

Un indice de singularité multi-échelle et orientable

Gautam S. Muralidhar, *membre étudiant, IEEE*, Alan C. Bovik, *Fellow, IEEE*, et Mia K. Markey, *membre senior, IEEE*

Résumé-Nous proposons un nouvel in- dex orientable, à rapports multi-échelles, pour détecter les singularités impulsionnelles dans des signaux de dimensionnalité arbitraire. Par exemple, il répond fortement aux masses curvilignes (crêtes) dans les images, mais peu aux discontinuités de pas. L'indice de rapport utilise les dérivées directionnelles des gaussiennes, ce qui le rend naturellement orientable et évolutif. Des expériences sur des images réelles démontrent l'efficacité de l'indice pour détecter des structures curvilignes multi-échelles. Une version logicielle de l'in- dex peut être téléchargée à l'adresse suivante : http://live.ece.utexas.edu/research/

Index Terms-Singularités, impulsions, détection de singularités, structures curvilignes.

I. INTRODUCTION

La détection des singularités est importante pour trouver des structures fines et denses dans des signaux à une ou plusieurs dimensions. Par exemple, la localisation de singularités de type courbe dans des images est importante dans des applications telles que la détection de vaisseaux sanguins et de cancers, de filaments dans des images de spécimens biologiques, de routes et de deltas de rivières dans des images satellites [1].

De nombreuses approches ont été proposées pour détecter et localiser les singularités des impulsions (masses). Mallat et Hwang [2] ont abordé la détection des singularités en caractérisant la régularité de Lipschitz des extrêmes de module de la transformée en ondelettes de l'image à travers les échelles et ont montré que l'exposant de Lipschitz révèle où une

le signal varie de façon régulière, et où il y a des bords, ou des singularités d'impulsion. Lindeberg [3], [4] et Steger [5] ont présenté une méthode d'analyse de la qualité du signal, cadre général d'espace d'échelle pour la détection des bords et des crètes

en images. Nous avons développé un nouvel indice de ratio pour la détection de

singularités impulsionnelles dans des signaux de dimension arbitraire. Il s'inspire des conditions mises en avant par Lindeberg [3], [4] et Steger [5], de l'approche de Canny pour la détection des bords [6], et d'un opérateur d'énergie développé par Teager et Kaiser [7]. L'indice utilise des dérivées directionnelles orientables de gaussiennes, ce qui donne un cadre multi-échelle efficace sur le plan informatique. Nous montrons analytiquement et expérimentalement que l'indice réagit fortement aux courbes en forme d'impulsion ou de crête dans les images, et peu aux



Fig. 1. Profils 1-D d'impulsion (gauche) et de bord (droite).

où C R. \in L'indice ψ répond fortement aux singularités d'impulsion, où la dérivée double est grande, mais faiblement aux singularités de pas, où la dérivée simple est grande. Lorsque la dérivée unique est petite, le dénominateur a peu d'effet, ce qui suggère la valeur nominale C=1, bien que d'autres critères tels que le bruit puissent favoriser d'autres choix. Pour simplifier,

Supposons que $(\phi f)(x) = |f(x)f^{II}(x)|$.

Pour assurer l'invariance du décalage local du courant continu, la fonction f(x) est localement débiaisée avant de calculer (ϕf)(x). Ceci est réalisé en soustrayant partout la moyenne locale calculée à l'aide d'une fonction

un filtre gaussien de grande taille et de surface unitaire. L'échelle λ de cette gaussienne peut être choisie comme suit : considérons une impulsion lissée de

hauteur K et échelle $w: f(x) = Ke^{\frac{-x}{2\omega x}}$ (Fig. gauche1,). Le site Le signal localement débiaisé est $f^{\hat{}}(x) = f(x) - g_{\lambda}(x) * f(x)$

