

作业

- 证明二维单元 K 上迹定理

$$|e|^{-1} \|\xi\|_{0,e}^2 \leq C \left(h_K^{-2} \|\xi\|_{0,K}^2 + |\xi|_{1,K}^2 \right), \quad \forall \xi \in H^1(K)$$

Hint: 利用仿射变换以及尺度(scaling)技巧

- 对于一维单元 e 证明

$$\|\xi - P_e^0 \xi\|_{0,e} \leq \frac{|e|}{\pi} |\xi|_{1,e}, \quad \forall \xi \in H^1(e)$$

$$\|\xi\|_{0,e} \leq \frac{|e|}{\pi} |\xi|_{1,e}, \quad \forall \xi \in H_0^1(e)$$

Hint: 考虑特征值问题 $-\frac{\partial^2 \xi}{\partial s^2} = \lambda \xi$ 在 $\xi \in H^1(e)$ 和 $\xi \in H_0^1(e)$ 的特征函数以及最小特征值

- 证明

$$\|v - P_e v\|_{0,e} = \inf_{c \in \mathbb{R}} \|v - c\|_{0,e}$$

- 证明Morley元的 H^1 范数误差估计