



INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

LICENCIATURA EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

LABORATÓRIO DE MECÂNICA APLICADA I

Determinação do Centro de Gravidade de uma Placa Plana

Alunos:

Leonor Alves - 102845
Lourenço Faria - 103354
Paulo Campos - 103042
Pedro Almeida - 103027

Professor responsável:

Prof. Pedro Serrão

Resumo:

Este relatório foi desenvolvido no âmbito da cadeira Mecânica Aplicada I. O grupo de alunos aqui nomeado efetuou o trabalho laboratorial e registou os valores necessários à escrita deste relatório no dia 12/04/2022, às 15:30h, no Laboratório de Mecânica Aplicada.

Ano Letivo 2021/2022

Índice

Índice	i
Índice de figuras	i
Índice de tabelas	i
1 Introdução Teórica	1
2 Resultados experimentais	1
2.1 Dados obtidos para medições de massas e espessuras	1
2.2 Posição do centro de gravidade	1
3 Resultados Teóricos	2
3.1 Cálculo do centro de gravidade teórico da placa pela decomposição de figuras . . .	2
3.2 Cálculo do centro de gravidade teórico da placa+ímanes	3
4 Comparação entre resultados	4
4.1 Discussão	4
5 Conclusões e Trabalhos Futuros	5

Índice de figuras

1 Placa	2
2 Placa+Ímanes	3

Índice de tabelas

1 Posição do centro de gravidade	1
2 Cálculo do centro de gravidade teórico da placa pela decomposição de figuras . . .	2
3 Cálculo do centro de gravidade teórico da placa+ímanes	3
4 Comparação entre resultados experimentais e teóricos	4
5 Erros experimentais	4

1 Introdução Teórica

O peso é uma força que a Terra exerce nas diversas partículas de um corpo. Apesar de esta força ser exercida ao longo de várias partículas, é habitualmente representada por um único vetor com ponto de aplicação localizado no centro de gravidade. Este ponto só pode ser considerado em corpos rígidos, ou seja, em corpos cuja distância entre duas das suas partículas não varia apesar da execução de forças externas.

Uma vez que o corpo analisado durante a atividade experimental é rígido e está sujeito a um campo gravitacional uniforme, considerara-se que o seu centro de gravidade corresponde ao seu centro de massa. Assim, através da realização de cálculos, torna-se possível calcular a posição do centro de massa da placa e do conjunto posteriormente utilizado (placa e 2 ímanes).

2 Resultados experimentais

2.1 Dados obtidos para medições de massas e espessuras

$$m_{placa} = (203.96 \pm 0.01) \text{ g}$$

$$m_{iman} = (58.03 \pm 0.01) \text{ g}$$

$$espessura_{placa} = (0.5 \pm 0.5) \text{ mm}$$

Erro associado

Uma vez que foi utilizada uma balança digital, o erro associado à massa é igual à menor divisão da escala, $\pm 0.01 \text{ g}$.

Por outro lado, o uso de uma régua leva a que o erro associado à espessura seja igual a metade do valor da menor divisão da escala, ou seja, $\pm 0.5 \text{ mm}$.

2.2 Posição do centro de gravidade

Para encontrar o centro de massa de um objeto plano, suspende-se a placa em dois pontos diferentes, sendo que, em cada etapa, deve-se traçar uma reta vertical desde o ponto de suspensão até à base do objeto. Dessa forma, o ponto de interseção das duas linhas é a posição do centro de massa da placa determinada experimentalmente.

	$\bar{x} \text{ [mm]}$	$\bar{y} \text{ [mm]}$
Placa	152.0	89.0
Placa+Íman	105.0	68.0

Tabela 1: Posição do centro de gravidade

Erro associado

O uso do papel milimétrico leva a que o erro associado à posição seja igual a metade do valor da menor divisão da escala, ou seja, $\pm 0.5 \text{ mm}$.

3 Resultados Teóricos

3.1 Cálculo do centro de gravidade teórico da placa pela decomposição de figuras

De modo a determinar o valor teórico da posição do centro de gravidade, é possível decompor a placa em figuras cujo centro de gravidade seja mais facilmente calculado. Nesta situação é necessário considerar que a placa é homogênea e tem uma espessura nula.

