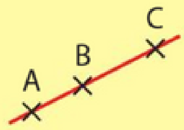
Séquence 4 : Droites

I] Tracer des droites sécantes

Définitions

- Trois points A, B et C sont **alignés** lorsque l'on peut tracer une ligne droite passant par ces trois points.
- Si A et B sont deux points distincts, la **droite (AB)** est l'ensemble de tous les points alignés avec A et B.

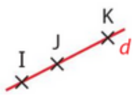


Remarque

Une droite est **illimitée** : on peut toujours prolonger la ligne en plaçant d'autres points alignés avec ceux déjà tracés.

▸Exemple

Les trois points I, J et K sont alignés. Les droites (IJ), (IK) et (JK) sont **confondues** en une seule et même droite, qu'on peut aussi noter *d*.
On dit que le point I appartient à la droite *d* et on note : $I \in d$.

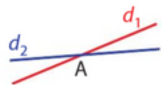


Définition

Deux droites sont **sécantes** si elles se coupent en un seul point, appelé **point d'intersection.**

▸Exemple

Les droites d_1 et d_2 sont sécantes en A.
A est **le point d'intersection** des droites d_1 et d_2 : il appartient à ces deux droites.

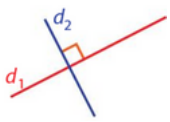


Définition

Deux droites sont **perpendiculaires** si elles sont sécantes en formant un **angle droit**.

▸Exemple

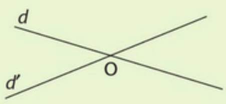
La droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2.
On note : $d_1 \perp d_2$.



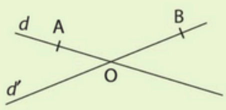
1. Tracer deux droites sécantes d et d' et noter O leur point d'intersection.
2. Placer deux points A et B, distincts de O, tels que $A \in d$ et $B \in d'$.
3. Tracer la perpendiculaire à la droite d' passant par le point A, et noter H le point d'intersection de ces deux droites.
4. Les points H, O et B sont-ils alignés ?

Solution

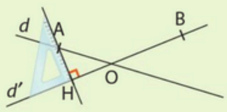
1.



2.



3.



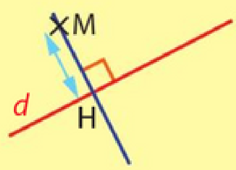
4. Les points H, O et B sont alignés car ils appartiennent tous les trois à la droite d'.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

Act. 1

Définition

La **distance entre un point M et une droite *d*** est la longueur du segment [MH], perpendiculaire à la droite *d* en H.

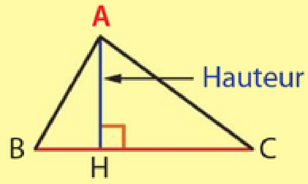


⚔️ Entraînement ! ⚔️

Définition

Soit ABC un triangle.

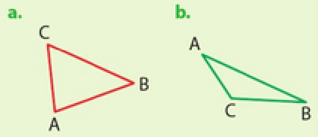
La **hauteur** du triangle ABC issue de A est la droite passant par le point A et perpendiculaire à la droite (BC).



On appelle également hauteur le segment [AH] ou la longueur AH.

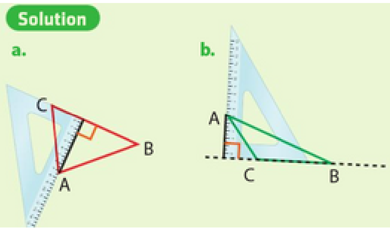
Pour chacun des deux triangles, tracer la hauteur issue du sommet A.

a. **b.**



Solution

a. **b.**



Ici, tu dois d'abord prolonger la droite (CB) car la hauteur est à l'extérieur du triangle.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

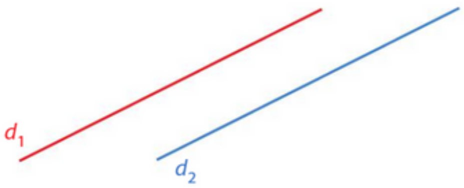
II] Tracer des droites parallèles

Définition

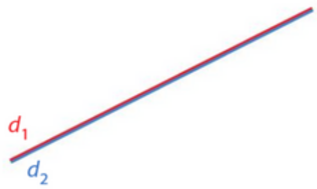
Deux droites sont **parallèles** si elles ne sont pas sécantes.

