Exercice corrigé

Jean a eu 50 € de la part de ses grands-parents pour son anniversaire. Il souhaite s'acheter des mangas. Sur Internet, un manga coûte 6,90 € avec 10 € de frais de port.
Combien de mangas peut-il s'acheter ?

Correction

Étape n°1 : Choix de l'inconnue

Soit x le nombre de mangas que Jean pourra acheter.

Étape n°2 : Mise en équation

Un manga coûte 6,90 € donc x mangas coûteront $6{,}90 \times x$ €. Avec 10 € de frais de port, cela fera $6{,}90 \times x + 10$ €.
Il suffit de résoudre : $6{,}90 \times x + 10 = 50$

Étape n°3 : Résolution de l'équation

$6{,}90 \times x = 40$ $\quad x = 40 \div 6{,}90 \approx 5{,}79$

Étape n°4 : Conclusion

S'il achète 6 mangas, Jean dépasse 50 €
Jean pourra s'acheter 5 mangas.

1 D'après brevet

Pierre et Nathalie possèdent ensemble 144 timbres. Si Nathalie donnait 2 timbres à Pierre, alors celui-ci en aurait deux fois plus qu'elle. Combien chaque enfant a-t-il de timbres actuellement ?

Soit x le nombre de timbres de Pierre.

Nathalie possède donc : $144 - x$ timbres.

D'après l'énoncé : $2 \times (144 - x - 2) = x + 2$

$2 \times (142 - x) = x + 2$

donc $284 - 2x = x + 2$

donc $282 = 3x$ d'où $x = \dfrac{282}{3} = 94$

Pierre possède 94 timbres et Nathalie 50 timbres.

2

Si on ajoute le même nombre au numérateur et au dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$, on obtient la fraction $\frac{2}{3}$. Quel est ce nombre ?

On a : $\dfrac{4 + x}{5 + x} = \dfrac{2}{3}$ donc $3(4 + x) = 2(5 + x)$

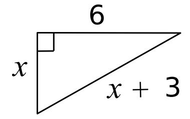
donc $12 + 3x = 10 + 2x$

donc $3x - 2x = 10 - 12$ d'où $x = -2$

Effectivement, $\dfrac{4-2}{5-2} = \dfrac{2}{3}$.

3 Triangle rectangle

À l'aide du théorème de Pythagore, calcule x.



D'après le théorème de Pythagore, on a :

$(x + 3)^2 = x^2 + 36$
d'où $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 36$

soit $6x + 9 = 36$ donc $6x = 27$ soit $x = \dfrac{27}{6} = \dfrac{9}{2}$

La solution de l'équation est $\frac{9}{2}$, donc le côté cherché mesure $\frac{9}{2} = 4{,}5$.

(on peut vérifier que le triangle dont les côtés mesurent 4,5 ; 6 et 7,5 est bien rectangle)

4 D'après brevet

Le périmètre d'un rectangle est égal à 36 cm. Si on triple sa longueur et que l'on double sa largeur, son périmètre augmente de 56 cm. Détermine la longueur et la largeur du rectangle.

On peut raisonner avec le demi-périmètre.
Soit L la mesure de la longueur du rectangle.

Le demi-périmètre vaut : $P \div 2 = L + \ell = 18$ cm

La largeur vaut donc $\ell = 18 - L$.
Si le périmètre augmente de 56 cm alors le demi périmètre augmente de 28 cm.

On a donc : $3L + 2\ell = 3L + 2(18 - L) = 18 + 28$

soit $3L + 36 - 2L = 46$
donc $L + 36 = 46$
donc $L = 10$.

La longueur du rectangle est 10 cm et sa largeur 8 cm.

5 D'après brevet

Des spectateurs assistent à un motocross. Ils ont garé leur véhicule, auto ou moto, sur un parking. Il y a en tout 65 véhicules et on dénombre 180 roues. Quel est le nombre de motos ?

Soit N le nombre de motos.

