

Projet Outil Informatique R

1. Introduction

Le but de ce travail est de modéliser un produit d'épargne en euro classique ou multisupport(euro et UC). Dans le cadre de Solvabilité II, on projetera le compte de résultat pour calculer le Best Estimate (BE).

Cette note a pour but de vous guider en particulier sur la modélisation du « passif » en assurance, plusieurs simplifications ont été faites dans le but de faciliter le travail et votre compréhension. Il ne reflète donc pas parfaitement la réalité en modélisation ALM mais permet d'avoir une idée de ce qui est fait en réalité.

Les inputs nécessaires pour la modélisation sont le model point de passif, une table de mortalité et de rachat ainsi qu'un vecteur de discount factor pour le BE

La table de model point organise le passif en lignes qui regroupent des assurés dont les caractéristiques sont identiques en termes d'âge, ancienneté, taux de chargement sur encours, taux minimum garanti (TMG) et taux de PB ect.

Le tableau suivant présente les variables qui caractérisent une ligne de la table de model point:

Nom de colonne	Nom de variable dans R	Description
Nb_Polices_Ouverture	Nb_Polices_Ouverture_MP	Le nombre de polices initial
Sexe	Sexe	Sexe des assurés ; « H » pour les hommes, « F » pour les femmes
Age	Age	L'âge en début de projection des assurés
Anciennete_fiscale	Anciennete_Fiscale	L'ancienneté fiscale des contrats en début de projection
PM_ouverture_euro	PM_Ouverture_Euro_MP	La provision mathématique initiale sur le fonds euros
PM_ouverture_UC	PM_Ouverture_UC_MP	La provision mathématique initiale sur le fonds UC
Prime_annuelle_euro	Prime_Annuelle_initiale_euro	La prime versée annuellement sur le fonds euros, pour toute les polices du model point
Prime_annuelle_UC	Prime_Annuelle_initiale_UC	La prime versée annuellement sur le fonds UC, pour toute les polices du model point
Durée prime	Duree_prime_MP	La durée pendant laquelle sera versée la prime
Versement_libre_euro	Versement_libre_initial_euro	Un versement sur le fonds euros, seulement pour la première année de projection

Versement_libre_UC	Versement_libre_initial_UC	Un versement sur le fonds UC, seulement pour la première année de projection
Chargement sur prime	tx_chgt_prime_MP	Le taux de chargement sur les primes versées (identique pour le fonds euros et UC)
Taux_chgt_encours_€	tx_chgt_enc_euro	Taux de chargement sur encours du fonds euros
Taux_chgt_encours_UC	tx_chgt_enc_UC	Taux de chargement sur encours du fonds UC
TMG	Tmg	Le niveau du TMG (constant dans le temps)
Taux_PB_cible	taux_pb_cible	Le taux de participation aux bénéfices contractuel

Les notations suivantes seront utilisées, parfois elle diffère un peu avec celles du code R mais pas de panique:

- mp , l'indice qui désigne une ligne de model point
- t , l'indice de l'année de projection, identifié à j dans le code R ($t=j$)
- $nb_polices_MP(mp, t)$, le nombre de polices du model point mp à la fin de l'année t
- nb_MP , le nombre de model points
- $tx_chgt_primes(mp)$, le taux de chargements sur les versements pour le model point mp
- $Prime_initiale_MP_{euro}(mp)$, la prime périodique (annuelle) initiale sur le fonds euros pour le model point mp
- $Prime_initiale_MP_{UC}(mp)$, la prime périodique (annuelle) initiale sur le fonds UC pour le model point mp
- $Prime_brute_MP_{euro}(mp, t)$, le montant de la prime versée sur le fonds euros l'année t pour le model point mp
- $Prime_brute_MP_{UC}(mp, t)$, le montant de la prime versée sur le fonds UC l'année t pour le model point mp

