

Nom	Paramètres	Support	Densité	Espérance \mathbb{E}	Variance $\mathbb{V} = \sigma^2$	Fonction génératrice des probas (série génératrice) $G_X(t) = \mathbb{E}(t^X)$	Fonction génératrice des moments (transformée de Laplace) $M_X(t) = \mathbb{E}(e^{tX})$	Fonction caractéristique (transformée de Fourier) $\phi_X(t) = \mathbb{E}(e^{itX})$	Fonction de répartition $F_X(x)$ $= \mathbb{P}(X \leq x)$
Lois finies									
Mesure de Dirac	$\delta_a, a \in \mathbb{R}$	$\{0,1\}$	$\mathbb{P}(X = a) = 1$	a	0	$t \mapsto t^a$	e^{at}	e^{iat}	En escalier, subdivisonnée selon la densité (somme des Dirac élé- mentaires)
Loi uniforme (discrète)/ Équiprobabilité	$\mathcal{U}(a,b)$ $\mathcal{U}(\{1,\dots,n\})$	$\llbracket a,b \rrbracket$ $\llbracket 1,n \rrbracket$	$\mathbb{P}(X = k) = \frac{1}{b-a+1} = \frac{1}{n}$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{n^2-1}{12}$	$\frac{t}{n} \frac{1-t^n}{1-t}$	$\frac{e^t}{n} \frac{1-e^{nt}}{1-e^t}$	$\frac{e^{it}}{n} \frac{1-e^{int}}{1-e^{it}}$	
Loi de Rademacher	$\mathcal{U}(\{-1,1\})$	$\{-1,1\}$	$\mathbb{P}(X = 1) = \mathbb{P}(X = -1) = \frac{1}{2}$	0	1	Non définie	$\cosh(t)$	$\cos(t)$	
Loi de Bernoulli	$\mathcal{B}(p)$	$\{0,1\}$	$\mathbb{P}(X = 1) = p,$ $\mathbb{P}(X = 0) = 1-p = q$	p	$pq \leq \frac{1}{4}$	$q + pt$	$q + pe^t$	$q + pe^{it}$	
Loi binomiale	$\mathcal{B}(n,p)$	$0,n$	$\mathbb{P}(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$	np	npq	$(q + pt)^n$	$(q + pe^t)^n$	$(q + pe^{it})^n$	
Loi hypergéométrique	$\mathcal{H}(n,p,N)$	$\llbracket 0,n \rrbracket$ ou moins	$\mathbb{P}(X = k) = \frac{\binom{pN}{k} \binom{qN}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	np	$npq \frac{N-n}{N-1}$	s'expriment avec ${}_2F_1$ pour $t < 1$			
Lois discrètes									
Loi géométrique	$\mathcal{G}(p)$	\mathbb{N}^*	$\mathbb{P}(X = k) = pq^{k-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{pt}{1-qt}, t < \frac{1}{q}$	$\frac{pe^t}{1-qe^t}, t < -\ln q$	$\frac{pe^{it}}{1-qe^{it}}$	Idem
Loi de la durée de vie discrète	$\mathcal{G}(p)$	\mathbb{N}	$\mathbb{P}(X = k) = q^k p$	$\frac{1}{p} - 1$	$\frac{q}{p^2}$	$\frac{p}{1-qt}, t < \frac{1}{q}$	$\frac{p}{1-qe^t}, t < -\ln q$	$\frac{p}{1-qe^{it}}$	
Loi de Poisson/ loi des événements rares	$\mathcal{P}(\lambda)$	\mathbb{N}	$\mathbb{P}(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$	λ	λ	$e^{\lambda(t-1)}$	$e^{\lambda(e^t-1)}$	$e^{\lambda(e^{it}-1)}$	
Loi zêta	$\mathcal{Z}(s)$	\mathbb{N}^*	$\mathbb{P}(X = k) = \frac{1}{\zeta(s)} \frac{1}{k^s}$	$\frac{\zeta(s-1)}{\zeta(s)}$	$\frac{\zeta(s-2)}{\zeta(s)}$	$\frac{1}{\zeta(s)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{t^k}{k^s}$	∞	$\frac{1}{\zeta(s)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{itk}}{k^s}$	
Loi logarithmique	$\text{Log}(p)$	\mathbb{N}^*	$\mathbb{P}(X = k) = \frac{-1}{\ln(1-p)} \frac{p^k}{k}$	$-\frac{p}{q \ln q}$	$-p \frac{p + \ln q}{q^2 \ln^2 q}$	$\frac{\ln(1-pt)}{\ln q},$ $t < \frac{1}{p}$	$1 + \frac{t}{\ln q}$	$\frac{\ln(qe^{it})}{\ln q}$	
Loi de Pascal/Loi binomiale négative	$\mathcal{BN}(n,p)$	\mathbb{N}	$\mathbb{P}(X = k) = \binom{k+n-1}{n-1} p^n q^k$	$\frac{nq}{p}$	$\frac{nq}{p^2}$	$\left(\frac{p}{1-qt}\right)^n, t < \frac{1}{q}$	$\left(\frac{p}{1-qe^t}\right)^n, t < -\ln q$	$\left(\frac{p}{1-qe^{it}}\right)^n$	

