

UN NOUVEL INDICE DE SINGULARITÉ

Gautam S. Muralidhar, Alan C. Bovik, et Mia K. Markey

L'Université du Texas à Austin
Austin, TX, USA

RÉSUMÉ

Nous proposons un nouvel indice de rapport pour la détection des singularités de type impulsion dans des signaux de dimensionnalité arbitraire. Nous montrons que le nouvel indice de singularité répond fortement aux singularités qui ressemblent à des impulsions ou à des impulsions lissées en coupe transversale. Par exemple, il répond fortement aux masses curvilignes (crêtes) dans les images, tout en répondant de façon minimale aux singularités semblables à des bords. L'indice de ratio utilise les dérivées directionnelles des gaussiennes, ce qui rend l'indice naturellement évolutif.

Index Terms- Singularités, impulsions, détection de singularités, courbes d'images.

1. INTRODUCTION

La détection des singularités dans les images est un problème largement étudié en vision par ordinateur et en analyse d'images, car les singularités correspondent à des discontinuités de luminance et fournissent des preuves des contours des objets et des limites des surfaces. Deux types de singularités sont souvent rencontrés : 1) les singularités de bord (saut), et 2) les singularités de type impulsion, telles que les crêtes curvilignes dans les images. Les impulsions ou les singularités de type courbe proviennent souvent d'objets curvilignes qui existent à des échelles fines. La localisation des singularités de type courbe est importante dans de nombreuses applications telles que la détection des vaisseaux sanguins et des cancers dans l'anatomie humaine, des filaments dans les images de spécimens biologiques et de l'astronomie. les corps, les routes et les deltas de rivières dans les images satellites [1].

De nombreuses approches ont été proposées pour détecter et localiser les singularités dans les images. L'histoire de la détection des bords, qui remonte à Roberts [2], a été considérablement améliorée par Marr et Hildreth [3] et Canny [4], qui ont utilisé des opérateurs laplaciens et de gradient lissés pour détecter les discontinuités de saut. Mallat et Hwang [5] ont étudié la détection des singularités dans le contexte de la théorie des ondelettes. Ils ont caractérisé la régularité de Lip-Schitz des extrema du

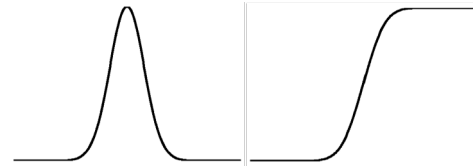


Fig1. Profils 1-D des impulsions (à gauche) et des bords (à droite).

L'approche de Canny pour la détection directionnelle des bords [4], et par un opérateur d'énergie développé par Teager et étudié en détail par Kaiser [8]. Nous montrons analytiquement et expérimentalement que l'indice de singularité répond fortement aux courbes en forme d'impulsion ou de crête dans les images, tout en répondant de façon minimale aux bords.

2. INDICE DE SINGULARITÉ PROPOSÉ

Nous considérons d'abord le nouvel indice de singularité en 1-D. Soient $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ un signal 1-D. Soit $f'(x)$ et $f''(x)$ de- noter les dérivées de premier et second ordre, respectivement. Définissons alors l'indice de rapport

$$\psi[f(x)] = \frac{|f'(x)f''(x)| + C_1}{|f'(x)|^2 + C_2} \quad (1)$$

\in

module de la transformée en ondelettes à travers les échelles et ont montré que l'exposant de Lipschitz pouvait être utilisé pour révéler si le signal variait de façon régulière, ou s'il y avait un bord ou une singularité de type impulsion [5].

où $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$. Il est clair que $\psi[f(x)]$ est une quantité sans dimension. En ignorant les constantes pour un moment, l'indice ψ est conçu pour répondre fortement aux singularités de type impulsion, où la dérivée double est grande, mais pour répondre faiblement aux singularités de type étape, où la dérivée simple est grande. Lorsque la Lindeberg [6] et Steger [7] ont présenté un cadre général d'espace d'échelle pour la détection des bords et des crêtes.

Nous présentons ici un nouvel indice de ratio pour la détection de

les singularités des impulsions dans les images. Le nouvel indice s'inspire des conditions mises en avant par Lindeberg [6] et Steger [7], en

dérivée unique est faible, le dénominateur devrait avoir peu d'effet. Ceci suggère les valeurs nominales $C_1 = 1$ et $C_2 = 1$ bien que d'autres critères tels que le bruit puissent favoriser d'autres choix de ces constantes. Pour simplifier la discussion, nous supposons les valeurs nominales, donc

$$\psi[f(x)] = \frac{|f(x)f'(x)|}{1 + |f(x)|^2} \quad (2)$$

Ensuite, nous étudions la réponse de ψ sur des profils d'impulsion et de bord 1-D.