- $Prime_nette_MP_{euro}(mp, t)$, la prime nette de chargement sur les primes du fonds euro
- $Prime_nette_MP_{UC}(mp, t)$, la prime nette de chargement sur les primes du fonds UC
- $mortalite(mp, t)$, le taux de mortalité pour le model point mp et l'année t
- $DC_MP_{euro}(mp, t)$, le montant des prestations décès pour le fonds euros pour le model point mp et l'année t
- $DC_MP_{UC}(mp, t)$, le nombre de parts d'UC après prise en compte de la mortalité pour le model point mp et l'année t
- $DC_{euro}(t)$, le montant total de prestation décès pour l'année t
- $DC_{UC}(t)$, le nombre total de parts d'UC qui sortent après prise en compte de la mortalité l'année t
- $VM_{UC}(t)$, la valeur d'une unité de compte pour l'année t
- $PM_ouv_MP_{UC}(mp, t)$, la provision mathématique initiale sur le fonds UC pour le model point mp et l'année t
- $tx_rach_struc_MP(mp, t)$, le taux de rachat structurel pour le model point mp et l'année t . Ce taux dépend de l'ancienneté fiscale des contrats.
- $tx_revalo_reel_MP(mp, t)$, le taux de revalorisation de la PM du model point mp , l'année t
- $PM_ouv_MP_{euro}(mp, t)$, la provision mathématique du fonds euros au début de l'année t pour le model point mp
- $PM_ap_presta_MP_{euro}(mp, t)$, la provision mathématique du fonds euro après paiement des prestations pour le model point mp et l'année t
- $nb_UC_ap_presta_MP_{UC}(mp, t)$, le nombre de parts UC après paiement des prestations pour le model point mp et l'année t
- $PM_ap_presta_{euro}(t)$, la provision mathématique totale du fonds euro après paiement des prestations
- $tx_PB_cible(mp)$, le taux de PB attendu par les assurés du model point mp
- $TMG(mp)$, le taux minimum garanti pour le model point mp

- $Montant_TMG_MP(mp, t)$, c'est le montant qui doit être servi au minimum ou encore montant contractuel, pour le model point mp , l'année t . Ce montant dépend donc du TMG
- $Montant_PB_cible_MP(mp, t)$, c'est le montant qui doit être servi en supplément du TMG, pour le model point mp , l'année t . Ce montant dépend donc du Taux_PB_cible
- $tx_chgt_enc_{euro}(mp)$, le taux de chargements sur encours du fonds euro pour le model point mp
- $tx_chgt_enc_{UC}(mp)$, le taux de chargements sur encours du fonds UC pour le model point mp
- $Montant_revalo_reel(mp, t)$, le montant de revalorisation réel du contrat, pour le model point mp , l'année t , qui correspond à la somme du montant TM et cible
- $tx_revalo_reel_MP(mp, t)$, le taux de revalorisation reel pour le model point mp et l'année t

Les variables présentées dans le tableau précédent seront toutes indexées par MP et parfois par $t(j \text{ dans } R)$ si nécessaire. De manière générale, les variables dont le nom se termine par MP sont calculées à la maille model point.

Vue que des simplifications ont été faites il y a certaines variables que vous ne retrouverez pas dans le code R, que cela ne vous trouble pas

La projection consiste à faire vieillir le passif c'est-à-dire observer les assurés qui sortent du portefeuille soit par décès ou par rachat dans le future.

Vieillessement du passif

Le vieillissement du passif passe par la prise en compte des prestations (rachat, décès), versements de prime ainsi que par la revalorisation de la provision mathématique.

Avant tout calcul il faut initialiser les PM ouverture et clôture ainsi que le nombre de contrats en 0 comme étant égale à leur valeur dans la table de model point passif parce qu'on suppose que 0 est la situation initiale où rien ne s'est encore passé c'est-à-dire pas de décès et rachat. Dans le code R cette initialisation est faite en 1 parce que R ne reconnait pas l'indice de colonne 0 mais plutôt 1 car on compte les colonnes à partir de 1

