



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
& ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ  
ΜΗΧΑΝΩΝ: ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ  
ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

ΛΟΥΚΑΣ ΚΟΥΤΣΟΥΜΠΑΣ  
ΑΜ:03117128

## 1. ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

Αρχικά, επιλέγουμε ζεύγη πόλων  $n_p = 2$ , επομένως προκύπτει μια τετραπολική μηχανή. Επιπλέον, επιλέγουμε  $P_{out}^N = 4 \text{ kW}$ ,  $V^N = 230 \text{ V rms}$  και  $n^N = 1425 \text{ rpm}$ . Θεωρώντας πως ο βαθμός απόδοσης είναι  $\eta\% = 84.7\%$  και ο συντελεστής ισχύος του ονομαστικού φορτίου είναι  $\cos\varphi = 0.76$  προκύπτουν τα εξής:

$$P_{in}^N = \frac{P_{out}^N}{\eta} = \frac{4 \text{ kW}}{0.847} = 4.72 \text{ kW}$$
$$P_{in}^N = 3V^N I^N \cos\varphi \Rightarrow I^N = \frac{P_{in}^N}{3V^N \cos\varphi} = 9 \text{ A rms}$$
$$\omega_m^N = \frac{2\pi n^N}{60} = 149.22 \text{ rad/sec}$$
$$\omega_r^N = n_p \omega_m^N$$
$$s^N = \frac{\omega_1 - \omega_r^N}{\omega_1} \approx 5\%$$
$$\tau_e^N = \frac{P_{out}^N}{\omega_m^N} = 26.8 \text{ Nm}$$

Για τον προσδιορισμό των ηλεκτρικών στοιχείων της μηχανής χρησιμοποιήθηκαν οι δοκιμές κενού φορτίου και ακινητοποιημένου δρομέα του προβλήματος 5.12 του βιβλίου του ελέγχου μηχανών που φαίνονται παρακάτω.

**PROBLEM 5.12**

The following measurements were taken from a Y-connected induction motor for a stator frequency of 50 Hz.

	<i>No-load test</i>	<i>Locked-rotor test</i>
Active power (W)	170	750
Phase voltage (V)	230	70
Phase current (A)	5.0	9.0

Προσδιορίζουμε, λοιπόν με βάση τα παραπάνω δεδομένα για τις δοκιμές κενού φορτίου και ακινητοποιημένου δρομέα τα εξής ηλεκτρικά στοιχεία:

$$R_s = 2.2667 \, \Omega$$

$$R_R = 0.8197 \, \Omega$$

$$L_\sigma = 0.0227 \, H$$

$$L_M = 0.1237 \, H$$

Είναι  $Z_{base} = \frac{V^N}{I^N} = 25.56 \, \Omega$  και επομένως  $L_{base} = \frac{Z_{base}}{\omega_{base}} = 0.0814$ . Συνεπώς, τα παραπάνω μεγέθη εκφρασμένα σε ανά μονάδα σύστημα έχουν τις εξής τιμές:

$$R_s = 0.0887 \, pu$$

$$R_R = 0.0321 \, pu$$

$$L_\sigma = 0.279 \, pu$$

$$L_M = 1.52 \, pu$$

οι οποίες είναι μέσα στα τυπικά όρια των παραπάνω μεγεθών για μηχανές 100 kW και κάτω.

Τέλος, επιλέγουμε  $J = 0.08 \, kgm^2$ .

## 2. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

Οι παρακάτω εξισώσεις:

$$L_\sigma \frac{di_s^s}{dt} = v_s^s - (R_s + R_R)i_s^s - (j\omega_r - \frac{R_R}{L_M})\psi_R^s$$

$$\frac{d\psi_R^s}{dt} = R_R i_s^s - (\frac{R_R}{L_M} - j\omega_r)\psi_R^s$$

διέπουν το δυναμικό μοντέλο της μηχανής επαγωγής για το ανάστροφο-Γ ισοδύναμο κύκλωμα και εκφράζουν τα ηλεκτρομαγνητικά μεγέθη ανηγμένα στον στάτη σε στατικό πεδίο αναφοράς. Έπειτα από επίλυση τους και αναλύοντας στις συνιστώσες α,β προκύπτουν οι εξής εξισώσεις για το ρεύμα στάτη και την ροή του δρομέα εκφρασμένες στο πεδίο Laplace:

$$I_s^\alpha(s) = \frac{1}{L_\sigma s + R_s + R_R} [V_s^\alpha(s) + \frac{R_R}{L_M} \psi_R^\alpha(s) + \omega_r \psi_R^\beta(s)]$$

$$I_s^\beta(s) = \frac{1}{L_\sigma s + R_s + R_R} [V_s^\beta(s) + \frac{R_R}{L_M} \psi_R^\beta(s) - \omega_r \psi_R^\alpha(s)]$$

$$\psi_R^\alpha(s) = \frac{1}{s + \frac{R_R}{L_M}} [R_R I_s^\alpha(s) - \omega_r \psi_R^\beta(s)]$$

$$\psi_R^\beta(s) = \frac{1}{s + \frac{R_R}{L_M}} [R_R I_s^\beta(s) + \omega_r \psi_R^\alpha(s)]$$

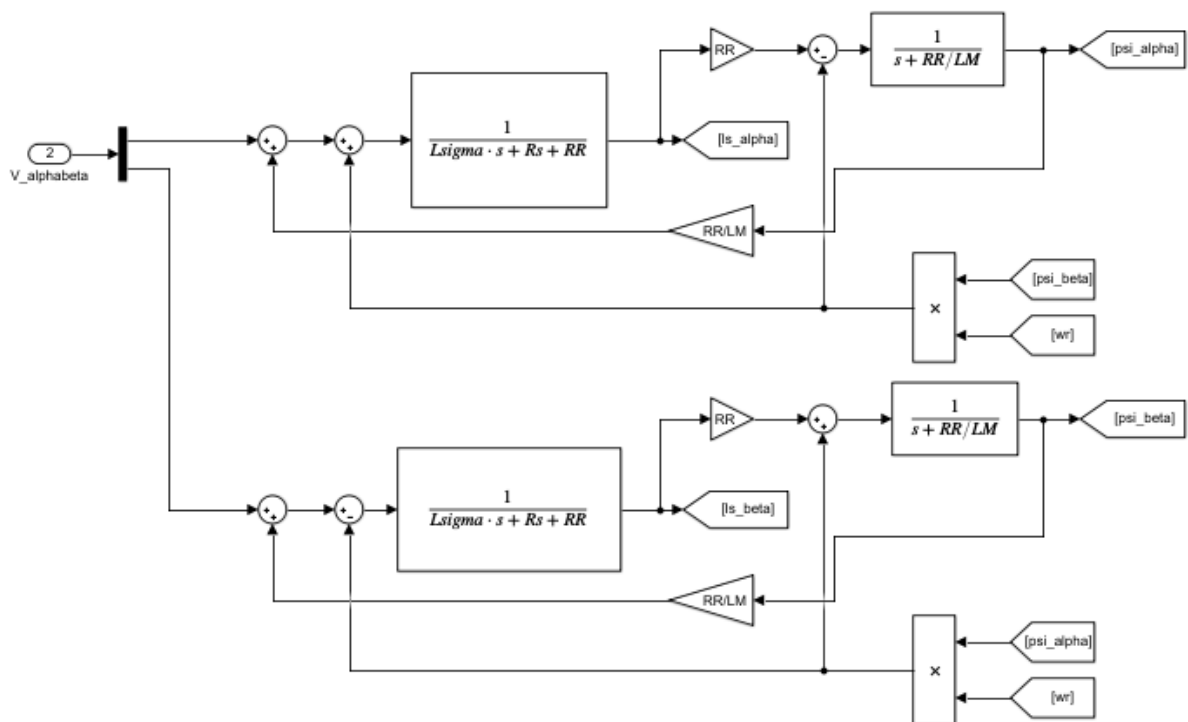
Επιπλέον, το μηχανικό μοντέλο θα περιγράφεται από την εξής εξίσωση:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = \tau_e - \tau_L$$