Assim, para efetuar os cálculos de forma simples, a placa foi dividida nas seguintes figuras geométricas:

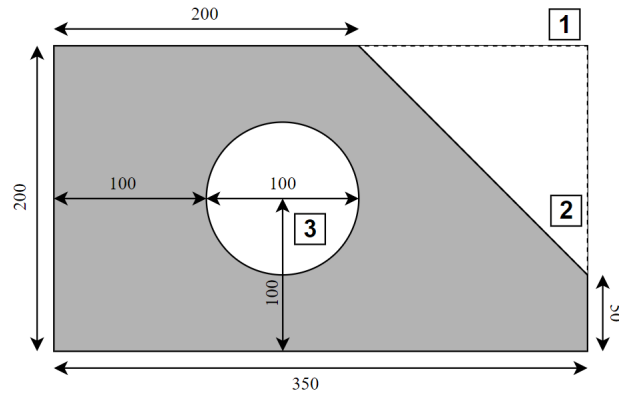


Figura 1: Placa

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i A_i}{\sum A_i} \quad (1) \quad \bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i A_i}{\sum A_i} \quad (2)$$

Uma vez que tanto o triângulo como o círculo são lacunas na placa retangular assumida inicialmente, as suas expressões vão ter de assumir um sinal negativo.

$$\bar{x} = \frac{175.0 \times 70000.0 - 300.0 \times 11250.0 - 150.0 \times 7854.9}{50896.0} = 151.2 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{100.0 \times 70000.0 - 150.0 \times 11250.0 - 100.0 \times 7854.9}{50896.0} = 88.9 \text{ mm}$$

	\bar{x}_i [mm]	\bar{y}_i [mm]	A_i [mm ²]
Retângulo [1]	175.0	100.0	70000.0
Triângulo [2]	300.0	150.0	11250.0
Círculo [3]	150.0	100.0	7854.0
Placa	151.2	88.9	50896.0

Tabela 2: Cálculo do centro de gravidade teórico da placa pela decomposição de figuras

3.2 Cálculo do centro de gravidade teórico da placa+ímanes

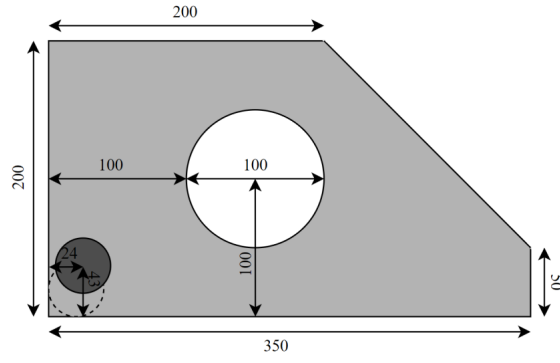


Figura 2: Placa+Ímanes

Durante a execução do procedimento experimental, os ímanes foram colocados em faces opostas da placa, tendo um deles ficado tangente às laterais e outro no canto inferior esquerdo. Este posicionamento dos ímanes permitiu que se desse uma distribuição aproximadamente simétrica da massa destes ao longo da placa.

Para o cálculo teórico, não existe uma distribuição homogênea da massa uma vez que a placa não é homogênea, sendo por isso necessário utilizar as expressões seguintes para se obter o centro de gravidade do conjunto:

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i m_i}{\sum m_i} \quad (3)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum \bar{y}_i m_i}{\sum m_i} \quad (4)$$

$$\bar{x} = \frac{151.2 \times 203.96 - 20.0 \times 58.03 - 24.0 \times 58.03}{320.02} = 104.3 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{88.9 \times 203.96 - 20.0 \times 58.03 - 43.0 \times 58.03}{320.02} = 68.1 \text{ mm}$$

	\bar{x}_i [mm]	\bar{y}_i [mm]	m_i [g]
Placa	151.2	88.9	203.96
Íman 1	20.0	20.0	58.03
Íman 2	24.0	43.0	58.03
Placa+Ímanes	104.3	68.1	320.02

Tabela 3: Cálculo do centro de gravidade teórico da placa+ímanes

4 Comparação entre resultados

Comparando os resultados obtidos experimentalmente com os valores encontrados teoricamente:

	$\bar{x} [mm]$		$\bar{y} [mm]$	
	Experimental	Teórica	Experimental	Teórica
Placa	152.0	151.2	89.0	88.9
Placa+Íman	105.0	104.3	68.0	68.1

Tabela 4: Comparação entre resultados experimentais e teóricos

4.1 Discussão

Calculando os erros relativos em relação à placa, observamos que as posições x e y experimentais apresentam um erro de 0.53% e de 0.11%, respetivamente.