On a donc :

$$\begin{aligned} PM_{ouv_MP_{euro}}(mp, 0) &= PM_{ouv_initiale_{euro}}(mp) \\ PM_{cloture_MP_{euro}}(mp, 0) &= PM_{ouv_initiale_{euro}}(mp) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} nb_UC_{ouv_MP}(mp, 0) &= PM_{ouv_initiale_{UC}}(mp) \\ nb_UC_{cloture_MP}(mp, 0) &= PM_{ouv_initiale_{UC}}(mp) \end{aligned}$$

$$nb_polices_{ouv_MP}(mp, 0) = nb_polices_{initiale}(mp)$$

Où $PM_{ouv_initiale_euro}(mp)$, $PM_{ouv_initiale_UC}(mp)$ et $nb_polices_{initiale}(mp)$ sont les colonnes de la tables de passif.

Cette hypothèse est déjà traitée dans le code pas d'intervention de votre part (voir les lignes 35 à 50 et **250 à 257 du code R**)

On fait ensuite la convention que dans la projection la PM ouverture euro ou nombre d'UC ouverture de l'année j est égale à la PM clôture euro et nombre d'UC clôture de l'année j-1 :

$$\begin{aligned} PM_{ouv_MP_{euro}}(mp, t) &= PM_{cloture_MP_{euro}}(mp, t - 1) \\ nb_UC_{ouv_MP}(mp, t) &= nb_UC_{cloture_MP}(mp, t - 1) \\ nb_polices_{ouv_MP}(mp, t) &= nb_polices_{cloture_MP}(mp, t - 1) \end{aligned}$$

Cette hypothèse est également déjà codé dans le code de la ligne **280 à 281**

Vous devez commencer à coder à partir de la ligne **285**

1.1. Prestations et versements

Les prestations sont calculées d'abord à la maille model point (sans revalorisation pour l'instant) avant d'être agrégées. Pour rappel $t=j$ dans le code R pour designer l'année de projection en colonne, à chaque pas de temps $t=j=1$ jusqu'à l'année de fin de projection **horizon=40** et pour chaque model point (mp):

Décès

Les prestations de décès sont calculées model point par model point en fonction de l'âge et du sexe de l'assuré(mais ici une simplification a été faite en vous donnant directement la table de mortalité donc pas d'Age et sexe à prendre en compte) comme ci-après :

$$DC_MP_{euro}(mp, t) = PM_ouv_MP_{euro}(mp, t) \times \min (mortalite(mp, t), 1)$$

$$DC_MP_{UC}(mp, t) = nb_UC_ouv_MP(mp, t) \times \min (mortalite(mp, t), 1)$$

La prestation annuelle obtenue en agrégeant sur toutes les lignes de model point :

$$DC_{euro}(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} DC_MP_{euro}(mp, t)$$

$$DC_{UC}(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} DC_MP_{UC}(mp, t)$$

La prestation décès totale euro + uc annuelle est :

$$DC_{euro_UC}(t) = DC_{euro}(t) + DC_{UC}(t)$$

Rachats

Le rachat est décomposé en une composante structurelle qui intervient chaque année quel que soit les conditions économiques et une composante conjoncturelle.

Le taux de rachat structurel est déterminé model point par model point en fonction de l'ancienneté fiscale des contrats (par la table de rachat structurel donnée).

Le rachat conjoncturel pour l'année de projection t est défini comme une fonction de l'écart entre le taux servi et le TME (Taux Moyen d'Emprunt) de l'année précédente (spread): mais ici on se limitera au rachat structurel

La prestation de rachat pour un model point est calculée comme :

$$\begin{aligned} Rachat_MP_euro(mp, t) \\ &= tx_rachat_struct_MP(mp, t) \times (PM_ouv_MP_{euro}(mp, t) \\ &\quad - DC_MP_{euro}(mp, t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Rachat_MP_{UC}(mp, t) \\ &= tx_rachat_struct_MP(mp, t) \times (nb_UC_ouv_MP(mp, t) \\ &\quad - DC_MP_{UC}(mp, t)) \end{aligned}$$

La prestation de rachat est ensuite agrégée sur toutes les lignes de model point :

$$Rachat_{euro}(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} Racht_MP_{euro}(mp, t)$$

$$Rachat_{UC}(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} Racht_MP_{UC}(mp, t)$$