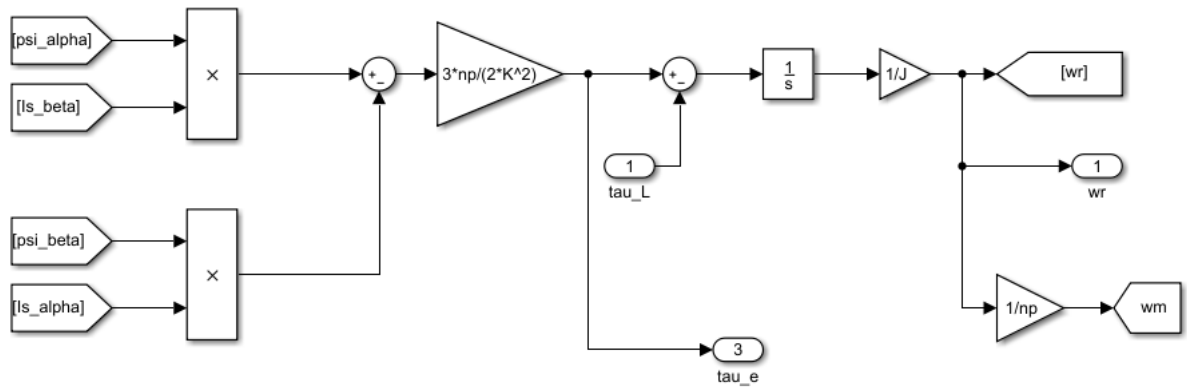
οπότε επιλύοντας την εξίσωση, αναλύοντας στις συνιστώσες α,β και μετατρέποντας την  $\omega_m$  σε  $\omega_r$  βάση του τύπου  $\omega_r = n_p \omega_m$  προκύπτει η εξής εξίσωση:

$$\omega_r = \frac{1}{J_s} \left\{ \frac{3n_p}{2K^2} [\psi_R^\alpha(s) I_s^\beta(s) - \psi_R^\beta(s) I_s^\alpha(s)] - \tau_L \right\}$$

Επομένως, παρακάτω παρουσιάζεται το ηλεκτρικό μοντέλο, το μοντέλο ροής και το μηχανικό μοντέλο όπως προέκυψαν από τις ανωτέρω εξισώσεις.

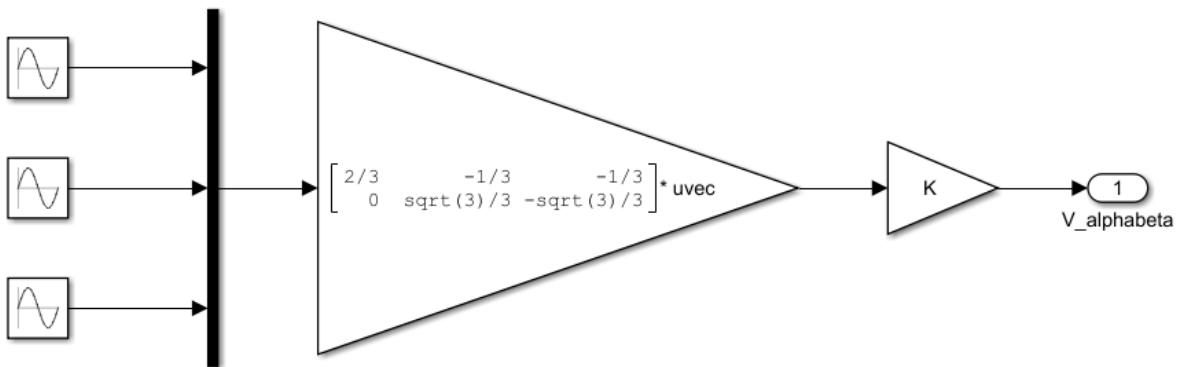


Σχήμα 1: Ηλεκτρικό μοντέλο και μοντέλο ροής



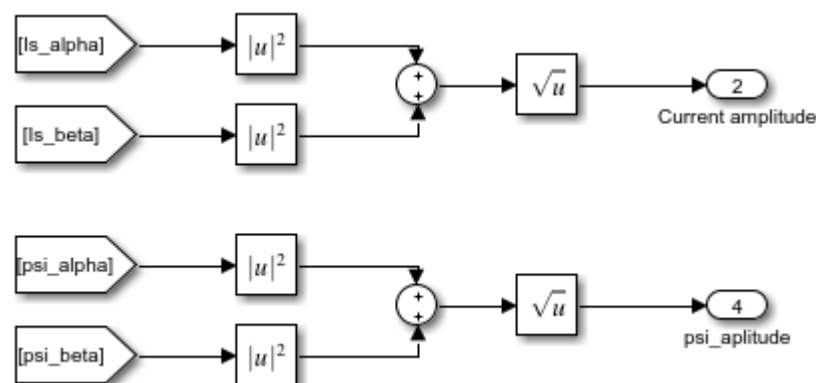
Σχήμα 2: Μηχανικό Μοντέλο

Τέλος, για την τροφοδοσία της μηχανής θα χρειαστούμε μια τριφασική πηγή τάσης και έναν μετασχηματισμό των διανυσμάτων της τάσης αυτής από το πεδίο abc στο πεδίο αβ όπως φαίνεται παρακάτω.



Σχήμα 3: Μετασχηματισμός abc σε αβ για την τάση τροφοδοσίας

Οι έξοδοι της μηχανής θεωρούμε πως είναι η ηλεκτρική ταχύτητα του δρομέα, η ηλεκτρική ροπή και τα μέτρα του ρεύματος στάτη και της ροής στο δρομέα τα οποία προκύπτουν από τα αντίστοιχα σήματα κάνοντας τους παρακάτω μετασχηματισμούς.

