《中级宏观经济学》

主讲:何樟勇

浙江大学经济学院

2023年春

第七讲 新古典经济增长模型

第三节 福利与平衡增长路径

一、福利

- 我们在本章开头部分就指出，通过把行为人的最优化行为引入模型，一个最大的优点是我们可以借助这些模型去得出一些规范性的结论。其中，人们最关心的问题当然是分散化经济的均衡是否是一个令人满意的均衡。现在我们可以对这一问题作出回答了。

- 还有更简便的方法——直接比较分散最优与计划最优经济的结论就可以了。我们可以注意到，（7.13）式和（7.25）式是完全一样的，也即，分散经济下实现消费最优的欧拉方程与计划经济下实现消费最优的欧拉方程是一样的，这意味着分散经济下的均衡解将与计划最优的均衡解相同，因而分散经济均衡必然是帕累托最优的。

二、平衡增长路径的特性

一旦经济收敛到平衡增长路径上，本模型的经济行为就与处于平衡增长路径上的索洛模型的经济行为完全一样了。在平衡增长路径上，c^*，k^*和 y^*都是常数，因而，总资本存量K_t，总消费$N_t c_t$和总产出Y_t，所有的都将以相同的速率 n 增长。

因此，总变量的长期增长率将完全由外生的人口增长率所决定，而人均变量的增长率则为零。这些结论与索洛模型中得到的结论是完全一样的

修正的黄金律资本存量

- 索洛模型和新古典增长模型在平衡增长路径上的惟一重要差别是：在新古典增长模型中，稳定的资本存量高于黄金律资本存量的平衡增长路径是不可能的。在索洛模型中，因为储蓄率是外生给定的，对应于不同的储蓄率，当经济收敛于平衡增长路径时，其稳定的资本存量是既有可能高于也有可能低于当然也可能等于黄金律资本存量。

当资本存量高于黄金律资本存量时，意味着通过降低储蓄率可以使经济转入到另一条平衡增长路径上去：在这一平衡增长路径上，行为人在每一期都可以取得更高的消费水平。与此形成鲜明对比的是，在新古典增长模型中，储蓄是内生的，是行为人在最大化自己的效用过程中被决定的，而行为人的效用取决于行为人自己的消费。其结果是，如果经济中还存在一种能让行为人每期均可得到更高消费的路径时，行为人一定会降低自己的储蓄率来利用这一机会，因而，平衡路径上的资本存量是不可能高于黄金律资本存量的。

那么，在新古典增长模型中，平衡路径上的资本存量是否可能低于黄金律资本存量呢？答案是肯定的。也就是说，在新古典增长模型中，经济并不收敛于产生最大的消费水平的平衡增长路径上。要明白这一点并不难。这一判断的直观推理在不考虑技术进步，即 $g_A = 0$ 时最清楚，因为此时没有人均消费和人均产量的长期增长。此时，在新古典增长模型中的平衡增长路径上的均衡资本存量 k^* 由 $f'(k^*) = \rho + n + \delta$ 给定（见（7.16）式），而黄金律资本存量 k_{GR} 由 $f'(k_{GR}) = n + \delta$ 给定（见（6.26）式）。

因为$\rho+n+\delta>n+\delta$，因而有$k^{*}<k_{GR}$。也就是说，在新古典增长模型中，平衡增长路径上的资本存量是低于黄金律资本存量的。现在，我们的疑问就来了，因为，黄金律资本存量本身是代表一条在经济实现平衡增长以后能让每个消费者在每一期都得到最高消费水平的路径，既然如此，那么，一个追求效用最大化的行为人为什么会放弃这一平衡增长路径呢？

消除这一疑惑的关键是要注意到如下这个事实：在新古典增长模型中，行为人是有时间偏好的，也即，行为人对现在消费的评价是高于未来消费的。这样，在给定$k^* < k_{GR}$的情况下，当经济实现平衡增长路径时的资本存量$k < k^*$时，行为人确实可以通过提高储蓄来使得人均消费最终上升到一个更高水平并保持在那里（因为只要平衡增长路径上的资本存量小于黄金资本存量，行为人总是可以通过增加储蓄来提高人均消费水平的）。但是，由于行为人对现在消费的评价高于未来消费，所以这种消费的永久性上升的好处是有界的。