La prestation rachat totale EURO + UC annuelle est :

$$Rachat_{euro_UC}(t) = Rachat_{euro}(t) + Rachat_{UC}(t)$$

Les prestations totales annuelles :

$$\begin{aligned} Prestation_{euro}(t) &= Rachat_{euro}(t) + DC_{euro}(t) \\ Prestation_{UC}(t) &= Rachat_{UC}(t) + DC_{UC}(t) \\ Prestation_{euro_uc}(t) &= Rachat_{euro_uc}(t) + DC_{euro_uc}(t) \end{aligned}$$

Versements

Les versements sont calculés proportionnellement au nombre de police encore présentes en portefeuilles. On commence donc par retraiter le nombre de polices pour tenir compte du rachat (uniquement structurel) et des décès :

$$\begin{aligned} nb_polices_cloture_MP(mp, t) \\ &= nb_polices_ouv_MP(mp, t) \times (1 - mortalite(mp, t)) \times (1 \\ &\quad - tx_rach_struc_MP(mp, t)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} nb_polices_ouv(t) &= \sum_{mp=1}^{nb_MP} nb_polices_ouv_MP(mp, t) \\ nb_polices_cloture(t) &= \sum_{mp=1}^{nb_MP} nb_polices_cloture_MP(mp, t) \end{aligned}$$

La prime annuelle brute pour un model point est :

Sur l'EURO :

$$\begin{aligned} Prime_brute_annuelle_MP_{euro}(mp, t) \\ &= Prime_annuelle_initiale_MP_{euro}(mp) \times \frac{nb_polices_ouv_MP(mp, t)}{nb_polices_ouv_MP(mp, 0)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Prime_nette_annuelle_MP_{euro}(mp, t) \\
& = Prime_brute_annuelle_MP_{euro}(mp, t) \times (1 - tx_chgt_primes(mp))
\end{aligned}$$

Sur l'UC :

$$\begin{aligned}
& Prime_brute_annuelle_MP_{UC}(mp, t) \\
& = Prime_annuelle_initiale_MP_{UC}(mp) \times \frac{nb_polices_ouv_MP(mp, t)}{nb_polices_ouv_MP(mp, 0)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& Prime_nette_annuelle_MP_{UC}(mp, t) \\
& = Prime_brute_annuelle_MP_{UC}(mp, t) \times (1 - tx_chgt_primes(mp))
\end{aligned}$$

Les primes annuelles brutes :

Euro :

$$Prime_brute_annuelle_euro(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} Prime_brute_annuelle_MP_{euro}(mp, t)$$

UC :

$$Prime_brute_annuelle_UC(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} Prime_brute_annuelle_MP_{UC}(mp, t)$$

EURO+UC :

$$\begin{aligned}
& Prime_brute_annuelle_euro_uc(t) \\
& = Prime_brute_annuelle_euro(t) + Prime_brute_annuelle_UC(t)
\end{aligned}$$

On calcule ensuite les chargements :

EURO :

$$chgt_encours_euro_MP(mp, t) = PM_ouv_MP_{euro}(mp, t) \times tx_chgt_encours_euro(mp)$$

$$\begin{aligned}
& chgt_primes_euro_MP(mp, t) \\
& = Prime_brute_annuelle_MP_{euro}(mp, t) \times tx_chgt_prime(mp)
\end{aligned}$$

$$chgt_encours_euro(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} chgt_encours_euro_MP(mp, t)$$

$$chgt_primes_euro(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} chgt_primes_euro_MP(mp, t)$$

$$chgt_totaux_euro(t) = chgt_encours_euro(t) + chgt_primes_euro(t)$$

UC :

$$chgt_encours_UC_MP(mp, t) = nb_UC_ouv_MP(mp, t) \times tx_chgt_encours_UC(mp)$$

$$\begin{aligned} chgt_primes_UC_MP(mp, t) \\ = Prime_brute_annuelle_MP_{UC}(mp, t) \times tx_chgt_prime(mp) \end{aligned}$$