$$Ke^{\frac{-x^2}{2wKw^2\sqrt{\lambda+w^{22}}}}e^{\frac{-x^2}{2(\lambda+w^{22})}}$$
. En $x=0, f(0)=K$, et $\hat{f}(0)=K$, $-\sqrt{\frac{Kw}{\lambda+w^{22}}}$. En choisissant λ de telle sorte $\int_{0}^{\infty} \frac{1}{\lambda+w^{22}}e^{\frac{-x^2}{2(\lambda+w^{22})}}$. En $x=0, f(0)=K$, et $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ et $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ et $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ et $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ et $\hat{f}(0)=K$ et $\hat{f}(0)=K$ où $\hat{f}(0)=K$ et $\hat{f}(0$

Des valeurs raisonnables de w=1.5 et =0 . 2 donnent λ .734 Nous analysons ensuite le comportement de l'indice sur les profils d'impulsion et de bord 1-D.

A. Profil d'impulsion 1-D

II. PROPOSED SINGULARITY INDEX IN 1-D

Nous définissons d'abord le nouvel indice de singularité en tiple diffensions par la suite. Soit f(x), $x \in R$, et f(x) et f(x) désignent les dérivées du premier et du second ordre, respectivement.

Définissez ensuite l'indice de rapport sans dimension

$$(\psi f)(x) = \frac{|f(x)f(x)|}{C + |f(x)|^2}$$
 (1)

Les auteurs travaillent à l'Université du Texas à Austin, Texas, États-Unis. Courriel : gautam.s.muralidhar@gmail.com Modéliser une impulsion 1-D lissée comme précédemment par une gaussienne de

hauteur K > 0 et échelle w (voir figure 1, à gauche) : $f(\bar{x})^2 = Ke^{2w^2}$. L'indice s'évalue alors à

$$(\psi f)(x) = \frac{\frac{K^2 x - x^2}{\overline{w}wz^2} - \frac{2}{1}e^{w^2}}{1 + \frac{K^2}{\overline{w}^4}x e^{\frac{x^2}{2}}}.$$
 (2)

En x = 0, $(\phi f)(0) = K^2$. Lorsque $K \uparrow$, ou $\psi \downarrow$, $(\psi f)(0) \uparrow$. L'indice de singularite favorise les impulsions fortes. Comme wor χ

B. Profilé de bord 1-D

Modéliser un profil d'arête 1-D comme une étape u(x) de hauteur K > 0

lissée par une gaussienne $g_w(x)$ (voir figure de droite1,):

$$f(x) = Ku(x) * g_w(x) = \mathop{K}_{w} \Phi, (3)$$

où $\Phi^{x} = \sqrt[x]{e} - t^{2} dt_{\pi}$ Da \overline{t} is ce \overline{c} as, la singularité L'indice est évalué

$$(\phi f)(x) = \frac{\frac{K^{2}}{2\pi w_{4}} | x e-tx dt e^{-x^{2}_{2}}}{1 + \sqrt{K} \frac{2}{2\pi w}} e^{-x^{2}_{2}}}{1 + \frac{\sqrt{K}}{2\pi w}}. (4)$$

En x = 0, l'indice disparaît : $(\phi f)(0) = 0$, et près du bord, l'indice décroît avec K.

C. Réponse du lobe latéral

Lemme 1 : Pour une impulsion dont le profil de la section transversale est un

gaussienne, la réponse du pic des lobes latéraux (ϕ f)_s de la singularité

L'indice est limité par 1.

