}$$

$$16{,}3 = 16 + \frac{3}{10} = 16 + \frac{30}{100}$$

On peut donc intercaler par exemple

$16 + \frac{22}{100}$, soit 16,22 : $16{,}2 < 16{,}22 < 16{,}3$.

⚔️Entraine-toi avec *Fractions, décimaux et comparaison (à partir de 5)* ⚔️

Méthode

❤️ Une demi-droite graduée permet de déterminer des **valeurs approchées** et **l'arrondi** d'un nombre.

Exemples

- 2,437 est compris entre 2,4 et 2,5 : on dit que 2,4 et 2,5 sont des **valeurs approchées au dixième** de 2,437.
2,437 est plus proche de 2,4 que de 2,5 : on dit que 2,4 est **l'arrondi au dixième** de 2,437.

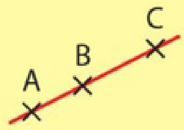
- De même, 2,43 et 2,44 sont des **valeurs approchées au centième** de 2,437.
2,44 est **l'arrondi au centième** de 2,437.

Séquence 4 : Droites

I] Tracer des droites sécantes

Définitions

- Trois points A, B et C sont **alignés** lorsque l'on peut tracer une ligne droite passant par ces trois points.
- Si A et B sont deux points distincts, la **droite (AB)** est l'ensemble de tous les points alignés avec A et B.

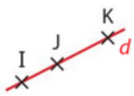


Remarque

Une droite est **illimitée** : on peut toujours prolonger la ligne en plaçant d'autres points alignés avec ceux déjà tracés.

Exemple

Les trois points I, J et K sont alignés. Les droites (IJ), (IK) et (JK) sont **confondues** en une seule et même droite, qu'on peut aussi noter *d*.
On dit que le point I appartient à la droite *d* et on note : $I \in d$.

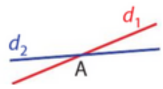


Définition

Deux droites sont **sécantes** si elles se coupent en un seul point, appelé **point d'intersection**.

Exemple

Les droites d_1 et d_2 sont sécantes en A.
A est **le point d'intersection** des droites d_1 et d_2 : il appartient à ces deux droites.

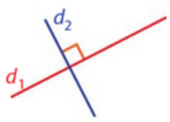


Définition

Deux droites sont **perpendiculaires** si elles sont sécantes en formant un **angle droit**.

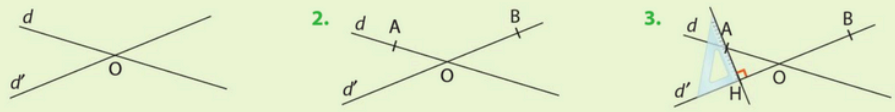
Exemple

La droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2.
On note : $d_1 \perp d_2$.



1. Tracer deux droites sécantes d et d' et noter O leur point d'intersection.
2. Placer deux points A et B, distincts de O, tels que $A \in d$ et $B \in d'$.
3. Tracer la perpendiculaire à la droite d' passant par le point A, et noter H le point d'intersection de ces deux droites.
4. Les points H, O et B sont-ils alignés ?

Solution



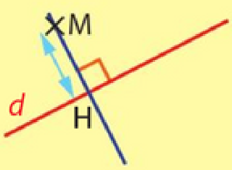
4. Les points H, O et B sont alignés car ils appartiennent tous les trois à la droite d'.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

Act. 1

Définition

La **distance entre un point M et une droite *d*** est la longueur du segment [MH], perpendiculaire à la droite *d* en H.

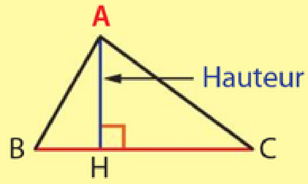


⚔️ Entraînement ! ⚔️

Définition

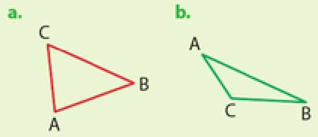
Soit ABC un triangle.

La **hauteur** du triangle ABC issue de A est la droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC).

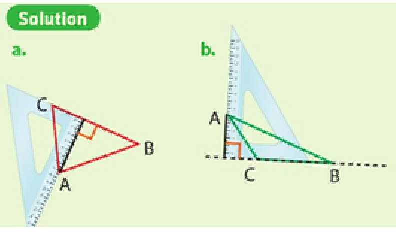


On appelle également hauteur le segment [AH] ou la longueur AH.

Pour chacun des deux triangles, tracer la hauteur issue du sommet A.



Solution



Ici, tu dois d'abord prolonger la droite (CB) car la hauteur est à l'extérieur du triangle.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

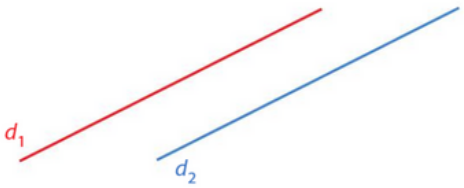
II] Tracer des droites parallèles

Définition

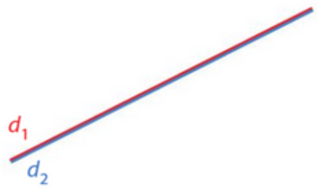
Deux droites sont **parallèles** si elles ne sont pas sécantes.

Exemples

- Les droites d_1 et d_2 n'ont aucun point commun.



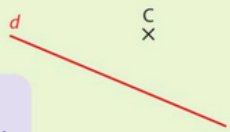
- Les droites d_1 et d_2 sont confondues.



Dans ces deux exemples, la droite d_1 **est parallèle à** la droite d_2.
On note : $d_1 // d_2$.

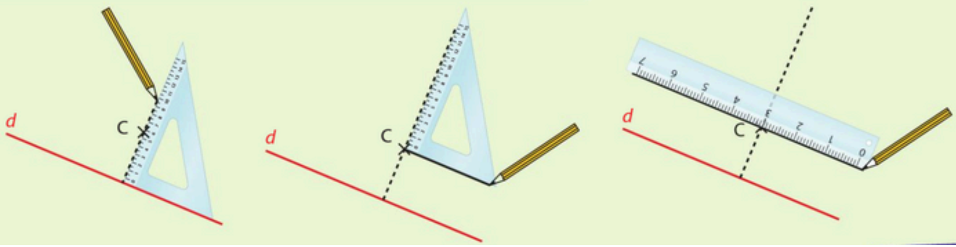
Act. 2

Tracer la droite parallèle à la droite *d* passant par le point C.



Solution

- On trace la droite perpendiculaire à la droite *d* passant par le point C.
- On trace la droite perpendiculaire à cette droite passant par le point C : d'après la propriété 2, elle est parallèle à la droite *d*.



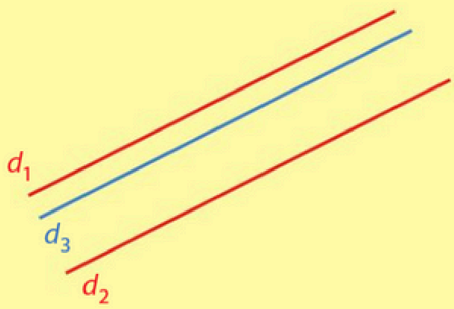
⚔️ Entraînement ! ⚔️

Propriété 1

Si **deux droites** sont parallèles à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

On note :

Si $d_1 // d_3$ et $d_2 // d_3$, alors $d_1 // d_2$.

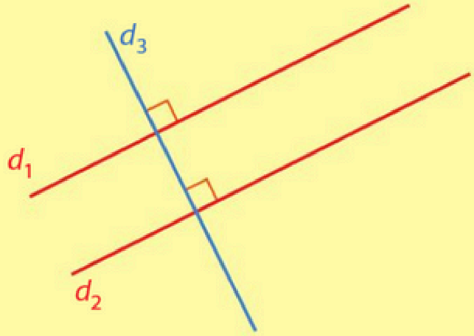


Propriété 2

Si **deux droites** sont perpendiculaires à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

On note :

Si $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$, alors $d_1 \parallel d_2$.