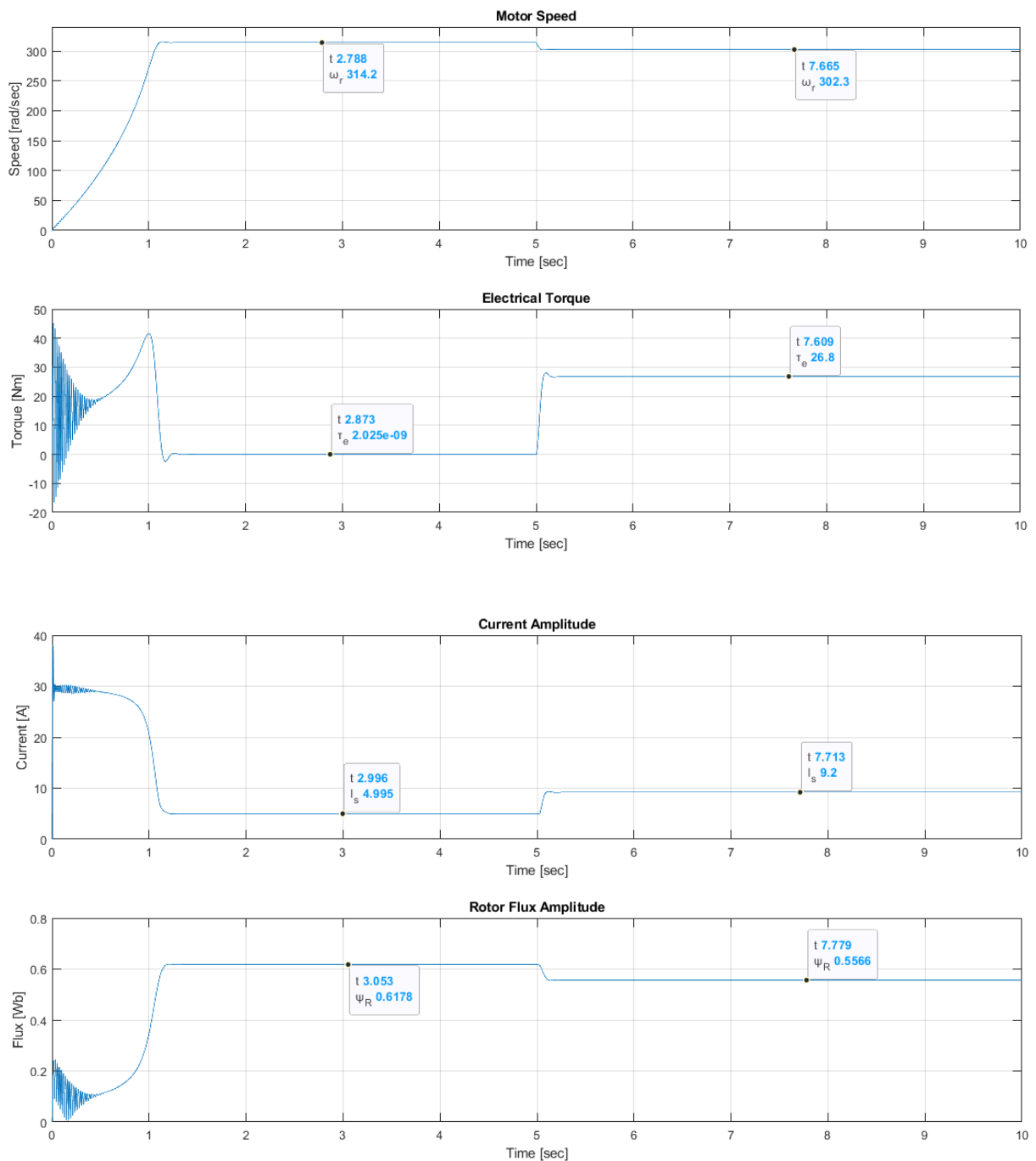


Σχήμα 4: Μέτρα ρεύματος και ροής

### 3. ΕΚΚΙΝΗΣΗ ΜΗΧΑΝΗΣ ΑΠΕΥΘΕΙΑΣ ΑΠΟ ΔΙΚΤΥΟ

Για να προσομοιάσουμε την απευθείας εκκίνηση από δίκτυο της μηχανής θέτουμε  $K = 1/\sqrt{2}$  στον μετασχηματισμό Clarke της τάσης και στην εξίσωση για την ταχύτητα του δρομέα προκειμένου να τροφοδοτούμε την μηχανή απευθείας με την rms τιμή της τάσης και στην έξοδο να βλέπουμε την rms τιμή του ρεύματος.

Ξεκινάμε την μηχανή με αρχικά κενό φορτίο και στην συνέχεια αφού βρεθούμε στην μόνιμη κατάσταση συνδέουμε φορτίο ονομαστικής ροπής με την χρήση ενός μπλοκ step της βιβλιοθήκης του simulink, προκειμένου να ελέγξουμε την ορθή λειτουργία της μηχανής και να επαληθεύσουμε τις υποθέσεις μας από το ερώτημα 1. Οι κυματομορφές των εξόδων της μηχανής φαίνονται παρακάτω για τροφοδοσία από ένα υποτιθέμενο τριφασικό δίκτυο ονομαστικής τάσης μηχανής.



Σχήμα 5: Κυματομορφές εξόδου για εκκίνηση μηχανής επαγωγής απευθείας από το δίκτυο

Παρατηρούμε πως η μηχανή κατά την εκκίνηση της περνάει από μια μεταβατική κατάσταση και στην συνέχεια μεταβαίνει στην μόνιμη κατάσταση όπου και αποκτά τις τελικές τιμές της.

Στην μόνιμη κατάσταση, αρχικά για κενό φορτίο, παρατηρούμε πως  $\omega_r = 314.15 \text{ rad/sec}$ ,  $\tau_e = 0 \text{ Nm}$  και  $|I_s| \approx 5 \text{ A}$ . Τιμές τις οποίες αναμέναμε καθώς όταν βρισκόμαστε σε λειτουργία κενού φορτίου η ταχύτητα του δρομέα θα είναι ίση με την σύγχρονη ταχύτητα, η ροπή αναμένεται μηδενική και το ρεύμα ελαφρώς χαμηλότερο του ονομαστικού.

Στην μόνιμη κατάσταση, έπειτα από την σύνδεση του ονομαστικού φορτίου, παρατηρούμε πως  $\omega_r = 302.2 \text{ rad/sec}$ ,  $\tau_e = 26.8 \text{ Nm}$ ,  $|I_s| = 9.2 \text{ A}$ . Μπορούμε, λοιπόν με βάση αυτά τα στοιχεία να υπολογίσουμε την πραγματική ονομαστική ολίσθηση έτσι

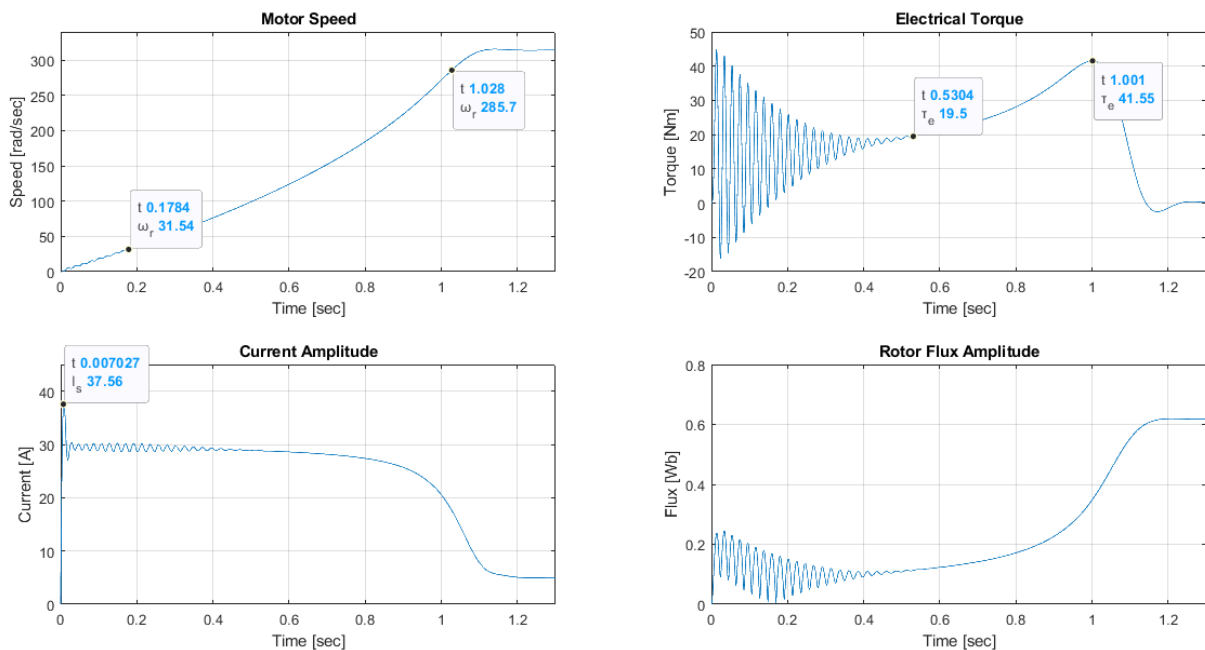
όπως προκύπτει από την προσομοίωση, η οποία είναι  $s^N = \frac{\omega_1 - \omega_r^N}{\omega_1} \approx 3.8\%$ .

