Nom :
Prénom :

Classe :

Livret de cours
Mathématiques

M. LECOUBET

Année scolaire 2023-2024

Sommaire

Chapitre 0 : Les bases pour comprendre l'année de 3e

I) Les quatre opérations

a) Priorités opératoires

Propriétés : Dans un calcul :

1. on commence toujours par effectuer les opérations entre parenthèses en suivant l'ordre de priorité donné ci-dessous
2. on applique ensuite les exposants (puissance)
3. viennent ensuite les multiplications et divisions
4. on finit par les additions et les soustractions

Exemple : $3^2 \times (40:2 - 3 \times 6) = 3^2 \times (20 - 18) = 3^2 \times 2 = 9 \times 2 = 18$

b) Vocabulaire

Définitions : Dans un calcul si la dernière opération effectuée est une addition alors le calcul s'appelle une somme, une soustraction alors le calcul s'appelle une différence, une multiplication alors le calcul s'appelle un produit, une division alors le calcul s'appelle un quotient.

Les nombres qui composent une somme ou une différence s'appellent les termes, ceux qui composent un produit les facteurs, ceux qui composent un quotient dividende et diviseur.

Rappel : une fraction ***est une autre façon d'écrire une division****.* $\frac{3}{5} = 3:5$

c) Opérations inverses

Propriétés : l'addition et la soustraction sont des opérations inverses. La multiplication et la division sont des opérations inverses. Autrement dit, celles-ci s'annulent deux à deux.

Exemples : $15 - 28 + 28 = 15$ $\quad 36 \times 8 : 8 = 36$

II) La lettre en mathématiques

a) Le rôle de la lettre

En mathématiques, on remplace un nombre par une lettre lorsque :

-on ne connaît pas la valeur de ce nombre

-on veut faire un calcul général, toujours le même, mais avec une seule valeur qui change

Rappel : $5 \times x = 5x$ $\quad x \times 7 = 7x$ etc....

Exemple :

- On cherche le nombre qui, multiplié par 16 donne 40. On appelle ce nombre x et on peut écrire : $16x=40$
- On donne ce programme de calcul :

Choisir un nombre
Le multiplier par -5
Ajouter 15

Si on appelle y le nombre choisi au départ, une formule générale pour ce programme de calcul est $N=-5x+15$

b) Règles de calcul avec une lettre

Propriétés :
-on ne peut pas additionner ou soustraire des nombres sans lettre et des nombres avec des lettres
-on peut toujours multiplier ou diviser des nombres avec lettres et des nombres sans lettre

Exemple :

$2x + 9=2x + 9$ on ne peut rien faire de plus, ça ne donne pas 11x.

$2x^2 - 3x + 8=2x^2 - 3x + 8$ on ne peut rien faire de plus

$11x - 9x=2x$ $10\times5x=50x$ $5x\times3x=15x^2$

On dit qu'on a <u>réduit</u> ces expressions littérales.

Chapitre 1 : Diviseurs, multiples et nombres premiers

I) Diviseur et multiple

Définitions : Soient a b c des entiers positifs avec $a \neq 0$.

-on dit que a est un diviseur de b si le quotient (la division) $b : a$ donne un entier.

-les multiples du nombre c sont les résultats des multiplications de c par tous les autres nombres entiers qui existent

Exemples :

- 6 est un diviseur de 18 car $18:6=3$ mais 5 n'est pas un diviseur de 8 car $8:5=1{,}6$ qui n'est pas un entier
- les multiples de 8 sont 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, etc...

Propriétés : Soient a b c des entiers positifs.

-si $a=b\times c$ alors :

→ b et c sont des diviseurs de a

-si $c\neq 0$ et $b:c=a$ alors :

→ c et a sont des diviseurs de b

→ b est un multiple de a et un multiple de c

Exemples :

- $18=3\times 6$:
  → 18 : 6 = 3 et 18 : 3 = 6 donc 3 et 6 sont des diviseurs de 18
- $24:8=3$:
  → 8 est un diviseur de 24 et $24:3=8$ donc 3 est un diviseur de 24 aussi
  → 24 est un multiple de 3 et un multiple de 8 (puisque $3\times 8=24$)

II) Nombres premiers

a) Définition

Définition : on dit qu'un entier naturel est un nombre premier s'il possède exactement deux diviseurs, 1 et lui-même.

Exemple :

- 7 est un nombre premier car ses seuls diviseurs sont 1 et 7.
- 1 n'est pas premier car il n'a qu'un diviseur.
- 16 n'est pas premier car il a plus de deux diviseurs : 1, 2, 4, 8, 16

Liste des nombres premiers de 1 à 100 :

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	C

b) Décomposition en produits de facteurs premiers

Propriété : tous les nombres non premiers peuvent être décomposés en un produit de facteurs premiers. Autrement dit, tous les nombres non premiers peuvent s'écrire comme une multiplication avec uniquement des nombres premiers.

Exemple :

588	**2**	car on sait que 588 est divisible par 2 puisqu'il est pair
294	**2**	car 294 est divisible aussi par 2 puisqu'il est pair
147	**3**	car 147 est divisible par 3 car 1+4+7=12 et 12 est divisible par 3
49	**7**	car on sait que 49 est divisible par 7
7	**7**	car on sait que 7 est divisible par 7
1		

Finalement, on trouve : $588=2\times2\times3\times7\times7=2^2\times3\times7^2$

III) Simplifier une fraction et la rendre irréductible

Pour simplifier une fraction et la rendre irréductible, il faut :
-décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers
-« annuler » les facteurs en commun

Remarque : Cette méthode revient à diviser le numérateur et le dénominateur par un diviseur commun.

Exemple :

Pour simplifier la fraction $\frac{30}{84}$ on commence par décomposer 30 et 84 en produit de facteurs premiers :

30	**2**
15	**3**
5	**5**
1	

84	**2**
42	**2**
21	**3**
7	**7**
1	

$30=2\times3\times5$ $\qquad$ $84=2\times2\times3\times7$ $\qquad$ Donc $\frac{30}{84}=\frac{2\times3\times5}{2\times2\times3\times7}$

On peut par exemple simplifier par 2 cette fraction : $\frac{30}{84}=\frac{3\times5}{2\times3\times7}=\frac{15}{42}$

Mais aussi par 3 : $\frac{30}{84}=\frac{2\times5}{2\times2\times7}=\frac{10}{28}$

Et donc par 6 : $\frac{30}{84}=\frac{5}{2\times7}=\frac{5}{14}$

Définition : Une fraction est dite irréductible lorsqu'on ne peut plus la simplifier, c'est à dire lorsque le numérateur et le dénominateur n'ont plus aucun facteur en commun dans leur décomposition en produits de facteurs premiers.

Exemple :

$\frac{5}{14}$ est irréductible car 5 et 14 n'ont aucun facteur commun puisque 5 est premier et $14=2\times7$

Chapitre 2 : Rappels de calcul numérique

I) Nombres relatifs

Définitions :

-Soit x un nombre. On appelle opposé de x le nombre égal à $-x$.

-On appelle partie numérique d'un nombre sa valeur sans tenir compte du signe.

Exemples : l'opposé de 7,9 est -7,9 et l'opposé de -2,58 est 2,58. Leurs parties numériques sont 7,9 et 2,58.

a) Addition et soustraction

Pour additionner deux nombres de **même signe** :
- ✔ on garde le signe commun
- ✔ on additionne les parties numériques

Pour additionner deux nombres de **signes différents** :
- ✔ on garde le signe de la plus grande partie numérique
- ✔ on soustrait les parties numériques

Pour soustraire deux nombres, on ajoute au premier terme l'opposé du second terme, puis on applique une des deux règles au dessus.

Exemples :

$(+4)+(+7)=(+11)$ ou $4+7=11$

$(-3)+(-2)=(-5)$ ou $-3-2=-5$

Le nombre $(+4)$ peut aussi s'écrire 4
Le signe « + » est sous-entendu

$(-1)+(+6)=(+5)$ ou $-1+6=5$

$(+4)+(-9)=(-5)$ ou $4-9=-5$

$(-5)-(+3)=-5-3=-8$

$(+15)-(-6)=15+6=21$

b) Multiplication

Pour calculer le produit de plusieurs nombres :
- ✔ on compte le nombre de facteurs négatifs du produit : le résultat est positif si ce nombre est pair (0, 2, 4, 6, 8, ...), il est négatif si il est impair (1, 3, 5, 7, ...)
- ✔ la partie numérique s'obtient en multipliant toutes les parties numériques entre elles

Exemples :

$A=-3\times(-6)=18$ $\quad B=-11\times8=-88$ $\quad C=-2\times(-5)\times3\times(-2)=-60$

c) Division

Pour calculer un quotient de nombres :
- ✔ on effectue toutes les opérations au numérateur et au dénominateur
- ✔ on compte le nombre de signe « - » : le résultat est positif si ce nombre est pair, il est négatif si il est impair
- ✔ la partie numérique s'obtient en divisant toutes les parties numériques entre elles

Exemples :

$A=\frac{3}{6}=3:6=0{,}5$ $\quad B=\frac{-5\times2}{-4}=-10:(-4)=2{,}5$ $\quad C=\frac{-7}{5}=-7:5=-1{,}4$ $\quad D=\frac{11}{-10}=-11:10=-1{,}1$

II) Puissances et notation scientifique

a) Puissance d'un nombre

Définition : Soit a un nombre et n un entier positif. Le nombre a^n est le produit de n facteurs tous égaux à a c'est à dire :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{n facteurs}}$$

Propriétés : Soit a un nombre et n un entier positif. Alors :

- a^n se lit « a puissance n » ou « a exposant n »
- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$

Exemples :

$7^5 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$ $\quad -2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2$ $\quad (-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3)$ $\quad \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

Remarque :

-si le signe – n'est pas entre parenthèse, la puissance ne s'applique qu'au nombre sans le signe -

-si la fraction n'est pas entre parenthèses, la puissance ne s'applique qu'au numérateur

b) Puissance de 10

Propriété : Soit n un entier positif. 10^n désigne le produit de n facteurs tous égaux à 10, c'est à dire :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\,\underbrace{000 \ldots 000}_{n \text{ zéros}}$$

Propriété : Soit n un entier positif. 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n c'est à dire :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000 \ldots 00}_{n \text{ zéros}}1$$

Exemples :

$10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$ $\qquad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0{,}001$

Propriété : Soient a et b deux entiers positifs ou négatifs. On a : $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$ et $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$

Exemples :

$10^3 \times 10^5 = 10^8$ $\qquad \frac{10^9}{10^2} = 10^7$ $\qquad 10^7 \times 10^{-2} = 10^5$ $\qquad \frac{10^{-6}}{10^{-3}} = 10^{-6-(-3)} = 10^{-3}$

c) Notation scientifique

Définition : Soit a un nombre décimal avec $1 \leq a < 10$ et soit n un entier positif. On appelle notation scientifique d'un nombre décimal positif, la seule écriture de ce nombre de la forme $a \times 10^n$.

Exemple :

13,5 s'écrit $1{,}35 \times 10^1$ en écriture scientifique.

0,018 s'écrit $1{,}8 \times 10^{-2}$ en écriture scientifique.

