TP2 "MODÉLISER L'ALÉA" SIMULATION DE FILES D'ATTENTE

Clément Riu - Louis Trezzini

29 mai 2017

Question 1.

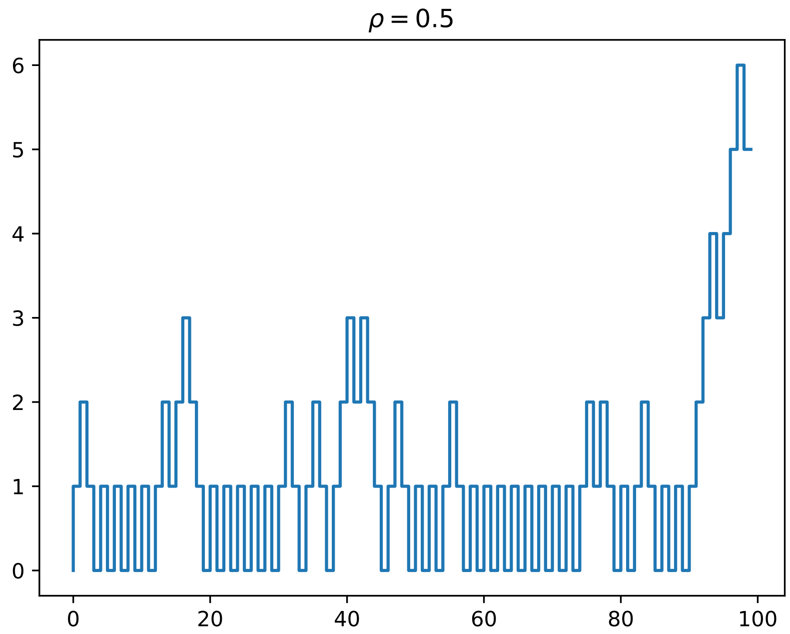

FIGURE 1 – $\mathbf{X}_t$ en fonction du temps.

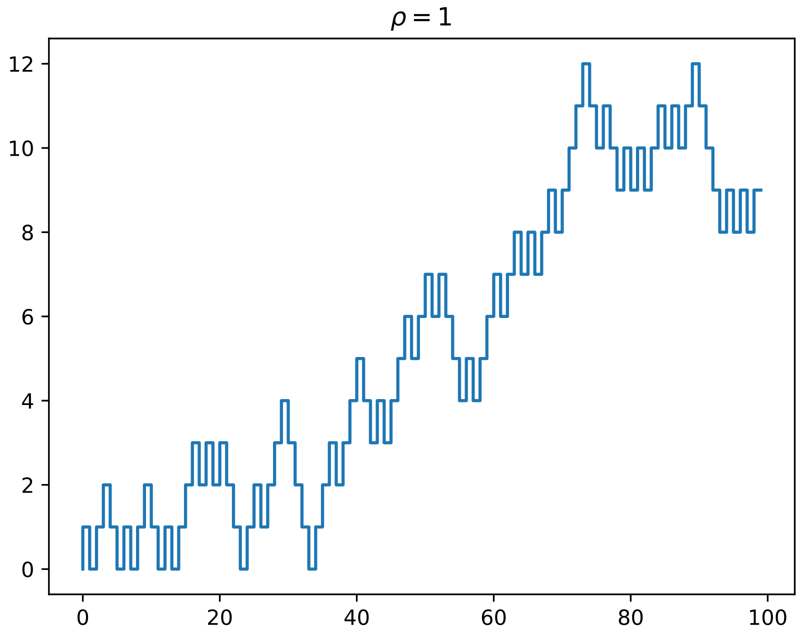

FIGURE 2 – $\mathbf{X}_t$ en fonction du temps.