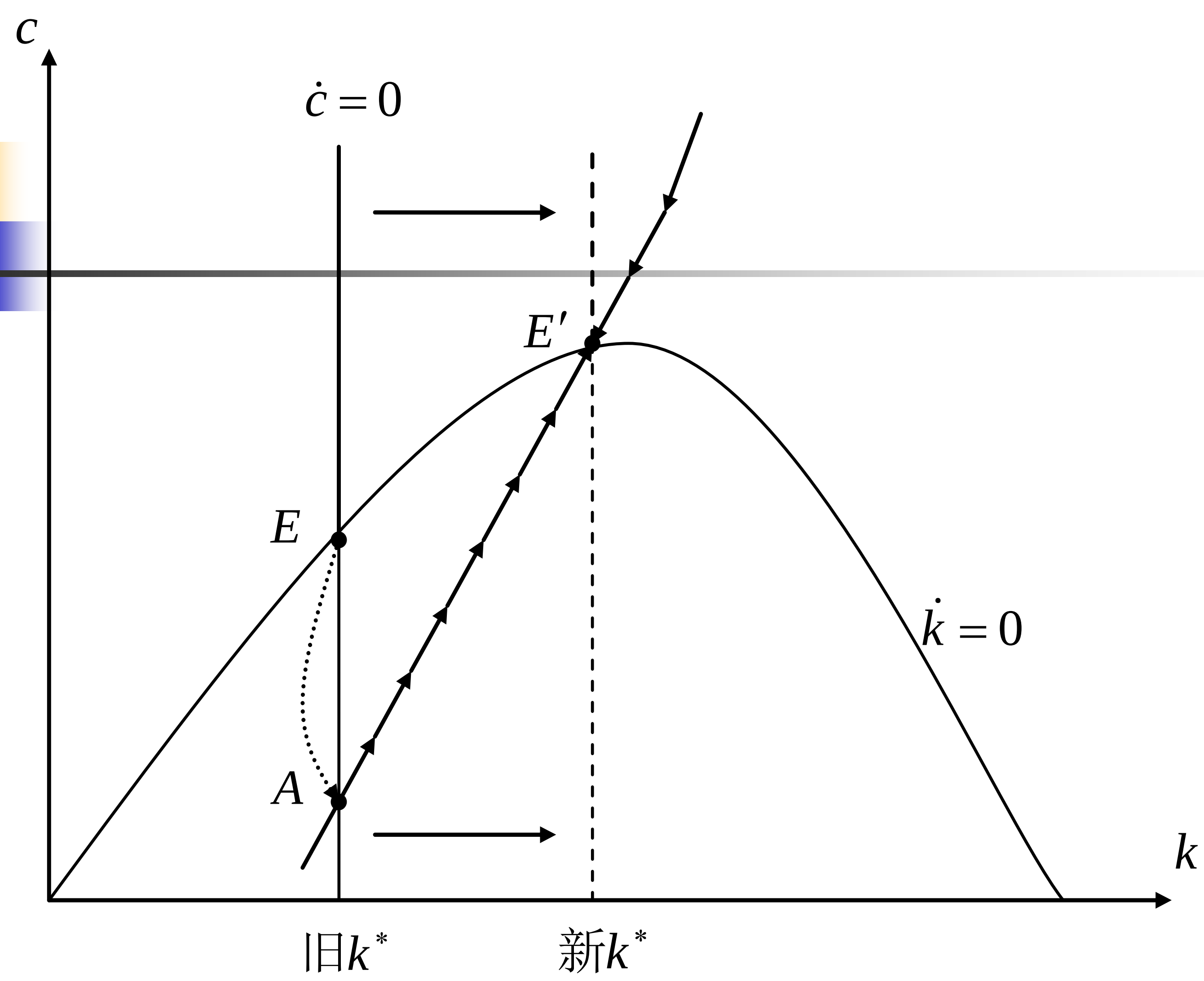
在某一点上——具体而言，当$k > k^*$时，暂时的短期牺牲与永久的长期收益之间的交换是如此不利，以至于接受这一交换会降低而不是提高行为人一生的效用。这样，k就收敛于一个低于黄金律资本存量的值。由于k^*是经济将收敛到的最优的k值，因此，k^*又被称为修正的黄金律资本存量。

三、贴现率下降的影响

现在考虑一个已处于平衡增长路径上的经济，并假定贴现率ρ下降。由于参数ρ决定了家庭对现期消费和未来消费的偏好，所以该模型中贴现率的下降相当于索洛模型中储蓄率的上升。

定性影响

由于k的变化决定于技术而非偏好，ρ进入关于$\dot{c}$的方程，而不进入关于$\dot{k}$的方程。因此只有$\dot{c}=0$线受到影响。回忆一下方程（7.69）：$\dot{c}(t)/c(t)=\left[f'(k(t))-\rho-n-\delta\right]/\theta$。这样，$\rho$的下降意味着对于给定的$k$，$\dot{c}/c$比以前高。由于$f''(k)$为负，因而为使$\dot{c}$等于零所需的$k$上升。因此$\dot{c}=0$线向右移动，如图 7-7 所示。



c
$\dot{c}=0$
E'
E
A
$\dot{k}=0$
k
旧k^*
新k^*

在 ρ 发生变化之时，每单位有效劳动的平均资本存量 k 的值决定于经济的历史，而且 k 不能间断变化。具体而言，在 ρ 发生变化之时，k 等于旧平衡增长路径上的 k^*。与此相反，家庭用于消费的部分 c 可在 ρ 发生变化之时迅速变化。