Por outro lado, no caso do conjunto placa+ímanes, as posições experimentais x e y apresentam um erro de 0.67% e de 0.15%, na devida ordem.

Placa:

Em x,

$$E_r(\%) = \frac{|150.0 - 151.2|}{151.2} \times 100 = 0.53\%$$

Em y,

$$E_r(\%) = \frac{|89.0 - 88.9|}{88.9} \times 100 = 0.11\%$$

Placa+Ímanes:

Em x,

$$E_r(\%) = \frac{|105.0 - 104.3|}{104.3} \times 100 = 0.67\%$$

Em y,

$$E_r(\%) = \frac{|68.0 - 68.01|}{68.01} \times 100 = 0.15\%$$

	Erro [%]	
	x	y
Placa	0.53	0.11
Placa+Íman	0.67	0.15

Tabela 5: Erros experimentais

Analisando os valores, verifica-se que os resultados obtidos experimentalmente são muito próximos dos valores previstos teoricamente. Podemos observar também um erro ligeiramente superior no caso placa+ímanes uma vez que essa montagem apresenta uma maior probabilidade de erros causados pela sua montagem.

5 Conclusões e Trabalhos Futuros

Conseguiu confirmar experimentalmente os resultados teóricos?

Analisando os resultados obtidos experimentalmente com os valores teóricos, podemos concluir que existe uma proximidade entre ambos, verificando os cálculos teóricos.

A colocação de um íman alterou a posição do centro de gravidade? De que forma?

Tal como era previsto através dos cálculos teóricos, a presença de ímanes levou a uma variação no posicionamento do centro de gravidade do conjunto. Esta alteração deu-se, tal como previsto, em direção à posição onde foram colocados os ímanes, já que estes levaram a um aumento considerável da massa do sistema. De modo a averiguar a possível variação de posição do centro de massa, os ímanes não foram colocados na zona de centro de massa da placa metálica obtida anteriormente.

Que outros métodos existem para calcular a posição do centro de gravidade?

O centro de gravidade pode ser calculado através da decomposição em figuras (método utilizado) ou através do cálculo da posição do centro de gravidade da placa que, por ser homogénea, coincide com as coordenadas do centroide.

$$\bar{x} = \frac{\int \int_A x \, dA}{\int \int_A dA} \quad (5)$$

$$\bar{y} = \frac{\int \int_A y \, dA}{\int \int_A dA} \quad (6)$$

Quais as propostas de melhoria da experiência?

Durante a execução da atividade experimental, foram cometidos vários erros no que diz respeito à obtenção do centro de gravidade da placa e do conjunto placa+ímanes. A elevada espessura do fio onde se encontrava suspensa a placa, o movimento contínuo da placa, o desvio dos ímanes durante a experiência e o facto de a observação da interseção do fio na placa e a sua posterior marcação no papel milimétrico não ter sido feita a 90° foram fatores que contribuíram para o aumento dos erros.

Assim, a utilização de um fio de menor espessura, que facilitaria o registo do ponto desejado, a utilização de um melhor meio de estabilização da placa no momento de registo dos pontos e a utilização de ímanes mais fortes de modo a evitar o seu movimento ao longo da execução da experiência são algumas das soluções que permitiriam melhorar os resultados obtidos.

Bibliografia

- [1] F.P. Beer, E.R. Johnston Jr., D. Mazurek, *Vector Mechanics for Engineers: Statics*: 2018 McGraw-Hill Education A. Nonymous et al. 2005
- [2] J.L. Meriam, L.G. Kraige, J.N. Bolton, *Engineering Mechanics: Statics*: 2020 Wiley A.N. Other & S.O.M. Ebody 2004
- [3] R.C. Hibbeler, *Engineering Mechanics: Statics & Dynamics*: 2015 Pearson