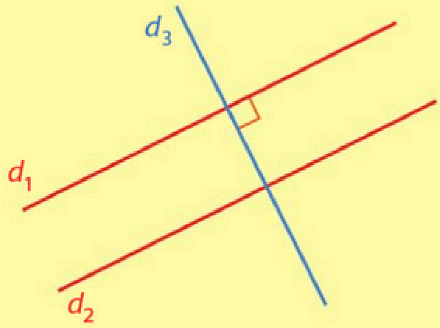


Propriété 3

Si **deux droites** sont parallèles, et si **une troisième droite** est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.

On note :

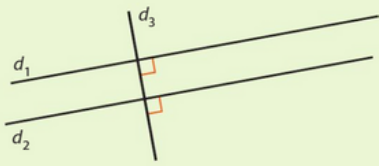
Si $d_1 \parallel d_2$ et si $d_3 \perp d_1$, alors $d_3 \perp d_2$.



En utilisant les informations codées sur la figure ci-contre, que peut-on dire des droites :

a. d_1 et d_3 ?

b. d_1 et d_2 ?



Solution

a. D'après le codage, on peut affirmer que les droites d_1 et d_3 sont perpendiculaires.

b. D'après le codage, on sait que $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$. Donc, grâce à la propriété 2, on peut affirmer que $d_1 \parallel d_2$.

⚔️ Entraine-toi avec *Démontrer* ⚔️

III] Construire des quadrilatères et des triangles particuliers

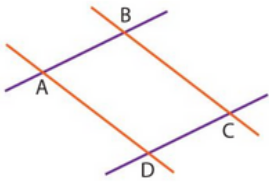
Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Exemple

- Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
- Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

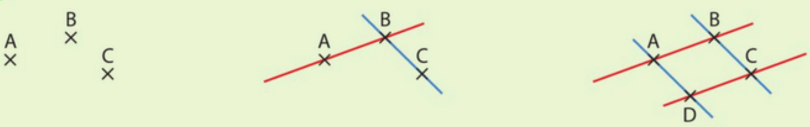


1. Placer trois points A, B et C non alignés.
Tracer la droite (AB) en rouge et la droite (BC) en bleu.
Tracer en rouge la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C.
Tracer en bleu la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point A.
Ces deux dernières droites se coupent en D. Placer le point D.

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Solution

1.

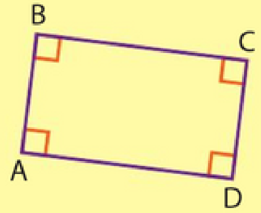


2. On sait que (AB) // (CD) et (BC) // (AD). Donc le quadrilatère ABCD a des côtés opposés deux à deux parallèles, donc ABCD est un parallélogramme.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

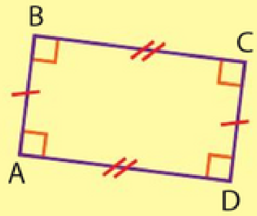
Définition

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



Propriété

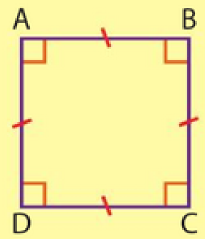
Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles et de même longueur.

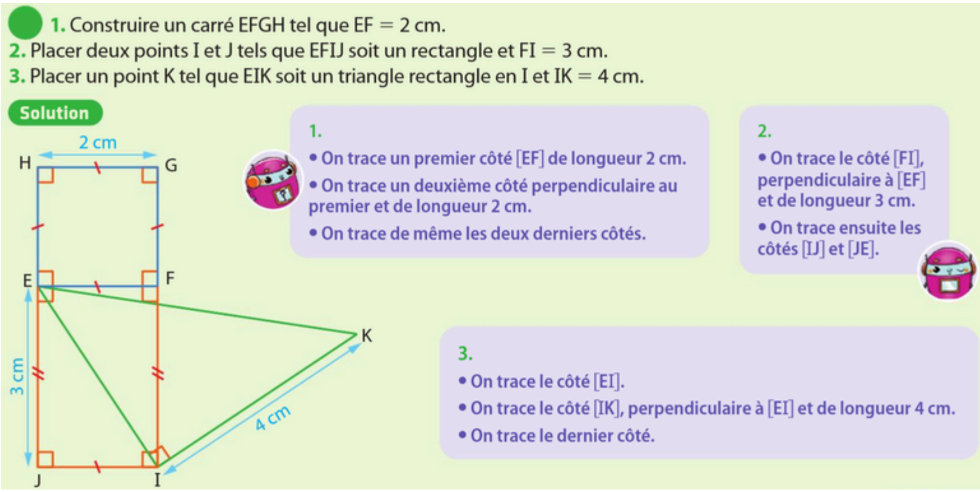


⚔️ Entraînement ! ⚔️

Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.





1. Construire un carré EFGH tel que EF = 2 cm.
2. Placer deux points I et J tels que EFIJ soit un rectangle et FI = 3 cm.
3. Placer un point K tel que EIK soit un triangle rectangle en I et IK = 4 cm.

Solution

1.
- On trace un premier côté [EF] de longueur 2 cm.
- On trace un deuxième côté perpendiculaire au premier et de longueur 2 cm.
- On trace de même les deux derniers côtés.

2.
- On trace le côté [FI], perpendiculaire à [EF] et de longueur 3 cm.
- On trace ensuite les côtés [IJ] et [JE].

3.
- On trace le côté [EI].
- On trace le côté [IK], perpendiculaire à [EI] et de longueur 4 cm.
- On trace le dernier côté.

⚔️ Entraine-toi en faisant l'exercice du dessus ! ⚔️

Propriété

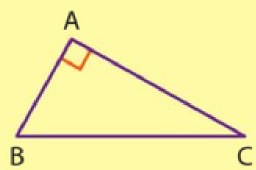
Si un quadrilatère est un carré, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Remarque

Les rectangles et les carrés sont des parallélogrammes particuliers.

Définition

Un **triangle rectangle** est un triangle dont deux côtés sont perpendiculaires.



⚔️ Entraînement ! ⚔️

I] Additionner et soustraire avec des nombres décimaux

Propriété
Pour calculer une somme, on peut :
- modifier l'ordre des termes ;
- regrouper les termes différemment.

Exemples
• 3,2 + 5,4 = 8,6
5,4 + 3,2 = 8,6

• A = 2,3 + 4,9 + 1,7
A = 2,3 + 1,7 + 4,9
A = 4 + 4,9
A = 8,9

Remarque
On ne peut pas modifier l'ordre des termes d'une soustraction.

Méthode
Pour poser une addition ou une soustraction de nombres décimaux :
- on aligne les unités sous les unités, les dixièmes sous les dixièmes, etc. ;
- on commence l'opération par la droite ;
- on utilise des retenues si nécessaire.

Exemples

• On veut calculer 478,3 + 124,07 + 49,15.

$$\begin{array}{cccccc} & 4_{+1} & 7_{+2} & 8\,, & 3_{+1} & 0 \\ + & 1 & 2 & 4\,, & 0 & 7 \\ + & & 4 & 9\,, & 1 & 5 \\ \hline & 6 & 5 & 1\,, & 5 & 2 \end{array}$$

478,3 + 124,07 + 49,15 = 651,52

• On veut calculer 674,51 − 78,1.

$$\begin{array}{cccccc} & 6 & {}_1 7 & {}_1 4\,, & 5 & 1 \\ - & 0_{+1} & 7_{+1} & 8\,, & 1 & 0 \\ \hline & 5 & 9 & 6\,, & 4 & 1 \end{array}$$

674,51 − 78,1 = 596,41

Méthode
Pour estimer un ordre de grandeur du résultat d'une addition ou d'une soustraction, on peut remplacer chaque terme par un nombre proche qui permet d'effectuer le calcul mentalement.