2.1. Profil d'

Modéliser une impulsion 1-D lissée comme une gaussienne de hauteur K (voir Fig. gauche1.) :

$$f(x) = Ke^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Les dérivées premières et secondes sont :

$$f'(x) = \frac{-Kx}{\sigma^2} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

$$f''(x) = \frac{K}{\sigma^2} \left(\frac{x^2}{\sigma^2} - 1 \right) e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

En substituant (3)-(5) dans (2), on obtient

$$\psi[f(x)] = \frac{1 - \frac{x^2}{\sigma^2}}{1 + \frac{Kx^2}{\sigma^2}} e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \quad (6)$$

A $x = 0$,

$$\psi[f(0)] = \frac{K^2}{\sigma^2} \quad (7)$$

Il est clair que lorsque la hauteur K de l'impulsion augmente, ou que l'échelle σ de l'impulsion diminue, $\psi[f(0)]$ augmente, ce qui est souhaité. L'indice de singularité favorise les phénomènes aigus et de grande amplitude.

impulsions. Dans la limite $\sigma \rightarrow \infty$, ou $x \rightarrow \infty$, $\psi \rightarrow 0$. Ainsi, l'indice disparaît avec l'augmentation de la douceur ou de la distance de l'impulsion. L'indice de singularité répond à la fois aux impulsions positives et négatives, bien que la polarité puisse facilement être conservée. Notez que Lindeberg [6] et Steger

[7] ont proposé, dans leurs travaux sur la détection de crêtes dans l'espace d'échelle, que la dérivée de premier ordre dans la direction de la valeur propre maximale de la matrice hessienne du signal soit égale à 0, tandis que la dérivée de second ordre dans la même direction soit non nulle. L'indice de singularité ψ incarne naturellement ces conditions en liant les dérivées de premier ordre et de second ordre d'une manière simple et élégante pour obtenir une quantité sans dimension.

2.2. Profilé de bord 1-D

Modéliser un profil d'arête 1-D comme une étape $u(x)$ de hauteur $K > 0$

lissée par une gaussienne $g_\sigma(x)$ (voir Fig. droite1.) :

$$K e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

impulsion 1-D En substituant (8)-(10) dans (2), on obtient

$$\psi[f(x)] = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{K^2}{2\pi\sigma^4} |x| e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} dx}{1 + \sqrt{\frac{K}{2\pi}} \frac{e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{\sigma^2}} \quad (11)$$

En $x = 0$, l'indice disparaît :

$$\psi[f(0)] = 0 \quad (12)$$

Dans le voisinage du bord, l'indice décroît avec K , ce qui est souhaité. Enfin, comme $x \rightarrow \infty$, $\psi[f(x)] \rightarrow 0$; dans le cas de l'absence d'autres stimuli, l'indice disparaît à l'écart de la

bord. Notez que Koller *et al.* [1] ont développé un détecteur de lignes qui ne répond qu'aux lignes et non aux bords. Leur méthode combine les réponses aux bords de deux détecteurs voisins décalés de premier ordre. dérivés gaussiens réactionnels.

2.3. Commentaires sur l'indice de singularité 1-D

Nous avons défini l'indice ψ dans (1) comme opérant directement sur le signal f sans lissage supplémentaire ou contrôle d'échelle. Plus de manière générale, définissez un indice de singularité lissée

$$\psi_\sigma[f(x)] = \frac{|g_\sigma * f(x)| |g_\sigma * f'(x)|}{1 + |g_\sigma * f(x)|^2} \quad (13)$$

pour contrôler directement l'échelle. Ici, g_σ est un filtre de lissage tel qu'un gaussien, et g_σ et g_σ sont ses dérivées premières et secondes. Cela permet également de stabiliser les calculs de dérivées et de réduire l'influence du bruit.

L'indice ψ dans (1) avec $C_1 = C_2 = 0$ est étroitement lié à l'opérateur énergétique de Teager-Kaiser $f(x)^2 f'(x) f''(x)$ [8], la différence étant remplacée par un rapport absolu. Dans des travaux antérieurs, nous avons utilisé l'opérateur de Teager-Kaiser dans un but différent - démoduler des signaux AM-FM [9] [10], mais nous avons observé que l'opérateur était également très sensible aux singularités.

