Séquence 3 : Nombres décimaux

I] Notion de fraction partage

Définition

Lorsqu'on partage une unité en parts égales et qu'on prend une ou plusieurs de ces parts, on obtient une **fraction** de l'unité.

Exemples

La bande rouge ci-dessous représente une unité.

- Elle est partagée en cinq parts de mêmes dimensions.

Chaque part représente un cinquième de la bande. On le note $\frac{1}{5}$.

- Si l'on colorie trois parts, on obtient trois cinquièmes, que l'on note $\frac{3}{5}$.

Nombre de parts coloriées → $\frac{3}{5}$ est une fraction.

Nombre de parts dans l'unité →

⚔️Entraine-toi avec *Fractions : Représentation géométrique* ⚔️

Définition

Une fraction s'écrit sous la forme suivante :

$\frac{a}{b}$

a ← numérateur (nombre de parts dans la fraction)

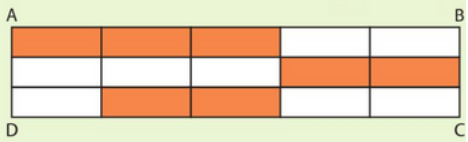
b ← dénominateur (nombre de parts dans l'unité)

où a et b désignent deux nombres entiers, b est différent de zéro.

Exemples

- $\frac{2}{3}$ se lit « deux tiers » : on a partagé une unité en 3 parts égales et on a pris 2 parts.
- $\frac{8}{5}$ se lit « huit cinquièmes » : on a partagé une unité en 5 parts égales et on a pris 8 parts.

Le rectangle ABCD ci-contre représente l'unité.
Exprimer la surface coloriée à l'aide d'une fraction.



Solution

L'unité est partagée en 15 parts égales.
Chaque petit rectangle représente donc $\frac{1}{15}$ du rectangle ABCD.
On a colorié sept fois un quinzième c'est-à-dire $\frac{7}{15}$ du rectangle ABCD.

Recopier et compléter les phrases suivantes.

a. Le dénominateur de la fraction $\frac{3}{4}$ est … .

b. 3 est le … de la fraction $\frac{3}{5}$.

c. Dans la fraction $\frac{4}{11}$, 4 est le … et 11 est le … .

Solution

a. Le dénominateur de la fraction $\frac{3}{4}$ est 4.

b. 3 est le numérateur de la fraction $\frac{3}{5}$.

c. Dans la fraction $\frac{4}{11}$, 4 est le numérateur et 11 est le dénominateur.

Propriété

- Si le numérateur d'une fraction est inférieur à son dénominateur, alors cette fraction est inférieure à l'unité.
- Si le numérateur d'une fraction est supérieur à son dénominateur, alors cette fraction est supérieure à l'unité.
- Si le numérateur d'une fraction est égal à son dénominateur, alors cette fraction est égale à l'unité.

Exemples

- Si on partage une unité en 3 parts égales et qu'on prend 2 parts, on obtient une fraction inférieure à l'unité (on peut noter $\frac{2}{3} < 1$).
- Si on partage une unité en 2 parts égales et qu'on prend 5 parts, on obtient une fraction supérieure à l'unité (on peut noter $\frac{5}{2} > 1$).
- Si on partage une unité en 4 parts égales et qu'on prend 4 parts, on obtient une fraction égale à l'unité (on peut noter $\frac{4}{4} = 1$).

Parmi les fractions suivantes, citer celles qui sont supérieures à l'unité.

$\frac{2}{3}$ • $\frac{9}{4}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{1}{2}$ • $\frac{13}{6}$ • $\frac{17}{21}$

Solution

Les fractions supérieures à l'unité sont celles dont le numérateur est supérieur au dénominateur.