Lois continues (à densité par rapport à la mesure de Lebesgue)										
Loi uniforme continue	$\mathcal{U}(a, b)$	$[a, b]$	$f(x) = \frac{1}{b-a} \mathbb{1}_{[a,b]}(x)$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$		$\frac{e^{tb} - e^{ta}}{t(b-a)}$	$\frac{e^{itb} - e^{ita}}{it(b-a)}$	$\begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{sinon} \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases}$	
Loi exponentielle	$\mathcal{E}(\lambda)$	$[0, +\infty[$	$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ sur \mathbb{R}_+	$m_n = \frac{1}{\lambda^n}$			$\frac{1}{1-\frac{t}{\lambda}}$ pour $t < \lambda$	$\frac{1}{1-\frac{it}{\lambda}}$	$1 - e^{-\lambda x}$	
Loi normale centrée réduite (ou standard)	$\mathcal{N}(0,1)$	\mathbb{R}	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$	0	1		$e^{\frac{t^2}{2}}$	$e^{-\frac{t^2}{2}} = \sqrt{2\pi} \cdot f(t)$	$\frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) \right)$	
Loi gaussienne	$\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$	\mathbb{R}	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$	μ	σ^2		$\exp(\mu t) \exp \left(\frac{\sigma^2 t^2}{2} \right)$	$\exp \left(i\mu t - \frac{\sigma^2 t^2}{2} \right)$	$\frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}} \right) \right)$	
Loi d'Erlang	C'est la loi gamma où $k \in \mathbb{Z}$. On a alors : $\Gamma(k) = (k-1)!$.									
Loi Gamma	$\Gamma(k, \theta)$	\mathbb{R}_+	$f(x) = \frac{\theta^k}{\Gamma(k)} 1_{x>0} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}$	$k\theta$	$k\theta^2$		$\frac{1}{(1-i\theta t)^k}$ pour $t < \frac{1}{\theta}$	$\frac{1}{(1-i\theta t)^k}$	$\frac{\gamma(k, x/\theta)}{\Gamma(k)}$	
Loi de Cauchy	$\mathcal{C}(\lambda)$	\mathbb{R}	$f(x) = \frac{1}{\lambda\pi \left(1 + \left(\frac{x}{\lambda} \right)^2 \right)}$	Non définie	Non définie		Non définie	$e^{-\lambda t }$	$\frac{1}{\pi} \arctan \left(\frac{x}{\lambda} \right) + \frac{1}{2}$	
Loi de Lévy	$\text{Levy}(\mu, c)$	$]\mu, +\infty[$	$f(x) = \sqrt{\frac{c}{2\pi}} \frac{1}{(x-\mu)^{3/2}} e^{-\frac{c}{2(x-\mu)}}$	$+\infty$	$+\infty$		Non définie	$e^{i\mu t - \sqrt{-2ict}}$	$\operatorname{erfc} \sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}}$	
Loi du χ^2	$\chi^2(k)$	\mathbb{R}^+	$f(x) = \frac{x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma \left(\frac{k}{2} \right)}$	k	$2k$		$(1-2t)^{-\frac{k}{2}}$ $t < \frac{1}{2}$	$(1-2it)^{-\frac{k}{2}}$	$\frac{\gamma \left(\frac{k}{2}, \frac{x}{2} \right)}{\Gamma \left(\frac{k}{2} \right)}$	
Loi du demi-cercle de Wigner	$\mathcal{C}(R)$	$[-R, R]$	$f(x) = \frac{2}{\pi R^2} \sqrt{R^2 - x^2}$	$E(X^n) = \begin{cases} 0 & \text{pour } n = 2p+1 \\ \left(\frac{R}{2} \right)^{2n} c_n & \text{pour } n \text{ pair} \end{cases}$			$2 \frac{I_1(Rt)}{Rt}$	$2 \frac{J_1(Rt)}{Rt}$	$\frac{1}{2} + \frac{x\sqrt{R^2 - x^2}}{\pi R^2} + \frac{\arcsin \left(\frac{x}{R} \right)}{\pi}$	

Interprétation des lois de probabilité usuelles

- La distribution de Dirac est la loi d'une variable réelle déterministe (constante).
- La loi uniforme discrète correspond à la situation d'équiprobabilité des probabilités discrètes.
- La loi de Rademacher modélise le jeu de pile ou face avec une pièce équilibrée.
- Une loi de Bernoulli modélise un jeu de pile ou face unique avec une pièce éventuellement déséquilibrée. Le 0 signifie pile et le 1 face, par exemple.