Exemple
On cherche un ordre de grandeur de la somme 3,219 + 5,68.
On remplace chaque terme par un nombre proche : 3,2 + 5,7 = 8,9
8,9 est un ordre de grandeur de cette somme.

Entraîne-toi avec *Calculer : Additionner et soustraire*

II] Multiplier avec des nombres décimaux

Propriété
Pour calculer un produit, on peut :
- modifier l'ordre des facteurs ;
- regrouper les facteurs différemment.

Exemples
- 3,2 x 4 = 12,8
- 4 x 3,2 = 12,8

A = 1,5 x 5,1 x 2
A = 1,5 x 2 x 5,1
A = 3 x 5,1
A = 15,3

Propriétés
- Quand on multiplie un nombre par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dizaines (le chiffre des dixièmes devient le chiffre des unités, le chiffre des centièmes devient le chiffre des dixièmes …).
- Quand on multiplie un nombre par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centaines (le chiffre des dixièmes devient le chiffre des dizaines, le chiffre des centièmes devient le chiffre des unités …)

Exemples

- 21,783 × 10 = 217,83

	centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes
× 10		2	1 ,	7	8	3
	2	1	7 ,	8	3	

- 21,783 × 100 = 2 178,3
- 21,783 × 1 000 = 21 783
- 21,783 × 10 000 = 217 830

Méthode
Pour poser une multiplication de deux nombres décimaux, on pose la multiplication sans tenir compte des virgules, puis on place les virgules.

Exemple
On souhaite calculer 3,47 × 3,2.
On calcule d'abord 347 × 32, puis on place les virgules.

		3	4	7	÷ 100 →			3,	4	7
	×		3	2	÷ 10 →		×		3,	2
		6_{+1}	9	4				6_{+1}	9	4
+ 1	0_{+1}	4	1	0		+ 1	0_{+1}	4	1	0
1	1	1	0	4	÷ 1 000 →	1	1,	1	0	4

On a donc : 3,47 × 3,2 = 11,104.

⚔ Entraîne-toi avec *Calculer : Multiplier* ⚔

III] Utiliser des priorités de calcul

Propriétés

- Dans un calcul sans parenthèse, on effectue les multiplications avant les additions et les soustractions.
- Dans un calcul avec parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.

Exemples
A = 2,1 + 3,5 x 2 = 2,1 + 7 = 9,1
B = 2 x (3,5 - 2,4) = 2 x 1,1 = 2,2

Méthode
Pour calculer un produit, on peut parfois considérer l'un de ses facteurs comme une somme ou une différence.

Exemples
• 45 x 21 = 45 x 20 + 45, car 21 = 20 + 1
• 6 x 18 = 6 x 20 - 6 x 2, car 18 = 20 - 2
• 23 x 7 = 23 x 3 + 23 x 10, car 7 + 3 = 10

⚔ Entraîne-toi avec *Priorités opératoires* ⚔

IV] Additionner et multiplier avec des fractions

Propriété
Pour **additionner deux fractions de même dénominateur**, on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemples
• $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

• $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

Propriété
Pour **multiplier une fraction par un nombre entier**, on multiplie le numérateur par ce nombre entier et on garde le dénominateur.

Exemples

• $4 \times \frac{1}{3} = \frac{4 \times 1}{3} = \frac{4}{3}$

• $\frac{3}{5} \times 2 = \frac{3 \times 2}{5} = \frac{6}{5}$

⚔ Entraîne-toi avec *Opérations sur les fractions* ⚔

Propriété
Pour **calculer une fraction d'une quantité**, on multiplie la quantité par la fraction.

Exemple
On veut calculer les $\frac{3}{5}$ d'une bouteille de 75 cL.
$\frac{3}{5} \times 75\,\mathrm{cL} = \frac{3 \times 75}{5}\,\mathrm{cL} = \frac{225}{5}\,\mathrm{cL} = 45\,\mathrm{cL}$

Remarques
- Multiplier une quantité par 0,1 revient à calculer $\frac{1}{10}$ de cette quantité : $7 \times 0,1 = 7 \times \frac{1}{10} = 0,7$.

- Multiplier une quantité par 0,5 revient à calculer $\frac{1}{2}$ (soit la moitié) de cette quantité :
$12 \times 0,5 = 12 \times \frac{1}{2} = 6$.

⚔️ Entraîne-toi avec *Fractions : problèmes* ⚔️
🌿 Des émissions de gaz à effet de serre selon le moyen de transport 🌿

Séquence : Longueur et périmètre

I] Comparer et mesurer des périmètres

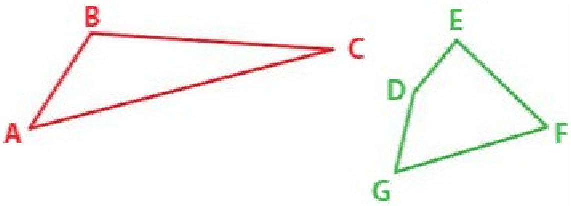
Définition
Le périmètre d'une figure est la longueur de son contour.
Il s'exprime à l'aide d'une unité de longueur.

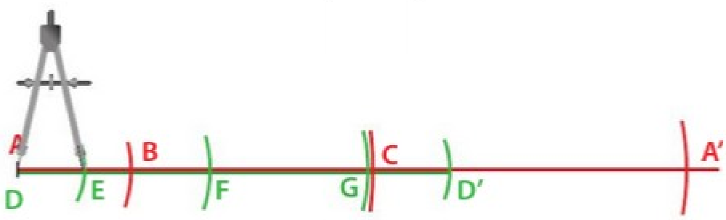
Exemple
On souhaite déterminer le périmètre de la figure ci-contre dans l'unité de longueur donnée.
$6 \times 1 + 2 + 4 = 12$

Le périmètre de cette figure est de 12 unités de longueur.

Méthode
Pour comparer les périmètres de plusieurs polygones, on peut reporter les longueurs de leurs côtés sur une demi-droite.

Exemple
On veut comparer les périmètres des deux figures ci-dessous :





Pour comparer ces périmètres, on peut reporter à la suite les unes des autres les longueurs de chaque côté sur une demi-droite, avec un compas.

La longueur du segment [AA'] est égale au périmètre du triangle ABC.
La longueur du segment [DD'] est égale au périmètre du quadrilatère DEFG.
Le périmètre de la figure rouge est donc le plus grand des deux.

⚔ Entraîne-toi avec *Périmètres : Mesurer, reporter* ⚔

Méthode
L'unité de longueur de référence est le mètre. Pour convertir des unités de longueur, on effectue des multiplications ou des divisions par 10. On peut s'aider du tableau suivant :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Exemples

• On veut convertir 43,5 cm en millimètres.
1 cm = 10 mm donc
43,5 cm = 43,5 x 10 mm = 435 mm.

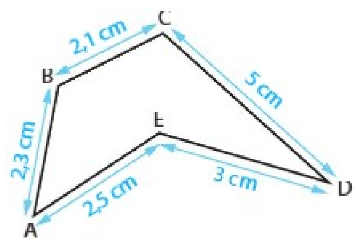
• On veut convertir 21 500 cm en mètres.
1 m = 100 cm donc
21 500 cm = 21 500 ÷ 100 m = 215 m.

⚔ Entraîne-toi avec *Périmètres et unité* ⚔

II] Calculer le périmètre d'un polygone

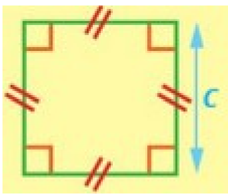
Propriété
Le périmètre d'un polygone est égal à la somme des longueurs de ses côtés.