Επομένως, η αρχική μας υπόθεση για τις ονομαστικές στροφές θα πρέπει να αλλάξει, καθώς μέσω της προσομοίωσης προκύπτουν

$\omega_m^N = \frac{\omega_r^N}{n_p} = 151.15 \text{ rad/sec} \Rightarrow n^N = 1443 \text{ rpm}$ . Επιπλέον, το ονομαστικό ρεύμα

είναι πολύ κοντά με το ρεύμα που προέκυψε μέσω της προσομοίωσης.

Όσον αφορά την μεταβατική κατάσταση κατά την εκκίνηση της μηχανής με ένα ζουμ στις γραφικές προκύπτουν τα εξής αποτελέσματα:



Σχήμα 6: Μεταβατική κατάσταση εκκίνησης

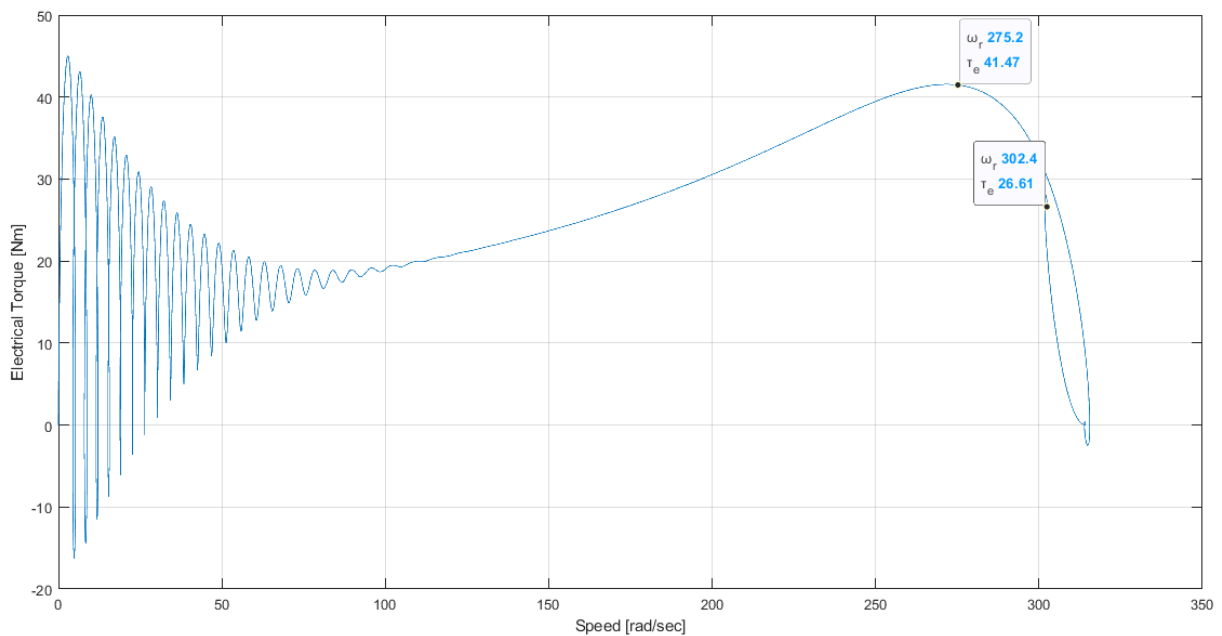
Παρατηρούμε πως από την γραφική της ταχύτητας μπορούμε να υπολογίσουμε τον χρόνο ανόδου, ο οποίος είναι περίπου ίσος με  $0.85 \text{ sec}$ . Επιπλέον, παρατηρούμε

$\tau_e^{start} = 19.5 \text{ Nm}$  και  $\tau_e^{max} = 41.55 \text{ Nm}$ . Η ροπή, επομένως, αφού ξεφύγει από την μεταβατική αρχική κατάσταση, όπου ταλαντώνεται, αυξάνεται έως την  $\tau_e^{max}$  για την οποία ισχύει  $s = s_p = \frac{R_R}{X_\sigma} = 11.5\%$  και στην συνέχεια μηδενίζει καθώς είμαστε σε δοκιμή κενού φορτίου. Το ρεύμα έχει αρχική μέγιστη τιμή  $I_s = 37.56 \text{ A}$ , τιμή πολύ κοντινή στον

θεωρητικό υπολογισμό με βάση τον τύπο  $|I_{s,max}| = \frac{V}{X_\sigma} (1 + e^{-\pi \frac{R_\sigma}{X_\sigma}}) = 40.53 \text{ A}$ , όπου

$$R_\sigma = R_R + R_s.$$

Τέλος, χρησιμοποιώντας το matlab μπορούμε να χαράξουμε την χαρακτηριστική καμπύλη ροπής - ταχύτητας του κινητήρα που μελετάμε, η οποία φαίνεται παρακάτω και πάνω στην οποία έχουμε τοποθετήσει το σημείο για breakdown torque και το τελικό σημείο λειτουργίας της μηχανής μας.



