

Séquence : Calcul numérique et littéral

I] Enchaîner des opérations

Convention - Calcul sans parenthèses

- Dans une expression ne comportant que des additions et des soustractions, ou que des multiplications et des divisions, on effectue les calculs de gauche à droite.
- On effectue d'abord les multiplications et les divisions, puis les additions et les soustractions. On dit que la multiplication et la division sont prioritaires par rapport à l'addition et la soustraction.

Exemples

$$A = 12 - 5 + 8$$

$$A = 7 + 8$$

$$A = 15$$

$$B = 40 \div 8 \times 10$$

$$B = 5 \times 10$$

$$B = 50$$

$$C = 23 + 6 \times 4$$

$$C = 23 + 24$$

$$C = 47$$

✂ Entraîne-toi avec *Calculs sans parenthèses* ✂

Convention - Calcul avec parenthèses

- Dans une expression avec des parenthèses, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses.
- Quand il y a plusieurs niveaux de parenthèses, on commence par les plus intérieures.
- À l'intérieur des parenthèses, on applique les priorités de calcul.
- Une expression qui figure au numérateur ou au dénominateur d'un quotient est considérée comme une expression entre parenthèses.

✂ Entraîne-toi avec *Calculs avec parenthèses* ✂

Exemples

$$D = 9 \times (7 + 4)$$

$$D = 9 \times 11$$

$$D = 99$$

$$E = 2,5 \times [7 - (5 - 3)]$$

$$E = 2,5 \times [7 - 2]$$

$$E = 2,5 \times 5$$

$$E = 12,5$$

$$F = \frac{9 + 5}{7}$$

F peut aussi s'écrire $(9 + 5) \div 7$

$$F = \frac{14}{7}$$

$$F = 2$$

Définitions

- Le résultat d'une addition est une **somme**. Les nombres additionnés sont les **termes**.
- Le résultat d'une soustraction est une **différence**. Les nombres qui interviennent dans la soustraction sont les **termes**.
- Le résultat d'une multiplication est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**.
- Le résultat d'une division est un **quotient**.
- La **nature** d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par l'opération à effectuer en dernier.

Exemples

$$25 + 3,5 = 28,5$$

↑
termes somme

$$38,7 - 12,4 = 26,3$$

↑
termes différence

$$7,3 \times 5 = 36,5$$

↑
facteurs produit

$$27 \div 6 = \frac{27}{6} = 4,5$$

↑
quotient

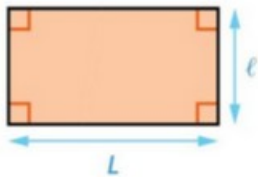
II] Ecrire et utiliser une expression littérale

Définition

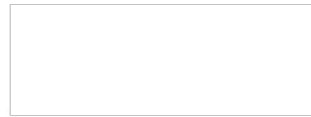
Une **expression littérale** est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemple 1

L'aire \mathcal{A} d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ est donnée par l'expression littérale :



$$\mathcal{A} = L \times \ell$$



On appelle aussi cela une **formule**.

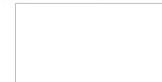
Exemple 2

Un site internet vend des clés USB à 4 € l'unité et facture la livraison 3 €.

Le prix à payer dépend du nombre n de clés USB achetées.

On exprime ce prix P par l'expression littérale :

$$P = 4 \times n + 3$$



On dit que l'on exprime le prix P en fonction de n .

✂ Entraîne-toi avec Donner du sens ✂

III] Simplifier une expression littérale

Convention

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe \times lorsqu'il est placé :

- devant ou derrière une lettre ;
- devant ou derrière une parenthèse.

Exemples

$$4 \times a = 4a$$

$$a4 = 4a \text{ et non } a4$$

$$b \times c = bc$$

$$5 \times (x + 4) = 5(x + 4)$$

Cela se lit **5 facteur de $x + 4$** .

Remarques

- On ne peut pas supprimer le signe \times entre deux nombres : $4 \times 5 \neq 45$.
- On écrit $1 \times a = a$ plutôt que $1a$.
- On écrit $0 \times a = 0$ plutôt que $0a$.

