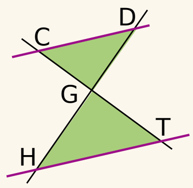
Calculer une longueur

Exercice corrigé

Sur la figure ci-dessous, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.

On donne DG = 25 mm ;
GH = 45 mm ; CG = 20 mm
et HT = 27 mm. Calcule GT.



Correction

Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.
Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{GC}{TG} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$, soit $\frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$.

Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.

$GT = \frac{45 \times 20}{25}$ donc GT = 36 mm.

1 Longueurs proportionnelles

Dans chacun des cas suivants, nomme les triangles qui ont leurs longueurs proportionnelles et écris les proportions égales.

Les droites en couleur sont parallèles.

Figure 1.

ACT et ASR

$\frac{AT}{AS} = \frac{AC}{AR} = \frac{TC}{SR}$

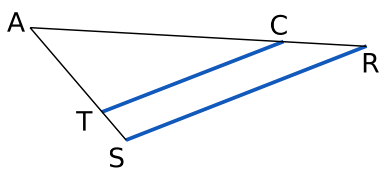
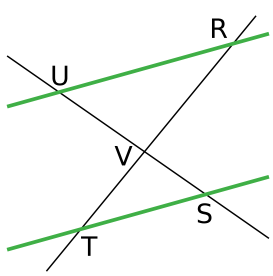


Figure 2.

VUR et VTS

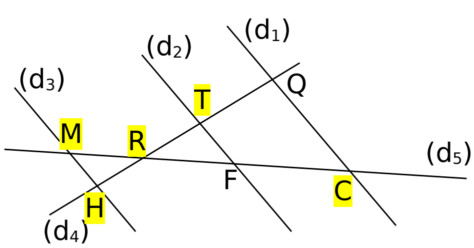
$\frac{VT}{VR} = \frac{VS}{VU} = \frac{TS}{UR}$



2

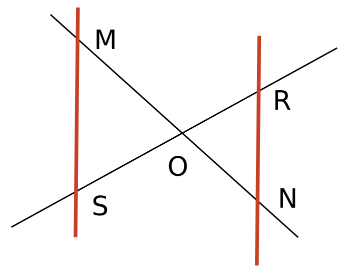
Place les points manquants sur la figure sachant que les droites (d_1), (d_2) et (d_3) sont parallèles et qu'on a les égalités suivantes :

$\frac{RF}{RC} = \frac{RT}{RQ} = \frac{FT}{CQ}$ et $\frac{RC}{RM} = \frac{RQ}{RH} = \frac{CQ}{MH}$.



3

Dans la figure ci-dessous la droite (MS) est parallèle à la droite (RN).



1

OS	OM	MS
RS	ON	RN

2

NO	RO	RN
OM	OS	MS

3

OS	ON	MS
OR	OM	RN

a. Lequel des tableaux de proportionnalité proposés peut être associé à la figure ci-dessus ?

Le tableau 2 est un tableau de proportionnalité.

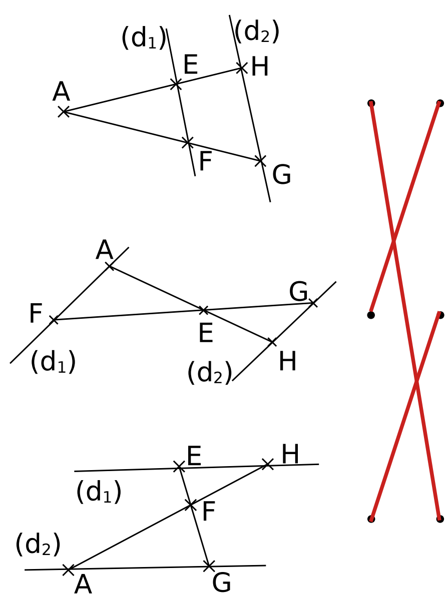
b. Explique pourquoi les deux autres ne peuvent pas l'être.