Preuve: Remarquez d'abord que dans (2), $(\phi f)(w) = 0$. Les lobes latéraux se produisent |A| > w. Soit $A = K^2$ et $y = x^2$. En les substituant dans $(2)_{x \neq y_1}$ obtient : $(\phi f)(y) = A|y^{-1}|e^{-y}$

Cas 1:
$$y - 1 > \Rightarrow 0$$
 (ψf)(y) = $\frac{A(y-1)e^{-y}}{-y1+Aye}$

Si l'on différencie ψ par rapport à y et que l'on met en équation, on obtient() $(y - 2)e^y =$

A, dont la solution est l'emplacement de la réponse maximale des lobes latéraux. En substituant A à ψ , on obtient le pic de

lepenlatéraux suivanê
$$x \le \frac{y^{-2}w}{2}$$
 | | $y^{-2}w$ | | $y^{-2}w$ | y^{-

Cas 2: $y - < 1 \Rightarrow (0 \ \phi \ f)(y) = A(1-y)e^{-y}$

En différenciant ψ par rapport à y et en l'égalisant à nouveau(), on obtient $(y \ 2)e^y = A$. En suivant un raisonnement similaire (inversé), on trouve $(\phi f)_s$ 1.

D'après le *lemme 1*, $(\phi f)_s$ est limité par 1 et ne dépend pas de la hauteur d'impulsion K. Par comparaison, l'impulsion simple Le détecteur f(x) a un pic de réponse en lobes latéraux à w^2

 \pm 3w, qui augmente linéairement avec K pour une échelle

L'indice de singularité produit un petit, mais indésirable... la réponse des lobes latéraux aux bords. Réécrivez (4) sous la forme $(\phi f)(z) =$

$$\frac{\frac{K^{2}}{2\pi} \Phi(z) \Phi^{I}(z)}{1 + 0 \Phi^{2/2}(z)} \circ \dot{\mathbf{u}} z = \dot{x} \Phi(z) = \frac{\sqrt{\mathbf{e}^{-z^{2}}}}{2} \quad \text{et } \Phi(z) = \frac{\sqrt{\mathbf{e}^{-z^{2}}}}{2}$$

 $-\infty$ $\varphi(t)$ dt sont la densité de probabilité normale standard et fonctions de distribution cumulative, respectivement. En

 $(\phi f)(z)$ par rapport à z et en l'égalisant, on obtient() une

substitution de $\Phi(\mathbf{z}),$ qui, lorsqu'il est utilisé dans (ϕ f)(z), donne la réponse du lobe latéral du bord de crête (ψ f) =z φ

 $K^{222}(z)$ Contrairement à la réponse du lobe latéral de l'impulsion, la réponse du lobe latéral de l'impulsion, la réponse du lobe latéral du bord n'est pas

 $aw(x)^2$. La valeur optimale de a est alors prise comme suit $a = \underset{\sim}{\operatorname{argmax}} P(a) = \underset{\sim}{\overset{\sim}{\operatorname{2}_{0}}}, \overset{\sim}{\operatorname{où}} x_{0} \text{ est l'emplacement où }$

le numérateur ff est maximisé en réponse au bord du pas. La solution numérique donne $x = 1.2554 \text{ } w \text{ et } a^* = 1.7754...$ Des simulations approfondies utilisant a = 1,7754 suggèrent que la réponse maximale du bord du lobe latéral de l'indice de singularité calculée avec

The the separate white the most par P at $x = \pm w$, qui (x is the separate par par at $x = \pm w$, qui (x is the separate par par at $x = \pm w$) augmente linéairement pour une échelle fixe w.

D. Indice de singularité généralisé

Il est possible de contrôler l'échelle de l'indice de singularité en lissant d'abord le signal :

$$(\phi f)(x,\sigma) = \frac{|g_{\sigma} * f(x)||g_{\sigma} * f(x)|}{1 + |g_{\sigma} *_{*} f(x)|^{2}},$$
 (6)

où, g est un filtre de lissage tel qu'une gaussienne à surface

$$g_{\sigma}(x) = \frac{12}{\pi\sigma} e^{\frac{2}{\sqrt{2}}}$$
. La première dérivée de la valeur lissée

est calculé à une échelle $a\sigma$ pour atténuer le côté du bordles réponses des lobes. L'utilisation de filtres gaussiens stabilise les calculs de dérivées et réduit le bruit. Le concept de l'indice (6) peut être généralisé pour détecter d'autres types de discontinuités comme les bords. L'indice d'ordre kth

$$(\phi f^{k})(x, \sigma) = \frac{|g^{k-1} * f(x)||g_{\sigma}^{k+1} * f(x)|}{1 + |g_{\sigma}^{k} * f(x)|^{2}}$$
(7)

comprend (6) comme un cas particulier (k = 1). Les valeurs entières impaires de k donnent des détecteurs d'impulsions, tandis que les valeurs entières paires de k donnent des détecteurs de bords.

