

TD feuille 1 : logique propositionnelle

Information	Valeur
Auteur	Sylvain Lagrue (sylvain.lagrue@utc.fr (mailto:sylvain.lagrue@utc.fr))
Licence	Creative Common CC BY-SA 3.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0)
Version document	1.2.3

Exercice 1

Les formules suivantes sont-elles des tautologies, des contradictions ou sont-elles contingentes ? Le prouver à l'aide de tables de vérité.

1. $(a \rightarrow b) \rightarrow (\neg b \rightarrow \neg a)$
2. $(a \rightarrow b) \rightarrow (\neg a \rightarrow \neg b)$
3. $(a \vee b) \vee c \rightarrow a \vee (b \vee c)$
4. $(\neg a \vee b) \wedge a \rightarrow \neg b$
5. $(a \wedge \neg b) \leftrightarrow a \rightarrow b$

Exercice 2

En supposant que $V_s = \{a, b, c, d\}$, donner le nombre de modèles pour chacune des formules suivantes.

1. $a \wedge b \vee b \wedge c$
2. $a \leftrightarrow b$
3. $a \leftrightarrow (b \leftrightarrow c)$

Exercice 3

Montrer que:

1. $p \vee q, p \vee r, \neg q \vee \neg r \models p$
2. $h, h \rightarrow p \vee q, p \rightarrow c, q \rightarrow c \models c$

Exercice 4

Prouver chacune des assertions suivantes :

1. φ est valide si et seulement si $\top \models \varphi$
2. Pour toute formule propositionnelle φ , on a $\perp \models \varphi$
3. $\varphi \models \psi$ si et seulement si $\varphi \rightarrow \psi$ est valide

Si vous avez fini...

Résoudre le problème des chapeaux.

Deux chapeaux blancs et trois chapeaux noirs sont placés dans une même urne. Trois Daltons tirent chacun un chapeau, se le mettent sur la tête, et s'alignent de sorte que chacun voit le chapeau des personnes devant lui.

On leur pose alors la question suivante : *"de quelle couleur est votre chapeau ?"*

La première dit : *"Je ne sais pas."*

La deuxième : *"Je ne sais pas non plus."*

Et la troisième dit fièrement : *"Moi je sais !!"*

Bluffe-t-il ? Si non, quelle est la couleur de son chapeau ?