Σχήμα 7: Χαρακτηριστική ροπής - ταχύτητας

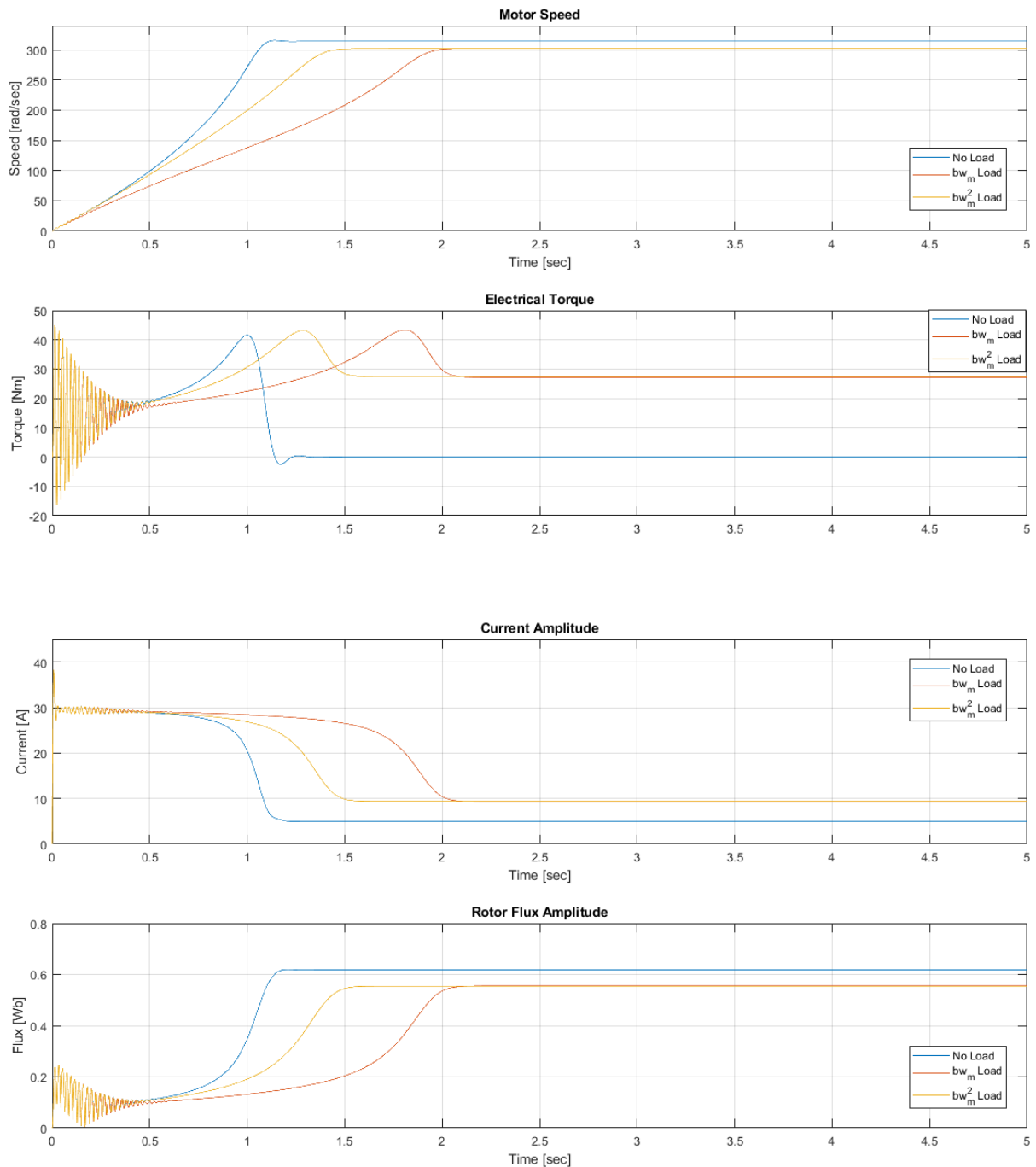
#### 4. ΔΟΚΙΜΗ ΓΙΑ ΡΟΠΗ ΑΝΑΛΟΓΗ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΗ ΤΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΑΣ

Για τις ζητούμενες δοκιμές θα χρειαστεί να υπολογίσουμε τις σταθερές αναλογίας, τις οποίες και προσδιορίζουμε ως εξής:

$$\tau_L^N = b_1 \omega_m^N \Rightarrow b_1 = 0.1796$$

$$\tau_L^N = b_2 (\omega_m^N)^2 \Rightarrow b_2 = 0.0012$$

Τρέχουμε την προσομοίωση για τα δύο αυτές μορφές της ονομαστικής ροπής και συγκρίνοντας με την αρχική δοκιμή και προκύπτουν οι εξής κυματομορφές εξόδου:



Σχήμα 8: Δοκιμές για ροπή ανάλογη της ταχύτητας και του τετραγώνου της ταχύτητας

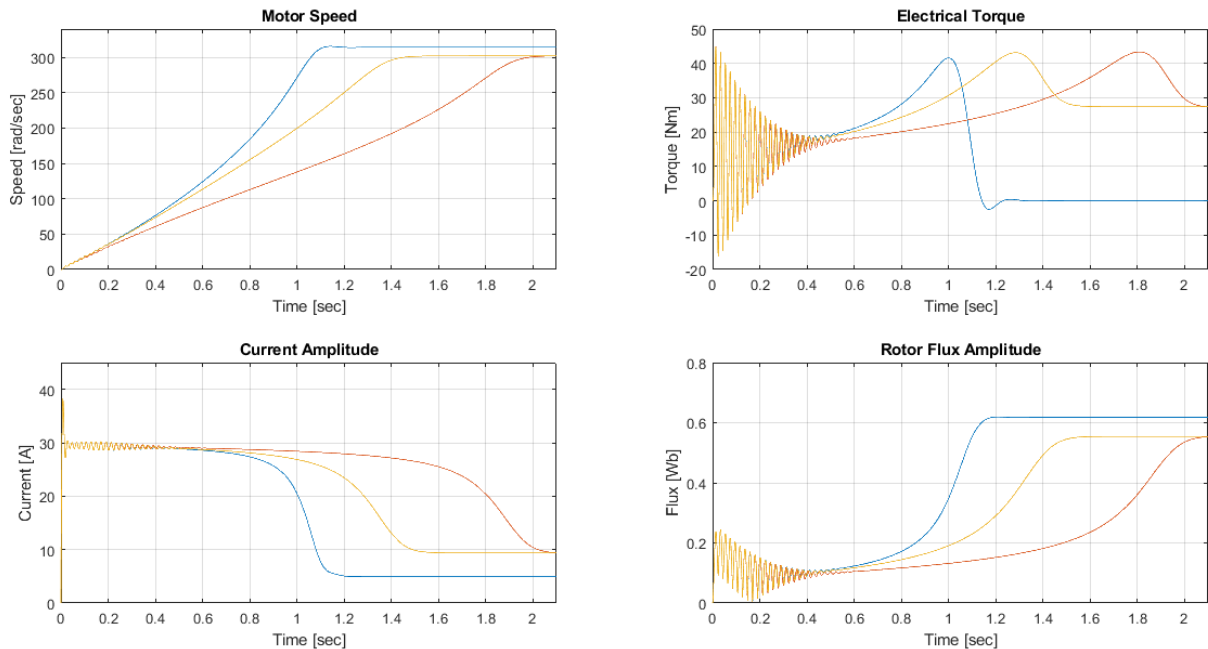
Παρατηρούμε πως η εκκίνηση με κάποιο φορτίο συνδεδεμένο καθυστερεί την μόνιμη κατάσταση της μηχανής καθώς η μηχανή πρέπει να αντισταθμίσει την ροπή του φορτίου. Πιο συγκεκριμένα για ροπή ανάλογη της ταχύτητας, η ταχύτητα αποκτά την τελική της τιμή περίπου στα δύο δευτερόλεπτα, ενώ ο χρόνος ανόδου αυξήθηκε στα 1.62 sec, σχεδόν διπλάσιος, δηλαδή από την δοκιμή κενού φορτίου.

Στην δοκιμή για ροπή ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, η ταχύτητα αποκτά την τελική της τιμή εμφανώς πιο γρήγορα από ότι στην δοκιμή με ροπή ανάλογη της ταχύτητας, ενώ ο χρόνος ανόδου για την εν λόγω δοκιμή είναι 1.11 sec. Παρατηρούμε επίσης πως στην μόνιμη κατάσταση και για τις δύο δοκιμές δεν έχουμε απόκλιση από τις



αναμενόμενες ονομαστικές τιμές.