Exemple
$\mathcal{P}$ = 2,3 cm + 2,1 cm + 5 cm + 3 cm + 2,5 cm = 14,9 cm
Le périmètre du pentagone ABCDE est égal à 14,9 cm.

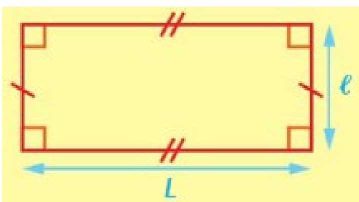


Attention, quand on calcule le périmètre d'une figure, les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

Propriétés
• Le périmètre d'un carré de côté c : $\mathcal{P} = 4 \times c$



• Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ :
$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell$
ou $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$



Exemples

• Le périmètre d'un carré de côté 7 cm est égal à 28 cm.
$\mathcal{P} = 4 \times c = 4 \times 7 \text{ cm} = 28 \text{ cm}$
• Le périmètre d'un rectangle de longueur 5 dm et de largeur 3 dm est égal à 16 dm.
$\mathcal{P} = 2 \times L + 2 \times \ell = 2 \times 5 \text{ dm} + 2 \times 3 \text{ dm}$
$\quad = 10 \text{ dm} + 6 \text{ dm} = 16 \text{ dm}$
ou $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell) = 2 \times (5 \text{ dm} + 3 \text{ dm})$
$\quad\quad = 2 \times 8 \text{ dm} = 16 \text{ dm}$

III] Calculer la longueur d’un cercle

Propriétés
• La longueur L (ou circonférence) d’un cercle de diamètre D est égale au produit de son diamètre par le nombre π. Elle est donc proportionnelle à son diamètre (et à son rayon r) :
$$L = D \times \pi \text{ ou } L = 2 \times r \times \pi$$
• Le nombre π (pi) n’est pas un nombre décimal, il possède une infinité de chiffres après la virgule :
$$\pi \approx 3{,}141\ 592\ 653\ 589\ 793...$$

Remarque
En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π.
On peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

Exemple
On cherche la longueur d’un cercle de rayon 3 m.
$$L = 2 \times r \times \pi = 2 \times 3 \text{ m} \times \pi = 6 \times \pi \text{ m} \approx 6 \times 3{,}14 \text{ m} \approx 18{,}84 \text{ m}$$
La longueur exacte du cercle est 6 × π m, soit environ 18,84 m.

⚔ Entraîne-toi avec *Périmètres : problèmes* ⚔

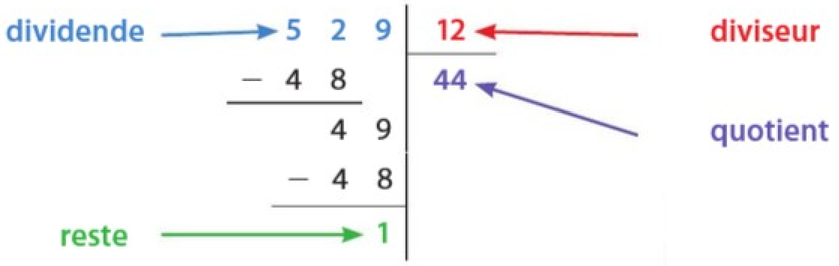
Séquence : Division

I] Effectuer et utiliser une division euclidienne

Définition
Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier (le dividende) par un nombre entier différent de 0 (le diviseur), c'est trouver deux nombres entiers (le quotient et le reste) tels que :
dividende = diviseur × quotient + reste avec reste < diviseur

Exemple

Effectuer la division euclidienne de 529 par 12, c'est chercher le plus grand nombre de fois que 12 est contenu dans 529 et combien il reste.



On écrit alors : $529 = 12 \times 44 + 1$

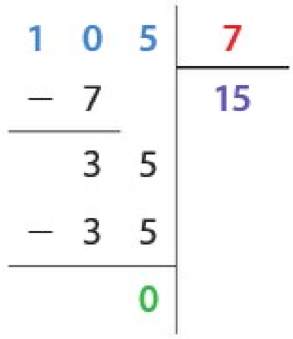
Remarques
On ne peut jamais diviser par 0.
Certaines calculatrices disposent d'une touche « division euclidienne ».

Entraînement

II] Déterminer des multiples et des diviseurs

Exemple

Si on effectue la division euclidienne de 105 par 7, on trouve un reste nul :



$105 = 7 \times 15 + 0$ donc $105 = 7 \times 15$ et $105 \div 7 = 15$

Définitions
Comme la division euclidienne de 105 par 7 donne un reste nul, on peut dire que :
- 105 est divisible par 7
- 7 est un diviseur de 105
- 105 est un multiple de 7

Remarques
- $105 = 7 \times 15$, donc on peut aussi dire 105 est divisible par 15, 15 est un diviseur de

105 et que 105 est un multiple de 15.
• Tous les nombres entiers sont divisibles par 1 et par eux-mêmes.

Définitions
• Les nombres entiers qui sont multiples de 2 sont appelés des nombres pairs.
• Les nombres entiers qui ne sont pas pairs, sont appelés les nombres impairs.

III] Utiliser des critères de divisibilité

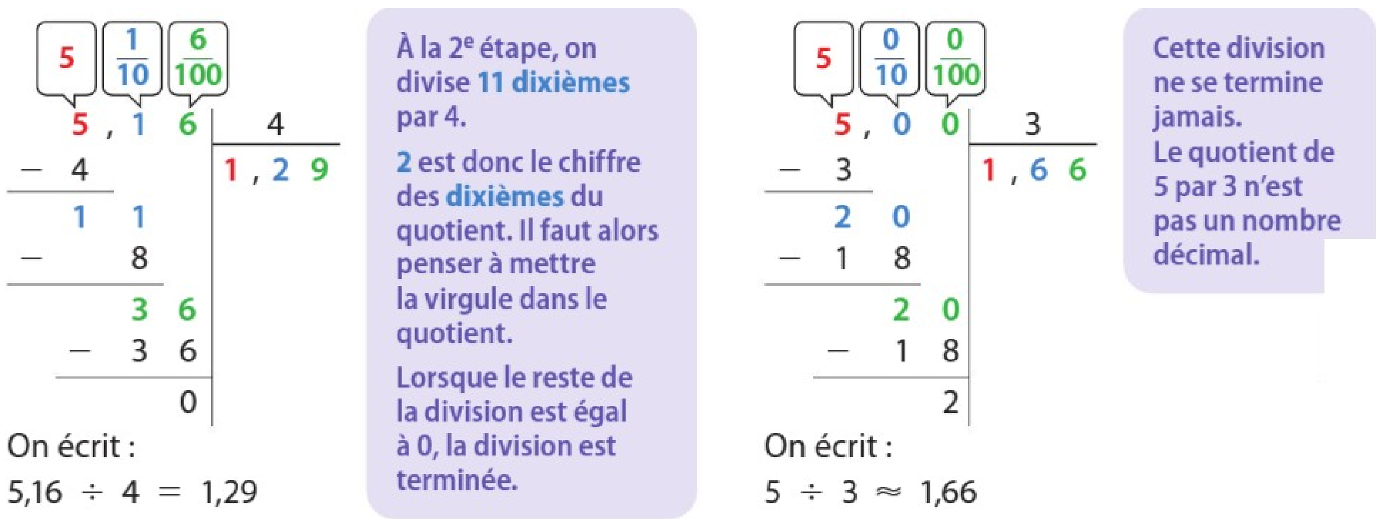
Propriétés – Critères de divisibilité
• Un nombre entier est divisible par 2 si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
• Un nombre entier est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
• Un nombre entier est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
• Un nombre entier est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
• Un nombre entier est divisible par 10 si son chiffre des unités est 0.

Exemples
• 57 est divisible par 3, car 5+7=12 et 12 est divisible par 3.
• 3 715 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 5.