Les fractions supérieures à l'unité sont :

$\frac{9}{4}$ • $\frac{8}{5}$ • $\frac{13}{6}$

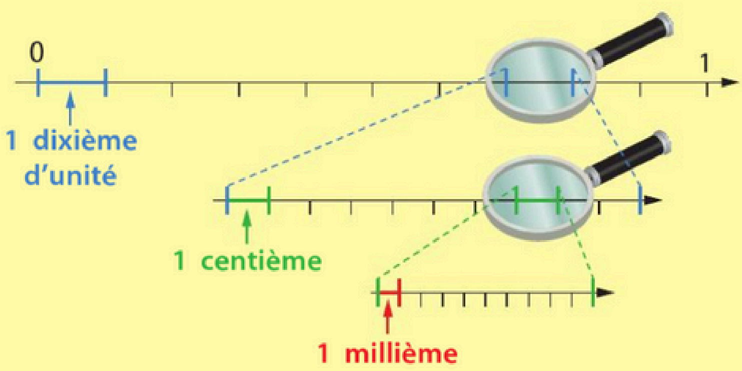
Retour en arrière : *Les éco-gestes du quotidien*

II] Utiliser des fractions décimales

Act. 2

Définitions

- Lorsque l'on partage l'unité en dix parts égales, on obtient dix **dixièmes**.
- Lorsque l'on partage chaque **dixième** de l'unité en dix parts égales, l'unité est partagée en cent parts égales, et on obtient cent **centièmes**.
- En poursuivant ainsi les partages en dix, on obtient des **millièmes**, des **dix-millièmes**, …
- Une fraction dont le dénominateur est 10, 100, 1 000… est appelée une **fraction décimale**.



- $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$
- $\frac{1}{100} = \frac{10}{1\,000}$
- $1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1\,000}{1\,000}$

Recopier et compléter les égalités suivantes.

a. $\frac{3}{10} = \frac{\dots}{100}$ **b.** $\frac{7}{10} = \frac{\dots}{1\,000}$ **c.** $\frac{80}{100} = \frac{\dots}{10}$

Solution

a. $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ **b.** $\frac{7}{10} = \frac{700}{1\,000}$ **c.** $\frac{80}{100} = \frac{8}{10}$

Combien y a-t-il de centièmes dans 7 unités et 3 dixièmes ?

Solution

- Dans une unité, il y a 100 centièmes donc dans 7 unités, il y a 700 centièmes.
- Dans un dixième, il y a 10 centièmes donc dans 3 dixièmes, il y a 30 centièmes.

Donc dans 7 unités et 3 dixièmes, il y a 73 centièmes.

Entraine-toi avec *Fractions : Vocabulaire et sens*

Propriété

Toute fraction décimale peut s'écrire comme la somme d'un **nombre entier** et d'une **fraction décimale inférieure à 1**. Une fraction décimale peut se décomposer en unités, dixièmes, centièmes, millièmes…

Exemple

$$\frac{25\,381}{1\,000} = \frac{25\,000}{1\,000} + \frac{381}{1\,000} = 25 + \frac{300}{1\,000} + \frac{80}{1\,000} + \frac{1}{1\,000} = 25 + \frac{3}{10} + \frac{8}{100} + \frac{1}{1\,000}$$

$\frac{25\,381}{1\,000}$ est égal à **25 unités**, **3 dixièmes, 8 centièmes et 1 millième**.

Écrire la fraction décimale $\frac{514\,871}{1\,000}$ sous la forme d'une somme d'un nombre entier, de dixièmes, de centièmes et de millièmes.

Solution

$$\frac{514\,871}{1\,000} = \frac{514\,000}{1\,000} + \frac{871}{1\,000} = 514 + \frac{871}{1\,000}$$

$$\frac{514\,871}{1\,000} = 514 + \frac{800}{1\,000} + \frac{70}{1\,000} + \frac{1}{1\,000}$$

$$\frac{514\,871}{1\,000} = 514 + \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{1}{1\,000}$$

Performances énergétiques des maisons et appartements

III] Comprendre et utiliser des nombres décimaux

Définitions

- On appelle **nombre décimal** un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.
- Tout nombre décimal peut donc s'écrire comme la somme d'un **nombre entier**, appelé sa **partie entière**, et d'une **fraction décimale inférieure à 1**, appelée sa **partie décimale**.
- L'écriture d'un nombre décimal avec une virgule est appelée une **écriture décimale**.