$$chgt_encours_UC(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} chgt_encours_UC_MP(mp, t)$$

$$chgt_primes_UC(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} chgt_primes_UC_MP(mp, t)$$

$$chgt_totaux_UC(t) = chgt_encours_UC(t) + chgt_primes_UC(t)$$

EURO+UC :

$$chgt_prime_totaux(t) = chgt_primes_euro(t) + chgt_primes_UC(t)$$

$$chgt_encours_totaux(t) = chgt_encours_euro(t) + chgt_encours_UC(t)$$

$$chgt_totaux(t) = chgt_prime_totaux(t) + chgt_encours_totaux(t)$$

On utilise le même taux de chargement sur prime sauf le taux de chargement sur encours qui diffère

Provisions mathématique après prestations et versements

La PM d'ouverture de chaque model point est retraitée pour tenir compte des prestations calculées ci-dessus :

Sur l'euro :

$$\begin{aligned} PM_ap_presta_MP_{euro}(mp, t) \\ = PM_ouv_MP_{euro}(mp, t) - Racht_MP_{euro}(mp, t) - DC_MP_{euro}(mp, t) \\ + Prime_MP_{euro}(mp, t) \end{aligned}$$

Sur l'UC :

$$\begin{aligned} nb_UC_ap_presta_MP_{UC}(mp, t) \\ = nb_UC_ouv_MP_{UC}(mp, t) - acht_MP_{UC}(mp, t) - DC_MP_{UC}(mp, t) \\ + Prime_MP_{UC}(mp, t) \end{aligned}$$

En agréant sur toutes les lignes de model point on obtient la PM totale et le nombre total de parts UC après prestations :

$$\begin{aligned} PM_ap_presta_{euro}(t) &= \sum_{mp=1}^{nb_MP} PM_ap_presta_MP_{euro}(mp, t) \\ nb_UC_ap_presta(t) &= \sum_{mp=1}^{nb_MP} nb_UC_ap_presta_MP_{UC}(mp, t) \end{aligned}$$

Euro+UC :

$$PM_ap_presta_{euro_UC}(t) = PM_ap_presta_{euro}(t) + nb_UC_ap_presta(t)$$

1.1. Revalorisation de la provision mathématique

La participation aux bénéfices se calcule model point par model et sur chaque fond EURO et UC. Mais on considèrera que celle sur l'UC est nulle pour des raisons de simplification, on commence par calculer les montants contractuels et le supplément de revalorisation euro et UC comme suit :

Le montant contractuel euro à la maille model point est :

$$montants_TMG_euro_MP(mp, t) = PM_ap_presta_euro_MP(mp, t) * tmg_euro(mp)$$

Le montant annuel est :

$$montants_TMG_euro(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} montants_TMG_euro_MP(mp, t)$$

Le montant de revalorisation en supplément euro à la maille model point est :

$$\begin{aligned} montants_PB_cible_euro_MP(mp, t) \\ = PM_ap_presta_euro_MP(mp, t) * tx_PB_cible_euro(mp) \end{aligned}$$

Le montant annuel est :

$$montants_PB_cible_euro(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} montants_PB_cible_euro_MP(mp, t)$$

Le taux de revalorisation réel qui servira à revaloriser la PM euro :

$$tx_revalo_reel_euro_MP(mp, t) = tmg_euro(mp) + tx_PB_cible_euro(mp)$$

Sur l'UC, on a le montant contractuel et le supplément comme nuls :

$$montants_TMG_UC_MP(mp, t) = 0$$

$$montants_PB_cible_UC_MP(mp, t) = 0$$

On somme sur les model pour avoir les montant annuelle

$$montants_TMG_UC(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} montants_TMG_UC_MP(mp, t)$$

$$montants_PB_cible_UC(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} montants_PB_cible_UC_MP(mp, t)$$

Il n'ya pas de taux de revalorisation réel sur l'UC

Le montant total de revalorisation annuel euro + UC :

$$montants_TMG_euro_uc(t) = montants_TMG_euro(t) + tmontants_TMG_UC(t)$$

$$\begin{aligned} montants_PB_cible_euro_uc(t) \\ = montants_PB_cible_euro(t) + tmontants_TMG_UC(t) \end{aligned}$$

