

Définition

Définitions

► Exemple

Division euclidienne de 25 par 3 :
On a bien : $25 = 3 \times 8 + 1$, avec $1 < 3$.

$$\begin{array}{r|l}
 \text{dividende} \quad 25 & 3 \quad \text{diviseur} \\
 - 24 & 8 \\
 \hline
 \text{reste} \quad 1 &
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{quotient}
 \end{array}$$

Définitions

► Exemple

On a : $85 = 5 \times 17$.

On dit que :

- 85 est un multiple de 17 et de 5.
- 5 et 17 sont des diviseurs de 85.
- 85 est divisible par 17 et par 5.

$$\begin{array}{r|l}
 85 & 5 \\
 - 5 & 17 \\
 \hline
 35 & \\
 - 35 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$85 = 5 \times 17 + 0$

Remarques

- On ne peut jamais diviser par 0.
- Tout entier naturel non nul est divisible par 1 et par lui-même.

Propriétés

1 290 est-il divisible par : a. 2 ? b. 3 ? c. 5 ? d. 7 ? e. 9 ?

Solution

On peut utiliser les critères de divisibilité ou la division euclidienne.



- a. 1 290 est un nombre pair, il est donc divisible par 2.
- b. La somme des chiffres de 1 290 est égale à 12, qui est divisible par 3, donc 1 290 est divisible par 3.
- c. Le chiffre des unités de 1 290 est 0 donc 1 290 est divisible par 5.

d. Pour 7, on peut utiliser la calculatrice :

$$1290 \div 7 \quad Q=184 \quad R=2$$

Le reste de la division euclidienne de 1 290 par 7 est égal à 2. Ce reste est différent de 0, donc 1 290 n'est pas divisible par 7.

e. La somme des chiffres de 1 290 est égale à 12, qui n'est pas divisible par 9. Donc 1 290 n'est pas divisible par 9.

Act. 2

Déterminer tous les diviseurs de 102.

Solution

$$\sqrt{102} \approx 10,1$$

• Pour 1 : $102 = 1 \times 102$ donc 1 et 102 sont des diviseurs de 102.

On teste la divisibilité de 102 par 1, 2, 3 jusqu'à 10 et dès que l'on trouve un diviseur, il en existe forcément un autre (parfois identique).

• Pour 2 : $102 = 2 \times 51$ donc 2 et 51 sont des diviseurs de 102.

Pour 2, 3 et 5, 9 et 10 on peut utiliser les critères de divisibilité ou la calculatrice !

• Pour 3 : La somme des chiffres de 102 est divisible par 3 donc 102 est divisible par 3. $102 \div 3 = 34$ donc 102 = 3×34 donc 3 et 34 sont des diviseurs de 102.

• Pour 4 : On utilise la calculatrice :

$$102 \div 4 \quad Q=25 \quad R=2$$

Le reste n'est pas 0. 102 n'est pas divisible par 4.

• Pour 5 : 102 a pour chiffre des unités 2 (ni 0, ni 5) ; il n'est donc pas divisible par 5.

• Pour 6 : On utilise la calculatrice :

$$102 \div 6 \quad Q=17 \quad R=0$$

Le reste est nul, $102 = 6 \times 17$ donc 6 et 17 sont des diviseurs de 102.

• Pour 7 et pour 8 : La calculatrice montre de même que 102 n'est divisible ni par 7 ni par 8.

• Pour 9 : La somme des chiffres de 102 n'est pas un multiple de 9 donc 102 n'est pas divisible par 9.

• Pour 10 : 102 a pour chiffre des unités 2 donc 102 n'est pas divisible par 10.

• La recherche s'arrête.

Les 8 diviseurs de 102 sont donc :

1 2 3 6 17 34 51 102

✂️ Entraîne-toi avec *Utiliser des multiples et des diviseurs* ✂️

🌐 Et dans la vraie vie ? *Parc éolien* 🌐

🏠 Optimiser le transport de colis pour ne pas transporter... du vide ! 🏠

Act. 3

Définition

Exemples

- 6 n'est pas un nombre premier : il admet 2 et 3 comme diviseurs.
- 7 est un nombre premier : il n'est divisible que par 1 et par 7.

Remarques

- 0 n'est pas premier car il possède une infinité de diviseurs.
- 1 n'est pas premier car il possède un seul diviseur : lui-même.
- 2 est le seul nombre premier pair car tous les autres nombres pairs sont divisibles par 2.

1. 147 est-il un nombre premier ? 2. 223 est-il un nombre premier ?

Solution

On cherche à savoir si 147 et 223 admettent des diviseurs autres que 1 et eux-mêmes.

1. $1 + 4 + 7 = 12$ La somme des chiffres de 147 est un multiple de 3. 147 est donc divisible par 3. Ce n'est donc pas un nombre premier.

2. $\sqrt{223} \approx 14,9$

• Les critères de divisibilité montrent que 223 n'est pas divisible par 2, 3, 5, 9 et 10.

• L'utilisation de la calculatrice permet de conclure que 223 n'est pas divisible par 4, par 6, par 7, par 8, par 11, par 12, par 13, par 14.

Donc 223 n'est divisible par aucun nombre entier compris entre 2 et 14, il a donc seulement 2 diviseurs : 1 et 223.

Donc 223 est un nombre premier.

On teste la divisibilité de 223 par tous les nombres entiers compris entre 2 et 14, en utilisant les critères de divisibilité ou la calculatrice.



✂️ Entraîne-toi avec *Le crible d'Eratosthène* ✂️

Propriété

Propriété

Propriété

Définition

Exemples

$$\bullet 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\bullet 220 = 2^2 \times 5 \times 11$$

Propriété

● Décomposer 2 088 en produits de facteurs premiers.

Solution

2 088	2	2 divise 2 088, le quotient est 1 044. On a $2\,088 = 2 \times 1\,044$.
1 044	2	2 divise 1 044, le quotient est 522. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 522$.
522	2	2 divise 522, le quotient est 261. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 2 \times 261$.
261	3	2 ne divise pas 261, mais 3 divise 261 et le quotient est 87. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 87$.
87	3	3 divise 87 et le quotient est 29. On a $2\,088 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 29$.
29	29	29 est un nombre premier.
1		

◀ Pour décomposer 2 088 en produit de facteurs premiers, on cherche le plus petit nombre premier qui divise 2 088 : c'est 2. On divise ensuite 2 088 par 2. Le quotient obtenu est 1 044. Comme il est différent de 1, on recommence... jusqu'à obtenir pour quotient 1.

La décomposition en produit de facteurs premiers de 2 088 est $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 29$ ou $2^3 \times 3^2 \times 29$.

Remarques

- On peut obtenir une décomposition en facteurs premiers avec une calculatrice.
- La décomposition en produit de facteurs premiers peut être utilisée pour simplifier une fraction :

$$\frac{360}{220} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}^2 \times \cancel{5}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{5} \times 11} = \frac{2 \times 3^2}{11} = \frac{18}{11}$$

On a divisé le numérateur et le dénominateur par $2 \times 2 \times 5$.