Exemple

$$25{,}381 = \frac{25\,381}{1\,000} = \frac{25\,000}{1\,000} + \frac{381}{1\,000} = 25 + 0{,}381$$

25,381 peut s'écrire $\frac{25\,381}{1\,000}$, c'est bien un nombre décimal.

Sa partie entière est **25**, sa partie décimale est **0,381**.

Un nombre entier est un nombre décimal ! Sa partie décimale est égale à zéro.

Donner la partie entière et la partie décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ puis donner son écriture décimale.

Solution

$$\frac{4\,056}{1\,000} = \frac{4\,000}{1\,000} + \frac{56}{1\,000} = 4 + \frac{56}{1\,000}$$

La partie entière de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est 4.

La partie décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est $\frac{56}{1\,000}$ ou 0,056.

L'écriture décimale de $\frac{4\,056}{1\,000}$ est 4,056.

Propriété

Dans une écriture décimale, la valeur d'un chiffre dépend de sa position dans le nombre.

Exemple

On considère le nombre 25,381.

...	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes	...
	2	5 ,	3	8	1	

3 est le chiffre des dixièmes, 8 est le chiffre des centièmes et 1 est le chiffre des millièmes :
25,381 = 25 + 0,3 + 0,08 + 0,001

1. Décomposer 9,803 en unités, dixièmes, centièmes et millièmes.
2. Justifier que 9,803 est un nombre décimal.

Solution

1.

unités	dixièmes	centièmes	millièmes
9 ,	8	0	3

9,803 est égal à 9 unités, 8 dixièmes, 0 centième et 3 millièmes.

2. $9{,}803 = \frac{9\,803}{1\,000}$. 9,803 peut s'écrire comme une fraction décimale, donc c'est un nombre décimal.

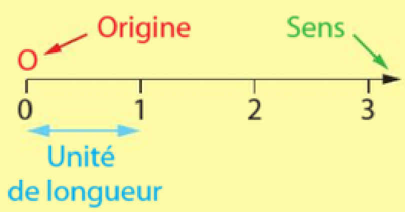
⚔️Entraine-toi avec *Fractions, décimaux et comparaison (1 à 4)* ⚔️

IV] Comparer des nombres décimaux

Act. 3

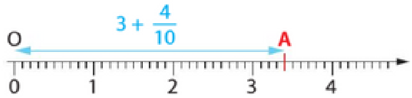
Définitions

- Une **demi-droite graduée** est une demi-droite sur laquelle on a choisi une unité de longueur, que l'on reporte régulièrement à partir de l'origine.
- L'abscisse d'un point d'une demi-droite graduée est la distance entre l'origine de la demi-droite et ce point.

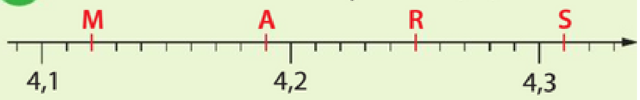


Exemple

Le point A a pour abscisse $3 + \frac{4}{10}$ ou 3,4.



1. Lire les abscisses des points M, A, R et S.



2. Encadrer chacun de ces nombres au dixième.
3. Donner l'arrondi au dixième des abscisses des points M et A.

Solution

1. Les abscisses des points M, A, R et S sont :
4,12 • 4,19 • 4,25 • 4,31

2. $4{,}1 < 4{,}12 < 4{,}2$ $\quad$ $4{,}1 < 4{,}19 < 4{,}2$
$4{,}2 < 4{,}25 < 4{,}3$ $\quad$ $4{,}3 < 4{,}31 < 4{,}4$

3. $4{,}12 \approx 4{,}1$ $\quad$ $4{,}19 \approx 4{,}2$

Définition

Comparer deux nombres, c'est trouver le plus grand (ou le plus petit) ou dire s'ils sont égaux.

