

Séquence : Proportionnalité

I] Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité.

Méthodes

Pour déterminer si deux grandeurs sont proportionnelles, on peut :

- chercher s'il y a un coefficient de proportionnalité pour passer d'une grandeur à l'autre ;
- vérifier que la représentation graphique d'une grandeur en fonction de l'autre est constituée de points alignés avec l'origine du repère.


► Exemple 1

Dans une station service, l'essence est vendue à 1,26 €/L.

Le prix est proportionnel à la quantité d'essence achetée, et le coefficient de proportionnalité est 1,26.

On peut faire un tableau de proportionnalité :

Quantité d'essence achetée (en litres)	1	2	5	10
Prix à payer (en euros)	1,26	2,52	6,30	12,60

 $\times 1,26$

► Exemple 2

Une agence de location affiche les tarifs suivants pour la location d'une camionnette.

1 jour 30 km max	1 jour 50 km max	1 jour 100 km max	1 jour 200 km max
48 €	55 €	61 €	78 €

Les tarifs de location d'une camionnette sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?

On calcule les rapports entre les deux grandeurs :

$$\frac{48}{30} = 1,6 \quad \frac{55}{50} = 1,1 \quad \frac{61}{100} = 0,61 \quad \frac{78}{200} = 0,39$$

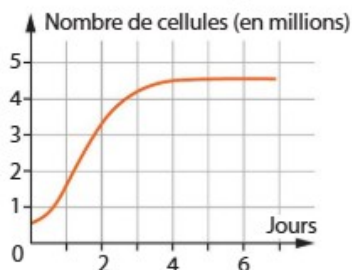
On aurait pu ne calculer que les deux premiers rapports !



Les rapports ne sont pas égaux, donc les grandeurs ne sont pas proportionnelles.

► Exemple 3

Un laborantin a représenté ci-dessous le nombre de cellules (en millions) dans une culture en fonction du nombre de jours écoulés. Ces deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?



Le nombre de cellules n'est pas proportionnel au nombre de jours écoulés, car les points de cette représentation graphique ne sont pas alignés avec l'origine du repère.

II] Exploiter une situation de proportionnalité

Méthode

Dans un tableau de proportionnalité, on peut utiliser le produit en croix.

Exemple

Définitions

a, b, c, i, j et désignent des nombres positifs.

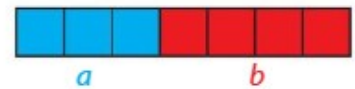
- On dit que a et b sont dans le ratio $i : j$ si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j}$.
- On dit que a, b et c sont dans le ratio $i : j : k$ si $\frac{a}{i} = \frac{b}{j} = \frac{c}{k}$.

Exemples

- Deux nombres a et b sont dans le ratio $3 : 4$ si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$.

a est égal à $\frac{3}{7}$ du nombre $a + b$;

b est égal à $\frac{4}{7}$ du nombre $a + b$.

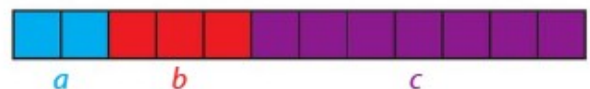


- Trois nombres a, b et c sont dans le ratio $2 : 3 : 7$ si $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{7}$.

a est égal à $\frac{2}{12}$ du nombre $a + b + c$;

b est égal à $\frac{3}{12}$ de $a + b + c$;

c est égal à $\frac{7}{12}$ de $a + b + c$.



III] Utiliser des pourcentages

Propriété

- t désigne un nombre positif.
- Calculer $t\%$ d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple

Un gâteau au chocolat de 160 g comporte 53 % de glucides et 50 g de chocolat.

Quelle quantité de glucides comporte-t-il ? Quel pourcentage du gâteau le chocolat représente-t-il ?

On calcule 53 % de 160 : $160 \times \frac{53}{100} = 84,8$.

Le gâteau comporte 84,8 g de glucides.

Pour calculer le pourcentage de chocolat, on peut faire un tableau de proportionnalité.

$$x = \frac{50 \times 100}{160} = 31,25.$$

Donc le chocolat représente 31,25 % du gâteau.

Chocolat (en g)	50	x
Gâteau (en g)	160	100

Propriété

t désigne un nombre positif.

- Augmenter une quantité de t % revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$.
- Réduire une quantité de t % revient à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$.

Exemple

En 2013, le chiffre d'affaires de la société de Marie était de 138 000 €. Il a diminué de 18 % en 2014, puis a augmenté de 5 % en 2015. Quel était le chiffre d'affaires de cette société en 2015 ?

$138\,000 \times \left(1 - \frac{18}{100}\right) = 138\,000 \times 0,82 = 113\,160$ €. Le chiffre d'affaires en 2014 était de 113 160 €.

$113\,160 \times \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 113\,160 \times 1,05 = 118\,818$ €. Le chiffre d'affaires en 2015 était de 118 818 €.

Remarque

Si une quantité augmente de 10 % puis diminue de 10 %, elle n'est pas égale à sa valeur de départ.

Exemple

Un pantalon est vendu 20 €.

S'il augmente de 10 %, son nouveau prix est : $20 \text{ €} \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) = 20 \text{ €} \times 1,1 = 22 \text{ €}$.

S'il diminue ensuite de 10 %, le prix final est : $22 \text{ €} \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 22 \text{ €} \times 0,9 = 19,80 \text{ €}$.

Cela s'explique par le fait que l'on a d'abord ajouté 10 % de 20 €, mais que l'on a ensuite retranché 10 % de 22 €.