E. Analyse multi-échelle

L'indice de singularité lissé (6) est facilement exploité pour détecter les impulsions à plusieurs échelles. Considérons une impulsion gaussienne lissée de hauteur K > 0 et

wischelle (cs)-à-diffe
$$2wf^2$$
 . Alors est (\underline{x}) $\underline{*}\underline{g}\underline{\sigma}(x)$

également gaussien : $f(x) * \sqrt{\frac{\sigma + w^{22}}{\sqrt{Kw}}} e^{2(\sigma + w^{22})}$. Sim $g_{\sigma}(x) =$

 $g_{\sigma(x)} =$ De même, on peut montrer que la dérivée première response est $(f(x) * g_{a\sigma}(x)) = \frac{-\text{Kwxe}_{2((a\sigma)^{2}+w^{2})}}{((a\sigma)^{2}+w^{2})^{3/2}}$

et la réponse de la dérivée se cond est $(f(x) * g_o(x)) =$

$$\frac{E}{(\sigma + w^{22})^{3/2}} = \frac{xe^{2} \frac{2}{2(\sigma + w^{22})}}{(w + \sigma^{22})} + e \qquad \text{Ensui} \quad (\phi \text{ f})(0, \sigma)$$

$$\frac{E}{(\sigma + w^{22})^{3/2}} = \frac{E}{(\sigma + w^{22})} = \frac{E}{(\sigma + w^{22})}$$

limitée par 1 et dépend de K pour une échelle fixe w. Cependant, la réponse du bord de pic des lobes latéraux peut être sensiblement atténuée comme décrit ci-après.

Pour une certaine constante $a \in \mathbb{R}$, calculer la dérivée sponse à l'aide d'une échelle aw de sorte que l'indice de singularité devienne

$$(\phi f)(x) = \frac{|f(x)f(x)|}{1 + |fa(x)|^2}.$$
 (5

Pour choisir a, on considère le modèle de bord (3), où maintenant

$$f_a(x) = \frac{K}{aw \varphi} \left(\frac{x}{aw}\right) = \frac{K - x}{\sqrt{\tan w}} e^{\frac{2}{2}aw^2}$$
, et définissez $P(a) = \frac{K}{aw \varphi} \left(\frac{x}{aw}\right) = \frac{$

Considérons maintenant l'indice normalisé par l'échelle $(\phi | \text{Inorm})(X, \sigma) =$ $\sigma^{2\gamma}(\phi f)(x, \sigma)$, où γR . L'andice normalisé en fonction de l'échelle est motivé par la méthodologie de sélection de l'espace d'échelle basée sur les critères suivants sur les extrema locaux sur les échelles des dérivées γnormalisées qui a été proposé par Lindeberg dans [4]. Alors $(\phi f_{norm})(0, \sigma)$ est

maximisé lorsque σ

Par conséquent, l'indice nouve à la valeur l'indice nouve à l'échelle (ψ f_{norm})(x, σ) = σ^2 (ψ f)(x, σ) atteint th maximum d'espace d'échelle à $\sigma = w$. En substituant ceci dans l'indice normalisé à l'échelle donne $(\phi f)(0, w) = K$ une constante indépendante de w.

Ainsi, l'indice de singularité normalisé à l'échelle est invariant à l'échelle.