Propriété

Lorsque l'on parcourt une demi-droite graduée dans le sens de la flèche, le plus petit de deux nombres est celui que l'on rencontre en premier.

Exemple

On dit que 2,46 est inférieur à 2,7 et on note $2{,}46 < 2{,}7$.
On dit également que 2,7 est supérieur à 2,46 et on note $2{,}7 > 2{,}46$.

Attention ! 7 est plus petit que 46 mais 2,7 est plus grand que 2,46.

Comparer les nombres suivants.
a. 12,4 et 12,40 **b.** 31,6 et 35,28 **c.** 13,32 et 13,27

Solution

On compare d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

a. $12{,}4 = 12 + \frac{4}{10} = 12 + \frac{40}{100}$ donc $12{,}4 = 12{,}40$.
b. La partie entière de 31,6 est inférieure à celle de 35,28 donc $31{,}6 < 35{,}28$.
c. $13{,}32 = 13 + \frac{32}{100}$ et $13{,}27 = 13 + \frac{27}{100}$
Les parties entières sont égales donc on compare les parties décimales.
$\frac{32}{100} > \frac{27}{100}$ donc $13{,}32 > 13{,}27$.

Définitions

- **Encadrer** un nombre, c'est trouver un nombre plus petit et un nombre plus grand.
- **Ranger** des nombres dans **l'ordre croissant** (ou **décroissant**), c'est les ranger du plus petit au plus grand (ou du plus grand au plus petit).
- **Intercaler** un nombre entre deux nombres donnés, c'est trouver un nombre qui soit compris entre ces deux nombres.

Exemples

- Encadrement de 3,18 à l'unité :
$3 < 3{,}18 < 4$
- Encadrement de 3,18 au dixième :
$3{,}1 < 3{,}18 < 3{,}2$

Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant.

17,29 • 8,302 • $\frac{174}{10}$ • 31,88 • 8,57

Solution

On compare d'abord les parties entières puis, si elles sont égales, les parties décimales.

$\frac{174}{10} = \frac{170}{10} + \frac{4}{10} = 17 + \frac{4}{10} = 17{,}4$

- Les parties entières de ces nombres sont 17 ; 8 et 31. Le plus petit a donc pour partie entière 8.
- On compare 8,302 et 8,57 : $8{,}302 < 8{,}57$.
- On compare ensuite 17,29 et 17,4 : $17{,}29 < 17{,}4$
- On range enfin les nombres dans l'ordre croissant :

$$8{,}302 < 8{,}57 < 17{,}29 < \frac{174}{10} < 31{,}88$$

Intercaler un nombre entre 16,2 et 16,3.

Solution

On peut décomposer les deux nombres à l'aide de fractions décimales.

$$16{,}2 = 16 + \frac{2}{10} = 16 + \frac{20}{100}$$

$$16{,}3 = 16 + \frac{3}{10} = 16 + \frac{30}{100}$$

On peut donc intercaler par exemple

$16 + \frac{22}{100}$, soit 16,22 : $16{,}2 < 16{,}22 < 16{,}3$.

⚔️Entraine-toi avec *Fractions, décimaux et comparaison (à partir de 5)* ⚔️

Méthode

❤️ Une demi-droite graduée permet de déterminer des **valeurs approchées** et **l'arrondi** d'un nombre.

Exemples

- 2,437 est compris entre 2,4 et 2,5 : on dit que 2,4 et 2,5 sont des **valeurs approchées au dixième** de 2,437.
2,437 est plus proche de 2,4 que de 2,5 : on dit que 2,4 est **l'arrondi au dixième** de 2,437.

- De même, 2,43 et 2,44 sont des **valeurs approchées au centième** de 2,437.
2,44 est **l'arrondi au centième** de 2,437.