III) Fractions

a) Addition et soustraction

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions qui ont le **<u>même dénominateur</u>** :
- ✔ on additionne (ou on soustrait) les numérateurs
- ✔ on garde le dénominateur commun

Exemples :

$A=\frac{3}{2}+\frac{5}{2}=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}$ $\qquad$ $B=\frac{7}{11}-\frac{13}{11}=\frac{7-13}{11}=\frac{-6}{11}=-\frac{6}{11}=\frac{6}{-11}$

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui ont des **<u>dénominateurs différents</u>**, on doit écrire les deux fractions avec le même dénominateur. Pour cela :
- ✔ on fait la liste des premiers multiples de chaque dénominateur
- ✔ on cherche le plus petit multiple en commun dans les deux listes
- ✔ pour chaque fraction de départ on multiple le dénominateur et le numérateur par le même nombre qui donne le dénominateur commun trouvé

Exemples : on veut additionner $\frac{4}{6}$ et $\frac{2}{9}$

- multiples de 6 → 6 12 18
- multiples de 9 → 9 18

18 est le plus petit multiple en commun de 6 et 9 donc :

$$\frac{4}{6}+\frac{2}{9}=\frac{4\times3}{6\times3}+\frac{2\times2}{9\times2}=\frac{12}{18}+\frac{4}{18}=\frac{16}{18}$$

Rappel : on ne change pas la valeur d'une fraction si on multiplie son numérateur et son dénominateur par le même nombre. C'est pourquoi $\frac{4}{6}=\frac{12}{18}$ (on a multiplié le numérateur et le dénominateur par 3)

b) Multiplication

Pour multiplier deux fractions :
- ✔ on multiplie les numérateurs entre eux
- ✔ on multiplie les dénominateurs entre eux

Exemple :

$$\frac{3}{5}\times\frac{-2}{7}=\frac{3\times(-2)}{5\times7}=\frac{-6}{35}$$

c) Inverse et division

Propriété : Soient a et b deux nombres non nuls.

- L'inverse de a est $\frac{1}{a}$ puisque $a \times \frac{1}{a} = \frac{a \times 1}{a} = 1$
- L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$ puisque $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$

Exemple : L'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$ et l'inverse de $\frac{4}{7}$ est $\frac{7}{4}$

Propriété : Diviser par un nombre revient à multiplier par son inverse.
Autrement dit, si l'on considère a b c d quatre nombres avec b, c et d différents de 0, on a :

$$\frac{a}{b} = a : b = a \times \frac{1}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

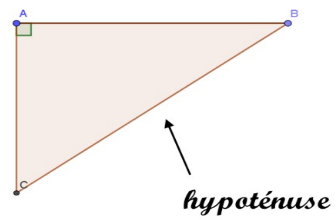
Exemples :

$$\frac{3}{2} : \frac{6}{7} = \frac{3}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{21}{12}$$

Chapitre 3 : Théorèmes de Pythagore et de Thalès (1)

I) Théorème de Pythagore

Définitions : Dans un triangle rectangle, on appelle hypoténuse le côté opposé à l'angle droit. C'est également le plus grand côté du triangle.
Les deux autres côtés sont appelés côtés adjacents à l'angle droit.

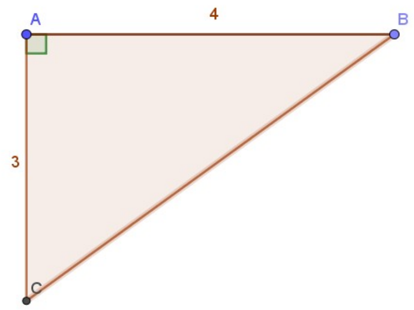


Théorème : Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés adjacents.
Autrement dit, si ABC est un triangle rectangle en A, on a alors :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

Exemples :

1. Calcul de la longueur de l'hypoténuse



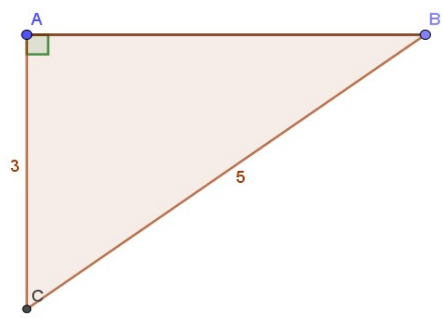
Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$
$$BC^2 = 3^2 + 4^2$$
$$BC^2 = 9 + 16 = 25$$

$$BC = 5$$

BC mesure 5 cm.

2, Calcul de la longueur d'un côté adjacent à l'angle droit



Le triangle ABC est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$
$$AB^2 = BC^2 - AC^2$$
$$AB^2 = 5^2 - 3^2$$
$$AB^2 = 25 - 9 = 16$$

$$AB = 4$$

AB mesure 4 cm.

Liste des carrés parfaits entre 1 et 144 :

$\sqrt{1} = 1$	car	$1^2 = 1$	$\sqrt{49} = 7$	car	$7^2 = 49$
$\sqrt{4} = 2$	car	$2^2 = 4$	$\sqrt{64} = 8$	car	$8^2 = 64$
$\sqrt{9} = 3$	car	$3^2 = 9$	$\sqrt{81} = 9$	car	$9^2 = 81$
$\sqrt{16} = 4$	car	$4^2 = 16$	$\sqrt{100} = 10$	car	$10^2 = 100$
$\sqrt{25} = 5$	car	$5^2 = 25$	$\sqrt{121} = 11$	car	$11^2 = 121$
$\sqrt{36} = 6$	car	$6^2 = 36$	$\sqrt{144} = 12$	car	$12^2 = 144$

Remarque : Pour calculer la racine carrée d'un nombre qui n'est pas un carré parfait, on utilisera la calculatrice.

II) Théorème de Thalès

a) Agrandissement et réduction

Définition : On dit qu'un triangle est un agrandissement ou une réduction d'un autre si leurs angles sont respectivement égaux ou leurs longueurs respectivement proportionnelles.

Exemple :

Soit ABC un triangle tel que AB= 2 cm, AC= 3 cm et BC= 5 cm.
Soit MNP un triangle tel que MN= 6 cm, MP= 9 cm et NP= 15 cm

Les longueurs du triangle MNP sont respectivement proportionnelles à celles de ABC, donc MNP est un agrandissement de ABC et ABC est une réduction de MNP (on dit que ce sont des triangles semblables).

b) Théorème

Théorème :
Soient ABC et AMN deux triangles avec A, B, M et A, C, N alignés.
Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

Autrement dit, si (MN) et (BC) sont parallèles, alors les longueurs de AMN et ABC sont respectivement proportionnelles donc AMN est une réduction de ABC.

Exemples : Dans les deux exemples, les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On cherche à calculer la longueur MN.

1. Dans une configuration classique

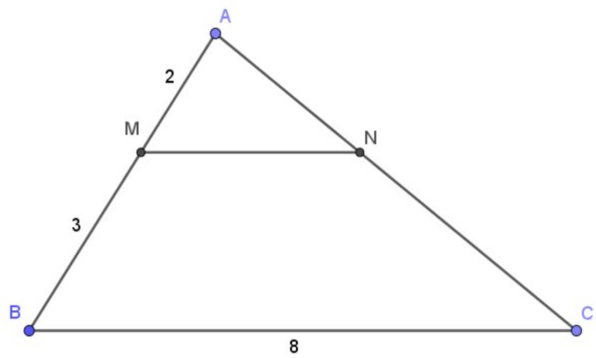
Les points A, M, B et A, N, C sont alignés. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{8}$$

$$\frac{MN}{8}=\frac{2}{5}$$

$$MN=\frac{2\times 8}{5}$$



2. Dans la configuration « papillon »

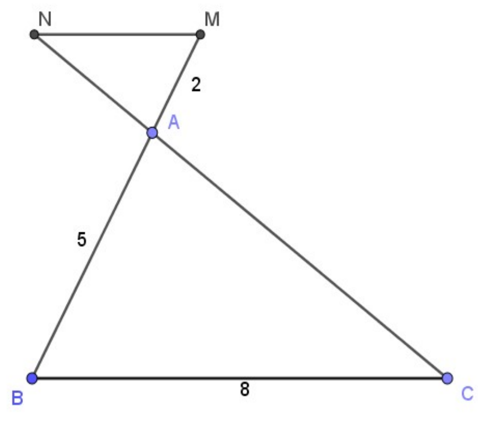
Les points A, M, B et A, N, C sont alignés. Les droites (MN) et (BC) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{8}$$

$$\frac{MN}{8}=\frac{2}{5}$$

$$MN=\frac{2\times 8}{5}$$



Chapitre 4 : Calcul littéral

I) Expression littérale

Définition : Une expression littérale est un calcul contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres. Une expression littérale a un nom, représenté par une lettre majuscule.

Pour calculer la valeur numérique d'une expression littérale pour une valeur de x donnée, on remplace x par cette valeur dans l'expression.

Exemple :
On a : $A=5x-3$
Si $x=4$ alors on remplace x par 4 dans l'expression :

$$A=5\times4-3=17$$

II) Distributivité

Propriété : Soient a b c trois nombres. La multiplication est distributive par rapport à l'addition et la soustraction, ce qui signifie qu'on a :

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ et $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$

Exemples :
$9\times(10+4)=9\times10+9\times4=90+36=126$ $8\times(40-2)=8\times40-8\times2=320-16=304$

a) Développer une expression littérale

Définition : Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme ou différence.

Exemples :

$A=3(x+4)$
$A=3\times x+3\times4$
$A=3x+12$

$B=x\times(x-2)$
$B=x\times x-x\times2$
$B=x^2-2x$

b) Factoriser une expression littérale

Définition : Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme ou une différence en produit.

Exemples : pour factoriser une expression, on décompose en produit de facteurs premiers tous les nombres.

$A=3x+21$
$A=3\times x+3\times7$
$A=3\times(x+7)$

$B=12x-18$
$B=2\times2\times3\times x-2\times3\times3$
$B=6\times(2x-3)$

$C=2x^2+24x$
$C=2\times x\times x+2\times2\times2\times3\times x$
$C=2x\times(x+12)$

III) Réduire une expression littérale

Définition : Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ayant le moins de termes possible.

Exemples :

$A=3x+7-2x+1$
$A=x+8$

$B=-6x+4y-2x+11+y$
$B=-8x+5y+11$

$C=x^2+3x+4+x^2-1$
$C=2x^2+3x+3$

Chapitre 5 : Fonctions (1)

I) Définition et notation

Définition : On appelle fonction le processus qui, à un nombre, fait correspondre un autre nombre unique.
On appelle le nombre de départ « antécédent » et le nombre correspondant « image » par cette fonction.

Antécédent Image

Exemples :

a) *La fonction « double »* multiplie tout par 2
Elle associe à 2 le nombre 4. Elle associe à - 61 le nombre - 122. Elle associe à 4,6 le nombre 9,2.
2, - 61 et 4,6 sont les antécédents et 4, - 122 et 9,2 sont leurs images respectives par cette fonction.

b) *La fonction « triple »* multiplie tout par 3
Elle associe à 3 le nombre 9. Elle associe à - 21 le nombre - 63. Elle associe à 2,7 le nombre 8,1.
3, - 21 et 2,7 sont les antécédents et 9, - 63 et 8,1 sont leurs images respectives par cette fonction.

c) *La fonction « calculer le carré du nombre et ajouter 5 »*
Elle associe à 3 le nombre 14 (car $3^2+5=9+5=14$)
3 est l'antécédent de 14 par cette fonction et 14 est l'image de 3 par cette fonction.

