作业

1 证明任意次的张量积元是唯一可解的. 其中$P_K = Q_k(K)$, $\mathcal{N}_K$是下面$(k+1)^2$个点的值

$$(x_1^0 + h_1(\frac{2i}{k} - 1), x_2^0 + h_2(\frac{2j}{k} - 1)), 0 \le i, j \le k$$

和(x_1^0, x_2^0)是矩形的形心，$2h_1, 2h_2$分别是长和宽.

2 证明Sobolev空间范数等价定理：给定次数$\leq k(k\geq 0)$的多项式全体$P_k(\Omega)$，$N=\dim P_k(\Omega)$，又设$f_i\in (W^{k+1,p}(\Omega))'$，$i=1,2,\cdots,N$，$1\leq p\leq\infty$, 使得当$f_i(q)=0,\forall 1\leq i\leq N$, $q\in P_k(\Omega)$时，就有$q=0$，则存在$C_\Omega=\mathrm{const}>0$，使得

$$\|v\|_{k+1,p,\Omega}\leq C_\Omega\left(|v|_{k+1,p,\Omega}+\sum_{i=1}^{N}|f_i(v)|\right),\ \forall v\in W^{k+1,p}(\Omega).$$

Hint: 仿照第二次课Poincaré-Friedrichs不等式的反证法证明.

3 假设仿射变换$F:\widehat{K}\to K$. 并且∂K是光滑的（保证法向导数是存在且就有一定的光滑性）. 证明一下通过如下的变换

$$\nu=\frac{B^{-T}\widehat{\nu}}{\|B^{-T}\widehat{\nu}\|}$$

保单位外法向