

Refino de Malha em LBM - Passo a Passo

Luis Fernando Segalla

Abril de 2020

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo estudar os efeitos do refino de malha quando aplicados ao Método de Lattice-Boltzman para problemas de Petrofísica. Para tanto iniciou-se o trabalho com uma revisão bibliográfica em artigos que já aplicavam este conceito, mas não necessariamente na área. Dentro desta revisão optou-se por seguir o método de refino descrito no artigo "A generic, mass conservative local grid refinement technique for lattice-Boltzmann schemes" de Rohde *et. all.*

Algumas partes do artigo não ficaram claras e serão mais comentadas nas sessões a seguir.

2 Motivação

A ideia por trás do refino de malha consiste em refinar apenas uma parte do domínio, permitindo maior resolução na mesma. Enquanto outra parte, de menor interesse, seja mantida com uma malha mais grosseira, com menor resolução. A figura 1 mostra como fica a divisão dos domínios refinado e não refinado.

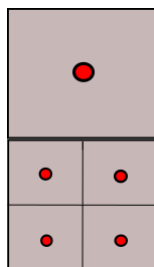


Figure 1: Duas malhas sendo representadas com uma razão de divisão de 2 tanto em X quanto em Y.

O objetivo do refino é permitir que partes do nosso interesse sejam resolvidas com uma resolução melhor, que exige também mais memória e um maior custo

computacional. Enquanto partes de menor interesse, onde as características não mudam muito, por exemplo, possam ser resolvidas de forma mais grosseira exigindo um menor custo computacional.

No fim o que espera-se obter é uma boa resolução e maior precisão da área refinada sem precisar lidar com o custo de refinar todo o domínio.

3 Passos do algoritmo

O artigo usado como base propõe um passo a passo simples para resolver o problema do refino de malha, porém alguns passos estão confusos da maneira que foram apresentados no artigo.

3.1 Passo 1 - Colisão nas duas malhas

Este passo consistem em simplesmente aplicar o processo de colisão tanto na malha grosseira como na malha refinada. Cada malha terá um operador de colisão específico.

3.2 Passo 2 - Explosão

Neste passo irá se realizar uma operação de "explosão", onde a função distribuição na fronteira da malha grosseira será redistribuída para a malha refinada. Essa redistribuição nada mais é que dividir os valores da malha grosseira de por N, sendo N a razão de divisão entre células refinadas e grosseiras.

$$Razão_de_divisão = \frac{Quantidade_de_células_refinadas}{Quantidade_de_células_grosseiras} \quad (1)$$

É importante lembrar que a razão de divisão vale para cada direção, logo, para um problema 2D com razão de divisão 2 será necessário dividir a função de distribuição grosseira por 2 para o eixo X e por 2 para o eixo Y, fazendo com que cada parte célula explodida tenha um quarto da função distribuição da célula original.

3.3 Passo 3 - Propagação na malha grosseira e na malha refinada

Este passo é bem simples, apenas deve-se propagar a malha grosseira e a malha refinada. Porém é preciso lembrar que agora a fronteira que foi explodida no passo anterior faz parte do domínio grosseiro e precisa estar presente no passo de propagação da malha refinada.

3.4 Passo 4 - Colisão e propagação apenas na malha refinada

Este passo é de extrema importância e também onde encontra-se a maior confusão no artigo. Primeiramente é preciso lembrar que as duas malhas estão "em

tempos diferentes”, tudo que acontece em um passo na malha grosseira precisa de mais passos na malha refinada, mais especificamente, para cada passo na malha grosseira precisão um número de passos iguais a razão de divisão na malha refinada.

Dos passos anteriores já ocorreu na malha refinada a colisão e a propagação das partículas, agora é necessário então aplicar as condições de contorno para “finalizar” um passo. Com ele finalizado deve-se repetir o processo Colisão - Propagação - CC na malha refinada por $N-1$ vezes, sendo N a razão de divisão.

3.5 Passo 5 - Aglutinação

Este passo consiste em fazer a soma das direções que vão da malha fina para a grosseira na interface. Deve-se tomar cuidado para que sejam somados os valores correspondentes corretos e das direções corretas.

4 Testes para validação e estudo do erro

Um teste simples que havia sido proposto para tentar entender melhor como o erro irá se comportar na interface consistia em usando um problema 1D criar uma oscilação, com certa frequência. As bordas do problema deveriam ter uma condição de contorno de “Bounce Back”.

Inicialmente iríamos avaliar este problema para a malha completamente grosseira. Em seguida para a malha completamente refinada. Tendo estes dois parâmetros pode-se então usar um domínio com refino de malha, no caso usando ele refinado até metade e grosseiro na outra metade ou então grosseiro no meio e refinado próximo às bordas onde ocorrem as condições de contorno.

Como há uma amostra de como o problema deveria se comportar se totalmente refinado ou totalmente grosseiro qualquer coisa diferente que existir no problema com refino será causada pela interface entre as duas malhas. Uma análise que pode ser interessante é aplicar uma Transformada de Fourier no problema e observar quais frequências a mais aparecem, pois teoricamente deveria haver apenas a frequência da oscilação imposta, qualquer coisa a mais seria gerada por erros numéricos.

5 Considerações

O método proposto pelo Rhode é interessante, é citado com certa frequência na literatura e sua implementação não é muito complicada. As maiores dificuldades encontradas para a realização do mesmo encontram-se em definir bem o domínio e as interfaces entre malhas refinadas e grosseiras, pois pode-se pensar no processo de explosão e aglutinação como condições de contorno que devem ser aplicadas ao fim dos passos nas malhas.