Pour chaque fonction, il y a plusieurs notations différentes pour indiquer le lien entre l'antécédent et l'image.

Exemple :
Prenons une fonction *f* qui au nombre 3 associe le nombre 7. On peut écrire :
-« L'image du nombre 3 par la fonction f est 7. »
-« $f(3)=7$ » qu'on lit « f de 3 égal 7 »
-« $f:3 \mapsto 7$ » qu'on lit « f qui à 3 associe 7 »

II) Expression algébrique

Certaines fonctions possèdent ce que l'on appelle une expression algébrique.

Exemple :

Si l'on appelle f la fonction « calculer le carré du nombre et ajouter 5 », son expression algébrique est :

$$f(x)=x^2+5$$

On peut aussi la noter : $f:x \mapsto x^2+5$ (on lit « la fonction f qui à x associe x^2+5 »)

Remarque : Il ne faut pas confondre f et $f(x)$!
f est une fonction alors que $f(x)$ est un nombre, c'est l'image de x par la fonction f

Chaque antécédent a une unique image par une fonction *f*. Cependant, une image peut avoir plusieurs antécédent par une fonction *f*.

Exemple : Reprenons la fonction *f* de l'exemple précédent telle que $f(x)=x^2+5$

3 n'a qu'une seule image par la fonction *f* : 14 car $f(3)=3^2+5=14$
14 a deux antécédents par la fonction *f* : 3 et -3 car $f(3)=3^2+5=14$ et $f(-3)=(-3)^2+5=14$

III) Représentation graphique

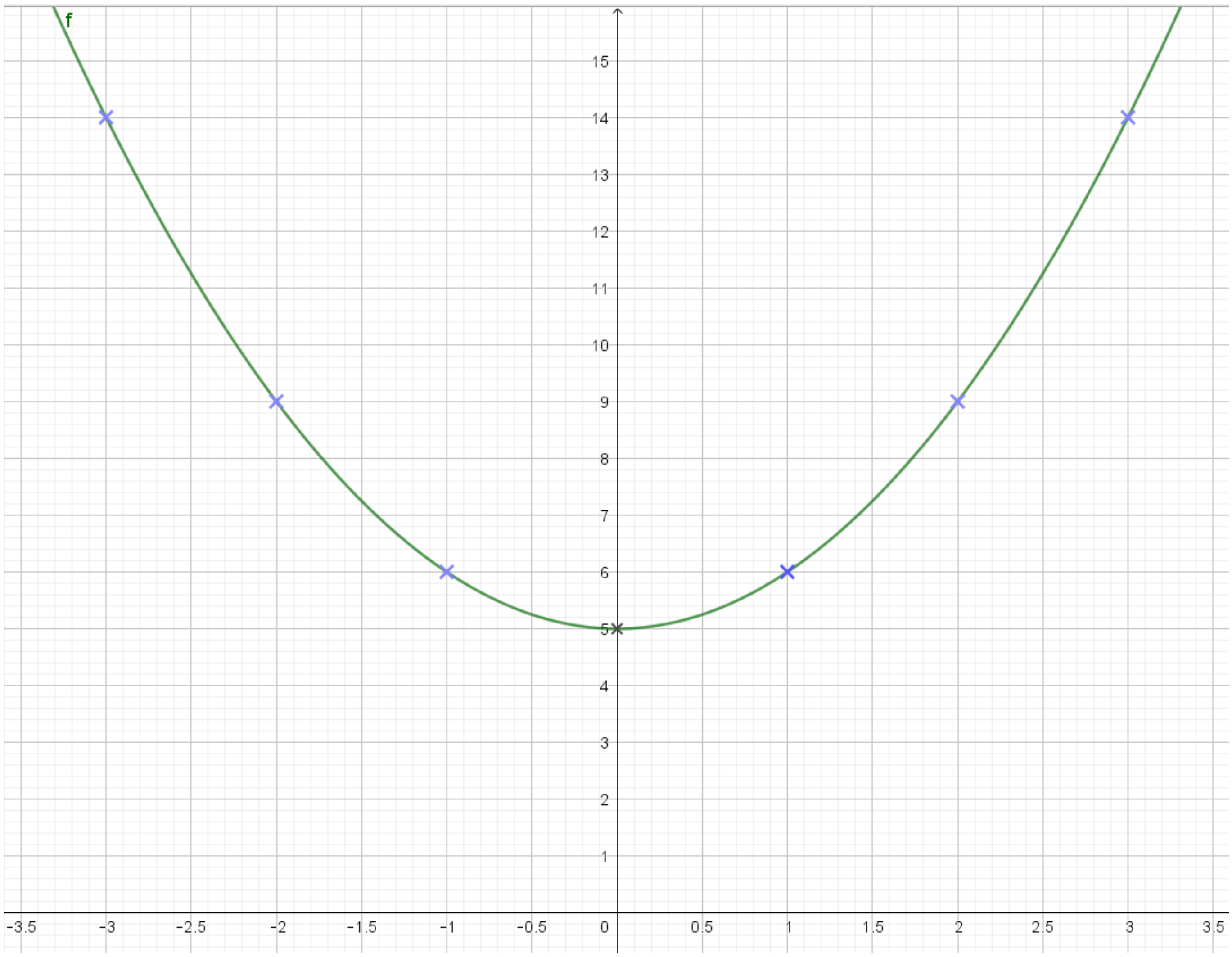
Définition : Dans un repère, la représentation graphique d'une fonction *f* est l'ensemble des points de coordonnées $(x\ ;\ f\ (x))$. Cette représentation graphique est également appelée « courbe représentative de la fonction *f* ».

Remarque : Pour représenter graphiquement une fonction, on commence par dresser un tableau dans lequel on calcule les valeurs prises par $f\ (x)$ *pour quelques valeurs de* x

Exemple :

Reprenons la fonction f des exemples précédents telle que $f\ (x)=x^2+5$
On commence par dresser un tableau de valeurs :

Nombre de départ (Antécédent)	-3	-2	-1	0	1	2	3
Résultat (Image)	$(-3)^2+5=14$	$(-2)^2+5=9$	$(-1)^2+5=6$	$0^2+5=5$	$1^2+5=6$	$2^2+5=9$	$3^2+5=14$

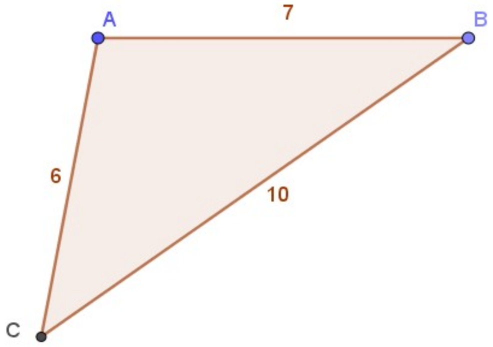


Chapitre 6 : Théorèmes de Pythagore et de Thalès (2)

I) Prouver qu'un triangle n'est pas rectangle

Propriété : ***Contraposée du théorème de Pythagore***
Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle n'est pas rectangle.
Autrement dit, si dans un triangle ABC dont [BC] est le plus grand côté, on a $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exemple :



[BC] est le plus grand côté du triangle.
On a : $BC^2 = 10^2 = 100$ et $AB^2 + AC^2 = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$
Or $100 \neq 85$ donc $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$

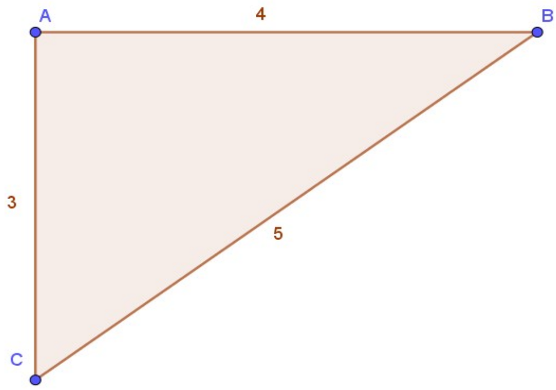
Donc d'après la contraposée du Théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

II) Prouver qu'un triangle est rectangle grâce à la réciproque du théorème de Pythagore

Propriété : ***Réciproque du théorème de Pythagore***
Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle est rectangle.
Autrement dit, si dans un triangle ABC ont [BC] est le plus grand côté on a $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en A.

Exemple :

Soit ABC le triangle ci-contre tel que :
AB = 4 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.



[BC] est le plus grand côté du triangle.
On a : $BC^2 = 5^2 = 25$
et $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$
Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Lorsque l'on a prouvé que le triangle est rectangle, on peut appeler le plus grand côté l'hypoténuse du triangle.

Exemple :

Dans l'exemple précédent, comme on a montré que le triangle ABC est rectangle en A, le côté [BC] est l'hypoténuse du triangle.

III) Prouver que deux droites ne sont pas parallèles

Propriété : ***Contraposée du théorème de Thalès***

Soient ABC et AMN deux triangles tels que les points A, M, B et A, N, C soient alignés.

Si on a $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$ *ou* $\frac{AM}{AB} \neq \frac{MN}{BC}$ *ou* $\frac{AN}{AC} \neq \frac{MN}{BC}$ alors les droites (MN) et (AC) ne sont pas parallèles.

Exemple :

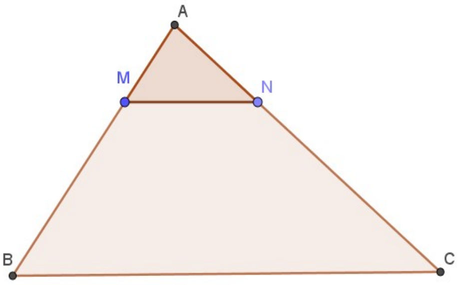
Soit ABC le triangle ci-contre tel que :
AB = 6,5 cm, AC = 8 cm et AM = 2 cm et AN = 2,5 cm

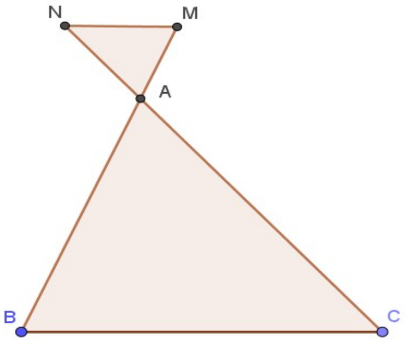
Les points A, M, B et A, N, C sont alignés.

On a $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{6{,}5} = \frac{4}{13}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2{,}5}{8} = \frac{5}{16}$

Donc $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

Donc d'après la contraposée du théorème de Thalès,
les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.





IV) Prouver que deux droites sont parallèles grâce à la réciproque du théorème de Thalès

Propriété : ***Réciproque du théorème de Thalès***

Soient ABC et AMN deux triangles tels que les points A, M, B et A, N, C soient alignés.

Si on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ou $\frac{AB}{AN} = \frac{MN}{BC}$ ou $\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ alors les droites (MN) et (AC) sont parallèles.