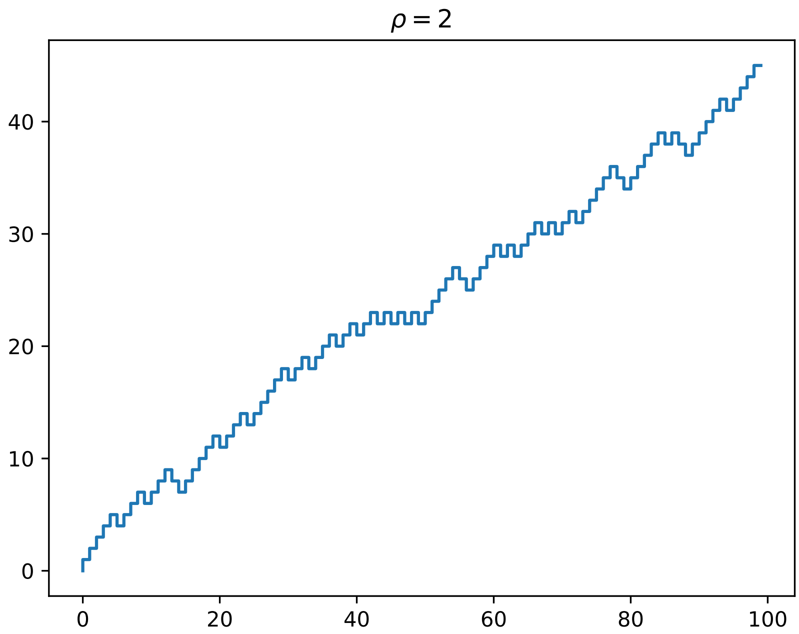

FIGURE 3 – $\mathbf{X}_t$ en fonction du temps.

Comme on peut s'y attendre, lorsque l'espérance des départs est supérieure à l'espérance des arrivées, la quantité de personne en attente stagne dans de petites valeurs. Lorsque ρ vaut 1, le résultat est irrégulier, avec des croissances et décroissances du nombre de personnes arrivant. Le nombre de personne en attente varie plus qu'avant mais reste faible. À l'inverse, lorsque $\rho > 1$, le nombre de personne en attente croit relativement vite.

Question 2. Calculons la moyenne et l'écart type théorique :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X_t) &= \frac{\rho}{1-\rho} \\ \mathrm{var}(X_t) &= \frac{\rho}{(1-\rho)^2}\end{aligned}$$

Dans notre cas on a $\rho = 0.5$:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X_t) &= 1 \\ \mathrm{var}(X_t) &= 2\end{aligned}$$

On utilise deux méthodes différentes pour calculer la moyenne et la variance expérimentalement.

Première méthode, on se place en régime stationnaire (donc en t grand) et on simule plusieurs fois la trajectoire. On applique alors la loi des grands nombre. Nos résultats sont alors :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X_t) &= 1.641 \\ \mathrm{var}(X_t) &= 1.672\end{aligned}$$

Deuxième méthode, on simule une longue trajectoire et par le théorème ergodique on applique les résultats du théorème 1 :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X_t) &= 1.3792 \\ \mathrm{var}(X_t) &= 1.6754\end{aligned}$$

Même si les ordres de grandeur sont bons, il y a une imprécision sur les résultats due à la discrétisation du temps continue.

Question 3. En utilisant le théorème ergodique, on modélise la distribution de $\mathbf{X}_t$ via la distribution invariante. On a alors :

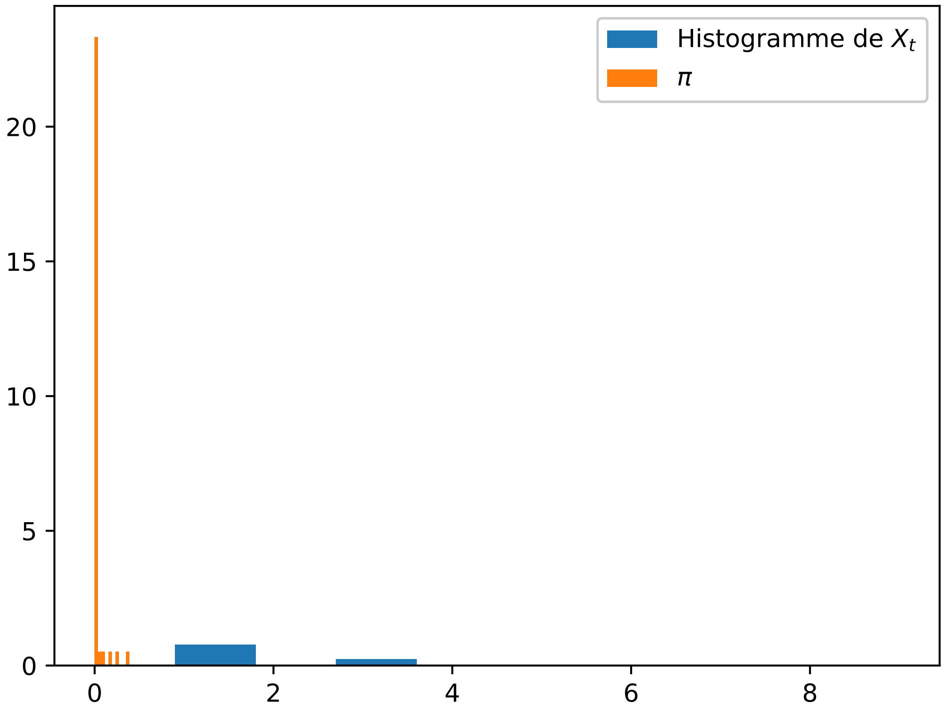

FIGURE 4 – Distribution en régime stationnaire.