从我们对该经济的动态学分析中可以明确看出全过程：在 ρ 下降之时，c 迅速下降，从而使经济处于新鞍点路径上（图 7-7 中的点 A）。此后，c 和 k 逐渐上升至其新的平衡增长路径值；这些值高于其在原平衡增长路径上的值。

因此，该模型中贴现率下降的影响相似于索洛模型中当资本存量低于黄金律水平时储蓄率上升的影响。在两种情况下，k 均逐渐上升至一新的更高水平，而且 c 都在开始时下降，然后上升至一更高水平。因此，与索洛模型中储蓄率的永久性上升完全一样，该模型中贴现率的永久性下降使得每工人平均资本的增长率和每工人平均产量的增长率均暂时性上升。

第四节　新古典增长模型中的财政政策

一、征总额税的情形

基本决策环境

- 为了分析政府行为，首先要做的工作当然就是把政府引入我们的模型。在这里，我们仍假定政府是按照如下这种方式进入我们的模型的：政府通过向代表性消费者征收一笔总额税来为自己购买消费品进行融资。

让g_t代表政府购买的数量，当然，我们在这里把g_t视为一个外生变量；让τ_t代表政府向代表性消费者征收的总额税数量。为了使分析更简单，我们也假设$g_t = g$，这样，政府的预算约束就为：

$$\tau_t = g \qquad (7.71)$$

在作了这样的假设之后，我们可以让政府支出以如下这样一种方式进入消费者的效用函数中：

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t w(c_t, g_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t v(g_t) \qquad (7.72)$$

这是一个可分离效用函数。我们仍旧假定政府把自己购买的消费品销毁掉，所以，可以假定$v(g)=0$。这样，代表性消费者的偏好仍旧是一个与（7.1）式相同的偏好：

$$\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t u(c_t)$$

生产技术和人口变动规律仍旧由7.1部分中的（7.2）式和（7.4）式给出：

$$Y_t = F(K_t, N_t)$$

$$N_t = (1+n)^t N_0$$

现在，经济的资源约束条件成为：

$$N_t c_t + K_{t+1} + N_t \tau_t = (1-\delta)K_t + Y_t \qquad (7.73)$$

计划经济下的最优

与在 7.1 部分中一样，在把有关变量转化为人均变量以后，利用帕雷托最优和竞争均衡的等同性，我们可以得到如下这样一个社会计划者的最优化问题：

$$v(k_t)=\max_{c_t,k_{t+1}}\left[u(c_t)+\beta v(k_{t+1})\right] \qquad (7.74)$$

$$s.t.\ c_t+(1+n)k_{t+1}+\tau_t=(1-\delta)k_t+f(k_t) \qquad (7.75)$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{k_t}{(1+\rho)^t}=0 \qquad （7.76）$$

这是一个以 k_t 为状态变量，c_t 和 k_{t+1} 为选择变量的动态规划问题。把约束条件（7.75）式代入目标函数中，我们有：

$$v(k_t) = \max_{k_{t+1}} \{u[f(k_t) + (1-\delta)k_t - (1+n)k_{t+1} - \tau_t] + \beta v(k_{t+1})\} \quad (7.77)$$

利用在 7.1 部分中一样的处理方法，我们能得到相应于该社会计划者最优化问题的一阶条件：

$$-(1+n)u'(c_t) + \beta u'(c_{t+1})[f'(k_{t+1}) + (1-\delta)] = 0 \qquad (7.78)$$