Τέλος, μεγενθύνοντας στον άξονα του χρόνου προκειμένου να δούμε την αρχική μεταβατική κατάσταση παίρνουμε την εξής εικόνα:

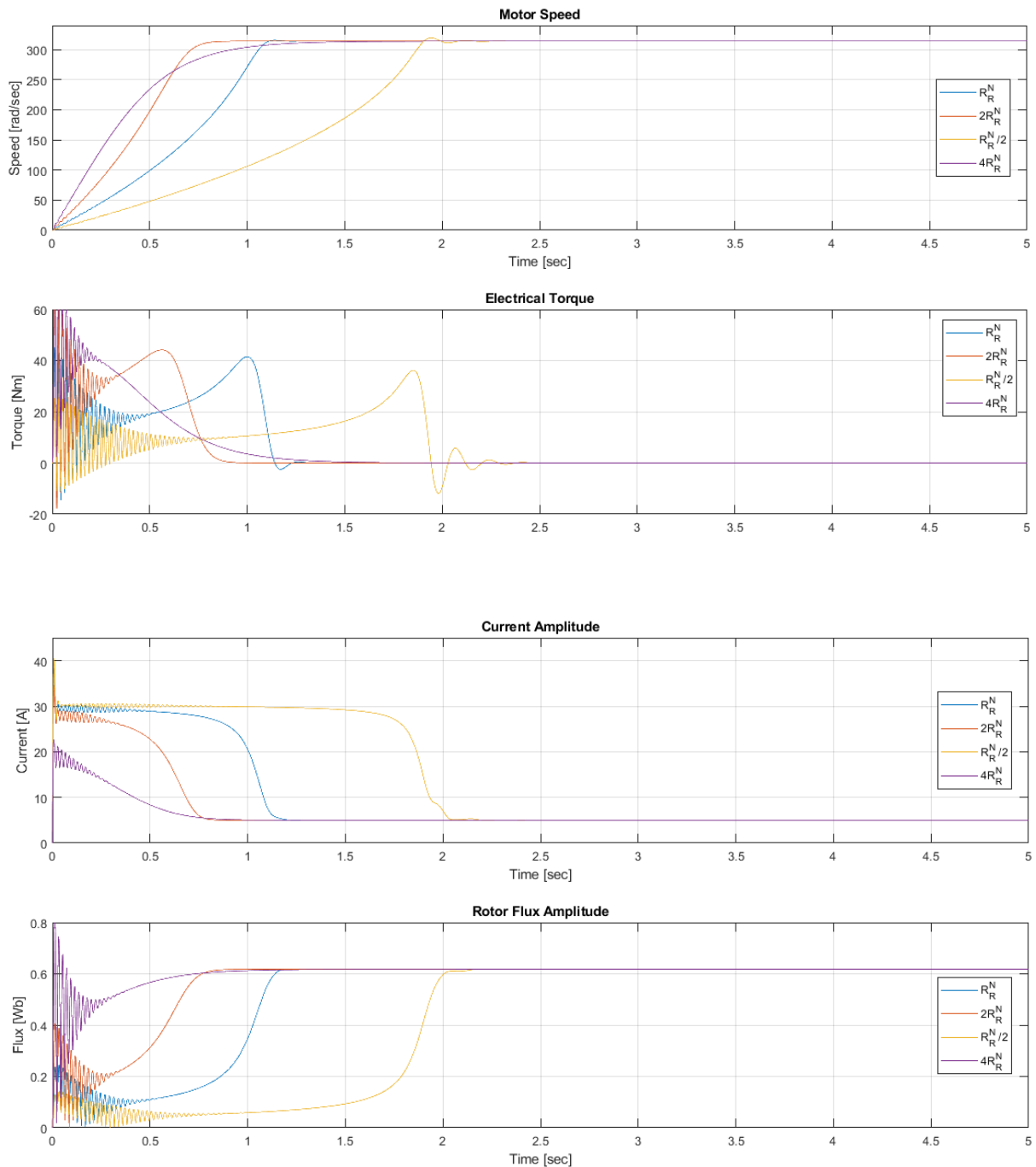


Σχήμα 9: Εκκίνηση μηχανής για τις παραπάνω δοκιμές

Συμπεραίνουμε επομένως πως κατά την εκκίνηση της μηχανής τα δύο διαφορετικά είδη ονομαστικής ροπής δεν επηρέασαν την μηχανή εκτός από μια πολύ μικρή αύξηση στην τιμή της ροπής ανατροπής της τάξης των  $2 \text{ Nm}$ .

## 5. ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΔΡΟΜΕΑ

Για το ερώτημα αυτό επανεκτελούμε την προσομοίωση για κενό φορτίο αλλάζοντας την αντίσταση δρομέα σε διπλάσια της ονομαστικής, υποδιπλάσια της ονομαστικής και τέλος σε τετραπλάσια της ονομαστικής. Παραθέτουμε για τις εν λόγω δοκιμές τις κυματομορφές εξόδου σε κοινούς άξονες προκειμένου να κάνουμε παρατηρήσεις για τις μεταβολές που προκαλούν οι μεγαλύτερες/μικρότερες αντιστάσεις δρομέα.

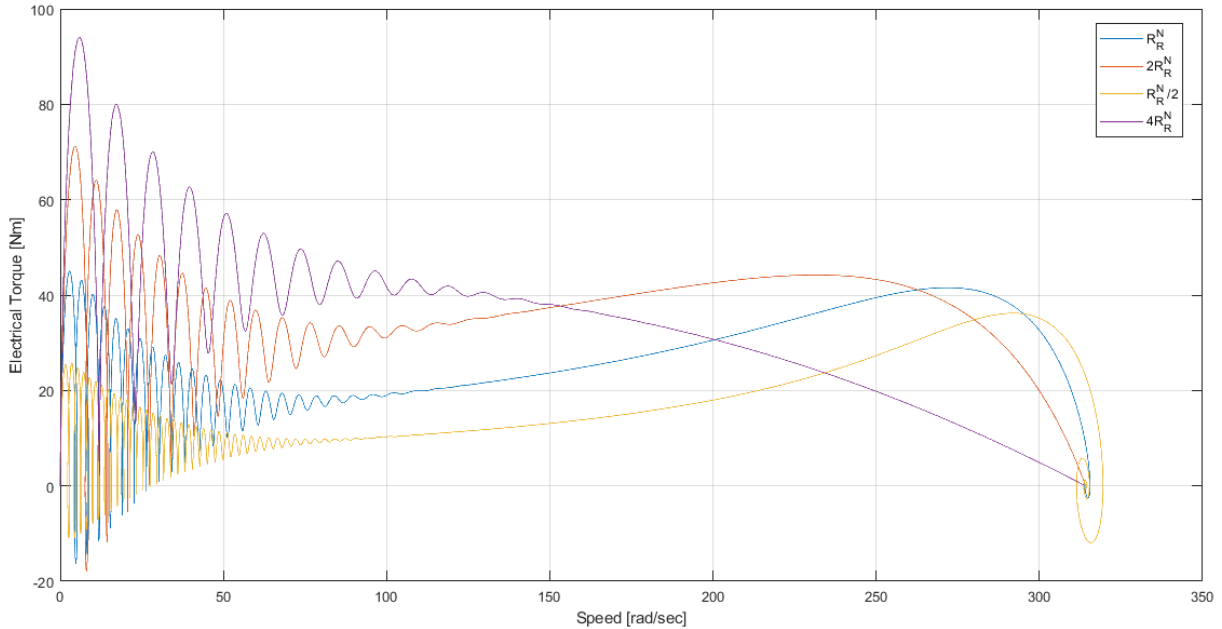


Σχήμα 10: Δοκιμές για διάφορες τιμές αντίστασης δρομέα

Όπως βλέπουμε μια μεγαλύτερη αντίσταση δρομέα θα έκανε το μηχανικό μοντέλο πιο γρήγορο, όμως για πολύ υψηλές αντιστάσεις (τετραπλάσια της ονομαστικής στην περίπτωση μας) υπάρχει ένας κορεσμός σε αυτήν την παρατήρηση. Επιπλέον παρατηρούμε πως μια μικρότερη αντίσταση και καθυστερεί την ανάπτυξη ταχύτητας και προκαλεί επιπλέον μεταβατικά και overshoot σε ταχύτητα και ροπή.

