作业

① 设 $\{a_m\}_{m=1}^{\infty}$ 是非负序列. 证明对任意 $1 \le q \le p$,有

$$\big(\sum_{m=1}^{\infty}a_m^p\big)^{1/p}\leq \big(\sum_{m=1}^{\infty}a_m^q\big)^{1/q}$$

② 设 $\{a_m\}_{m=1}^M$ 是有限非负序列. 证明如果 $p < q \le \infty$,则有

$$\left(\sum_{m=1}^{M} a_{m}^{p}\right)^{1/p} \leq M^{1/p-1/q} \left(\sum_{m=1}^{M} a_{m}^{q}\right)^{1/q}$$
 如果 $q < \infty$

$$\left(\sum_{m=1}^{M} a_{m}^{p}\right)^{1/p} \leq M^{1/p} \max_{1 \leq m \leq M} a_{m}$$
 如果 $q = \infty$