IV] Effectuer et utiliser une division décimale

Définition
Effectuer la division d'un nombre décimal (le dividende) par un nombre entier différent de zéro (le diviseur), c'est chercher le nombre appelé quotient tel que :
dividende = diviseur × quotient.
On écrit : dividende ÷ diviseur = quotient.

Exemple



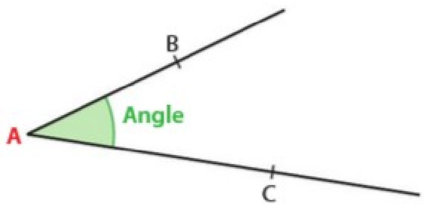
Propriété
Quand on divise un nombre décimal par 10, le chiffre des unités devient le chiffre des dixièmes, le chiffre des dixièmes devient le chiffre des centièmes …
Quand on divise un nombre décimal par 100, le chiffre des unités devient le chiffre des centièmes, le chiffre des dixièmes devient le chiffre des millièmes …

I] Connaître et utiliser la notion d'angle

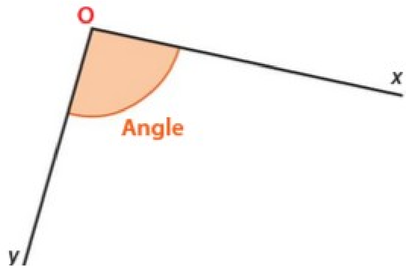
Définition
La partie de la droite (AB) délimitée par le point A et contenant B est appellée la demi-droite d'origine A et passant par B.
Cette demi-droite est notée [AB).

Définitions
Deux demi-droites de même origine forment un angle.
L'origine commune de ces demi-droites est appelée le sommet de l'angle.
Les deux demi-droites sont appelées les côtés de l'angle.

Exemple
On note $\widehat{BAC}$ ou $\widehat{CAB}$. Pas $\widehat{CBA}$!
Le point A est le sommet de l'angle.
Les demi-droites [AB) et [AC) sont les côtés de l'angle.



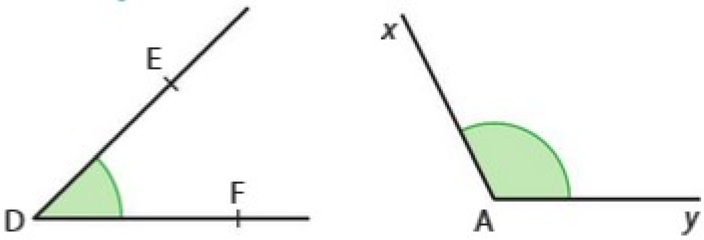
On note l'angle ci-contre $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{yOx}$.
Le point O est le sommet de l'angle.
Les demi-droites [Ox) et [Oy) sont les côtés de l'angle.



Remarques
Sur une figure, on code les angles par de petits arcs de cercle qui ont pour centre le sommet de l'angle.
Dans la notation d'un angle, le sommet est toujours la lettre centrale.

Méthode
Pour comparer deux angles, on compare leurs « ouvertures » : plus l'ouverture est grande, plus l'angle est grand.

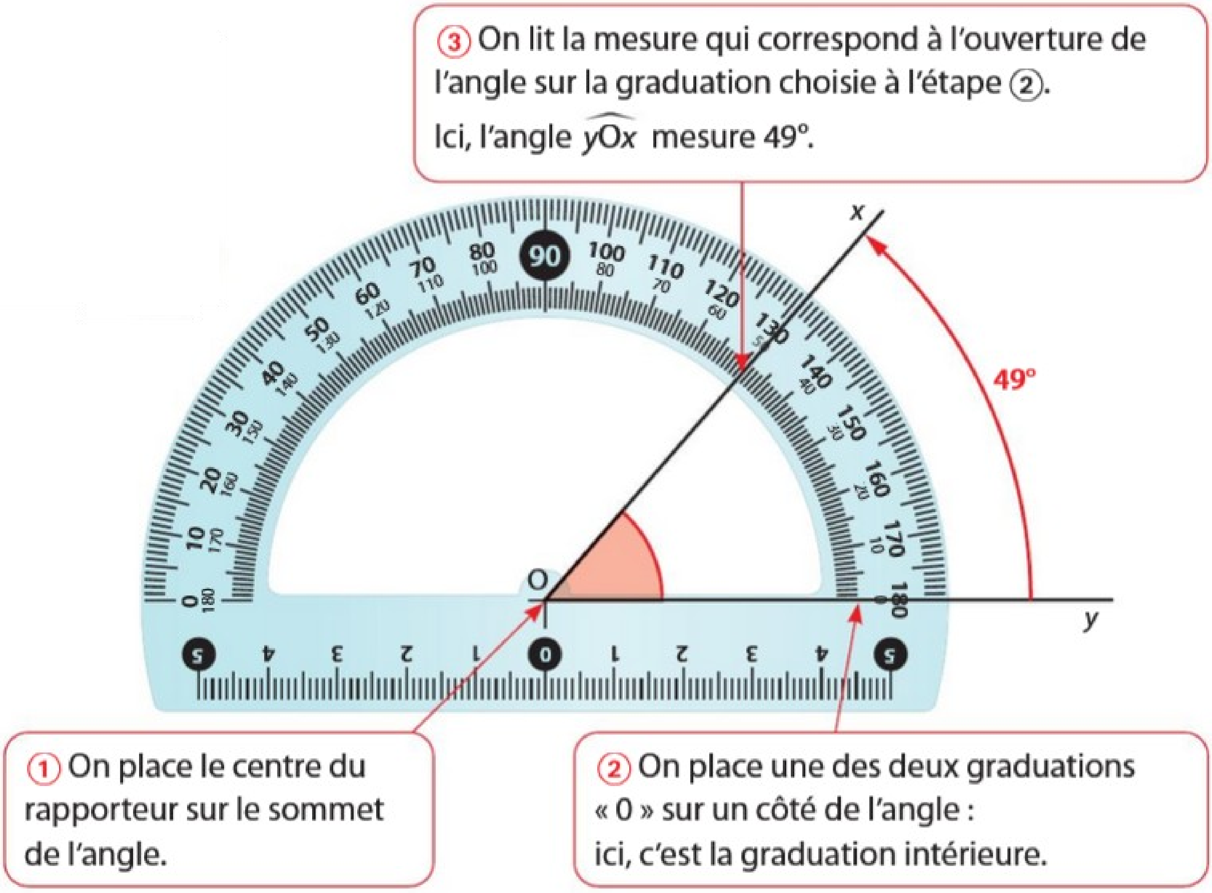
Exemple



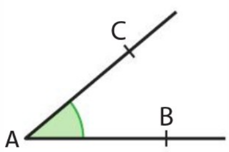
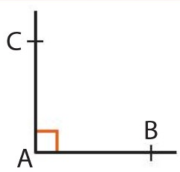
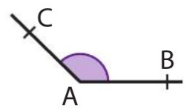
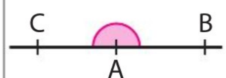
L'angle $\widehat{EDF}$ est plus petit que l'angle $\widehat{xAy}$.

II] Mesurer un angle

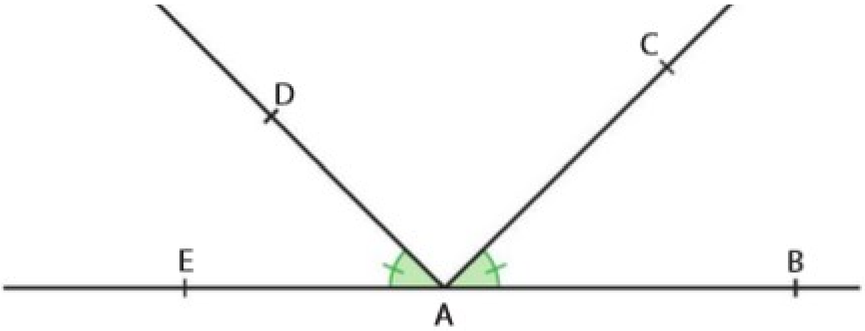
Méthode
Pour trouver la mesure d'un angle, on utilise un rapporteur.
L'unité de mesures des angles est le degré, noté °.