Exemple :

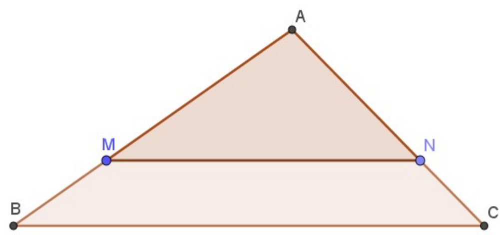
Soit ABC le triangle ci-contre tel que :
AB = 7,5 cm, AC = 6 cm et AM = 5 cm et AN = 4 cm

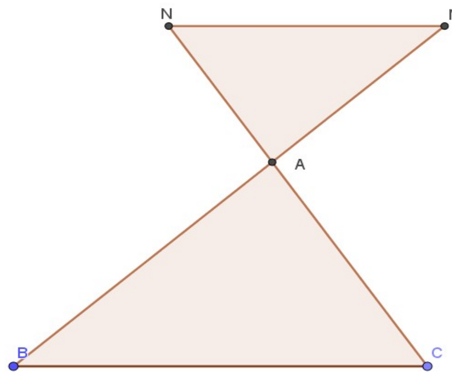
Les points A, M, B et A, N, C sont alignés.

On a $\frac{AM}{AB} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{2}{3}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ et donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès,
les droites (MN) et (BC) sont parallèles.





Chapitre 7 : Proportionnalité

I) Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition : On dit que deux grandeurs sont proportionnelles si on peut passer des valeurs de la première grandeur aux valeurs de la deuxième grandeur en multipliant toujours par un même nombre, appelé coefficient de proportionnalité.

Propriété : Si on rentre dans un tableau de nombres à deux lignes les valeurs de deux grandeurs proportionnelles, alors la deuxième ligne s'obtient en multipliant tous les nombres de la première par le coefficient de proportionnalité. On peut calculer le coefficient de proportionnalité en divisant une valeur de la deuxième grandeur par la valeur de la première grandeur qui correspond.

Exemple :

Masse de cerises (en kg)	0,7	3	5
Prix (en €)	1,89	8,10	13,50

x 2,70

Dans cette situation, c'est un tableau de proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité est 2,7 puisque :

$0{,}7 \times 2{,}70 = 1{,}89 \qquad 3 \times 2{,}70 = 8{,}10 \qquad 5 \times 2{,}70 = 13{,}50$

II) Calculer la quatrième proportionnelle

Définition : Dans un tableau de proportionnalité, on appelle quatrième proportionnelle la quatrième valeur manquante.

Exemple :

250	400
150	x

Pour calculer la quatrième proportionnelle, on peut utiliser le coefficient de proportionnalité ou l'égalité des produits en croix.

Soient a b c d quatre nombres non nuls. Dans le tableau de proportionnalité ci-contre le coefficient de proportionnalité est :

a	c
b	d

$\frac{b}{a}$ et on a aussi $a \times d = b \times c$

Donc $d = c \times \frac{b}{a}$ ou $d = \frac{c \times b}{a}$

Exemple : On reprend l'exemple précédent :

250	400
150	x

Donc $x = 400 \times \frac{150}{250} = \frac{400 \times 150}{250} = 240$

Propriété : Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement par une droite passant par l'origine du repère.

III) Appliquer un pourcentage

Définition : Soit a un nombre positif. Un pourcentage de $a\ \%$ traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{a}{100}$.

Donc, appliquer un pourcentage de $a\ \%$ revient à multiplier par $\frac{a}{100}$.

Exemple :

Dans un collège, il y a 800 élèves dont 72% sont demi-pensionnaires. Combien y-a-t-il d'élèves demi-pensionnaires ?

$$800 \times \frac{72}{100} = 800 \times 0{,}72 = 576$$

72% de 800 est égal à 576 donc il y a 576 élèves demi-pensionnaires dans ce collège.

IV) Déterminer un pourcentage

Déterminer un pourcentage revient à écrire un quotient sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est 100.

Exemple :

Dans une salle de sport, on compte 80 adhérents dont 50 sont des femmes. Quel est le pourcentage de femmes dans cette salle ?

On cherche la fraction sur 100 qui est égale au nombre de femmes adhérentes divisé par le nombre total d'adhérent.

$$\frac{50}{80} = \frac{x}{100} \quad \text{donc} \quad x = \frac{50 \times 100}{80} = 62{,}5$$

Donc il y a 62,5% de femmes dans cette salle.

Chapitre 8 : Calcul littéral (2)

I) Double distributivité

Propriété : Soients a b c et d quatre nombres. On a : $(a+b)\times(c+d)=a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$

Remarque : La double distributivité, comme la simple distributivité, sert à développer et factoriser des expressions littérales.

Démonstration :

Soients a b c et d 4 nombres. On pose $k=a+b$ et on appelle A l'expression $A=(a+b)\times(c+d)$
On a alors $A=k\times(c+d)$

La simple distributivité nous donne que :

$$A=k\times c+k\times d$$

Or $k=a+b$ donc $A=(a+b)\times c+(a+b)\times d$

On réutilisant la simple distributivité deux fois on obtient :

$$A=a\times c+b\times c+a\times d+b\times d$$

Exemples :

$A=(7x-5)\times(x+2)$
$A=7x\times x+7x\times 2-5\times x-5\times 2$
$A=7x^2+14x-5x-10$
$A=7x^2+9x-10$

$B=(2x^2-3x)\times(11x-1)$
$B=2x^2\times 11x+2x^2\times(-1)-3x\times 11x-3x\times(-1)$
$B=22x^3-2x^2-33x^2+3x$
$B=22x^3-35x^2+3x$

II) Identité remarquable

Propriété : Soients a et b deux nombres. On a : $a^2-b^2=(a+b)\times(a-b)$

Démonstration :

On peut facilement démontrer cette égalité grâce à la double distributivité.

$A=(a+b)\times(a-b)$
$A=a\times a+a\times(-b)+b\times a+b\times(-b)$
$A=a^2-ab+ab-b^2$
$A=a^2-b^2$

Exemples :

$A=(x+1)\times(x-1)$
$A=x^2-1^2$
$A=x^2-1$

$B=(-4+3x)\times(-4-3x)$
$B=(-4)^2-(3x)^2$
$B=16-9x^2$

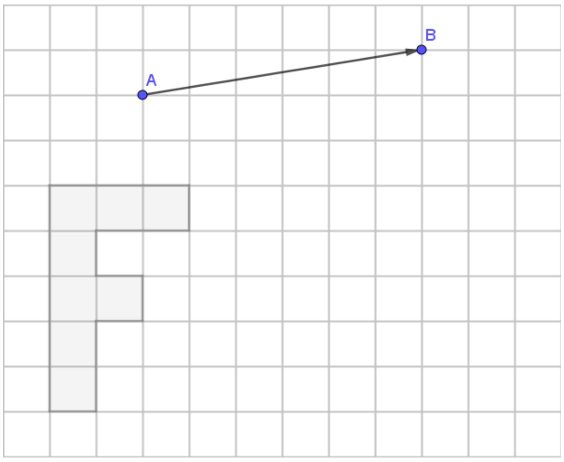
$C=25x^2-100$
$C=(5x)^2-10^2$
$C=(5x+10)\times(5x-10)$

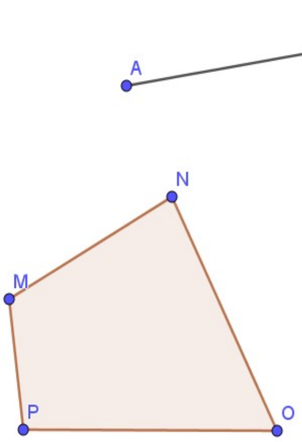
Chapitre 9 : Transformations (1)

I) Translation

Définition :
Soients A et B deux points distincts.
On dit que l'on applique à une figure la translation qui transforme A en B (de vecteur $\overrightarrow{AB}$) lorsque l'on fait glisser la figure selon la direction de la droite (AB), dans le sens de A vers B et d'une longueur égale à AB.

Exemples :





Propriété : La translation conserve les longueurs, les angles, l'alignement des points, les périmètres et les aires.

II) Frises et pavages

Définition : Une frise est une bande de plan dans laquelle un motif se répète régulièrement par une même translation horizontale, schématisée par un vecteur.

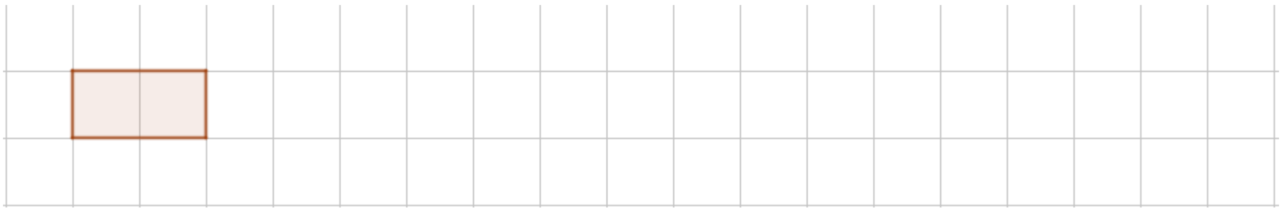
Exemple :

1) On prend le motif élémentaire suivant :

On construit une frise par translation de ce motif :

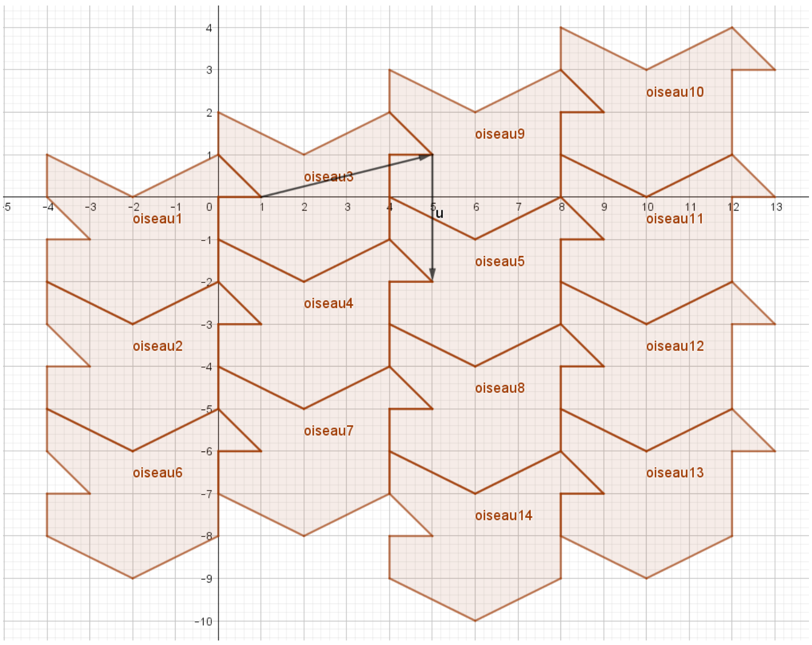
2) On prend le motif élémentaire suivant :

On construit une frise par translation de ce motif :



Définition : Un pavage est une portion de plan dans laquelle un motif se répète régulièrement par deux translations de directions non parallèles.

