

作业

- (1) 证明Poisson问题的混合变分形式的弱解在一定光滑条件下是古典解
- (2) 推导Stokes问题的混合变分形式
- (3) 证明inf-sup条件的定理中(3)等价于(1)和(2).
- (4) 如果 $\dim U_h = \dim V_h$, 离散的inf-sup条件

$$\inf_{u_h \in U_h} \sup_{v_h \in V_h} \frac{b(u_h, v_h)}{\|u_h\|_U \|v_h\|_V} = \beta_h > 0$$

成立. 说明离散问题: 求 $u_h \in U_h$ 使得

$$b(u_h, v_h) = \langle f, v \rangle_{V' \times V}$$

存在唯一解.

(注: 该结果说明对于离散问题只需验证Babuška定理中(b)对应的离散形式和维数相等, 无需验证(c)的离散形式)

- (5) 证明 $H(\operatorname{div}, \Omega)$ 空间在范数 $\|\cdot\|_{\operatorname{div}, \Omega}$ 下是完备的