Définitions

					
Angle $\widehat{BAC}$	nul	aigu	droit	obtus	plat
Mesure	0°	comprise entre 0° et 90°	90°	comprise entre 90° et 180°	180°

Remarque
On peut coder deux angles de même mesure avec un même symbole, comme pour les longueurs.



Les angles $\widehat{DAE}$ et $\widehat{CAB}$ ont la même mesure.

III] Construire un angle

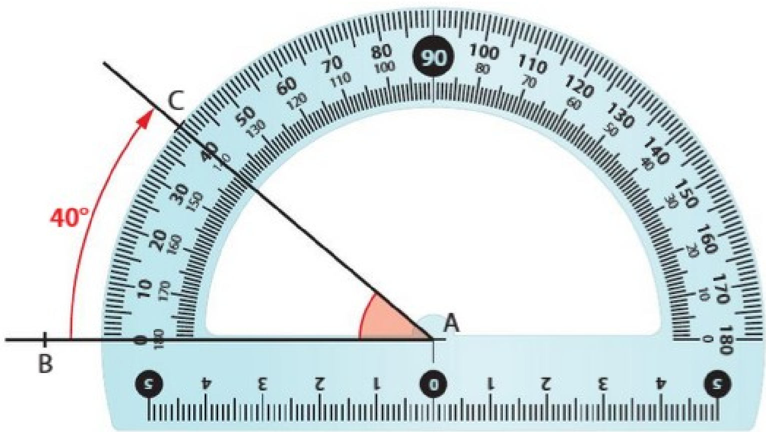
Méthode

Pour construire un angle d'une mesure donnée, on s'aide de la règle et du rapporteur.

Exemple

Pour construire un angle $\widehat{BAC}$ de 40° :

- on commence par tracer une demi-droite [AB) ;
- on place le centre du rapporteur en A, en faisant coïncider la demi-droite [AB) avec une des graduations « 0 » ;
- on place un point C de sorte que la demi-droite [AC) fasse un angle de 40° avec la demi-droite [AB).



IV] Construire un triangle

Propriétés

• On peut constuire un triangle si on connait la longueur de deux côtés et la mesure de l'angle formé par ces deux côtés.

• On peut construire un triangle si on connaît la mesure de deux angles et du côté commun à ces deux angles.

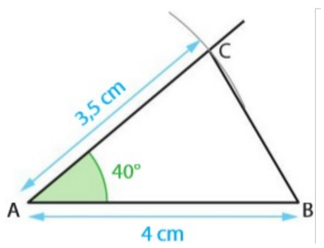
Exemple

On peut construire le triangle ABC tel que :

AB = 4 cm

AC = 3,5 cm

$\widehat{BAC}$ = 40°



Séquence : Proportionnalité

I] Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition
Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Exemple – Situation de proportionnalité

Des t-shirts sont vendus à l'unité. Un t-shirt coute 11 €.

Le prix à payer en euros s'obtient en multipliant le nombre de t-shirts achetés par 11.

Le nombre de t-shirts achetés et le prix à payer sont deux grandeurs proportionnelles.

11 est le coefficient de proportionnalité.

Luc a acheté 6 t-shirts.

Le prix en euros qu'il a payé est : $6 \times 11 = 66$.

Hatim a acheté des t-shirts et a payé 132 euros.

Le nombre de t-shirts qu'il a achetés est : $132 \div 11 = 12$.

Les deux grandeurs étudiées sont le nombre de t-shirt et le prix à payer (en €). On peut regrouper les données dans un tableau.

Nombre de t-shirts	1	6	12
Prix à payer (en €)	11	66	132

$\times 11$; $\div 11$

Exemple – Pas une situation de proportionnalité

Des stylos sont vendus 2,10 € l'un et 20 € le paquet de dix.
On ne peut pas obtenir le prix à payer en multipliant le nombre de stylos achetés par un même nombre : le prix à payer et le nombre de stylos achetés ne sont pas des grandeurs proportionnelles.

Nombre de stylos achetés	1	10
Prix à payer (en €)	2,10	20

$\times 2,1$; $\times 2$

Ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

On aurait pu aussi faire le raisonnement suivant.
Si les deux grandeurs étaient proportionnelles, alors 10 stylos couteraient 10 fois plus cher qu'un stylo, soit $10 \times 2,1\text{ €} = 21\text{ €}$.
Ce n'est pas le cas (10 stylos coutent en réalité 20 €), donc ces deux grandeurs ne sont pas proportionnelles.

II] Calculer une quatrième proportionnelle

Propriété
Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, lorsque l'on connaît trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée quatrième proportionnelle.

Méthode – Lien entre les colonnes
Pour obtenir les nombres d'une colonne d'un tableau de proportionnalité, on peut :
- ajouter les nombres de deux autres colonnes
- multiplier (ou diviser) les nombres d'une autre colonne par un même nombre

Exemple

Au restaurant scolaire, tous les repas sont au même prix.
Si 3 repas coutent 12,90 € et 2 repas coutent 8,60 €, alors :
• 5 repas coutent 12,90 € + 8,60 € = 21,50 €
• 15 repas coutent 21,50 € $\times$ 3 = 64,50 €

Nombre de repas	3	2	5	15
Prix (en €)	12,90	8,60	21,50	64,50

Méthode – Passage par l'unité
Pour traiter d'une situation de proportionnalité, il est parfois plus judicieux de revenir à l'unité.

Exemple

En randonnée, Marianne marche toujours à la même vitesse.
En 3 heures, elle parcourt 12 km. Combien parcourt-elle en 5 heures ?
En 1 heure, elle parcourt 3 fois moins de distance qu'en 3 heures, soit 4 km.
En 5 heures, elle parcourt 5 fois plus de distance qu'en 1 heure, soit 20 km.

Temps de marche (en h)	3	1	5
Distance parcourue (en km)	12	4	20

Méthode – Coefficient de proportionnalité
Pour compléter un tableau de proportionnalité, on peut utiliser un coefficient de proportionnalité pour passer d'une ligne à l'autre.

Exemple

Pour fabriquer 10 sacs, une usine a besoin de 20 m² de tissu.
On passe du nombre de sacs fabriqués à la surface de tissu (en m²) en multipliant par 2.

Nombre de sacs fabriqués	10	32
Surface de tissu (en m²)	20	64

On cherche la surface de tissu dont elle aura besoin pour fabriquer 32 sacs.
32 $\times$ 2 = 64. Elle aura besoin de 64 m² de tissu.

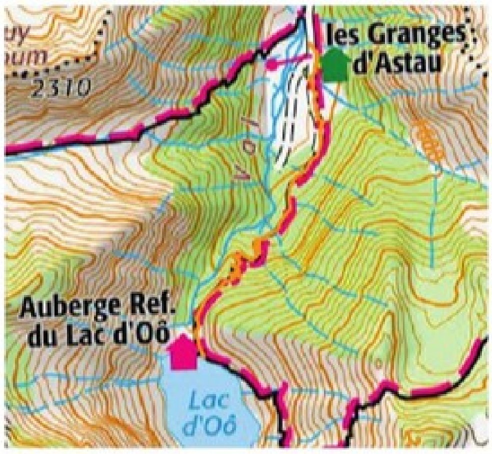
III] Utiliser une échelle

Définitions
Dans une représentation à l'échelle, les longueurs représentées et les longueurs réelles sont proportionnelles.

L'échelle est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale au rapport $\frac{\text{longueur représentée}}{\text{longueur réelle}}$ où les longueurs sont exprimées dans la même unité de mesure.