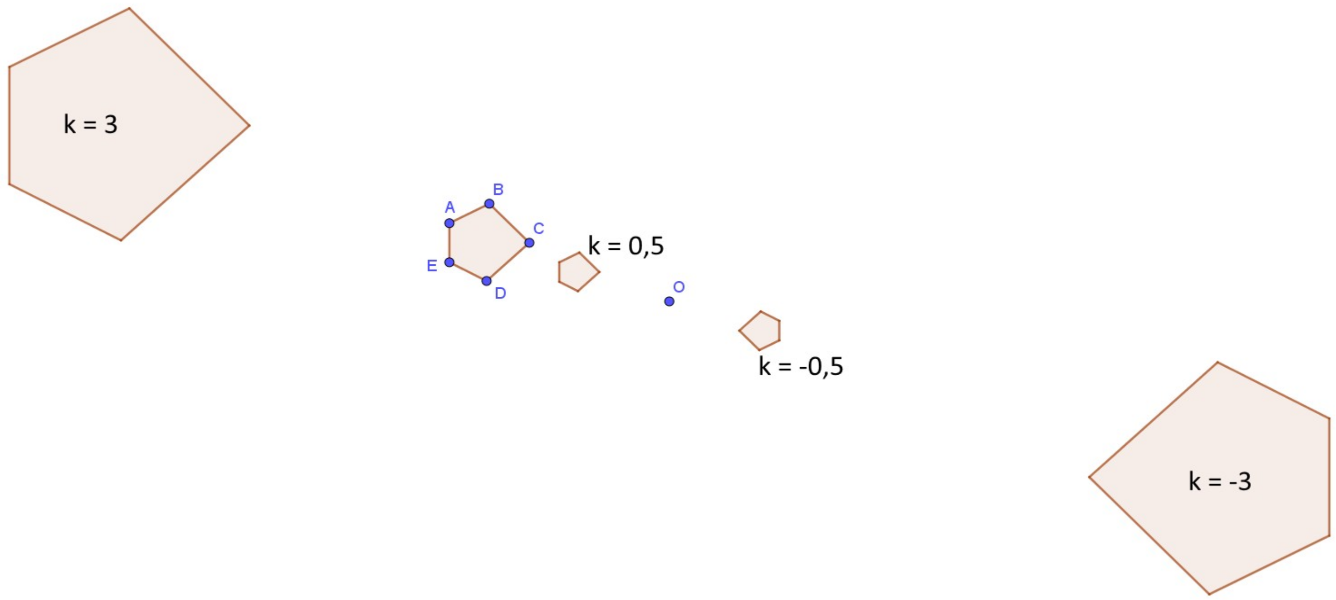
Exemple :



III) Homothétie

Définition : Soit k un nombre non nul et O un point. Une homothétie de centre O et de rapport k est une transformation qui correspond :
-à un agrandissement si k > 1 ou k < -1
-à une réduction si -1 < k < 1

Exemples : on applique au polygone ABCDE des homothétie de centre O et de différents rapports k.



Propriétés :
-l'image d'un point par une homothétie est aligné avec ce point et le centre de l'homothétie.
-l'image d'un point par une homothétie de rapport 1 est lui-même.
-une homothétie de rapport -1 est une symétrie centrale.
- $Périmètre\ de\ l'image = k \times Périmètre\ de\ la\ figure$
- $Aire\ de\ l'image = k^2 \times Aire\ de\ la\ figure$

Chapitre 10 : Statistiques

I) Vocabulaire

Définitions :
-on appelle série statistique un ensemble de valeurs
-on appelle effectif total d'une série statistique le nombre de valeurs dans cette série
-on appelle effectif d'une donnée le nombre de valeurs correspondant à cette donnée dans une série statistique

Exemples : On reprendra cet exemple dans la suite du cours.

Jordi a listé les notes obtenues par un groupe de la classe en anglais : 9 10 12 13 13 18 14 15 19 7 6
-l'ensemble des notes forme une série statistique
-l'effectif total de cette série est de 11 car il y a 11 notes au total
-l'effectif des notes inférieures à 10 est de 3 car il y a 3 notes en dessous de 10

Définition : On appelle fréquence d'une donnée dans une série statistique le quotient (la division) de l'effectif de cette donnée dans la série par l'effectif total de la série. Une fréquence peut être donnée sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Exemples :
La fréquence de notes inférieures à 10 dans le groupe est de $\frac{3}{11}\approx 0{,}27\approx 27\,\%$ car il y a 3 notes inférieures à 10 et qu'il y a au total 11 notes.

II) Moyenne d'une série statistique

Définition : La moyenne d'une série statistique s'obtient en divisant la somme des valeurs de la série par l'effectif total de la série.

Exemples :
La moyenne des notes dans le groupe de Jordi est de $\frac{9+10+12+13+13+18+14+15+19+7+6}{11}=\frac{136}{11}\approx 12{,}36$

III) Médiane d'une série statistique

Définition : On appelle médiane d'une série statistique la valeur telle que :
-au moins la moitié des valeurs de la série sont inférieures ou égales à cette médiane
-au moins la moitié des valeurs de la série sont supérieures ou égales à cette médiane.

Pour trouver la médiane il faut :
1. ordonner les valeurs de la série dans l'ordre croissant
2. déterminer l'effectif total de la série :
   → si il est impair : la médiane est la valeur centrale de la série ordonnée
   → si il est pair : une médiane est un nombre compris entre les deux valeurs centrales de la série ordonnée

Exemple : Commençons par ordonner les valeurs des notes de la série :
6 7 9 10 12 13 13 14 15 18 19
Il y a 11 valeurs. 11 : 2=5,5. Cela indique que la médiane est la 6ème valeur.

S'il y avait eu 8 valeurs, 8 : 2=4. Cela indiquerait que la médiane serait entre la 4ème et la 5ème valeur.

IV) Étendue d'une série statistique

Définition : On appelle étendue d'une série statistique la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de cette série.

Exemple : La plus petite valeur de la série de note est 6, la plus grande est 19. 19-6=13. L'étendue de cette série vaut 13.

V) Regroupement par classe et histogramme

a) Regroupement par classe

Pour faciliter l'étude d'une série statistique, on peut regrouper ses effectifs en différentes classes.

Exemple : On étudie les notes obtenues par les troisièmes d'un collège au brevet de français. Plutôt que d'étudier toutes les notes séparément, on les regroupe en 5 classes différentes :

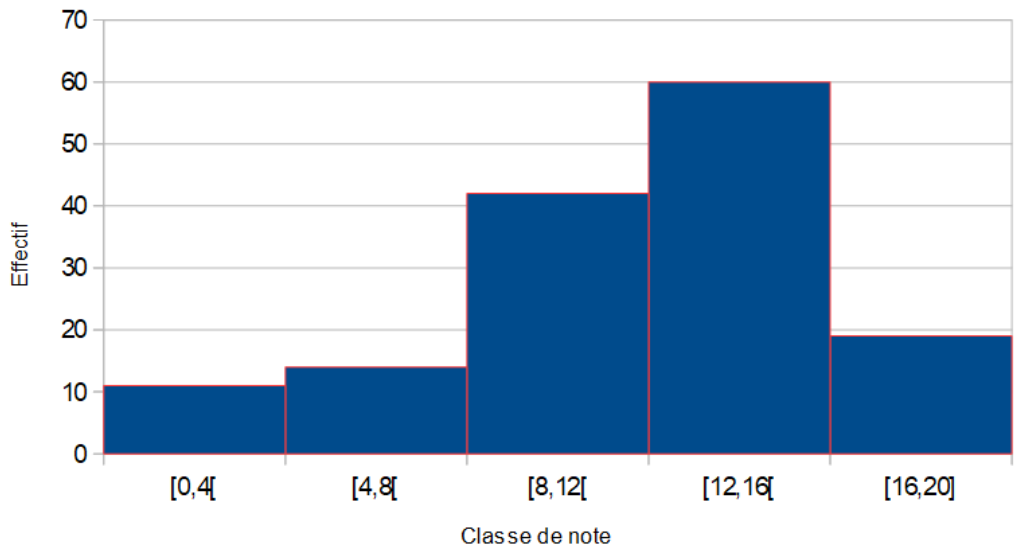
Classe de la note x	$0 \leq x < 4$	$4 \leq x < 8$	$8 \leq x < 12$	$12 \leq x < 16$	$16 \leq x \leq 20$
Effectif	11	14	42	60	19

b) Histogramme

Un histogramme est un diagramme qui fait apparaître l'étendue de chaque classe ainsi que son effectif.

Exemple :

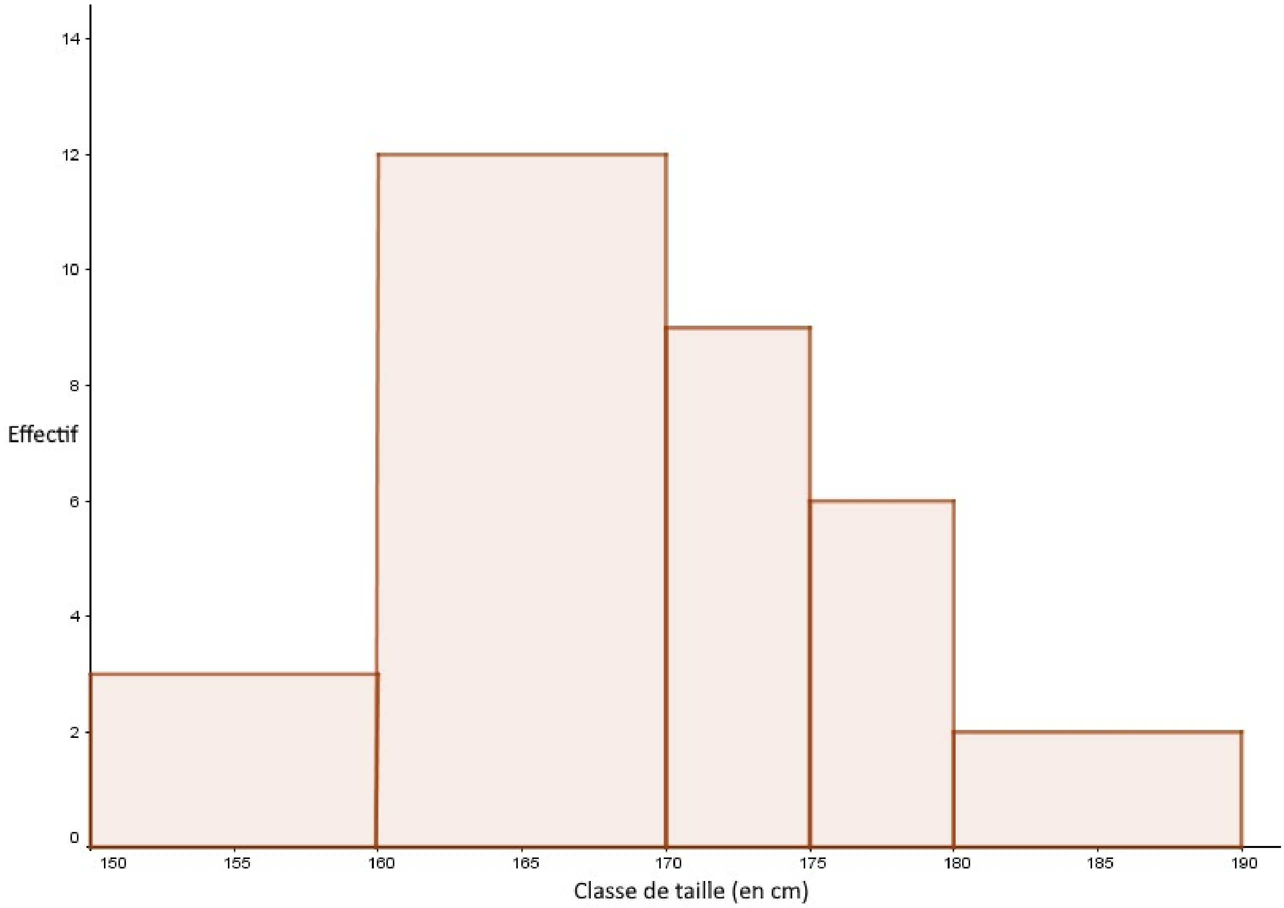
1. On reprend l'exemple précédent pour construire cet histogramme.