Il est intéressant de comparer l'indice normalisé à l'échelle à la valeur propre maximale γ -normalisée de Linde-Berg de la mesure de force de la crête hessienne, γ -norm ML, définie dans l'équation (46) dans [3].

pour une impulsion gaussienne lissée $f(x) = Ke^{2w^2}$. Comme montré dans [3], pour que l'échelle maximisante soit égale à la largeur de l'impulsion, $\gamma = 3$ /4. En substituant cela dans γ -normML, on obtient une réponse de $K\sqrt{\lambda}$ à l'origine, qui n'est pas invariante en échelle.

III. INDICE DE SINGULARITÉ PROPOSÉ EN 2-D

L'indice de singularité lissé (6) est facilement étendu pour déceler les masses curvilignes en 2D. En 2-D, les masses curvilignes sont caractérisées par une orientation dominante. Par conséquent, la sensibilité de l'indice peut être améliorée en adoptant un mécanisme de conception inspiré de Canny pour la détection des bords [6]. Tout d'abord, déterminez la direction θ à chaque pixel le long de laquelle la dérivée seconde de l'image filtrée gaussienne atteint un extremum local, qui est une bonne estimation de la direction orthogonale à une masse curviligne. Une fois cette direction estimée, évaluez les réponses des filtres de dérivée gaussienne le long de cette direction et calculez l'indice de rapport comme suit :

$$(\psi f)(x, y, \sigma) = \frac{|f_{0,\theta,\sigma}(x, y)f_{2,\theta,\sigma}(x, y)|}{1 + |f_{1,\theta,\alpha\sigma}(x, y)|^2}$$
(8)

Dans $_{0,\theta,\sigma}(x,y), f_{1,\theta,a\sigma}(x,y),$ et $f_{2,\theta,\sigma}(x,y)$ sont les (8),f

réponses aux filtres dérivés gaussiens de zéro, premier et second ordre le long de la direction spécifiée par $\theta(x, y)$ et à l'échelle σ Pour estimer $\theta(x, y)$, déployez un filtre gaussien isotrope et exploitez la propriété orientable des dérivées gaussiennes directionnelles comme décrit dans [8].

A. Réalisation multi-échelle

Comme dans le cas 1-D, l'utilisation des dérivées gaussiennes permet une extension facile de l'indice de singularité (8) pour détecter les masses curvilignes à plusieurs échelles. Nous utilisons une approche discrète, de grossier à fin, où (8) est calculé dans l'ordre décroissant de l'échelle σ . La sélection automatique de l'échelle est réalisée en sélectionnant l'échelle qui donne la plus grande valeur d'indice normalisé à l'échelle.

IV. EXPÉRIENCES ET RÉSULTATS

Dans toutes nos expériences, nous avons calculé l'indice de singularité normalisé en fonction de l'échelle, c'est-à-dire $\sigma^2(\psi f)(x, y, \sigma)$. Nous avons fixé l'échelle la plus basse σ de la gaussienne isotrope à 1,5 pixels, et la constante a=1.7754.. Chaque échelle plus grossière suivante était plus grande que l'échelle plus fine précédente par un facteur de 2. Le nombre d'échelles a été fixé à 6. Avant de calculer l'indice de singularité (8), l'image a eté localement débarrassée de sa moyenne à l'aide d'un grand volume unitaire.

L'indice de dérivée seconde normalisé par échelle a été calculé en utilisant le même ensemble d'échelles que l'indice de singularité, tandis que la mesure $_{v-norm}AL$ de Lindeberg [3] a été calculée en utilisant le même ensemble d'échelles que l'indice de singularité et également avec des échelles50 plus exhaustives (fournies comme paramètre par défaut dans l'implémentation [9]). En outre, l'implémentation fournie par [9] applique une transformation de racine carrée \grave{a}_{v-norm} AL pour produire une mesure de saillance de contour dont la dimensionnalité est la même que $\sigma f^{1.5}_{2,\theta,\sigma}(x, y)$. Aucune transformation de ce type n'est appliquée à l'indice de singularité puisqu'il est sans dimension en supposant que la constante du dénominateur a une dimension intensité/longueur²².