✂ Entraîne-toi avec Simplifier l'écriture (1) ✂

Définition

a désigne un nombre. On note :

- $a \times a = a^2$ (on lit « **a au carré** »)
- $a \times a \times a = a^3$ (on lit « **a au cube** »)

Exemples

$$5 \times 5 = 5^2$$

$$7 \times 7 \times 7 = 7^3$$

✂ Entraîne-toi avec Simplifier l'écriture (8) ✂

Propriété

a, b et x désignent trois nombres.

- Pour simplifier une somme, on peut utiliser l'égalité : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.
- Pour simplifier une différence, on peut utiliser l'égalité : $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$.

- Pour simplifier un produit de plusieurs facteurs, on peut modifier l'ordre des facteurs.

Exemples $B = 0,3x$

$$A = 3x + 2x$$

$$A = (3 + 2)x$$

$$A = 5x$$

$$B = 2,4x - 2,1x$$

$$B = (2,4 - 2,1)x$$

$$B = 0,3x$$

$$C = 2 \times x \times 7$$

$$C = 2 \times 7 \times x$$

$$C = 14x$$

✂ Entraîne-toi ✂

Méthode

On peut utiliser les règles de simplification des expressions littérales pour démontrer certaines propriétés.

Exemple

On veut démontrer la propriété suivante : « La somme de deux nombres entiers consécutifs est impaire ». On note n un entier quelconque.

Le nombre entier qui suit s'obtient en lui ajoutant 1 : il est donc écrit $n + 1$.

La somme de deux entiers consécutifs est $S = n + n + 1 = 2n + 1$.

Or $2n$ désigne un multiple de 2 dans cette expression, c'est-à-dire un nombre pair. Donc $2n + 1$ désigne un nombre impair.

La propriété est donc **démontrée** pour tous les couples de nombres entiers consécutifs.

III] Tester une égalité

Méthode

Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on remplace dans l'expression littérale toutes les lettres par leurs valeurs.

Exemple 1

On veut calculer l'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm.

On remplace L par 6 et ℓ par 4 dans la formule $\mathcal{A} = L \times \ell$:

$$\mathcal{A} = L \times \ell$$

$$\mathcal{A} = 6 \times 4$$

$$\mathcal{A} = 24$$

L'aire d'un rectangle de longueur 6 cm et de largeur 4 cm est donc de 24 cm².

Exemple 2

On veut calculer le prix à payer si l'on achète 5 clés USB.

On remplace n par 5 dans l'expression littérale $P = 4 \times n + 3$.

$$P = 4 \times n + 3$$

$$P = 4 \times 5 + 3$$

$$P = 20 + 3$$

$$P = 23$$

Ainsi, pour acheter 5 clés USB, il faudra payer 23 €.

Définition

- Une **égalité** est constituée de deux membres séparés par un signe $=$.
- Une égalité est **vraie** quand les deux membres ont la même valeur.

Exemple

$$\underbrace{3 \times 7}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{15 + 6}_{\text{membre de droite}}$$

Cette égalité est vraie car les deux membres ont la même valeur : 21.

Propriété

Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs attribuées aux lettres et fausse pour d'autres.

Exemple

On considère l'égalité $x + 2 = 8$.

- Si $x = 6$, cette égalité est vraie car $6 + 2 = 8$.
- Si $x = 9$, cette égalité est fausse car $9 + 2 = 11$ et $11 \neq 8$.

Méthode

Pour tester si une égalité est vraie pour des valeurs affectées aux lettres :

- on calcule le membre de gauche en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
- on calcule le membre de droite en remplaçant chaque lettre par le nombre donné ;
- on observe si les deux membres sont égaux ou non ;
- on conclut.

Exemples

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$
pour $x = 8$:

– membre de gauche :

$$x + 2 = 8 + 2 = 10$$

– membre de droite :

$$2 \times x - 3 = 2 \times 8 - 3 = 16 - 3 = 13$$

Comme $10 \neq 13$, les deux membres n'ont pas la même valeur donc l'égalité est fausse pour $x = 8$.

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3$
pour $x = 5$:

– membre de gauche :

$$x + 2 = 5 + 2 = 7$$

– membre de droite :

$$2 \times x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$$

Les deux membres ont la même valeur donc l'égalité est vraie pour $x = 5$.