2. On a demandé la taille des élèves dans une classe de 32 élèves. On a dressé le tableau suivant :

Taille (en cm)	150-160	160-170	170-175	175-180	180-190
Effectif	3	12	9	5	2

A partir de ce tableau, on a dressé l'histogramme suivant. On remarque que les barres pour 170-175 et 175-180 sont deux fois moins large que les autres, car l'étendue de ces deux classes de taille est deux fois plus petite que les autres.



Chapitre 11 : Équations

Dans tout le chapitre, x représente un nombre inconnu.

I) Définitions

Définitions : On appelle équation une égalité comportant un ou plusieurs nombres inconnus désignés par des lettres. On appelle ces nombres les inconnues de l'équation. Chacune des expressions à droite et à gauche du signe « = » s'appelle un membre de l'équation.

Exemple :

$3x-1=5$ est une équation dont x est l'inconnue et $3x-1$ et 5 sont les membres

Définition : On appelle solutions de l'équation les valeurs des inconnues vérifiant l'égalité.
Résoudre une équation revient à trouver ses solutions.

Exemple :

2 est solution de l'équation $3x-1=5$ puisque $3\times2-1=5$

II) Résoudre une équation

Propriété : Lorsqu'on applique exactement la même opération aux deux membres d'une équation, on obtient une nouvelle équation qui a exactement les mêmes solutions que la précédente. Cependant, cela ne marche pas pour la multiplication par 0.

Exemple :

2 est solution de l'équation $3x-1=5$ puisque $3\times2-1=5$

si on multiplie les deux membres par 2 on obtient :

$$6x-2=10$$

et 2 est aussi solution de cette équation puisque $6\times2-2=10$

Pour résoudre une équation, il faut effectuer les opérations opposées nécessaires dans chaque membre pour avoir une équation de la forme « $x=\ldots$ » avant de vérifier la solution trouvée en remplaçant x par celle-ci dans l'équation de départ.

Exemples :

$$3x-1=5$$
$$3x-1+1=5+1$$
$$3x=6$$
$$\frac{3x}{3}=\frac{6}{3}$$
$$x=2$$

Vérif : $3\times2-1=5$

$$(x+1)\times5=3$$
$$\frac{(x+1)\times5}{5}=\frac{3}{5}$$
$$x+1=\frac{3}{5}$$
$$x+1-1=\frac{3}{5}-1$$
$$x=\frac{-2}{5}$$

Vérif : $\left(\frac{-2}{5}+1\right)\times5=\frac{3}{5}\times5=3$

$$3x-4=5x+7$$
$$3x-4-5x=5x+7-5x$$
$$-2x-4=7$$
$$-2x-4+4=7+4$$
$$-2x=11$$
$$x=\frac{11}{-2}=-5{,}5$$

Vérif : $3\times(-\frac{11}{2})-4=-\frac{33}{2}\ -\frac{8}{2}=\frac{41}{2}$

et $5\times(-\frac{11}{2})+7=-\frac{55}{2}\ -\frac{14}{2}=\frac{41}{2}$

III) Traduire un problème sous forme d'équation

Lorsqu'on a besoin d'une équation pour résoudre un problème, on appelle x la valeur recherchée puis on traduit ce que donne l'énoncé avec des opérations à appliquer à x

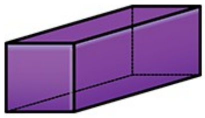
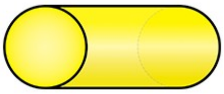
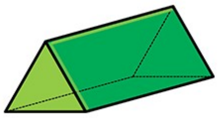
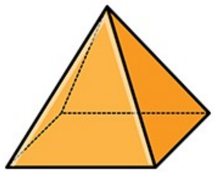
Exemple :

Maxime choisit un nombre, le multiplie par 3 puis soustrait 1 au résultat : il trouve 5.
Quel nombre a-il choisi au départ ?

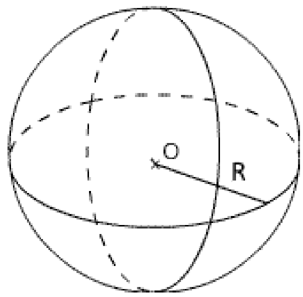
On appelle x le nombre que Maxime a choisi au départ.
Il le multiplie par 3, ce qui donne $3x$ puis il soustrait 1 ce qui donne $3x-1$
Au final il trouve 5, il faut donc résoudre l'équation $3x-1=5$

Chapitre 12 : Géométrie dans l'espace (1)

I) Rappels

	Parallélépipède rectangle (pavé)	Cylindre	Prisme droit	Pyramide	Cône de révolution
Perspective cavalière					
Volume	$V = B \times H$ $= l \times L \times H$	$V = B \times H$ $= \pi \times R^2 \times H$	$V = B \times H$ $= A_{base} \times H$	$V = \frac{B \times H}{3}$ $= \frac{A_{base} \times H}{3}$	$V = \frac{B \times H}{3}$ $= \frac{\pi \times R^2 \times H}{3}$

II) Sphère et boule



Définitions :
- Une sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points à une distance égale à R du point O.
- Une boule de centre O et de rayon R est l'ensemble des points à une distance inférieure ou égale à R du point O.

Remarque : La partie extérieure d'une boule est une sphère.

Propriété : On considère une boule de centre O et de rayon R.
Le volume de cette boule est : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

Exemple :

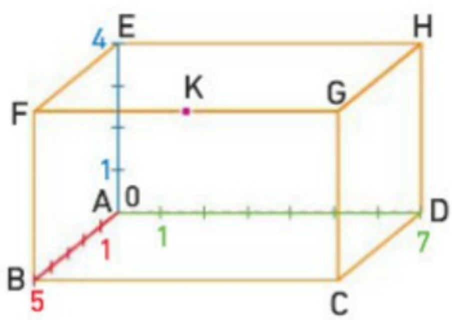
Le volume d'une boule de centre O et de rayon 5 cm est : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 \simeq 524\ cm^3$

III) Se repérer dans l'espace

a) Se repérer dans un parallélépipède rectangle

On peut se repérer dans un parallélépipède rectangle en prenant un des sommets comme origine d'un repère dont l'abscisse et l'ordonnée sont sur la base et l'altitude sur le hauteur.

Exemple :

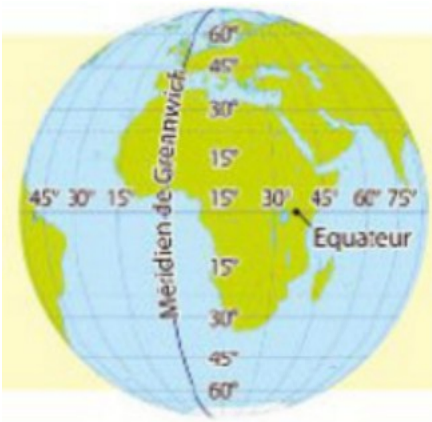


Dans le pavé droit ci-contre, on a placé un repère d'origine A.

Le point C est repéré par le triplet (5 ; 7 ; 0)
Le point G est repéré par le triplet (5 ; 7 ; 4)
Le point K, milieu de [FG], est repéré par le triplet (5 ; 3,5 ; 4)

b) Se repérer sur une sphère

On peut se repérer sur une sphère à l'aide de grands cercles (des cercles de même centre et de même rayon que cette sphère. Sur notre planète, que l'on assimile à une sphère, ces grands cercles sont appelés des méridiens. Le méridien de Greenwich est le premier d'entre eux.



On se repère donc sur Terre grâce à deux valeurs : la latitude et la longitude.

- La latitude exprime la position Nord-Sud par rapport à l'équateur.
- La longitude exprime la position Est-Ouest par rapport au méridien de Greenwich.

Exemple :

Le point de latitude 40° Sud (ou -40°) et de longitude 20° Est (ou +20°) se trouve dans l'océan indien, juste au dessous de l'Afrique du Sud.

Chapitre 13 : Probabilités

Dans tous les chapitre, p représente un nombre entre 0 et 1

I) Probabilité

Définition :
-On appelle expérience aléatoire une expérience dont on ne peut pas prévoir le résultat à coup sûr.
-On appelle probabilité d'un événement le nombre compris entre 0 et 1 qui exprime « la chance qu'a un événement de se produire ». La probabilité d'un événement est souvent noté avec la lettre *p*.
-On appelle issues les différents résultats qui peuvent découler d'une expérience aléatoire. Les résultats de base sont appelées « issues élémentaires ».

Remarque :On peut écrire une probabilité sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage, comme la fréquence qu'on a déjà vue.

Exemple :
On s'intéresse à l'expérience aléatoire « lancer un dé à 6 faces ».
La probabilité de l'événement « obtenir un chiffre pair » est de $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}=0{,}5=50\,\%$

Les différentes issues élémentaires de cette expérience sont « obtenir 1 », « obtenir 2 », « obtenir 3 », ...

Propriétés et définirion:
-On appelle événement impossible un événement qui ne peut pas se produire. Sa probabilité est égale à 0.
-On appelle événement certain un événement qui est sûr de se produire. Sa probabilité est égale à 1.
-On appelle événement contraire un événement dont les issues possibles sont l'inverse des issues d'un autre événement. On considère un événement de probabilité *p*. La probabilité de son événement contraire est 1- *p*.

Exemples :

On lance un dé à 6 faces.
L'événement « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 6 » est un événement certain, sa probabilité est égale à 1.

L'événement « Obtenir un 7 » est un événement impossible, sa probabilité est égale à 0.

Les événements « Obtenir 1 ou 2 » et « Obtenir 3 4 5 ou 6 » sont deux événements contraires car le premier contient les issues 1 et 2 et le deuxième toutes les autres : 3 4 5 6. La probabilité du premier événement est $\frac{2}{6}$ et la probabilité de l'autre événement est $1-\frac{2}{6}=\frac{4}{6}$

II) Calculer une probabilité

Définition : On dit qu'il y a équiprobabilité quand toutes les issues élémentaires ont la même probabilité de se réaliser.

Exemples :

- Lors d'un lancer de pièce de monnaie, on a autant de chance d'obtenir les deux issues : « Pile » et « Face ».

Autrement dit, le probabilité d'obtenir chacune des issues est de $\frac{1}{2}$. Il s'agit donc d'une situation d'équiprobabilité.

- Lors d'un lancer de dé à 6 faces, on a autant de chance d'obtenir toutes les issues : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

Autrement dit, le probabilité d'obtenir chacune des faces est de $\frac{1}{6}$. Il s'agit donc d'une situation d'équiprobabilité.

Propriété : Dans une expérience aléatoire dans laquelle il y a équiprobabilité, la probabilité d'un événement est : $p = \dfrac{Nombre\ de\ résultats\ favorables\ à\ \ l'évenement}{Nombre\ de\ résultats\ possibles}$

Exemples :

Dans l'urne ci-contre, on observe 9 boules dont 4 noires, 3 blanches et 2 rouges.
On a la même chance d'obtenir chacune des 9 boules car on ne peut pas reconnaître la couleur au toucher, donc on est dans une situation d'équiprobabilité.