Exemple

Sur le plan ci-contre à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$, qu'on peut aussi noter 1 : 200 000, le chemin de randonnée entre les Granges d'Astau et le lac d'Oô mesure environ 3,4 cm. Quelle est sa longueur réelle ?



Longueur sur le plan (en cm)	1	3,4
Longueur réelle (en cm)	200 000	?

÷ 200 000 ; × 200 000

Une longueur de 3,4 cm sur le plan correspond à une longueur réelle de : 3,4 cm × 200 000 = 680 000 cm soit 6 800 m ou encore 6,8 km.

Remarque
Si l'échelle est inférieure à 1, la représentation est une réduction.
Si l'échelle est supérieure à 1, la représentation est un agrandissement.

IV] Appliquer un pourcentage

Définition
Un pourcentage est une proportion par rapport à 100. Il traduit une situation de proportionnalité.

Exemple

L'eau de la mer Méditerranée contient 4 % de sel. Cela signifie que :
- 100 g d'eau contiennent 4 g de sel ;
- la proportion de sel dans l'eau est égale à $\frac{4}{100}$;
- la masse de sel et la masse d'eau sont proportionnelles, avec pour coefficient de proportionnalité $\frac{4}{100}$ soit 0,04.

Masse d'eau (en g)	100
Masse de sel (en g)	4

× 0,04

Propriété
Pour calculer t % d'une quantité, on multiplie cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple

Quelle est la masse de sel contenue dans 680 g d'eau de la mer Méditerranée ?
On doit calculer 4 % de 680 g :
$680 \times \frac{4}{100} = 680 \times 0{,}04 = 27{,}2$.
Dans 680 g d'eau, il y a 27,2 g de sel.

Masse d'eau (en g)	100	680
Masse de sel (en g)	4	?

× 0,04

Séquence : Figures usuelles et aires

I] Comparer et déterminer des aires

Définition

L'aire d'une figure est la mesure de sa surface intérieure, dans une unité donnée.

Exemple

Ces deux figures ont le même périmètre (14 unités de longueur) mais la surface de la figure ② est plus grande que celle de la figure ①.

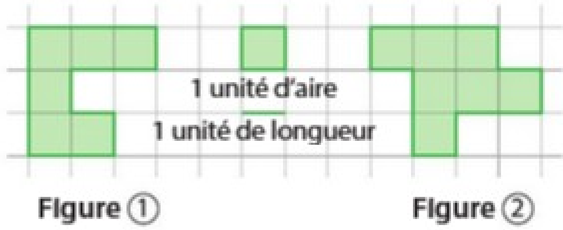


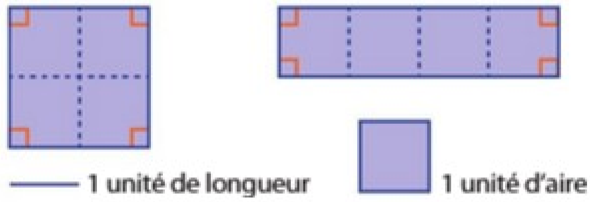
Figure ① : 6 unités d'aire
Figure ② : 7 unités d'aire

Remarque

Deux figures ayant la même aire n'ont pas forcément le même périmètre.

Exemple

L'aire du carré est de 4 unités d'aire, et son périmètre est de 8 unités de longueur.
L'aire du rectangle est de 4 unités d'aire, et son périmètre est de 10 unités de longueur.



Définitions

- L'unité d'aire de référence est le **mètre carré**, noté m². Elle correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.
- **Autres unités d'aire** :

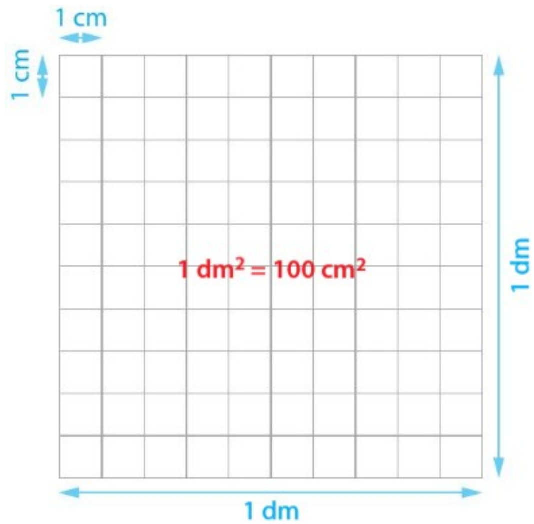
Multiples de l'unité			Unité	Sous-multiples de l'unité		
km²	hm²	dam²	m²	dm²	cm²	mm²
$1\ km^2 = 100\ hm^2$	$1\ hm^2 = 100\ dam^2 = \frac{1}{100}\ km^2$	$1\ dam^2 = 100\ m^2 = \frac{1}{100}\ hm^2$	$1\ m^2 = 100\ dm^2 = \frac{1}{100}\ dam^2$	$1\ dm^2 = 100\ cm^2 = \frac{1}{100}\ m^2$	$1\ cm^2 = 100\ mm^2 = \frac{1}{100}\ dm^2$	$1\ mm^2 = \frac{1}{100}\ cm^2$

Exemples

- Un carré de 1 cm de côté a une aire de 1 cm².
- Un carré de 1 dm de côté a une aire de 1 dm².
- On veut convertir 12 m² en cm².
  1 m² = 100 dm² = 10 000 cm² donc
  12 m² = 12 × 10 000 cm² = 120 000 cm².
- On veut convertir 1 500 mm² en cm².

  $1\,mm^2 = \frac{1}{100}\,cm^2$ donc

  $1500\,mm^2 = \frac{1500}{100}\,cm^2 = 15\,cm^2$



Remarque

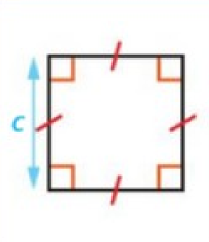
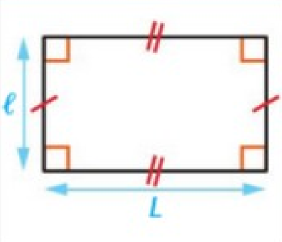
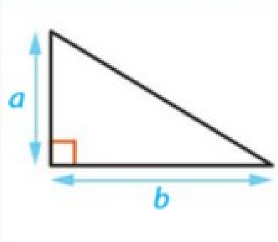
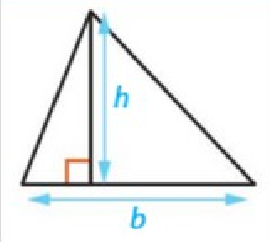
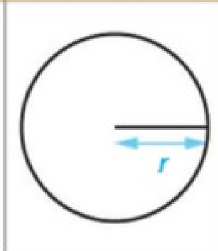
Pour mesurer l'aire d'un terrain, on utilise plutôt l'are (noté a) et l'hectare (noté ha).

- 1 a = 100 m²

- 1 ha = 100 a = 1 hm²

II] Calculer une aire avec une formule

Propriétés

	Carré	Rectangle	Triangle rectangle	Triangle	Disque
Figure					
Aire	$\mathcal{A} = c \times c$	$\mathcal{A} = L \times \ell$	$\mathcal{A} = (a \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = (h \times b) \div 2$	$\mathcal{A} = r \times r \times \pi$

Remarque

- Pour le calcul d'une aire, toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.
- En pratique, on utilise souvent 3,14 comme valeur approchée de π (pi).
  On peut aussi utiliser la touche π de la calculatrice pour avoir davantage de décimales.