Le tableau 1 n'est pas un tableau de proportionnalité car la première colonne n'est pas proportionnelle aux deux autres : il aurait fallu remplacer RS par OR.

Le tableau 3 n'est pas un tableau de proportionnalité car la deuxième colonne n'est pas proportionnelle aux deux autres : il aurait fallu inverser ON et OM.

4 Associer les proportions aux figures

Dans chaque figure, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles. Relie les figures avec les égalités correspondantes.



$\frac{AE}{EH} = \frac{EF}{EG} = \frac{AF}{GH}$

$\frac{FE}{FG} = \frac{FH}{FA} = \frac{EH}{AG}$

$\frac{AE}{AH} = \frac{AF}{AG} = \frac{EF}{HG}$

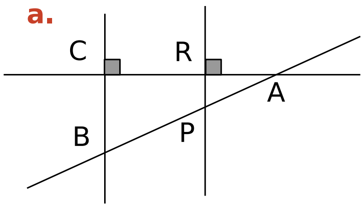
Calculer une longueur

5 Dans tout l'exercice, les points A, P et B sont alignés ainsi que les points A, R et C.

Pour chaque cas, explique pourquoi tu peux appliquer le théorème de Thalès.

Écris alors les rapports égaux dans ces figures.

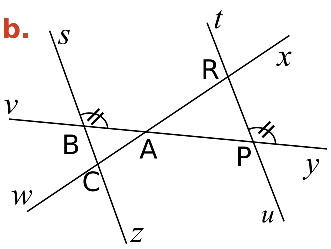
a.



Il faut justifier le parallélisme : les droites (BC) et (PR) sont parallèles car elles sont toutes les deux perpendiculaires à la même droite (AC). Les rapports sont donc :

$\frac{AR}{AC} = \frac{AP}{AB} = \frac{RP}{BC}$

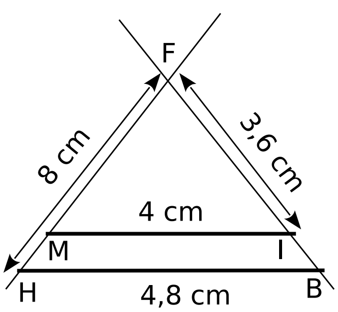
b.



Il faut justifier le parallélisme : les droites (BC) et (PR) sont parallèles car avec la sécante (BP), elles forment des angles $\widehat{sBA}$ et $\widehat{RPy}$ correspondants et égaux. Les rapports sont donc :

$\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AR} = \frac{BC}{RP}$

6 Dans la figure suivante (MI) est parallèle à (HB), calcule FM et FB.



Les droites (HM) et (IB) se coupent en F.

Les droites (MI) et (HB) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

$\frac{FM}{FH} = \frac{FI}{FB} = \frac{MI}{HB}$ soit $\frac{FM}{8} = \frac{3,6}{FB} = \frac{4}{4,8}$

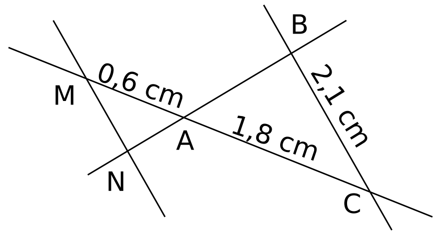
donc $FM = 4 \times 8 \div 4,8$ (cm)

$FM \approx 6,7$ cm

De même, $FB = 3,6 \times 4,8 \div 4$ (cm)

$FB = 4,32$ cm

7 Les points M, A, C sont alignés et les points N, A, B aussi. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. Calcule MN.



Les point M, A, C sont alignés ainsi que N, A et B.

Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès :

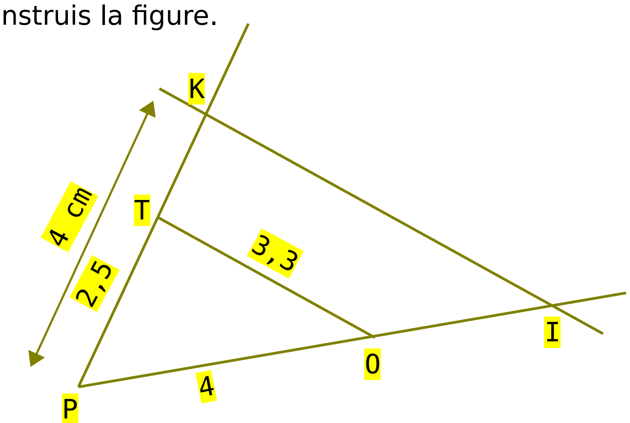
$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$ soit $\frac{0,6}{1,8} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{2,1}$

donc $MN = 0,6 \times 2,1 \div 1,8$ (cm).

$MN = 0,7$ cm

8 Soit POT un triangle tel que PO = 4 cm ; TP = 2,5 cm et OT = 3,3 cm. On appelle K le point de [PT] tel PK = 4 cm. Trace la parallèle à (OT) passant par le point K. Elle coupe [PO] en I.

a. Construis la figure.



b. Calcule PI et KI.

Les point P, T, K sont alignés ainsi que P, O et I.

Les droites (TO) et (KI) sont parallèles par construction.

D'après le théorème de Thalès :

$\frac{PT}{PK} = \frac{PO}{PI} = \frac{OT}{KI}$ soit $\frac{2,5}{4} = \frac{4}{PI} = \frac{3,3}{KI}$

donc $PI = 4 \times 4 \div 2,5$ (cm).

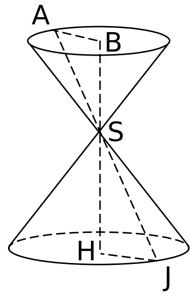
PI = 6,4 cm

De même, $KI = 3,3 \times 4 \div 2,5$ (cm)

KI = 5,28 cm

9 Dans l'espace

Voici deux cônes de sommet S. [SB] et [SH] sont les hauteurs des cônes. H, B et S sont alignés. On a HJ = 7,3 cm ; HB = 7,8 cm et BS = 2,6 cm.



Comme [SB] et [SH] sont des hauteurs, la droite (HB) est perpendiculaire aux deux bases, donc à tout rayon de ces deux bases, et plus particulièrement à [AB] et [HJ].

Ces deux rayons étant perpendiculaires à la même droite (HB), on peut conclure que (AB) et (HJ) sont parallèles.

On peut supposer que A, S et J sont alignés.

D'après le théorème de Thalès :

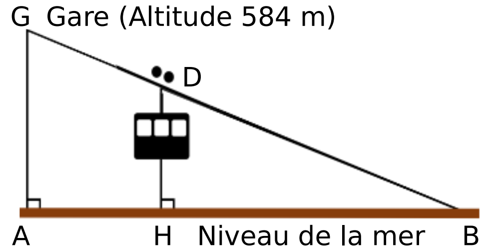
$\frac{SA}{SJ}=\frac{SB}{SH}=\frac{AB}{HJ}$ soit $\frac{SA}{SJ}=\frac{2,6}{7,8-2,6}=\frac{AB}{7,3}$

donc $\frac{SA}{SJ}=\frac{2,6}{5,2}=\frac{AB}{7,3}$

donc $AB = 2,6 \times 7,3 \div 5,2\ (cm)$

Le rayon AB fait donc 3,65 cm

10 La longueur de la ligne d'un téléphérique est 1 437 m. Après avoir parcouru 450 m en montant, il marque un temps d'arrêt. À quelle altitude, arrondie à l'unité, se trouve-t-il ? *La figure n'est pas à l'échelle.*



Les droites (AG) et (DH) sont perpendiculaires à (AB), donc elles sont parallèles entre elles.
Les points A, H et B sont alignés car chacun sur le niveau de la mer. Les points G, D et B sont alignés en supposant le câble du téléphérique rectiligne.
D'après le théorème de Thalès :

$\frac{BD}{BG}=\frac{BH}{BA}=\frac{DH}{AG}$ soit $\frac{450}{1\,437}=\frac{BH}{BA}=\frac{DH}{584}$

donc $DH = 450 \times 584 \div 1\,437\ (m)$.