Exemples

- Les droites d_1 et d_2 n'ont aucun point commun.



- Les droites d_1 et d_2 sont confondues.

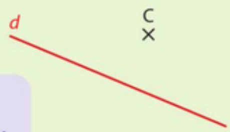


Dans ces deux exemples, la droite d_1 **est parallèle à** la droite d_2.

On note : $d_1 /\!/ d_2$.

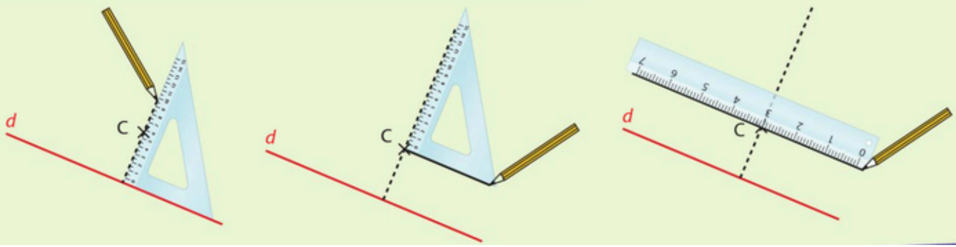
Act. 2

Tracer la droite parallèle à la droite *d* passant par le point C.



Solution

- On trace la droite perpendiculaire à la droite *d* passant par le point C.
- On trace la droite perpendiculaire à cette droite passant par le point C : d'après la propriété 2, elle est parallèle à la droite *d*.



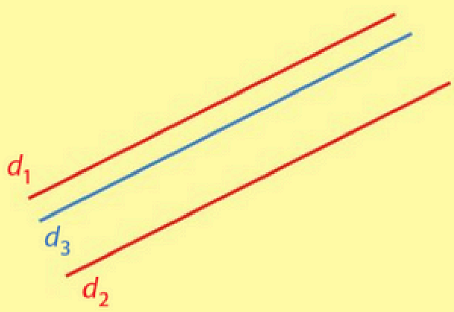
⚔️ Entraînement ! ⚔️

Propriété 1

Si **deux droites** sont parallèles à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

On note :

Si $d_1 /\!/ d_3$ et $d_2 /\!/ d_3$, alors $d_1 /\!/ d_2$.

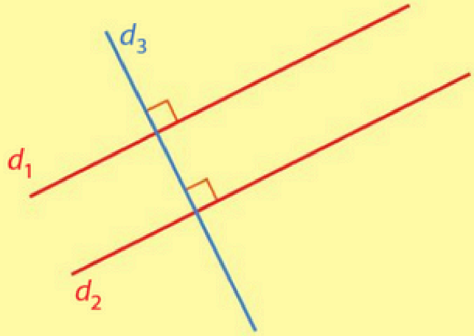


Propriété 2

Si **deux droites** sont perpendiculaires à **une même droite**, alors elles sont parallèles entre elles.

On note :

Si $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$, alors $d_1 \parallel d_2$.

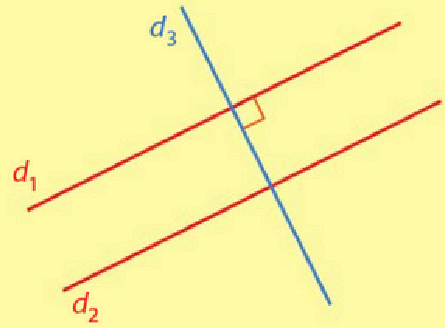


Propriété 3

Si **deux droites** sont parallèles, et si **une troisième droite** est perpendiculaire à l'une, alors elle est aussi perpendiculaire à l'autre.

On note :

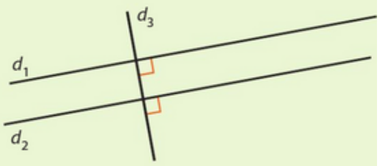
Si $d_1 \parallel d_2$ et si $d_3 \perp d_1$, alors $d_3 \perp d_2$.



En utilisant les informations codées sur la figure ci-contre, que peut-on dire des droites :

a. d_1 et d_3 ?

b. d_1 et d_2 ?