2.4. Indice de singularité 2-D

L'indice de singularité (1) est facilement étendu à la 2D. Soit $f(x, y), R^2 \rightarrow R$ be the 2-D image luminance function, ∇^2

$$\text{soit le Laplacien 2-D } \nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

et ∇ le gradient bidimensionnel $\nabla f(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \mathbf{j}$,

$$f(x) = g_o(x) * u(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dt \quad (8)$$

Les dérivées de $f(x)$ sont :

$$f(x) = \frac{K}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (9)$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{-Kx}{2\pi\sigma^3}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (10)$$

Alors l'indice de singularité 2-D est défini

$$\psi[f(x, y)] = \frac{|f(x, y) \nabla f^2(x, y)| + C_1}{|\nabla f(x, y)|^2 + C_2} \quad (14)$$

Nous supposons à nouveau des valeurs nominales pour les constantes, donc

$$\psi[f(x, y)] = \frac{|f(x, y) \nabla f^2(x, y)|}{|\nabla f(x, y)|^2} \quad (15)$$

L'application directe de (15) aux images réelles n'est pas pratique en raison du bruit et des fortes variations de texture. Comme en 1-D,

(15) peut être appliqué après avoir lissé l'image, puis calculé les dérivées partielles ou, en combinant les dérivées avec le filtre de lissage pour produire l'indice mis à l'échelle.

$$\psi_\sigma[f(x, y)] = \frac{|g_\sigma(x, y) * f(x, y)| |\nabla g_\sigma^2(x, y) * f(x, y)|}{1 + \frac{|\nabla g_\sigma(x, y) * f(x, y)|^2}{|\nabla g_\sigma(x, y)|^2}} \quad (16)$$

La sensibilité de l'indice peut être encore améliorée par en adoptant un mécanisme de conception inspiré de Canny [4]. Tout d'abord, on détermine la direction le long de laquelle la dérivée du second ordre de l'image filtrée par un filtre gaussien isotrope atteint un maximum ou un minimum local, ce qui constitue une bonne estimation de la direction orthogonale à une singularité curviligne. Une fois cette direction estimée, évaluez les réponses des filtres gaussiens dérivés dans cette direction et calculez l'indice de rapport comme suit :

$$\psi[f(x, y)] = \frac{|f_{0,\theta,\sigma}(x, y) f_{2,\theta,\sigma}(x, y)|}{1 + |f_{1,\theta,\sigma}(x, y)|^2} \quad (17)$$

Dans (17), $f_{0,\theta,\sigma}(x, y)$, $f_{1,\theta,\sigma}(x, y)$, et $f_{2,\theta,\sigma}(x, y)$ sont les re-

Les réponses aux filtres dérivés gaussiens de zéro, premier et second ordre le long de la direction spécifiée par $\theta(x, y)$ et à une échelle fixe σ . En particulier, $f_{0,\theta,\sigma}(x, y)$ est juste $f(x, y)$ lissée par la fonction gaussienne. La gaussienne et les filtres dérivés utilisés pour calculer (17) ne doivent pas nécessairement être isotropes. Des gaussiennes allongées pourraient être utilisées pour détecter de longues structures curvilignes. Cependant, pour estimer la direction $\theta(x, y)$, nous déployons un filtre gaussien isotrope et exploitons la propriété orientable de la dérivée directionnelle gaussienne de second ordre, comme décrit ci-après.

Freeman et Adelson [11] ont montré que la réponse d'une dérivée directionnelle de second ordre d'une gaussienne isotrope peut être synthétisée comme une combinaison linéaire des réponses des dérivées de second ordre le long de directions régulièrement espacées :

$$f * G_{2,\theta,\sigma} = \frac{1}{3} (1 + \cos(2\theta)) (J_{2,\theta=0,\sigma}) + \frac{1}{3} (1 - \cos(2\theta) + \sqrt{3} \sin(2\theta)) (J_{2,\theta=\pi/3,\sigma}) + \frac{1}{3} (1 - \cos(2\theta) - \sqrt{3} \sin(2\theta)) (J_{2,\theta=2\pi/3,\sigma}) \quad (18)$$

