Departamento de Matemática Aplicada

Facultade de Matemáticas
Campus Vida
Rúa Lope Gómez de Marzoa s/n
15782 Santiago de Compostela

Análise Numérica Matricial– Curso 2022-23
Práctica 6: Método de eliminación de Householder.
Enunciado

1 Programas do método de eliminación de Householder

1).- *(Opcional)* Seguindo o mesmo esquema que para o método de eliminación de Gauss queremos implementar agora o **método de eliminación de Householder** para un sistema lineal $Au = b$. O programa aproveitarase para calcular tamén o **determinante** da matriz A. O esquema de traballo é o seguinte:

(i) Escribir a subrutina `househ(n,a,b,u,deter)` do **proceso de eliminación de Householder** que, en $n-1$ etapas, permite transformar o sistema de partida noutro equivalente con matriz triangular superior R; a subrutina debe calcular o determinante da matriz de coeficientes.

(ii) Escribir un programa principal `househ_ppal` para lectura de datos da matriz e do segundo membro, facer o proceso de eliminación chamando á subroutine `househ`, resolver o sistema triangular superior equivalente chamando á subroutine `sistu`, comprobar o resultado calculando o residuo coa subrutina `residuo` e a súa norma euclídea.

(iii) Verifica o bo funcionamento dos programas escritos con distintos exemplos de sistemas lineais de solución coñecida.

2).- Tomando como matriz `A=[10 1 2 3 4 5;-1 -2 -3 -4 -5 -6; 2 3 4 5 6 7; -3 -4 -5 -6 -7 0; 4 5 6 7 0 1; -5 -6 -7 0 -1 -2]` e o segundo membro `b=[13; -6; 9; -12; 15; -18]` utilizar os comandos de Matlab seguintes para calcular a factorización $A = QR$ e resolver o sistema lineal $Au = b$: `[Q,R] = qr(A)`, `u=R\(Q'*b)` ou ben `X=qr(A)`, `R=triu(X)`, `u=R\(R'\(A'*b))`. Comparar cos resultados que da o teu programa do exercicio anterior.

2 Exercicios sobre o método de eliminación de Householder

1).- Resolve o S.E.L. seguinte polo método de eliminación de Householder e intenta calcular a factorización $A = QR$.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 7 & 1 \end{pmatrix} u = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}. \text{ Solución: } u = (2, 0, -1)^T.$$

2).- *(Opcional)* Realiza a terceira etapa do **método de Householder** sobre a matriz:

$$A^{(3)} = \begin{pmatrix} 8 & 5 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 7 & 3 & 2 & 9 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

sen calcular explicitamente a matriz de Householder H_3.

Se $H(v) \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{R})$ é a matriz de Householder que efectúa a eliminación sobre a submatriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

e se considera a matrizH_3 :

$$H_3 = \left(\begin{array}{c|c} I_{2\times 2} & 0_{2\times 3} \\ \hline 0_{3\times 2} & H(v) \end{array}\right),$$

entón:

(a) Proba que $H_3 A^{(3)} = A^{(4)}$, sendo $A^{(4)}$ a matriz da cuarta etapa do método de Householder.

(b) Obtén un vector unitario $\tilde{v} \in \mathbb{R}^5$ para o cal $H_3 = H(\tilde{v})$.