Solution

a. D'après le codage, on peut affirmer que les droites d_1 et d_3 sont perpendiculaires.

b. D'après le codage, on sait que $d_1 \perp d_3$ et $d_2 \perp d_3$. Donc, grâce à la propriété 2, on peut affirmer que $d_1 \parallel d_2$.

⚔️ Entraine-toi avec *Démontrer* ⚔️

III] Construire des quadrilatères et des triangles particuliers

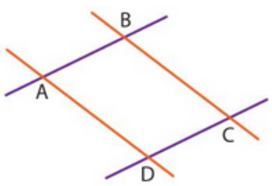
Définition

Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Exemple

- Les droites (AB) et (DC) sont parallèles.
- Les droites (AD) et (BC) sont parallèles.

Donc le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

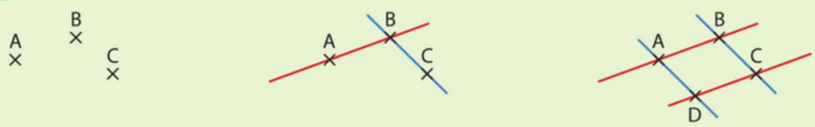


1. Placer trois points A, B et C non alignés.
Tracer la droite (AB) en rouge et la droite (BC) en bleu.
Tracer en rouge la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C.
Tracer en bleu la droite parallèle à la droite (BC) passant par le point A.
Ces deux dernières droites se coupent en D. Placer le point D.

2. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.

Solution

1.

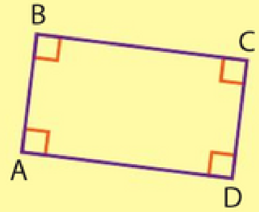


2. On sait que (AB) // (CD) et (BC) // (AD). Donc le quadrilatère ABCD a des côtés opposés deux à deux parallèles, donc ABCD est un parallélogramme.

⚔️ Entraînement ! ⚔️

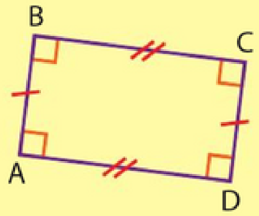
Définition

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a quatre angles droits.



Propriété

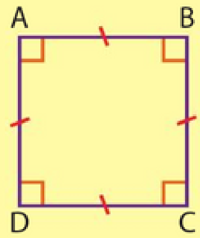
Si un quadrilatère est un rectangle, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles et de même longueur.



Entraînement !

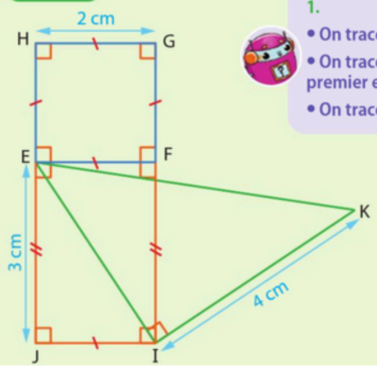
Définition

Un **carré** est un quadrilatère qui a quatre angles droits et quatre côtés de même longueur.



1. Construire un carré EFGH tel que EF = 2 cm.
2. Placer deux points I et J tels que EFIJ soit un rectangle et FI = 3 cm.
3. Placer un point K tel que EIK soit un triangle rectangle en I et IK = 4 cm.

Solution



1.
- On trace un premier côté [EF] de longueur 2 cm.
- On trace un deuxième côté perpendiculaire au premier et de longueur 2 cm.
- On trace de même les deux derniers côtés.

2.
- On trace le côté [FI], perpendiculaire à [EF] et de longueur 3 cm.
- On trace ensuite les côtés [IJ] et [JE].

3.
- On trace le côté [EI].
- On trace le côté [IK], perpendiculaire à [EI] et de longueur 4 cm.
- On trace le dernier côté.

Entraine-toi en faisant l'exercice du dessus !

Propriété

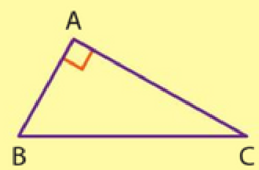
Si un quadrilatère est un carré, alors ses côtés opposés sont deux à deux parallèles.

Remarque

Les rectangles et les carrés sont des parallélogrammes particuliers.

Définition

Un **triangle rectangle** est un triangle dont deux côtés sont perpendiculaires.



Entraînement !