Il y a donc 65 – N autos.

Nombre de roues : 2N + 4(65 – N) = 180 roues

soit 2N + 260 – 4N = 180 donc 260 – 2N = 180

donc –2N = 180 – 260 = –80 donc N = 40.

Il y a 40 motos (*et 25 autos*).

6 D'après brevet

Madame Schmitt vend son appartement 420 000 €. Elle utilise cette somme de la façon suivante :

- elle donne les $\frac{2}{7}$ de cette somme à sa fille ;
- elle s'achète une voiture ;
- elle place le reste à 4,5 % d'intérêts par an et perçoit au bout d'un an 9 900 € d'intérêts.

a. Combien d'argent a-t-elle donné à sa fille ?

$\frac{2}{7} \times 420\,000 = 120\,000$ (€)

Elle a donné 120 000 € à sa fille.

b. Quelle somme a-t-elle placée ?

Soit S la somme placée.

4,5 % × S = 9 900 (€)

donc S = 9 900 × $\frac{100}{4,5}$ = 220 000 (€)

La somme placée était de 220 000 €.

c. Quel était le prix de la voiture ?

Soit P le prix de la voiture :

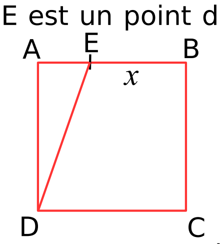
P = 420 000 – 120 000 – 220 000 = 80 000 (€)

Le prix de la voiture est de 80 000 €.

7 D'après brevet

ABCD est un carré de côté 6 cm. E est un point du segment [AB] et on pose EB = x.

a. Fais un schéma.



b. Exprime, en fonction de x, la longueur AE, puis l'aire du triangle ADE.

AE = 6 – x

aire du triangle ADE = $6(6 - x) \div 2 = 3(6 - x)$

c. Détermine x pour que l'aire du carré ABCD soit le triple de l'aire du triangle ADE.

On veut que : $6^2 = 3 \times 3(6 - x)$

donc : $36 = 54 - 9x$ soit $9x = 54 - 36$

donc $9x = 18$ donc $x = \frac{18}{9} = 2$

Vérification : AE = 4 cm et EB = 2 cm.

Aire de AED = 4 × 6 ÷ 2 = 12 cm² dont le triple vaut bien 36 cm² aire du carré ABCD .

8 D'après brevet

a. Soit un carré de côté x. Donne en fonction de x le périmètre du carré.

$P_{carré} = 4x$

b. Soit un rectangle de largeur $\frac{x}{3}$ et de longueur $\frac{2}{3}x + 2$. Donne en fonction de x le périmètre du rectangle en réduisant l'écriture.

$P_{rectangle} = 2\left(\frac{x}{3} + \frac{2}{3}x + 2\right)$

$P_{rectangle} = 2x + 4$

c. Pour quelle valeur de x le rectangle et le carré ont-ils le même périmètre ?

On veut : $4x = 2x + 4$

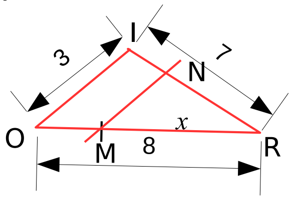
donc $2x = 4$ d'où $x = 2$

Le rectangle et le carré ont le même périmètre pour $x = 2$.

9 D'après brevet

ROI est un triangle tel RO = 8 cm ; RI = 7 cm et OI = 3 cm. Soit M un point de [RO]. On trace par M la parallèle à (OI) qui coupe (RI) en N. On pose RM= x avec $0 \leqslant x \leqslant 8$.

a. Fais un schéma.



b. Exprime les longueurs RN et MN en fonction de x.