La figure illustre2 les résultats de l'indice de singularité aux lignes 2 et 3, de la mesure de la dérivée seconde normalisée à l'échelle aux lignes 4 et 5, et de la mesure y-normAL de Lindeberg (après transformation de la racine carrée) aux lignes 6 et 7 sur quatre images contenant des structures curvilignes : une image aérienne (avec l'aimable autorisation de l'Université de Californie du Sud) en colonne 1, le delta du Gange (NASA, avec l'aimable autorisation de nasaimages.org) acquise dans le cadre de la collection NASA Human Spaceflight, dans la colonne 2, un 2,volcan sur Vénus (NASA, avec l'aimable autorisation de apod.nasa.gov) capturé dans la colonne 3.

par le vaisseau spatial Magellan en colonne et3, une image de pin

troncs d'arbres dans la colonne Chaque 4. résultat illustre le nombre maximal de troncs d'arbres dans la colonne.

calculée à travers toutes les échelles à chaque emplacement de pixel

Les résultats dans les rangées et3,5,6 sont7 obtenus après avoir appliqué

gaussienne isotrope avec λ w pixels $\frac{1-2}{2}$, où = 0.2, et w était la plus grande échelle. À des fins de comparaison, nous montrons également les résultats obtenus en utilisant l'indice de la dérivée seconde normalisée à l'échelle, c'est-à-dire of $^{1.5}_{2,\theta,\sigma}(x,y)$, et le carré de Lindeberg de la mesure de la force de la crête de la différence des valeurs propres normalisée à l'échelle γ (γ -norm ΔL en

équation (51) dans [3]). Pour $_{\gamma-norm}AL$, nous avons utilisé une implémentation de Kokkinos *et al* [9]. Il faut noter que $\sigma f^{1.5}_{2,\theta,\sigma}(x, y)$ correspond exactement à la mesure de la force de la crête $_{\gamma-norm}ML$ définie par Lindeberg dans l'équation (46) de [3].

suppression des non-maxima (NMS) le long de l'orientation dominante à chaque pixel après le calcul de la réponse maximale sur toutes les échelles. Pour $\sigma^2(\phi f)(x, y, \sigma)$ et $\sigma f^{1.5} _{2,\theta,\sigma}(x, y)$, nous utilisons la dirigeabilité des dérivées gaussiennes pour estimer l'orientation dominante $\theta(x, y)$, tandis que pour γ -norm ΔL , [9] utilise les directions propres de la matrice hessienne de la fonction de luminosité pour estimer $\theta(x, y)$.

Les résultats de la figure illustrent2 une forte réponse de la part du

l'indice de singularité proposé aux structures de type impulsionnel, avec une réponse supprimée aux bords. L'indice dérivé second normalisé (lignes 4 et 5) produit une réponse significative aux bords, comme l'a également noté Lindeberg [3]. La mesure de la force de l'arête v-normAL de Lindeberg (lignes 6 et 7) produit une meilleure réponse que l'indice dérivé second normalisé, mais ne permet pas de détecter les impulsions à échelle fine et ne présente pas la continuité du contour produite par le nouvel indice de singularité (lignes et 23). Un ensemble plus large de résultats sur un total de 18 images haute résolution peut être téléchargé l'adresse suivante à http://live.ece.utexas.edu/research/ SingularityIndex/SingularityIndex.zip.

V. CONCLUSION AND FUTURE WORK

Nous avons présenté un nouvel indice de singularité multiéchelle orientable pour analyser les singularités d'impulsion dans les images. Nos analyses et expériences révèlent un comportement prometteur de l'indice pour détecter les structures curvilignes de type impulsion ou crête dans les images. L'indice est évolutif et efficace grâce aux dérivées directionnelles orientables des gaussiennes isotropes. Nous explorerons l'indice dans (7) pour la détection de discontinuités généralisées dans des travaux futurs.