La probabilité de l'événement « Tirer une boule rouge » est $\dfrac{2}{9}$

III) Lien avec la fréquence

Propriété : Si l'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche de la probabilité de cet événement.

Remarque : Plus on répète l'expérience, plus la fréquence s'approche de la probabilité.

Exemple :
Si dans une classe de 25 élèves, chaque élève a effectué 20 lancers de pièces et relevé combien de fois il a obtenu « Pile ». Sur 500 lancers en tout, on obtiendra environ 250 fois « Pile ». Si chaque élève avait lancé sa pièce 100 fois, on aurait eu une fréquence encore plus proche de la probabilité réelle d'avoir un pile, à savoir $\dfrac{1}{2} = 0{,}5 = 50\,\%$.

Chapitre 14 : Fonctions (2)

I) Fonction linéaire

a) Définition et tableau de valeurs

Définition : Soit a un nombre. Une fonction linéaire est une fonction qui, à un nombre x, fait correspondre $a\times x$. Autrement dit, une fonction linéaire est une fonction de la forme $f : x \mapsto a\times x$.

Exemple :
La fonction $f(x)= 2x$ est une fonction linéaire.
La fonction $f(x)= - 4{,}5x$ est une fonction linéaire.

Propriété : le tableau de valeurs associé à une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité.

Exemple :
On va dresser le tableau de valeur de la fonction linéaire $f(x)=2x$.

x	-2,5	-2	0	1	2
$f(x)$	-5	-4	0	2	4

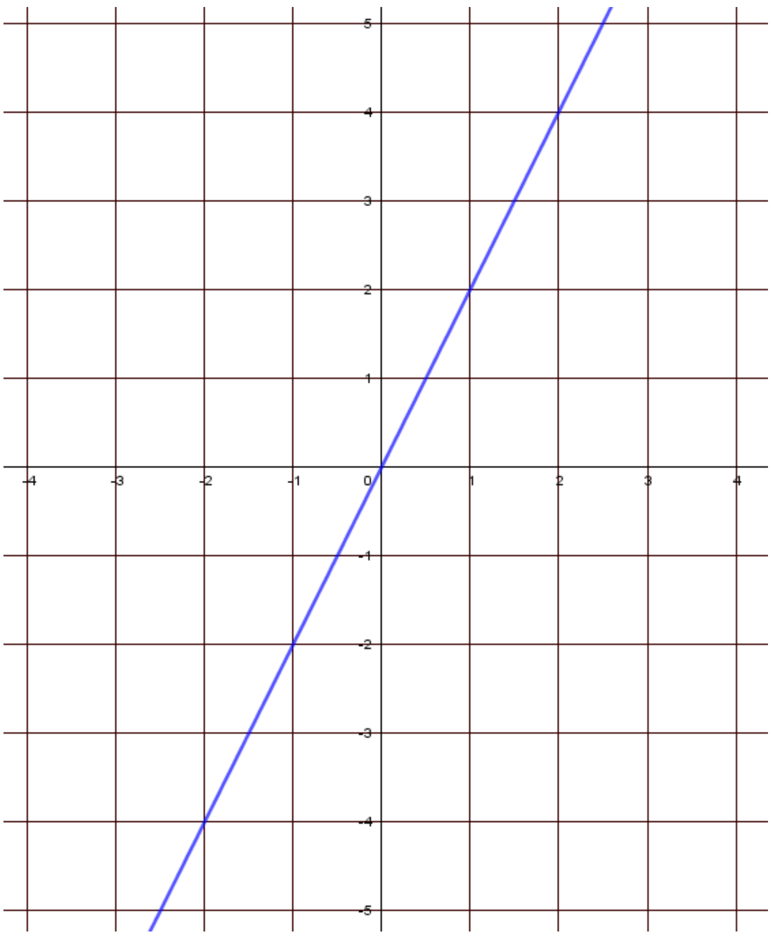
x2

C'est bien un tableau de proportionnalité car les valeurs de la deuxième ligne sont obtenues en multipliant celles de la première par 2.

b) Représentation graphique

Définition : la représentation graphique d'une fonction linéaire dans un repère est une droite qui passe par l'origine du repère (le point (0,0)).

Exemple : on va tracer la courbe représentative de la fonction $f(x)=2x$ à l'aide du tableau de l'exemple précédent.



II) Fonctions affines

a) Définition

Définition : Soient a et b deux nombres. Une fonction affine est une fonction qui, à un nombre x, fait correspondre le nombre $a \times x + b$. Autrement dit, une fonction affine est une fonction de la forme $f : x \mapsto a \times x + b$.

Exemple :
La fonction $f(x)=3x+2$ est une fonction affine. La fonction $f(x)=-2x-1$ est une fonction affine.

b) Cas particuliers

Une fonction affine est une fonction linéaire si b=0.

Une fonction affine est une fonction constante si a=0. Dans ce cas là, elle vaut toujours b.

c) Représentation graphique

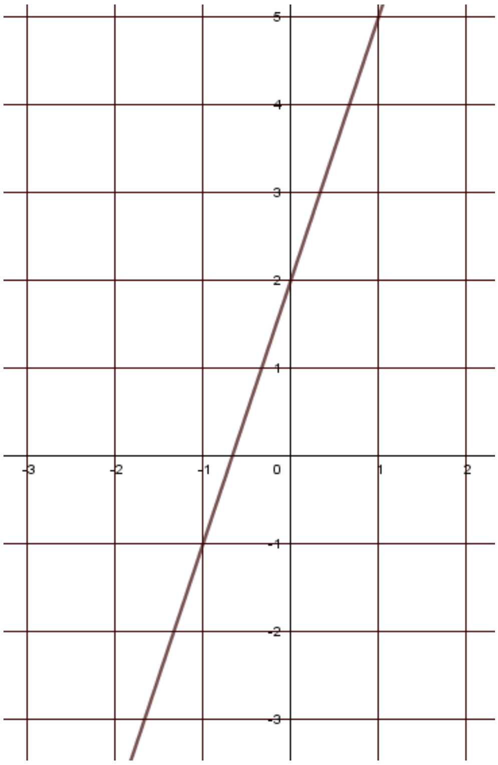
Propriétés :

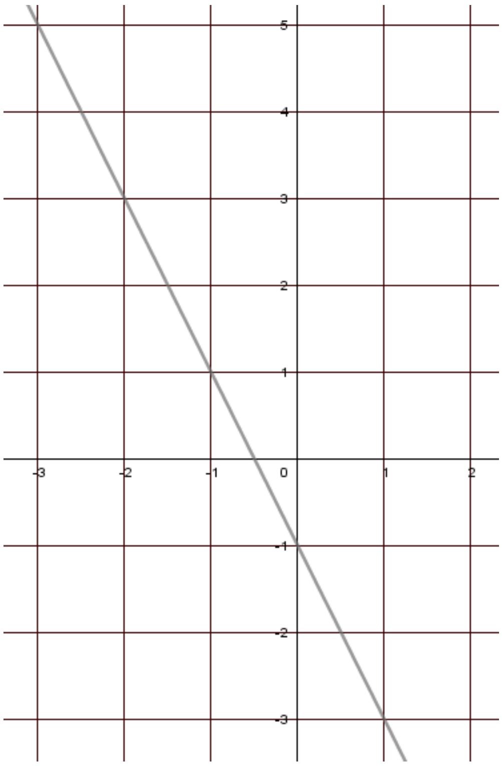
-la représentation graphique d'une fonction affine est une droite qui coupe l'axe des ordonnées en y=b.

-si a>0, la fonction est croissante.

-si a<0, la fonction est décroissante.

Exemple : Détermine quelle droite est la représentation graphique de la fonction $f(x)=-2x-1$ et quelle droite est la représentation de la fonction $f(x)=3x+2$.



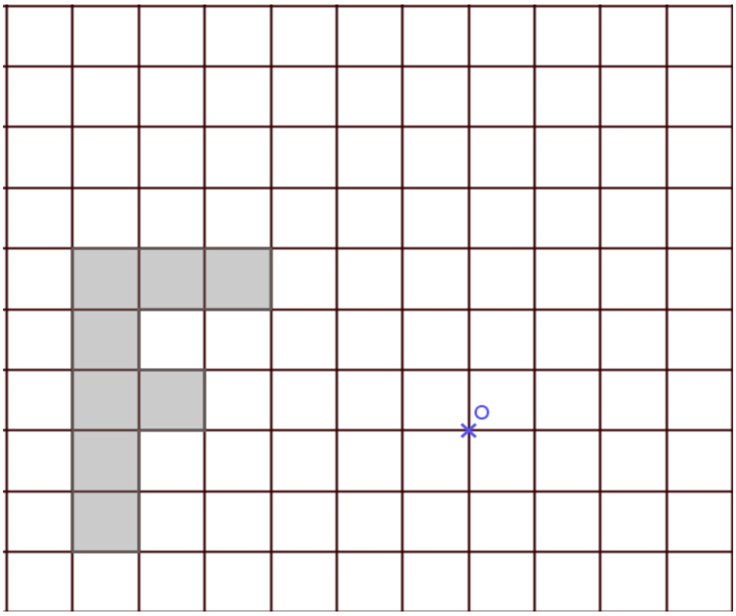


Chapitre 15 : Transformations (2)

I) Rotation

Définition : On dit que l'on effectue une rotation de centre O et d'angle α à une figure lorsqu'on la fait tourner autour du point O avec un angle de mesure α . Elle est aussi définie par un sens de rotation : sens horaire ou sens anti-horaires.

Exemple : Construis l'image de la figure par une rotation de centre O, d'angle 90° et dans le sens horaire.



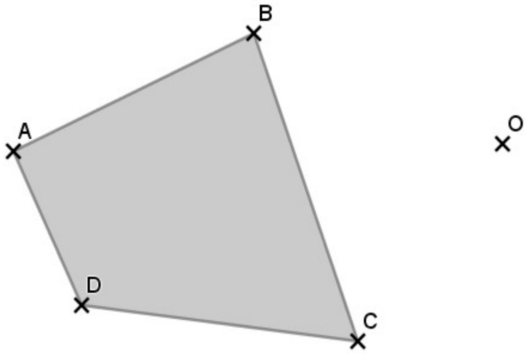
Méthode :

Pour tracer l'image d'une figure par une rotation de centre O et d'angle α *pour chaque point A de la figure :*

- ✔ *on trace au compas un arc de cercle de centre O passant par A*
- ✔ *on trace grâce à un rapporteur le point A' appartenant à l'arc de cercle et tel que* $\widehat{AOA'}=\alpha$

Ensuite, on relie les points de la même manière que dans la figure de base.

Exemple : Construis l'image de ABCD par une rotation de centre O, d'angle 120° et dans le sens anti-horaire.



