Proportionnalité et pourcentage : Proportionnalité

Pour faire un gâteau au chocolat, 4 œufs sont nécessaires. Combien faut-il d'œufs pour faire deux gâteaux ?

Pour faire un nombre double de gâteaux, il faut un nombre double d'œufs : 8 œufs.

Le prix d'un kilogramme de pommes est de 2,50 €. Quel est le prix de deux kilogrammes de pommes ?

Le prix en euros est proportionnel à la masse en kilogramme.

Puisque le prix de 1 kg de pommes est 2,5 €

Alors le prix de 2 kg est : 2 × 2,5 € = 5 €

Julie habite à 3 kilomètres du collège. Elle fait le trajet à vélo en 10 minutes. Quel temps met-elle pour faire 4,5 kilomètres ?

Si on considère que la vitesse de Julie est constante alors si la distance parcourue est multipliée par 1,5 (4,5 ÷ 3), le temps du parcours sera également multiplié par 1,5 :

 $1.5 \times 10 \text{ min} = 15 \text{ min}.$

Julie met donc 15 minutes pour parcourir 4,5 km.

10 objets identiques coûtent 22 €, combien coûtent 15 objets ?

Le prix en euros est proportionnel au nombre d'objets achetés.

Puisque : le prix de 10 objets est 22 €

Alors: le prix de 5 objets est 11 €.

Donc le prix de 15 objets est 33 €.

Mathieu a marqué deux buts en 45 minutes lors du match de football. Combien de buts va-t-il marquer en 90 minutes ?

Il ne s'agit pas ici d'une situation de proportionnalité. On ne peut donc répondre à la question.

Pour 4,25 €, j'ai acheté cinq baguettes de pain. Pour 5,95 €, j'aurais eu sept baguettes. Le prix payé est proportionnel au nombre de baguettes.

Sans calculer le prix d'une baguette, calcule :

On sait que le prix payé est proportionnel au nombre de baguettes.

a. le prix de douze baguettes ;

Le prix de 5 baguettes est 4,25 € et le prix de 7 baguettes est 5,95 €.

5+7 = 12 et 4,25 + 5,95 = 10,2

Donc le prix de 12 baguettes est 10,20 €

b. le prix de deux baguettes ;

Le prix de 7 baguettes est 5,95 € et le prix de 5 baguettes est 4,25 €.

7 - 5 = 2 et 5.95 - 4.25 = 1.7

Donc le prix de 2 baguettes est 1,70 €

c. le prix de trois baguettes ;

Le prix de 12 baguettes est 10,20 €.

 $12 \div 4 = 3$ et $10.2 \div 4 = 2.55$

Donc le prix de 3 baguettes est 2,55 €

d. le prix de quinze baquettes.

Le prix de 5 baguettes est 4,25 €.

 $5 \times 3 = 15$ et $4,25 \times 3 = 12,75$

Donc le prix de 15 baguettes est 12,75 €

Le tableau ci-dessous donne le prix de yaourts identiques vendus par lot de 4, 8 ou 16. Sans calculer le prix d'un yaourt dans chaque lot, détermine si le prix payé est proportionnel ou non au nombre de yaourts achetés.

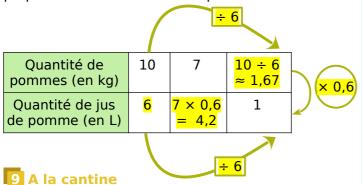
Nombre de yaourts achetés	4	8	16
Prix payé (en €)	1,70	3,40	6,20

S'il s'agissait d'une situation de proportionnalité, alors le prix de 16 yaourts devrait être le double de celui de 8 yaourts, c'est à dire 6,80 €.

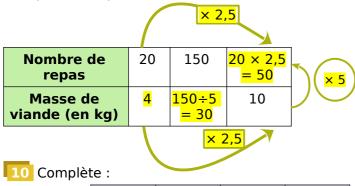
Puisque ce n'est pas le cas, alors le prix payé n'est pas proportionnel au nombre de yaourts achetés.

8 Jus de pomme

Pour fabriquer 6 L de jus de pomme, on utilise 10 kg de pommes. Complète le tableau sachant que la quantité de jus de pomme obtenue est proportionnelle à la masse de pommes utilisée.



Dans une cantine scolaire, la masse de viande utilisée chaque jour est proportionnelle au nombre de repas préparés. Pour la préparation de 20 repas, 4 kg de viande sont utilisés. Recopie et complète le tableau.



V 0.2	6	5	4	8,5
× 0,3	1,8	<mark>1,5</mark>	1,2	2,55

11 À vélo

Un cycliste parcourt 4 km en 10 min. Construis un tableau de proportionnalité et réponds par une phrase aux questions posées.

Distance (en km)	4	<mark>14</mark>	<mark>18</mark>	25
Temps (en min)	<mark>10</mark>	<mark>35</mark>	<mark>45</mark>	x 2,5

a. À cette même vitesse, combien de temps lui faut-il pour parcourir 14 km?

 $10 \div 4 = 2.5$ on passe de la première ligne à la seconde en multipliant par 2,5.

Il lui faut 35 min pour parcourir 14 km.