Dans (18), $G_{2,\theta,\sigma}$ est la dérivée de la gaussienne isotrope selon la direction θ à une échelle fixe σ , $\theta = 0, \pi/3, \pi/3$ sont les directions de base, et $J_{2,\theta,\sigma}$ sont les réponses des filtres de base. En élevant au carré la réponse (18) et en la développant, on obtient une série de Fourier dans l'angle θ ne contenant que des termes de fréquence paire. On peut

3. EXPERIMENTS

Dans toutes nos expériences, nous avons fixé l'échelle σ de la gaussienne isotrope utilisée pour trouver la direction $\theta(x, y)$ vers les pixels 2.2, ainsi que les constantes $C_1 = 0$ et $C_2 = 1$. Avant de calculer l'indice de singularité (17), la composante DC locale a été supprimée de chaque pixel en soustrayant la moyenne locale des intensités des pixels.

autour du pixel. La moyenne locale a été calculée à l'aide d'une gaussienne isotrope de surface unitaire et de grande largeur spatiale.

($\sigma = 15$ pixels). Ceci a été fait pour débiaiser localement le signal, en éliminant les réponses asymétriques aux discontinuités. Nous avons ensuite calculé l'indice de singularité (17) en déployant des gaussiennes allongées et leurs dérivées, où le grand axe de la gaussienne était allongé dans la direction normale à $\theta(x, y)$. L'échelle σ de la gaussienne allongée a été fixée à pixels 2.2 et le rapport d'aspect (grand axe sur petit axe) a été fixé à 2:1. Les lobes latéraux dans la réponse à la singularité des filtres dérivés directionnels du second ordre se manifestent comme de faibles artefacts d'anneau.

Pour remédier à ce problème, l'échelle σ à laquelle la réponse de la dérivée directionnelle de second ordre a été calculée a été fixée à la moitié de l'échelle à laquelle la dérivée directionnelle de premier ordre a été calculée.

alors utiliser les termes de plus basse fréquence pour trouver la direction θ le long de laquelle la dérivée directionnelle d'ordre 2 au carré atteint un maximum ou un minimum local [11]. Une fois que cette estimation de θ à chaque (x, y) est obtenue, (17) peut être appliqué pour calculer l'indice de singularité. Cette approche est similaire à la méthode de Canny où l'orientation du gradient est d'abord estimée, puis les réponses non maximales dans la direction du gradient sont supprimées [4].

a été calculée ($\sigma = 2.2$ pixels). Cette méthode permet d'obtenir une réponse plus forte aux impulsions et de mieux supprimer les artefacts de sonnerie déjà faibles.

Les figures 2, 3 et 4 illustrent l'effet de l'application du nouvel indice de singularité défini dans (17) à trois images du monde réel

- une mammographie (avec l'aimable autorisation de l'université Emory, Atlanta, GA, USA), un volcan sur Vénus (NASA, Magellan Project/courtesy of apod.nasa.gov) capturé par le vaisseau spatial Magellan, et le delta du Gange (NASA/courtesy of nasaimages.org) acquis dans le cadre de la collection NASA Human Spaceflight. La première colonne de la première ligne de chacune de ces figures illustre l'image originale, tandis que la deuxième colonne illustre le résultat de l'indice de singularité. La deuxième ligne montre le résultat de l'application de la suppression des non-maxima (NMS) dans la direction spécifiée par $\theta(x, y)$. Ces résultats illustrent clairement une forte réponse de l'indice de singularité aux structures de type impulsif, avec une réponse supprimée aux bords.

4. TRAVAIL FUTUR

Nous avons présenté un nouvel indice de singularité pour analyser les singularités d'impulsion dans les images. Nos analyses et expériences révèlent un comportement prometteur de l'indice pour détecter les structures curvilignes de type impulsion ou crête dans les images. L'indice est facilement modulable en utilisant les dérivées directionnelles des gaussiennes. Nous prévoyons de réaliser une version multi-échelle de l'indice dans le cadre de travaux futurs. Il est également intéressant de noter que la réciproque de l'indice est un opérateur de bord puissant qui rejette les singularités d'impulsion. Nous explorerons également cet indice réciproque dans le cadre de travaux futurs.