La droite (MN) est parallèle à (OI) donc on peut appliquer le théorème de Thalès dans les triangles RMN et ROI :

$\frac{RM}{RO} = \frac{RN}{RI} = \frac{MN}{OI}$ donc $\frac{x}{8} = \frac{RN}{7} = \frac{MN}{3}$

On en déduit que : $7x = 8$ RN

donc RN = $\frac{7}{8}x$.

et que : $3x = 8$ MN

donc MN = $\frac{3}{8}x$.

c. Montre que le périmètre P_1 du triangle RMN est égal à $\frac{9}{4}x$.

$P_1 = \frac{7}{8}x + \frac{3}{8} + x = \frac{18}{8}x$

$P_1 = \frac{9}{4}x$

d. Montre que le périmètre P_2 du trapèze MOIN est égal à $18 - \frac{3}{2}x$.

$P_2 = 3 + (8 - x) + (7 - \frac{7}{8}x) + \frac{3}{8}x$

$P_2 = 3 + 8 - x + 7 - \frac{7}{8}x + \frac{3}{8}x = 18 - \frac{12}{8}x$

$P_2 = 18 - \frac{3}{2}x$

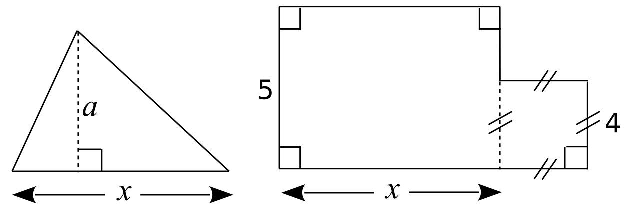
e. Détermine x pour que les deux périmètres soient égaux.

On veut que : $\frac{9}{4}x = 18 - \frac{3}{2}x$

donc $\frac{9}{4}x + \frac{3}{2}x = 18$ donc $\frac{15}{4}x = 18$

d'où $x = 18 \times \frac{4}{15} = \frac{24}{5}$ soit $x = 4{,}8$.

10 Aires



a. Dans cette première question, $a = 13{,}2$.

Pour quelle valeur de x ces deux figures ont-elles la même aire ?

Aire du triangle : $13{,}2\,x \div 2 = 6{,}6\,x$.

Aire de l'autre figure : $5x + 4^2 = 5x + 16$.

On veut que : $6{,}6\,x = 5x + 16$

donc $6{,}6\,x - 5x = 16$ soit $1{,}6\,x = 16$

donc $x = \frac{16}{1{,}6}$ donc $x = 10$.

Vérification : aire du triangle : $6{,}6\,x = 66$.

Aire de l'autre figure : $5x + 16 = 50 + 16 = 66$.

b. Que se passe-t-il si $a = 8$?

Aire du triangle : $8x \div 2 = 4x$.

On veut que : $4x = 5x + 16$ donc $-x = 16$

Ce n'est pas possible car x doit être positif.

11 On considère le programme de calcul suivant.

```
• Choisis un nombre.
• Calcule son double.
• Soustrais 1.
• Calcule le carré du résultat obtenu.
• Soustrais 64.
```

a. Montre que si on choisit 4 comme nombre de départ, on obtient − 15.

$4 \times 2 = 8$

puis $8 - 1 = 7$

puis $7^2 = 49$

puis $49 - 64 = -15$

b. Si on appelle x le nombre de départ, écris une expression qui traduit le programme.

$2x$ puis $2x - 1$

puis $(2x - 1)^2$

puis $(2x - 1)^2 - 64$

L'expression est : $(2x - 1)^2 - 64$

c. On considère $R = (2x - 1)^2 - 64$. Factorise R.

$R = (2x - 1)^2 - 64$

$R = (2x - 1)^2 - 8^2$

$R = (2x - 1 - 8)(2x - 1 + 8)$

$R = (2x - 9)(2x + 7)$

d. Résous $R = 0$.

D'après le **c.** on a donc $(2x - 9)(2x + 7) = 0$

Un produit de facteurs est nul signifie que l'un des facteurs est nul donc :

$2x - 9 = 0$ ou $2x + 7 = 0$

$2x = 9$ $\quad$ $2x = -7$

$x = \frac{9}{2}$ $\quad$ $x = -\frac{7}{2}$

Les solutions sont $\frac{9}{2}$ et $-\frac{7}{2}$.

e. Quel(s) nombre(s) faut-il choisir au départ pour que le résultat du programme de calcul soit nul ?

