Série 4 Vérifier qu'un triangle est rectangle ou non

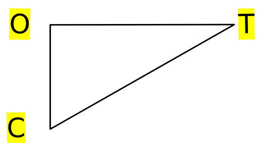
1 À la recherche des triangles rectangles

a. $AB^2 = AC^2 + CB^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore

le triangle ABC est rectangle en C

b. $MR^2 = ME^2 + RE^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MER est rectangle en E.

2 Soit TOC un triangle tel que TO = 77 mm ; OC = 35 mm et CT = 85 mm.



a. Si TOC était rectangle, quel côté serait son hypoténuse ?

Le côté [CT] serait l'hypoténuse car c'est le plus grand.

b. Calcule et compare CT^2 et $CO^2 + OT^2$.

$CT^2 = 85^2 = 7\,225$

$CO^2 + OT^2 = 35^2 + 77^2$

$CO^2 + OT^2 = 1\,225 + 5\,929$

$CO^2 + OT^2 = 7\,154$

$CT^2 \neq CO^2 + OT^2$

c. Conclus.

Si le triangle TOC était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, on aurait :

$CT^2 = CO^2 + OT^2$

Ce n'est pas le cas ici, donc le triangle TOC n'est pas un triangle rectangle.

3 Le triangle ABC est tel que AB = 17 cm, AC = 15 cm et BC = 8 cm.

a. Si ce triangle était rectangle, quel côté pourrait être son hypoténuse ? Justifie.

[AB] est le plus grand côté.

C'est donc ce côté qui pourrait être l'hypoténuse.

b. Calcule puis compare AB^2 et $AC^2 + CB^2$.

Dans ABC, [AB] est le côté le plus grand côté

On calcule séparément AB^2 et $AC^2 + CB^2$.

$AB^2 = 17^2$

$AB^2 = 289$

$AC^2 + CB^2 = 15^2 + 8^2$

$AC^2 + CB^2 = 225 + 64$

$AC^2 + CB^2 = 289$

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C.

4 Démontre que le triangle MER, tel que ME = 2,21 m, ER = 0,6 m et MR = 2,29 m, est rectangle et précise en quel point.

(Aide-toi de l'exercice 2 ou de l'exercice 3, à toi de choisir celui qui convient.)

Dans le triangle MER, le plus grand côté est le côté [MR].

On calcule séparément MR^2 et $ME^2 + ER^2$

$MR^2 = 2{,}29^2$

$MR^2 = 5{,}2441$

$ME^2 + ER^2 = 2{,}21^2 + 0{,}6^2$

$ME^2 + ER^2 = 4{,}8841 + 0{,}36$

$ME^2 + ER^2 = 5{,}2441$

Donc $MR^2 = ME^2 + ER^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle MER est rectangle en E.

Série 4 Vérifier qu'un triangle est rectangle ou non

5 Soit MNP un triangle tel que MN = 9,6 cm ; MP = 4 cm et NP = 10,3 cm.
Montre que le triangle MNP n'est pas rectangle.

Le plus grand côté est [NP].

Calculons séparément NP^2 et $MN^2 + MP^2$.

$NP^2 = 10{,}3^2$ $\quad$ $MN^2 + MP^2 = 9{,}6^2 + 4^2$

$NP^2 = 106{,}09$ $\quad$ $MN^2 + MP^2 = 92{,}16 + 16$

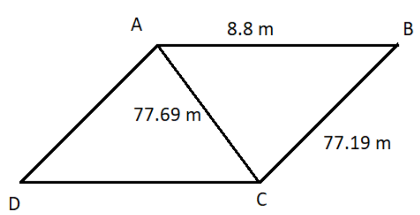
$MN^2 + MP^2 = 108{,}16$

$NP^2 \neq MN^2 + MP^2$

D'après le théorème de Pythagore, si le triangle MNP était rectangle on aurait : $NP^2 = MN^2 + MP^2$

Donc le triangle MNP n'est pas rectangle.

6 Soit ABCD un parallélogramme.
On donne, en mètres : AB = 8,8 ; BC = 77,19 et AC = 77,69.
ABCD est-il un rectangle ? Justifie.
Schéma :



Pour savoir si ABCD est un rectangle, il faut savoir si le triangle ABC est rectangle en B.

Dans le triangle ABC, il plus grand côté est [AC].

Calculons séparément AC^2 et $AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 77{,}69^2$ $\quad$ $AB^2 + BC^2 = 8{,}8^2 + 77{,}19^2$

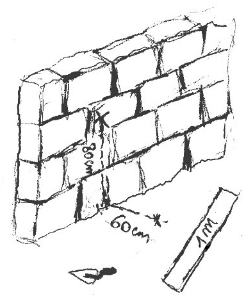
$AC^2 = 6\,035{,}7361$ $\quad$ $AB^2+BC^2 = 77{,}44 + 5\,958{,}2961$

$AB^2 + BC^2 = 6\,035{,}7361$

Donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. Donc le parallélogramme ABCD est un rectangle.

7 Maçonnerie



Pour savoir si son mur est bien vertical, un maçon utilise une règle de 1 m et fait une marque à 60 cm sur le sol et une autre à 80 cm du sol sur le mur. En plaçant la règle, il vérifie la verticalité du mur. Explique pourquoi.

1 m = 100 cm

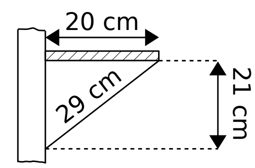
Si on calcule $60^2 + 80^2$ on obtient 10 000

Si on calcule ensuite 100^2 on obtient 10 000

Donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, en prenant comme mesure 60 cm, 80 cm et 100 cm, on crée un triangle rectangle.

Cela prouvera au maçon que son mur est bien perpendiculaire au sol.

8 Pour vérifier s'il a bien posé une étagère de 20 cm de profondeur sur un mur parfaitement vertical, M. Brico a pris les mesures marquées sur le schéma ci-contre.



Son étagère est-elle parfaitement horizontale ?

Le plus grand côté du triangle dessiné mesure 29 cm.

Calculons 29^2 puis $20^2 + 21^2$

$29^2 = 841$

$20^2 + 21^2 = 400 + 441$

$20^2 + 21^2 = 841$

On a bien l'égalité de Pythagore : $29^2 = 20^2 + 21^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle considéré est rectangle.

Le mur étant vertical l'étagère est bien horizontale.