- La loi binomiale de paramètre n, p est la succession de n épreuves de Bernoulli mutuellement indépendantes. C'est donc un jeu de pile ou face répété un nombre fini de fois, avec à chaque fois la même pièce.
- La loi hypergéométrique n, p, N compte le nombre de boules noires tirées lors du tirage simultané (ou sans remise) de n boules dans une urne de N boules contenant une proportion p de boules noires et $q = 1 - p$ de boules blanches. *La loi hypergéométrique converge en loi vers une loi binomiale n, p lorsque la taille de l'urne tend vers l'infini.*
- La loi géométrique classique est la loi du premier succès dans une succession d'épreuves de Bernoulli (jeu de pile ou face infini). Remarque. Les lois discrètes sans mémoire, sont exactement les lois géométriques.
- La loi géométrique à support dans \mathbb{N} est la loi du dernier échec. Elle modélise ainsi la durée de vie d'une entité qui à tout instant à temps discret aurait une même probabilité p de mourir.
- Une loi de Poisson modélise les « événements rares » : s'il y a 5000 morts par an sur la route, pour modéliser le nombre de morts d'accidents de la route par jour, on utilise une Poisson de $\lambda = \frac{5000}{365}$. *La loi binomiale converge en loi vers une loi de Poisson λ lorsque la probabilité du succès tend vers zéro, si $p_n \sim \frac{\lambda}{n}$.*
- *La loi zêta converge en loi vers la densité naturelle de \mathbb{N} lorsque le paramètre tend vers 1 par valeurs positives.*
- La loi logarithmique (en fait issue du développement du logarithme) a été utilisée par Fischer en génétique des populations.
- La loi binomiale négative de paramètres n, p est la somme de n lois géométriques indépendantes de paramètres n . Elle compte donc le nombre d'échecs dans une série infinie d'épreuves de Bernoulli jusqu'à avoir un nombre fixé de n succès.
- La loi uniforme continue est caractérisée par la propriété suivante : tous les intervalles de même longueur inclus dans son support ont la même probabilité.
- Sans surprise, les lois exponentielles mesurent les phénomènes à durée de vie sans vieillissement : vie d'un atome radioactif, etc. Remarque. Les lois continues à perte de mémoire, sont exactement les lois exponentielles.
- La courbe en cloche d'une gaussienne est la densité correspondant au comportement, sous certaines conditions particulières énoncées dans le théorème central limite, d'une suite d'expériences aléatoires similaires et indépendantes, lorsque leur nombre est très élevé. Ainsi, elle modélise les mesures d'erreur et les tests statistiques.
- La loi d'Erlang de paramètre de forme n correspond au temps d'attente de la n -ième personne dans une file d'attente à événements rares de même probabilité pour chaque membre de la file.
- Les lois Gamma, ayant un paramètre de forme et un paramètre d'échelle, incluent les distributions d'Erlang, du χ^2 et exponentielles. Elles sont omniprésentes dans les modélisations à temps continu. Avec le paramètre $\theta = 2$, on obtient la loi du χ^2 . Avec le paramètre $k = 1$, on obtient une loi exponentielle (avec $\lambda = \frac{1}{\theta}$). Si k est entier, on obtient une distribution d'Erlang.
- La loi de Cauchy, quoique infiniment divisible, est le contre-exemple de nombre de propriétés probabilistes (théorème central limite, existence des moments...).
- La loi de Lévy qui possède deux paramètres, un paramètre de position et un paramètre d'échelle, décrit le profil de certaines raies spectrales en spectroscopie.
- La loi du χ^2 (dite « chi-deux »), utilisée en statistique inférentielle pour les tests, de paramètre entier k , et la loi de la somme des carrés de k lois normales standard indépendantes.
- La loi du demi-cercle apparaît naturellement comme loi limite suivie par le spectre d'une classe de matrices aléatoires lorsque leur taille croît à l'infini.