D'après le c. et le d, il faut choisir $\frac{9}{2}$ ou $-\frac{7}{2}$ pour que le résultat du programme de calcul soit nul.

12 **Vidéo à la demande**

Simon désire regarder des films en VOD. Son opérateur lui propose les deux tarifs suivants :

Option A : Tarif de 3 € par film visualisé.

Option B : Un abonnement de 15 € pour 6 mois avec un tarif de 1,50 € par film visualisé.

a. Complète le tableau suivant.

Nombre de films vus en 6 mois **Prix payé en € avec…**	4	8	12	16
Option A	12	24	36	48
Option B	21	27	33	39

b. Précise dans chaque cas l'option la plus avantageuse.

Option A pour 4 ou 8 DVD loués.

Option B pour 12 ou 16 DVD loués.

On appelle x le nombre de films vus par Simon.

c. Exprime en fonction de x la somme S_A payée avec l'option A.

$S_A = 3x$

d. Exprime en fonction de x la somme S_B payée avec l'option B.

$S_B = 1{,}5x + 15$

e. Résous $S_A = S_B$.

On cherche x tel que : $1{,}5x + 15 = 3x$

donc $1{,}5x + 15 - \mathbf{1{,}5x} = 3x - \mathbf{1{,}5x}$

donc $15 = 1{,}5x$

donc $15 \div \mathbf{1{,}5} = 1{,}5x \div \mathbf{1{,}5}$

donc $10 = x$

f. À partir de combien de films l'option B est-elle plus avantageuse ?
L'option B est plus avantageuse que l'option A à partir de 11 DVD loués.

13 Avec le tableur (d'après brevet 2019)

On considère le programme de calcul :

```
• Choisir un nombre.
• Prendre le carré de ce nombre.
• Ajouter le triple du nombre de départ.
• Ajouter 2.
```

a. Montre que si on choisit 1 comme nombre de départ, le programme donne 6 comme résultat.

$1^2 = 1$

puis $1 + 3 \times 1 = 4$

puis $4 + 2 = 6$

b. Quel résultat obtient-on si on choisit −5 comme nombre de départ?

$(-5)^2 = 25$

puis $25 + 3 \times (-5) = 10$

puis $10 + 2 = 12$

c. On appelle x le nombre de départ, exprime le résultat du programme en fonction de x.

$x^2 + 3x + 2$

d. Montre que ce résultat peut aussi s'écrire sous la forme $(x + 2)(x + 1)$ pour toutes les valeurs de x.

Développons :

$(x + 2)(x + 1) = x^2 + 2x + x + 2$

Et réduisons :

$(x + 2)(x + 1) = x^2 + 3x + 2$

La feuille du tableur suivante regroupe des résultats du programme de calcul précédent.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
2	$(x+2)(x+1)$	2	0	0	2	6	12	20

e. Quelle formule a été écrite dans la cellule B2 avant de l'étendre jusqu'à la cellule J2 ?

= (B1+2)*(B1+1)

f. Trouve les valeurs de x pour lesquelles le programme donne 0 comme résultat.

On peut observer les résultats dans le tableur :

la question c. nous donne une équation du second degré, donc possiblement, 2 solutions.

On voit avec le tableur, en C2 et D2, que la formule donne 0 pour $x = -2$ et $x = -1$.

On en déduit que – 2 et – 1 sont les solutions de l'équation.

On peut aussi résoudre l'équation :

$(x + 2)(x + 1) = 0$

Un produit de facteurs nul signifie que l'un des facteurs est nul donc :

$x + 2 = 0$ ou $x + 1 = 0$

$x = -2$ $x = -1$

Le programme donne bien 0 pour $x = -2$ et $x = -1$.