Exemple

L'aire d'un rectangle de 3 cm sur 5 cm est :

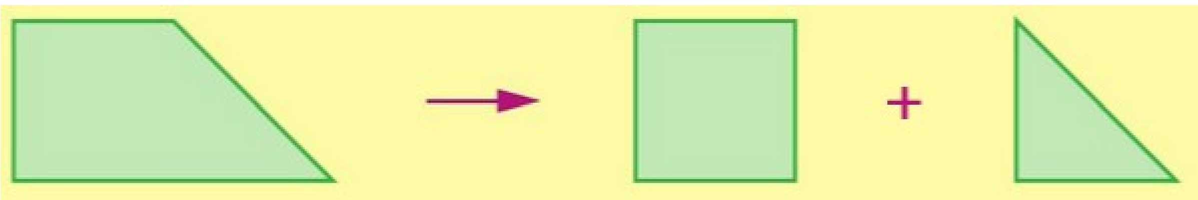
$\mathcal{A} = 3\,\mathrm{cm} \times 5\,\mathrm{cm} = 15\,\mathrm{cm}^2$

III] Calculer l'aire d'une figure complexe

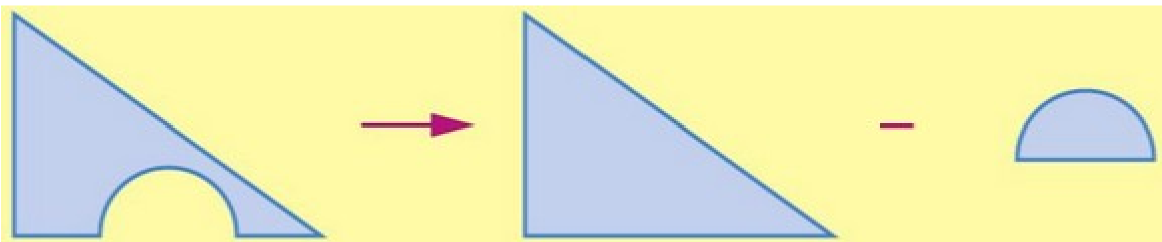
Méthodes

Pour calculer l'aire de certaine figures, on peut utiliser plusieurs méthodes suivant le cas.

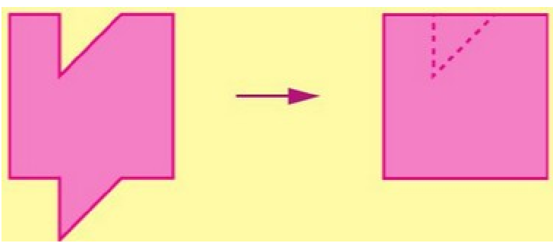
- Méthode 1 : on décompose et on additionne



- Méthode 2 : on complète et on soustrait



- Méthode 3 : on découpe et on déplace



Séquence : Fractions

I] Connaître la notion de fraction quotient

Définition

a et b désignent deux nombres (b ≠ 0).
Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

On le note a : b ou a ÷ b ou $\frac{a}{b}$.

$\frac{a}{b}$ est appelé une écriture fractionnaire.

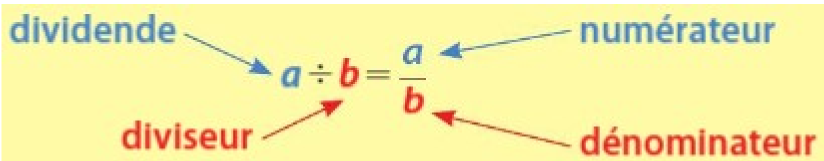
Exemple

$\frac{12}{5}$ est le quotient de 12 par 5.
C'est le nombre qui, multiplié par 5, donne 12.
On a : $\frac{12}{5} \times 5 = 12$.

On ne peut jamais diviser par 0 !

Définition

Si a et b sont des nombres entiers (b ≠ 0), on dit que le nombre $\frac{a}{b}$ est une fraction.

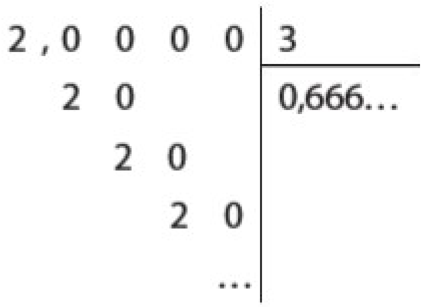


Remarque

Un quotient n'est pas toujours un nombre décimal.

Exemples

- $\frac{12}{5} = 12 \div 5 = 2,4$ donc $\frac{12}{5}$ est un nombre décimal.
- La division décimale de 2 par 3 ne se termine jamais.
  $\frac{2}{3}$ n'a pas d'écriture décimale, ce n'est pas un nombre décimal.



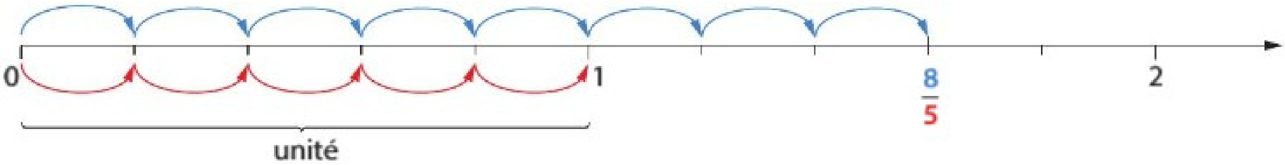
Méthode

Pour placer la fraction $\frac{a}{b}$ sur une demi-droite graduée, on partage l'unité en b segments de même longueur, puis on reporte a fois cette longueur à partir de zéro.

Exemple

On veut repérer la fraction $\frac{8}{5}$.

On partage donc l’unité en 5 segments de même longueur et on reporte 8 fois cette longueur à partir de zéro.



II]

Reconnaître des fractions égales

Méthode

On peut utiliser une demi-droite graduée pour établir une égalité entre deux fractions.

Exemple

Si on partage l’unité en 3 parts égales et qu’on reporte 2 fois cette longueur à partir de zéro, on arrive au même point que si on partage l’unité en 6 parts égales et qu’on reporte 4 fois cette longueur :

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.

Propriété

Un quotient ne change pas si l’on multiplie ou si l’on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples

- $\frac{8}{5} = \frac{8 \times 2}{5 \times 2} = \frac{16}{10}$
- $\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}$

III] Comparer des fractions

Propriété

Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus grande est celle qui a le plus grand numérateur.

Exemple

Propriété

Toute fraction peut être encadrée par deux nombres entiers consécutifs (qui se suivent).

Si a et b sont deux nombres entiers ($b \neq 0$), on a : $q \leq \frac{a}{b} < q+1$ où q est le quotient de la division euclidienne de a par b.

Exemple

Séquence : Symétrie axiale

I] Construire et utiliser la médiatrice d'un segment

Définition

La médiatrice d'un segment est la droite qui est perpendiculaire à ce segment et qui passe par son milieu.

Propriétés

- Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des deux extrémités de ce segment.
- Si un point est équidistant des deux extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Vocabulaire

Équidistant : à la même distance.

Exemples

II] Construire le symétrique d'un point par rapport à une droite

Définition

Soit d une droite.

- Si un point A n'appartient pas à la droite d, alors son symétrique par rapport à la droite d est le point A' tel que la droite d est la médiatrice du segment [AA'].
- Si un point B appartient à la droite d, alors son symétrique par rapport à la droite d est lui-même.

Propriété

Deux figures sont symétriques par rapport à une droite d si elles se superposent quand on « plie » le long de cette droite. La droite d est appelée l'axe de symétrie.

Exemple

III] Utiliser les propriétés de la symétrie axiale

Propriété

La symétrique d'une droite par rapport à une droite est une droite : on dit que la symétrie axiale conserve les alignements.

Exemple

Propriété

La symétrique d’un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur : on dit que la symétrie axiale conserve les longueurs.

Exemple

Propriété

Deux figures symétriques par rapport à une droite ont la même forme : on dit que la symétrie axiale conserve les angles, les périmètres et les aires.

Exemples