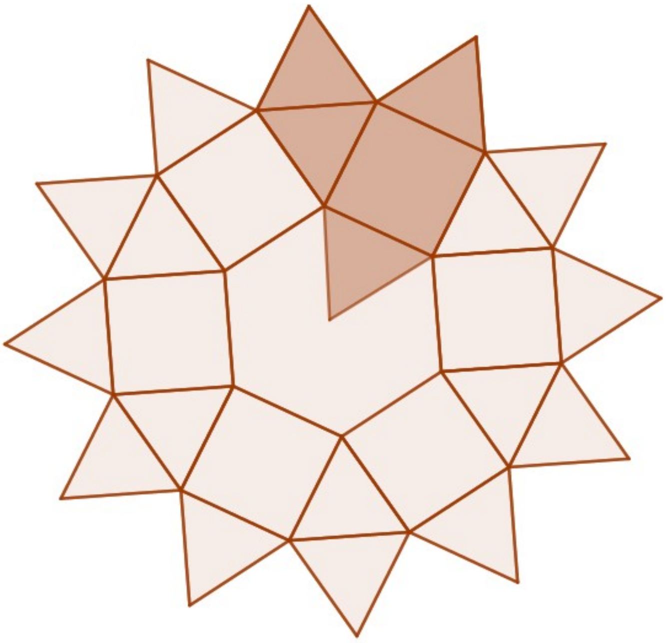
Remarque : La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie centrale de centre O.

Propriété : La rotation conserve les longueurs, les angles, l'alignement des points, les périmètres et les aires.

II) Rosaces

Définition : Une rosace est une figure constitué d'un motif auquel on a appliqué plusieurs fois la même rotation.

Exemple : L'étoile de Pompéi



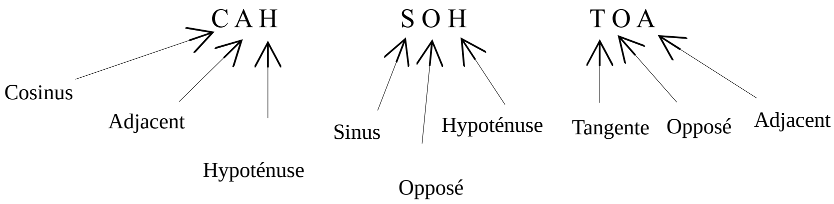
Chapitre 16 : trigonométrie

I) Définition

Définition : Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu α, on peut définir des rapports de longueurs.

- on appelle cosinus de cet angle α le rapport : $\cos\alpha = \dfrac{longueur\ du\ côté\ adjacent\ à\ \alpha}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$
- on appelle sinus de cet angle α le rapport : $\sin\alpha = \dfrac{longueur\ du\ côté\ opposé\ à\ \alpha}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$
- on appelle tangente de cet angle α le rapport : $\tan\alpha = \dfrac{longueur\ du\ côté\ opposé\ à\ \alpha}{longueur\ du\ côté\ adjacent\ à\ \alpha}$

Remarque : Pour retenir et ne pas confondre ces trois expressions, il suffit de retenir la phrase « CAH SOH TOA » qui ressemble à « casse-toi »



Exemple :

On considère le triangle ABC rectangle en A ci-contre.
On a :

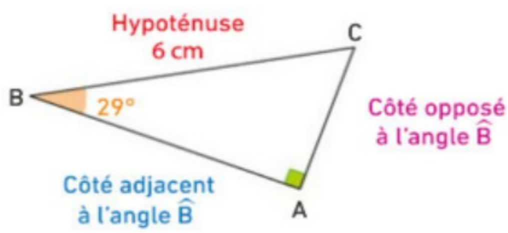
$$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}\ ,\quad \sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}\quad \text{et}\quad \tan\widehat{ACB} = \frac{AB}{AC}$$

Remarque : Le cosinus d'un angle est toujours compris entre 0 et 1.

II) Calculer une longueur grâce au cosinus, au sinus ou à la tangente

Dans un triangle rectangle, on peut utiliser les rapports précédents pour calculer une longueur.

Exemple : *On considère le triangle ABC rectangle en A ci-contre.*
On peut calculer la longueur du côté opposé à $\widehat{ABC}$ car on connaît l'angle et l'hypoténuse donc on a C A H S O H T O A



Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

On a : $\sin\left(\widehat{ABC}\right) = \dfrac{AC}{BC}$

Donc $\sin(29) = \dfrac{AC}{6}$

Donc $\dfrac{\sin(29)}{1} = \dfrac{AC}{6}$ → *On peut rajouter le « $\dfrac{}{1}$ » pour utiliser le produit en croix plus facilement.*

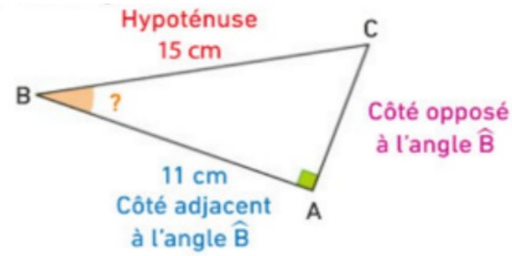
Donc $AC = 6\times\sin(29)$

Donc $AC \simeq 2{,}91\ cm$

III) Calculer la mesure d'un angle grâce au cosinus

Dans un triangle rectangle, on peut également utiliser le cosinus pour calculer la mesure d'un angle.

Exemple : *On considère le triangle ABC rectangle en A ci-contre.*
On peut calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ *car on connaît l'angle et l'hypoténuse donc on a* $C\ A\ H \quad S\ O\ H \quad T\ O\ A$



Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{AB}{BC}$$

Donc $\cos\left(\widehat{ABC}\right) = \frac{11}{15}$

Donc $\widehat{ABC} = \arccos\left(\frac{11}{15}\right)$ → Sur la calculatrice, il suffit de taper sur la touche « Seconde » puis sur la touche « cos » pour faire apparaître la fonction « arccos » (Si vous y arrivez pas, demandez moi de l'aide!)

Donc $\widehat{ABC} \simeq 43\ °$

Chapitre 17 : géométrie dans l'espace (2)

I) Section d'un solide

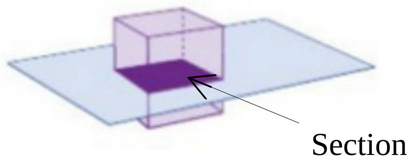
Définition : On appelle section d'un solide par un plan, l'intersection entre ce solide et ce plan.

Remarque : Pour chaque solide que l'on va voir, la section sera représentée par la partie colorée en foncé.

II) Section d'un cube et d'un parallélépipède rectangle

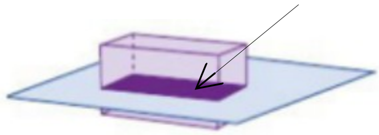
Propriété : La section d'un cube par un plan parallèle à l'une de ses faces est un carré de même dimension que cette face.

Exemple :



Propriété : La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à l'une de ses faces est un rectangle identique à cette face.

Exemple :

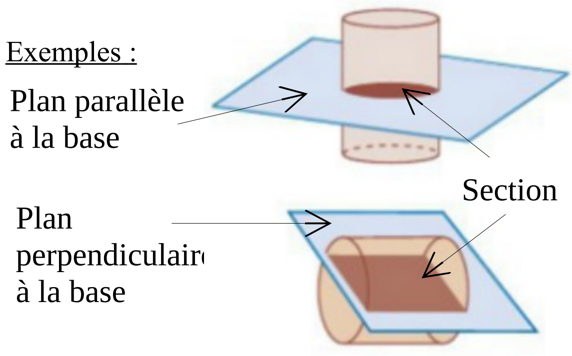


III) Section d'un cylindre de révolution

Propriétés :

- La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque identique au disque de base.
- La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à sa base est un rectangle.

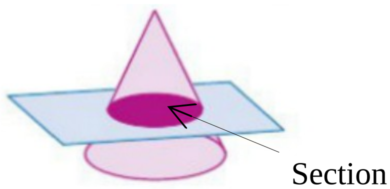
Exemples :



IV) Section d'un cône de révolution et d'une pyramide

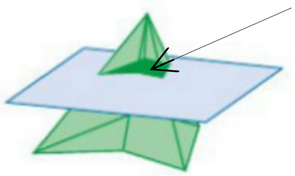
Propriété : La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un disque (qui est la réduction du disque de base).

Exemple :



Propriété : La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est polygone (qui est une réduction du polygone de base).

Exemple :

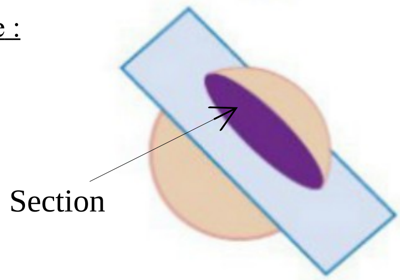


V) Section d'une sphère et d'une boule

Propriétés :

- La section d'une sphère par n'importe quel plan est un cercle (puisque la sphère est creuse).
- La section d'une boule par n'importe quel plan est un disque (puisque la boule est pleine).

Exemple :



1 x 1 = 1	2 x 1 = 2	3 x 1 = 3	4 x 1 = 4	5 x 1 = 5
1 x 2 = 2	2 x 2 = 4	3 x 2 = 6	4 x 2 = 8	5 x 2 = 10
1 x 3 = 3	2 x 3 = 6	3 x 3 = 9	4 x 3 = 12	5 x 3 = 15
1 x 4 = 4	2 x 4 = 8	3 x 4 = 12	4 x 4 = 16	5 x 4 = 20
1 x 5 = 5	2 x 5 = 10	3 x 5 = 15	4 x 5 = 20	5 x 5 = 25
1 x 6 = 6	2 x 6 = 12	3 x 6 = 18	4 x 6 = 24	5 x 6 = 30
1 x 7 = 7	2 x 7 = 14	3 x 7 = 21	4 x 7 = 28	5 x 7 = 35
1 x 8 = 8	2 x 8 = 16	3 x 8 = 24	4 x 8 = 32	5 x 8 = 40
1 x 9 = 9	2 x 9 = 18	3 x 9 = 27	4 x 9 = 36	5 x 9 = 45
1 x 10 = 10	2 x 10 = 20	3 x 10 = 30	4 x 10 = 40	5 x 10 = 50

6 x 1 = 6	7 x 1 = 7	8 x 1 = 8	9 x 1 = 9
6 x 2 = 12	7 x 2 = 14	8 x 2 = 16	9 x 2 = 18
6 x 3 = 18	7 x 3 = 21	8 x 3 = 24	9 x 3 = 27
6 x 4 = 24	7 x 4 = 28	8 x 4 = 32	9 x 4 = 36
6 x 5 = 30	7 x 5 = 35	8 x 5 = 40	9 x 5 = 45
6 x 6 = 36	7 x 6 = 42	8 x 6 = 48	9 x 6 = 54
6 x 7 = 42	7 x 7 = 49	8 x 7 = 56	9 x 7 = 63
6 x 8 = 48	7 x 8 = 56	8 x 8 = 64	9 x 8 = 72
6 x 9 = 54	7 x 9 = 63	8 x 9 = 72	9 x 9 = 81
6 x 10 = 60	7 x 10 = 70	8 x 10 = 80	9 x 10 = 90

C'est vrai, quoi, sans blague !

un demi

x5

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

x5

D'abord, on partage une unité en 2 parts égales. Ensuite, on prend 1 part.

un quart

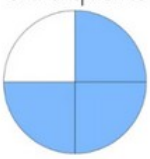
x25

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0{,}25$$

x25

D'abord, on partage une unité en 4 parts égales. Ensuite, on prend 1 part.

trois quarts



x25

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75$$

x25

D'abord, on partage une unité en 4 parts égales. Ensuite, on prend 3 parts.

un cinquième

x2

$$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

x2

D'abord, on partage une unité en 5 parts égales. Ensuite, on prend 1 part.

un dixième

x10

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

x10

D'abord, on partage une unité en 10 parts égales. Ensuite, on prend 1 part.