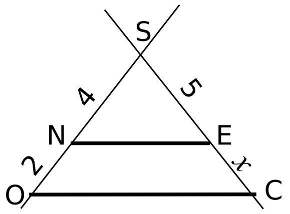
$DH \approx 182,88\ (m)$

DH≈ 183 m à 1 m près

Le téléphérique se trouve donc à une altitude d'environ 183 m.

11 Avec du calcul littéral

Sachant que les droites (EN) et (CO) sont parallèles, détermine la valeur de x.



Les droites (EN) et (CO) sont parallèles.
On peut supposer que les droites (NO) et (EC) sont sécantes en S.
D'après le théorème de Thalès :

$\frac{SN}{SO}=\frac{SE}{SC}=\frac{NE}{OC}$ soit $\frac{4}{4+2}=\frac{5}{5+x}=\frac{NE}{OC}$

donc $\frac{4}{6}=\frac{5}{5+x}=\frac{NE}{OC}$

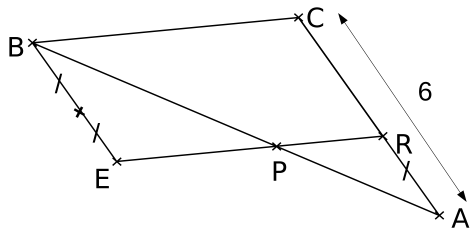
donc $5 + x = 6 \times 5 \div 4$

$5 + x = 7,5$

$5 + x - 5 = 7,5 - 5$

donc $x = 2,5$

12 Dans la figure suivante BCRE est un parallélogramme.



a. Démontre que BP = 2 AP.

On peut supposer que A, R et C sont alignés.
Comme BCRE est un parallélogramme, (BE) et (RA) sont parallèles,
(BA) et (ER) se coupent en P.
D'après le théorème de Thalès :
$\frac{PB}{PA} = \frac{PE}{PR} = \frac{BE}{RA}$ or $\frac{BE}{RA} = 2$ car BE = 2 RA.
Donc $\frac{PB}{PA} = 2$ et, en particulier, BP = 2 AP.

b. Déduis-en la longueur AR.

Proposition 1: Comme BCRE est un parallélogramme, (BC) et (PR) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, les triangles APR et ABC sont semblables car en configuration de Thalès.
$\frac{AR}{AC} = \frac{AP}{AB} = \frac{PR}{BC}$ donc $\frac{AR}{AC} = \frac{AP}{AP + PB} = \frac{AP}{AP + 2\,AP} = \frac{1}{3}$
Ainsi, comme AC = 3 RA, le facteur d'agrandissement entre les deux triangles est 3.
On a $AR = \frac{1}{3} AC = \frac{1}{3} \times 6 = 2$

Proposition 2 :
Comme BCRE est un parallélogramme, BE = CR.
D'après la figure $AR = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} CR$ donc CR = 2 AR
Donc $AC = AR + CR = AR + 2\ AR = 3\ AR$
donc $AR = \frac{1}{3} AC$ soit $AR = \frac{1}{3} \times 6 = 2$

Proposition 3 :
Comme BCRE est un parallélogramme, BE = CR.
D'après la figure $BE = 2\ AR$ donc CR = 2 AR
Donc $AC = AR + CR = AR + 2\ AR = 3\ AR$
Comme $AC = 6$ soit $3 \times AR = 6$ d'où AR = 2