Après avoir calculé les montants de revalorisation, on va calculer les PM de cloture euro et UC :

La PM cloture est la PM après prestations revalorisée cad la PM après prestations ajoutée des montants contractuels et cible. Sur l'UC elle sera égale à la PM après prestations car on a convenu que la revalorisation UC était nulle :

Sur l'euro :

$$\begin{aligned}
PM_cloture_euro_MP(mp, t) \\
&= PM_ap_presta_euro_MP(mp, t) * (1 \\
&\quad + tx_revalo_reel_euro_MP(mp, t))
\end{aligned}$$

$$PM_cloture_euro(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} PM_cloture_euro_MP(mp, t)$$

$$Variation_PM_euro(t) = PM_cloture_euro(t) - PM_ouv_euro(t)$$

Sur l'UC :

$$nb_UC_cloture(mp, t) = nb_UC_ap_presta_MP_{UC}(mp, t)$$

$$nb_UC_cloture(t) = \sum_{mp=1}^{nb_MP} nb_UC_cloture(mp, t)$$

$$Variation_nb_UC(t) = nb_UC_cloture(t) - nb_UC_ouv(t)$$

Euro+UC :

$$PM_cloture_totale(t) = PM_cloture_euro(t) + nb_UC_cloture(t)$$

$$Variation_PM_totale(t) = Variation_PM_euro(t) + Variation_nb_UC(t)$$

En fin on obtient le compte de résultat en concaténant les vecteurs annuels calculés, pour rappel tous les calculs avec (mp,t) sont à la maille model point et doivent s'effectuer uniquement sur les matrices et ceux avec (t=j) sont pour les vecteurs pour agrégés les valeurs par année de projection.

Pour cela ouvrir une boucle sur les années de projection et une deuxième sur les models points comme suit :

For(j = 1 jusqu'à horizon_proj){

For(mp = 1 jusqu'à nb_MP){

On deroule les différentes étapes de calcul des matrices(mp,j)

}

Ensuite de la boucle des matrice MP, on agrège pour avoir les valeurs annuelle vectorielle(t)

Ensuite on calcule le BE décrit ci-dessous

}

Effectuez tous ces calculs en vous basant sur les feuilles du fichier excel, toutes les matrices y sont calculées. Dans tous vos calculs vous distinguerez l'EURO et l'UC puis la somme des EURO+UC. Ainsi on aura à la fin un compte de résultat EURO, UC et EURO+UC idem pour le BE Pour le compte de résultat basez-vous sur l'onglet « Cmppte resultat&BE » du fichier « Compte resultat TP AIMA » pour savoir quel vecteurs concaténer

Calcul du Best Estimate (BE)

La dernière état consiste au calcul du BE qui se définit comme la somme des flux futures actualisés,

les flux de BE se composent des prestations + les frais – les primes

les flux de BE actualisés = flux de BE * discount_factor (le facteur d'actualisation pour tenir compte du facteur temps de l'argent)

On commence d'abord par calculer les frais :

$$\begin{aligned} \text{frais_reels}(t) &= PM_{ouv}(t) * tx_fais_reels * ((1 + t_inflation + choc_inflation)^{(t-1)} - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{frais_aquisition}(t) &= Prime_brute_annuelle(t) * tx_fais_acquisition * ((1 + tx_inflation + choc_inflation)^{(t-1)} - 1) \end{aligned}$$

$$\text{frais_totaux}(t) = \text{frais_reels}(t) + \text{frais_acquisition}(t)$$

Ensuite le flux de BE :

$$\text{flux_BE}(t) = Prestations(t) + \text{frais_reels}(t) - Primes(t)$$

$$\text{flux_BE_actualises}(t) = \text{flux_BE}(t) * discount_factor(t)$$

$$BE = \sum_{t=1}^{horizon_proj} \text{flux_BE_actualises}(t)$$