这个一阶条件就是我们熟悉的欧拉方程，现在，我们可以注意到，税收并没有进入欧拉方程中，因而，稳定状态下的人均资本存量仍旧满足与以前一样的条件，即：

$$f'(k^*) = \frac{(1+n)}{\beta} - (1-\delta) \qquad (7.79)$$

也就是说，稳定状态的人均资本存量并不受政府支出的影响。但是，稳定状态下的人均消费，根据预算约束条件，为：

$$c^* = f(k^*) - (n+\delta)k^* - g \qquad （7.80）$$

因此，在长期中，政府支出将按一比一的比例挤出个人消费，但不会对资本积累产生任何负面影响。

二、比例税

基本决策环境

- 就决策环境而言，除了政府征税的方式不同以外，所有环境都与上一部分描述的相同。当然，政府征税方式变了以后，社会资源的约束方程的形式也会发生变化。

现在，我们假设政府按一个比率ω_t对代表性消费者的收入征税，当然，我们仍假设政府的支出是固定的，即$g_t = g$。这样，政府的平衡预算约束条件现在就成为：

$$\omega_t = \frac{g}{(1-\delta)k_t + f(k_t)} \qquad (7.81)$$

特别需要注意的是，不管代表性消费者的收入是多少，实际他（她）需要支付的税收总量是相同的，因为政府支出固定为g。但是，在这里，我们假设代表性消费者并不知道这一点，因而，始终把税率看作给定的。

如果是这样，我们知道分散经济下的竞争均衡结果将与社会计划最优的结果不同了。因为如果是由计划者来做决策，社会计划者知道政府支出是固定的，因而会直接把政府支出g放到自己的预算约束条件中，这样，即便政府征的是比例税，对计划者而言，其效果就与征总额税是一样的了。而在分散经济中，我们假设消费者不知道这一点，因而比例税率就会进入消费者的预算约束条件中（也即消费者会把税率看作外生给定的参数来进行效用最大化的决策），从而对消费者的最优决策产生影响，所以，分散经济下的竞争均衡将与社会计划最优不同。因为计划解与征总额税的情况是一样的，因此，在这里我们重点就研究分散经济下的情况。

分散经济下的最优

在分散化经济中，社会的资源约束条件成为：

$$N_t c_t + K_{t+1} = (1-\omega_t)[w_t N_t + (1+r_t)K_t] \qquad (7.82)$$

与上面一样，在把有关变量转化为人均变量以后，我们可以把消费者的最优化问题以动态规划的形式表述如下：

$$v(k_t) = \max_{c_t, k_{t+1}} \left[u(c_t) + \beta v(k_{t+1})\right] \qquad (7.83)$$

$$s.t. \quad c_t + (1+n)k_{t+1} = (1-\omega_t)[w_t + (1+r_t)k_t] \qquad (7.84)$$

$$\lim_{t\to\infty} \frac{k_t}{\prod_{t=0}^{t=\infty}(1+r_t)} = 0 \qquad （7.85）$$

这是一个以k_t为状态变量，c_t和k_{t+1}为选择变量的动态规划问题。把约束条件(7.84)代入目标函数中，我们有：

$$v(k_t) = \max_{k_{t+1}}\{u[(1-\omega_t)[w_t + (1+r_t)k_t] - (1+n)k_{t+1}] + \beta v(k_{t+1})\} \tag{7.86}$$

对于这样的动态规划问题了，我们现在应该很熟悉了，利用与前面一样的处理方法，我们能很快得到相应于该代表性消费者最优化问题的一阶条件：

$$-(1+n)u'(c_t) + \beta u'(c_{t+1})(1-\omega_{t+1})(1+r_{t+1}) = 0 \tag{7.87}$$

这个一阶条件就是我们熟悉的欧拉方程，现在，我们可以注意到，与征收总额税的情形不一样，在征收比率税时，税收比率出现在欧拉方程中。原因在于对收入征税，减少了资本的私人收益，从而挫伤了代表性消费者积累资本的积极性。

因为政府是向消费者征税，所以，企业的行为不受影响，企业的利润函数为：

$$\pi = F(K_t, N_t) - w_t N_t - (1 + r_t)K_t + (1 - \delta)K_t \qquad (7.88)$$

相应于上述利润最大化的一阶条件分别为：

$$r_t = f'(k_t) - \delta \qquad (7.89)$$

$$w_t = f(k_t) - k_t f'(k_t) \qquad (7.90)$$

现在，代（7.89）式进（7.87）式，我们可以得到一个稳定状态下的人均资本存量所需要满足的条件：

$$f'(k^*) = \frac{(1+n)}{\beta(1-\omega^*)} - (1-\delta) \qquad (7.91)$$

其中，$\omega^* = \dfrac{g}{(1-\delta)k^* + f(k^*)}$。

从上面可以看出，当政府支出增加以后，在长期中，人均资本将减少，从而产出也将减少。

进一步阅读的文献

- Cass, D. 1965. “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation.” *Review of Economic Studies* 32, 233-240.
- Cass, D. 1966. “Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation: A Turnpike Theorem.” *Econometrica* 34, 833-850.
- Koopmans, T. 1965. “On the Concept of Optimal Growth.” in The Econometric Approach to Development Planning, Chicago, RandMcNally.
- Ramsey, F. P. 1928. “A Mathematical Theory of Saving.” *Economic Journal* 38, 543-559.