Όσον αφορά το ρεύμα, μια μεγαλύτερη αντίσταση περιορίζει το ρεύμα εκκίνησης, πλεονέκτημα που αξιοποιείται συνήθως στις μηχανές δακτυλιοφόρου δρομέα, όπου επιτρέπεται και η σύνδεση εξωτερικών αντιστάσεων σε σειρά με τον δρομέα. Αντιθέτως, η μικρότερη αντίσταση παρουσιάζει ελαφρώς μεγαλύτερο ρεύμα εκκίνησης.

Ταυτόχρονα, καθώς μεγαλώνει η αντίσταση μεγαλώνει και η ροπή εκκίνησης, ενώ η ροπή ανατροπής εμφανίζεται για πιο μικρότερες ταχύτητες και αυξάνει ελαφρώς η τιμή της. Αυτό επαληθεύεται και από τις χαρακτηριστικές ροπής - ταχύτητας που φαίνονται παρακάτω για κενό φορτίο.



Σχήμα 11: Χαρακτηριστικές ροπής - ταχύτητας για διάφορες τιμές της αντίστασης δρομέα

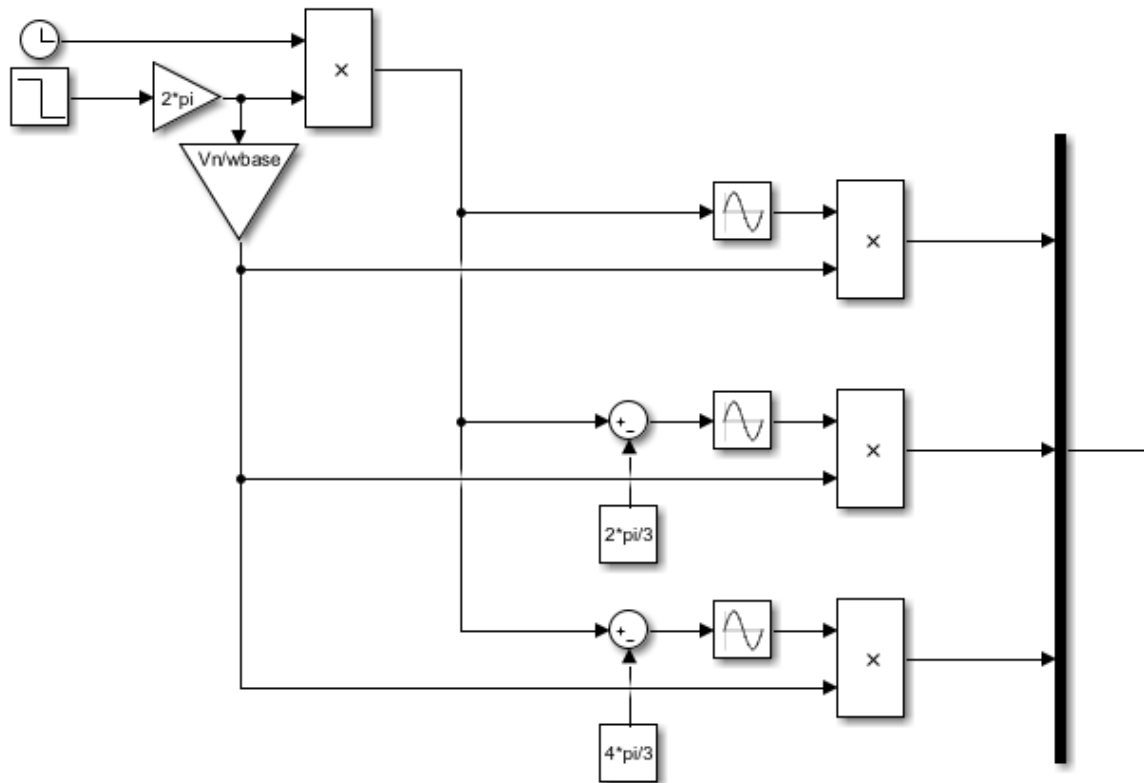
Τέλος, παρατηρούμε πως η ροπή ταλαντώνεται με μικρότερη συχνότητα σε σχέση με την ταχύτητα κατά το μεταβατικό της εκκίνησης για μεγαλύτερες αντιστάσεις δρομέα από την ονομαστική.

## 6. ΒΑΘΜΩΤΟΣ ΕΛΕΓΧΟΣ $V/f$

Προκειμένου να γίνει ο βαθμωτός έλεγχος  $V/f$  θα πρέπει κατά την μεταβολή της συχνότητας να αλλάζει το πλάτος και η συχνότητα του ημιτόνου σύμφωνα με τον εξής τύπο:

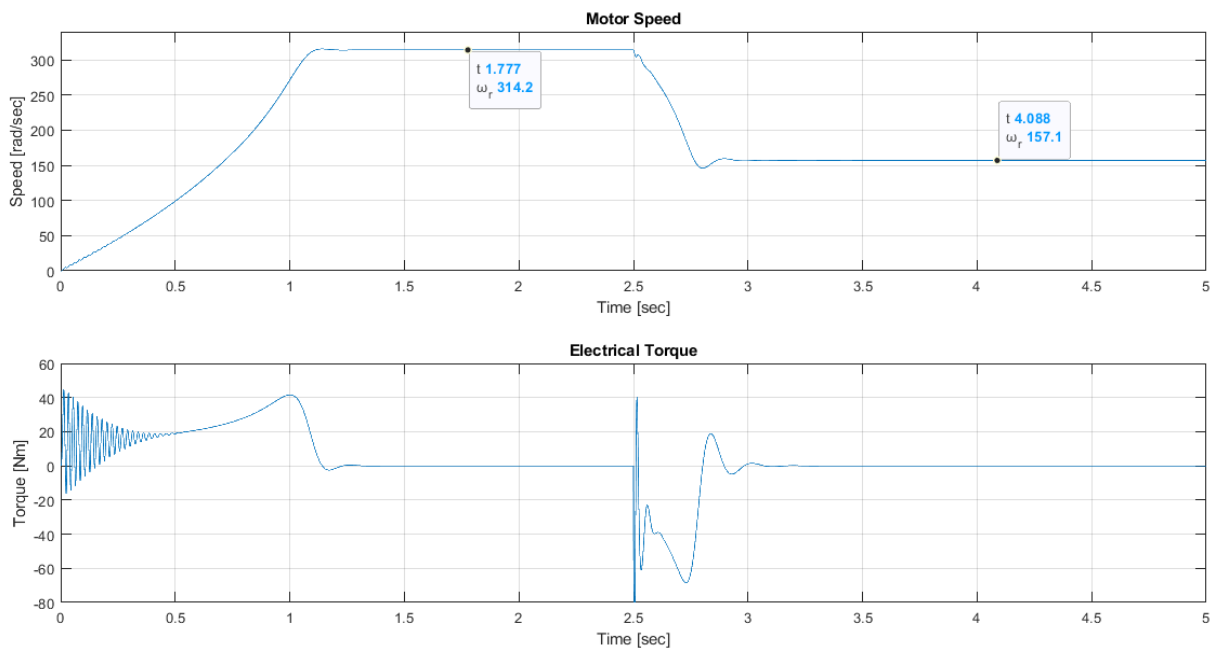
$$V_{new} = \frac{V_{base}}{\omega_{base}} \omega_{new}$$