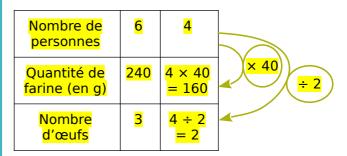
b. À cette même vitesse, quelle distance parcourt-il en 45 min ? en une heure ?

10 min + 35 min = 45 min et 4 km + 14 km = 18 km, donc il parcourt 18 km en 45 min.

 $6 \times 10 \text{ min} = 60 \text{ min} = 1 \text{ h et } 6 \times 4 \text{ km} = 24 \text{ km},$ donc, en 1h, il parcourt 24 km.

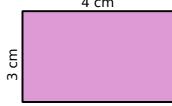
Pour faire un gâteau pour six personnes, il faut 240 g de farine et 3 œufs. Quelle masse de farine et combien d'œufs faut-il pour réaliser ce gâteau pour guatre personnes ?

La quantité de farine (en g) et le nombre d'œufs sont proportionnels au nombre de personnes, d'où le tableau de proportionnalité suivant :



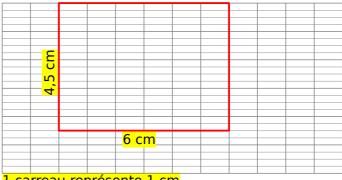
Pour 4 personnes il faudra 160 g de farine et 2 œufs.

Construis le rectangle ci-dessous agrandi 1,5 fois 4 cm



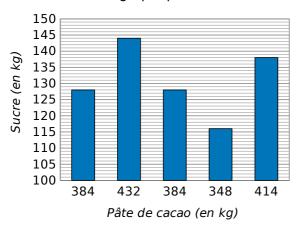
Les dimensions du rectangle demandées sont donc :

Largeur : $3 \text{ cm} \times 1,5 = 4,5 \text{ cm}$ Longueur : $4 \text{ cm} \times 1,5 = 6 \text{ cm}$



1 carreau représente 1 cm.

Pour fabriquer du chocolat noir, il faut mélanger de la pâte de cacao et du sucre. Dans une pâtisserie, on a relevé les masses de pâte de cacao et de sucre utilisées les cinq derniers mois dans le graphique ci-dessous.



a. À l'aide des données du graphique, complète le tableau comme celui proposé ci-dessous.

Masse de sucre (en kg)	128	144	<mark>116</mark>	<mark>138</mark>
Masse de pâte de cacao (en kg)	384	432	<mark>348</mark>	414

b. D'après ce tableau, peut-on dire que la masse de sucre est proportionnelle à celle de la pâte de cacao ? Justifie ta réponse.

On passe de la masse de sucre à la masse de pâte de cacao en la multipliant par 3 dans toutes les colonnes :

$$\frac{384}{128} = \frac{432}{144} = \frac{348}{116} = \frac{414}{138} = 3$$

Les deux grandeurs sont donc proportionnelles et 3 est le coefficient de proportionnalité.

15 Jus d'orange

Voici les prix de deux bouteilles de jus d'orange de marques différentes :

Marque A : $2,04 \in Ia$ bouteille de 1,5 L;

Marque B : 2,69 € la bouteille de 2 L.

Quelle est la marque la plus chère au litre ? Justifie.

Marque A : 2,04 € ÷ 1,5 L = 1,36 €/L.

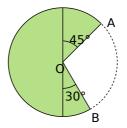
Le prix d'un litre de la marque A est 1,36 €.

Marque B : 2,69 € ÷ 2 L = 1,345 €/L.

Le prix d'un litre de la marque B est 1,345 €.

La marque la plus chère est donc la marque A.

16 Longueur d'un arc de cercle



Une place a la forme d'un disque de rayon 10 m. Elle comporte un jardin qui a la forme d'un demi-disque et de deux secteurs angulaires comme sur la figure ci-contre. On souhaite clôturer le jardin par un grillage.

a. Détermine le périmètre de la place, arrondi au décimètre près.

Soit P le périmètre de cette place.

Le périmètre d'un disque est donné par la formule : $P = 2 \times \pi \times rayon$

$$P \approx 2 \times 3,14 \times 10$$

 $P \approx 62.8 \text{ m}.$

Le périmètre de la place est d'environ 62,8 m.

b. Détermine la mesure de l'angle $\widehat{\mathsf{AOB}}$.

$$\widehat{AOB} = 360^{\circ} - (180^{\circ} + 45^{\circ} + 30^{\circ})$$

$$\widehat{AOB} = 360^{\circ} - 255^{\circ}$$

$$\widehat{AOB} = 105^{\circ}$$

c. En sachant que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre correspondant, recopie et complète un tableau comme celui proposé ci-dessous afin de calculer la longueur de l'arc de cercle AB.

Mesure de l'angle au centre (en °)	360	105	÷ 5,73
Longueur de l'arc (en m)	<mark>62,8</mark>	18,3	

d. Quelle longueur de grillage faudra-t-il prévoir ? (Tu donneras un arrondi au dm près.)

$$62.8 - 18.3 + 10 + 10 = 64.5$$

Il faudra prévoir 64,5 m de longueur de grillage.

e. Le grillage est vendu à 3,45 € le mètre. Combien coûtera l'achat du grillage ? (Tu donneras un arrondi au centime près.)

$$64.5 \times 3.45 = 222.525$$

L'achat du grillage coûtera environ 225,53 €.