ACCUSÉ DE RÉCEPTION

Ce travail a été soutenu par la subvention de la NSF sous le numéro IIS- Nous1116656. tenons à remercier le réviseur pour ses commentaires 1 perspicaces.

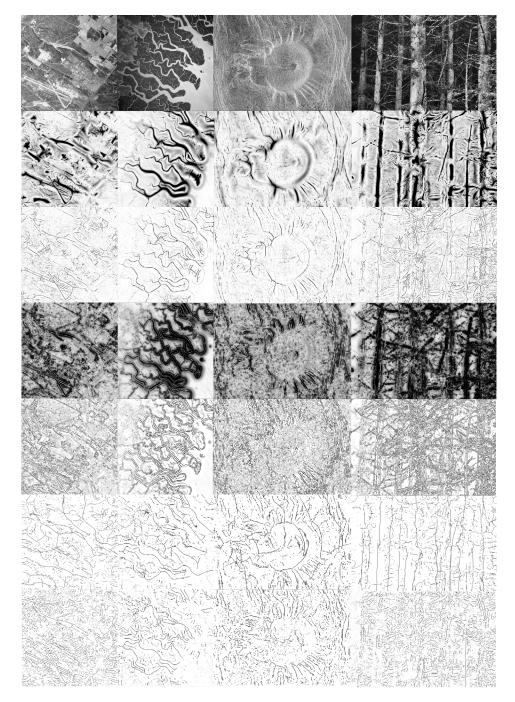


Fig. 1 : Images originales ; rangée 2. 2 : résultat de l'indice de singularité normalisé ; rangée 3 : NMS sur le résultat de l'indice de singularité ; rangée 4 : indice de dérivée seconde normalisé ; rangée 5 : NMS sur l'indice de dérivée seconde ; rangée 6 : mesure de la force des crêtes $A_{\gamma norm}$ L de Lindeberg en utilisant des échelles 50 ; et rangée 7 : mesure de la force des crêtes $A_{\gamma norm}$ L de Lindeberg en utilisant des échelles 6.

des commentaires sur notre manuscrit.

RÉFÉRENCES

- [1] T. M. Koller, G. Gerig, G. Szekely, et D. Dettwiler, "Multiscale detection of curvilinear structures in 2-d and 3-d image data," in *IEEE Intl. Conf. Comput. Vision*. IEEE, pp1995, 864-869.
- [2] S. Mallat et W. L. Hwang, "Singularity detection and processing with wavelets", *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. no38, pp2, 617-643, 1992.
- [3] T. Lindeberg, "Edge detection and ridge detection with automatic scale selection," *Intl. J. Comput. Vision*, vol. no30, pp2, 117-154, 1998.
- [4] --, "Feature detection with automatic scale selection," *Intl. J. Comput. Vision*, vol. no30, pp2, 77-116, 1998.

- [5] C. Steger, "An unbiased detector of curvilinear structures," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* vol. no.20, pp2, 113-125, 1998.
- [6] J. Canny, "A computational approach to edge detection," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. no.8, pp6, 679-698, 1986.
- [7] J. F. Kaiser, "Some useful properties of teager's energy operators," in IEEE Intl. Conf. Acoust, Speech, and Signal Process. vol. 3, IEEE, pp1993, 149-152.
- [8] W. T. Freeman et E. H. Adelson, "The design and use of steerable filters," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* vol. 13, no. 9, pp. 891906, à 894. 1991.
- [9] I. Kokkinos, P. Maragos, and A. Yuille, "Bottom-up and top-down object detection using primal sketch features and graphical models," in *IEEE Conf. Comput. Vision and Pattern Recog.* IEEE, pp2006, 1893-1900.