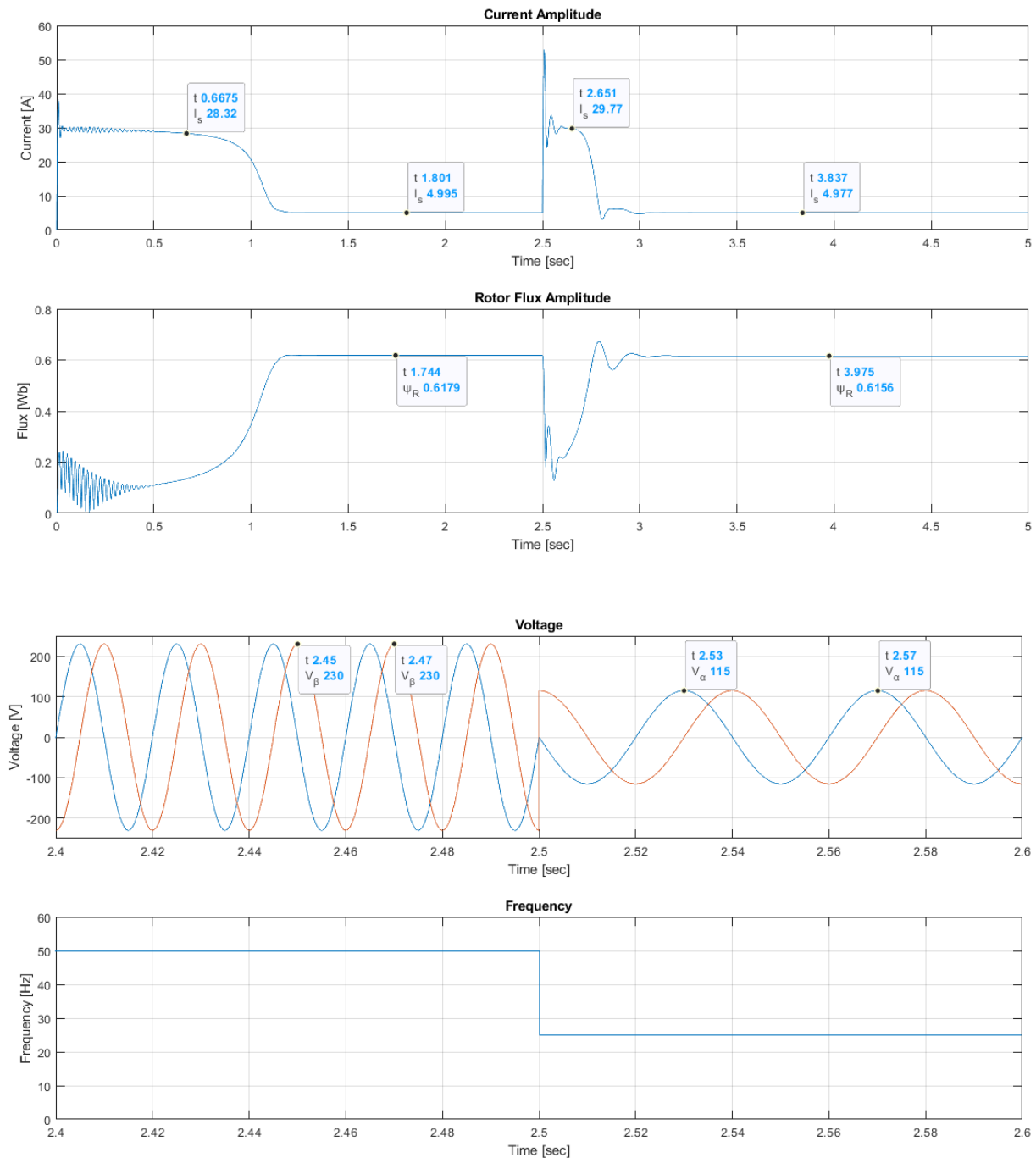
όπου  $V_{new}$  το νέο πλάτος,  $\omega_{new}$  η νέα συχνότητα εκφρασμένη σε  $rad/sec$  και  $\frac{V_{base}}{\omega_{base}}$  ο αρχικός λόγος  $V/f$  όπου στην περίπτωση μας είναι  $\frac{230\sqrt{2}V}{314.15 rad/sec}$ . Προκειμένου να επιτύχουμε λοιπόν τον έλεγχο χρειάζεται να κατασκευάσουμε τα ημίτονα τροφοδοσίας ως εξής:



Σχήμα 12: Υλοποίηση ελέγχου  $V/f$

Το step μπλοκ που φαίνεται βρίσκεται εκεί προκειμένου να κάνουμε μια βηματική μεταβολή από τα 50 Hz στα 25 Hz προκειμένου να δούμε τα αποτελέσματα του ελέγχου. Στην προσομοίωση ορίζουμε τις παραμέτρους του ερωτήματος 3, δηλαδή κενό φορτίο, και τρέχοντας την λαμβάνουμε τις εξής κυματομορφές για την έξοδο και την τάση εισόδου:





Σχήμα 13: Έλεγχος  $V/f$  για βηματική μεταβολή της συχνότητας

Παρατηρούμε πως η ταχύτητα σε κενό φορτίο μετά την μεταβολή της συχνότητας λαμβάνει τιμή  $\omega_r = 157.1 \text{ rad/sec} = 2\pi 25$ , ακριβώς δηλαδή την τιμή που περιμέναμε.

Όσον αφορά το ρεύμα παρατηρούμε πως στις μόνιμες καταστάσεις για κενό φορτίο είναι πολύ κοντά οι τιμές των ρευμάτων ανεξαρτήτως συχνότητας, οπότε μπορούν να θεωρηθούν ίσες. Επιπλέον, κατά την αλλαγή της συχνότητας παρατηρούμε κάποιες ταλαντώσεις στο ρεύμα για πολύ μικρό χρονικό διάστημα ενώ οι τιμές του ρεύματος πριν η μηχανή μεταβεί στην μόνιμη κατάσταση είναι και πάλι παραπλήσιες για τις δύο συχνότητες.

Για την ροπή, έχουμε να επισημάνουμε πως διατηρούνται οι τιμές της μόνιμης κατάστασης ανεξαρτήτως συχνότητας, συνθήκη η οποία διέπει κιόλας τον βαθμωτό έλεγχο καθώς αυτό προσπαθούμε να επιτύχουμε. Κατά την μεταβολή της συχνότητας παρατηρούμε μια ταλάντωση της ροπής, αρνητική τιμή και επαναφορά της σε μηδενική τιμή στην μόνιμη κατάσταση.

Επίσης, για την ροή παρατηρούμε ίδιες τιμές στην μόνιμη κατάσταση των δύο συχνοτήτων, γεγονός που μας υποδεικνύει πως ο έλεγχος λειτουργεί όπως ακριβώς περιμέναμε.

Όσον αφορά την μεταβατική κατάσταση μετά την βηματική αλλαγή της συχνότητας θα μπορούσαμε να πούμε πως μοιάζει με μια επανεκκίνηση της μηχανής στην οποία, όμως, οι ταλαντώσεις των κυματομορφών εξόδου είναι περισσότερο περιορισμένες και κρατάνε λιγότερο χρόνο.

Τέλος, παρατηρείται ότι η τάση εισόδου αλλάζει συχνότητα και πλάτος όπως αναμέναμε, γεγονός που επαληθεύεται από την τελευταία εικόνα του σχήματος 13, όπου σε συχνότητα  $50\text{ Hz}$  έχουμε τάση  $230\text{ V}$  και περίοδο  $2.47 - 2.45 = 0.02\text{ sec} \Rightarrow 50\text{ Hz}$  και για συχνότητα  $25\text{ Hz}$  έχουμε τάση  $115\text{ V}$  και περίοδο  $2.57 - 2.53 = 0.04\text{ sec} \Rightarrow 25\text{ Hz}$ .