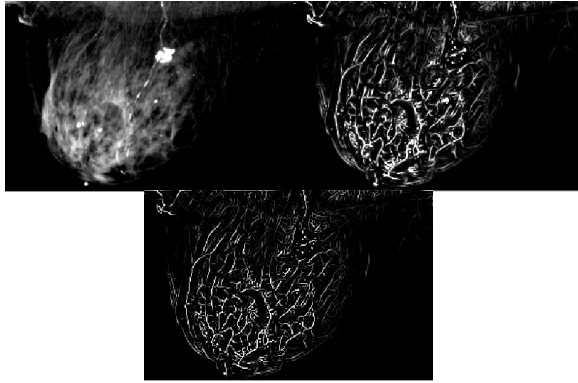


Fig. 2. Résultat de l'application de l'indice de singularité (en haut à droite) défini dans (17) à une mammographie (en haut à gauche). Le résultat du NMS est présenté ci-dessous.

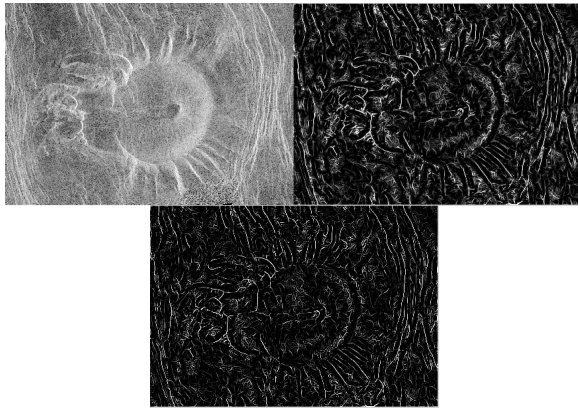


Fig. 3. Résultat de l'application de l'indice de singularité (en haut à droite) défini dans (17) à une image représentant un volcan sur Vénus (en haut à gauche). Le résultat du NMS est présenté ci-dessous.

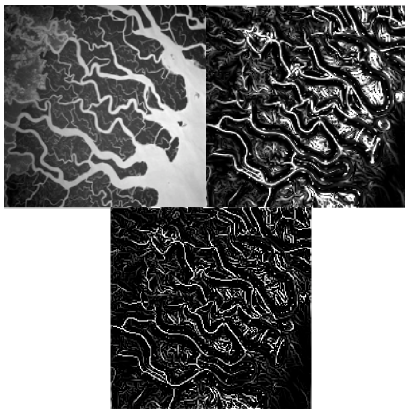


Fig. 4. Résultat de l'application de l'indice de singularité (en haut à droite) défini dans (17) à une image représentant le delta du Gange (en haut à gauche). Le résultat du NMS est présenté ci-dessous.

5. RÉFÉRENCES

- [1] T. M. Koller, G. Gerig, G. Szekely, et D. Dettwiler, "Multiscale detection of curvilinear structures in 2-d and 3-d image data," in *IEEE Intl. Conf. Comput. Vision*. IEEE, pp1995,. 864-869.
- [2] L. G. Roberts, "Machine perception of three-dimensional solids," in *Optical and Electro-Optical Information Processing*. pp1965,. 159-197, MIT Press.
- [3] D. Marr et E Hildreth, "Theory of edge detection," *Proc. R. Soc. Lond. B* 29, vol. 207, no. 1167, pp. 187-217,1980.
- [4] J. Canny, "A computational approach to edge detection," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* vol. 8, no. 6, pp. 679-698, 1986.
- [5] S. Mallat et W. L. Hwang, "Singularity detection and processing with wavelets", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. no38,. pp2,. 617-643, 1992.
- [6] T. Lindeberg, "Edge detection and ridge detection with automatic scale selection," *Intl. J. Comput. Vision*, vol. no30,. pp2,. 117-154, 1998.
- [7] C. Steger, "An unbiased detector of curvilinear structures," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* , vol. no20,. pp2,. 113-125, 1998.
- [8] J. F. Kaiser, "Some useful properties of teager's energy operators," in *IEEE Intl. Conf. Acoust., Speech, and Signal Process.* IEEE, vol1993,. pp3,. 149-152.
- [9] A. C. Bovik, P. Maragos, et T. F. Quatieri, "Am-fm energy detection and separation in noise using multiband energy operators," *IEEE Trans. Signal Process.* , vol. no41,. pp12,. 3245-3265, 1993.
- [10] A. C. Bovik et P. Maragos, "Conditions for positivity of an energy operator," *IEEE Trans. Signal Process.* , vol. no42,. pp2,. 469-471, 1994.
- [11] W. T. Freeman et E. H. Adelson, "The design and use of steerable filters," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* vol. no.13, pp9,. 891-906, 1991.