Текст

Слайд 2 (Введение: постановка задачи)

Будем называть временной ряд однородным, если его структура постоянна. Если под внешним воздействием в какой-то момент времени ряд терпит возмущение, в его структуре появляется разладка и возникает основная задача обнаружения разладки — найти этот момент возмущения. Под структурой ряда будем понимать подпространство сигнала.

Для обнаружения момента возмущения будем использовать функции обнаружения неоднородности, измеряющие разницу в структуре скользящих отрезков рассматриваемого временного ряда и сообщать об обнаружении разладки, если эта разница превзошла заданный порог.

В моей работе рассматриваются только синусоидальные временные ряды. Момент возмущения, в который ряд меняет свою структуру обозначим как Q.

Основной целью работы является создание системы с автоматическим выбором порога, способной обнаруживать разладку, порожденную изменением частоты периодики сигнала не позже, чем за указанный промежуток времени.

Слайд 3 (Введение: обозначения)

Для достижения поставленной цели, введем следующие обозначения.

Назовем L - длинной окна, характеризующее длину векторов вложения.

F^(1) и F^(2) - базовые и тестовые подряды ряда F_N длины B и T соответственно. На графике базовый подряд отмечен красным, тестовый - зеленым.

Линейная оболочка, натянутая на векторы вложений базового подряда является подпространством сигнала L_r, где r - ранг ряда, равный двум для синусоидальных рядов.

Векторы вложений длины L ряда F^2 обозначим как X_1, …, X_{K_2} с верхним индексом 2, где K_2 = T - L + 1.

Поскольку у нас есть подпространство сигнала L_r, характеризующее структуру красной части ряда и векторы вложений зеленой части, будем измерять разницу в структуре ряда расстоянием от этих векторов до подпространства. Данная мера имеет название индекс неоднородности и в виде формулы представлен на слайде.

Итеративно смещая базовые и тестовые ряды и рассматривая их всевозможные комбинации, мы получаем матрицу неоднородности,

Слайд 4 (Введение: инструменты поиска неоднородности)

структура которой указана на левом графике.

Подмножества этой матрицы являются функциями обнаружения неоднородности, обозначенные на правом графике, а именно:

Строковая, где зафиксирован базовый подряд, а тестовые итеративно и последовательно смещаются;

Столбцовая, где, наоборот, фиксируется тестовый и смещаются базовые.

Диагональная, где базовый и тестовый отрезки последовательно смещаются вместе друг за другом и симметричная, где базовый совпадает с тестовым и задаваемая только при равенстве длин этих подрядов,.

На слайде показаны их обозначения.

Если при вычислении функции обнаружения неоднородности базовый или тестовый подряды включают в себя момент возмущения Q, то значения индекса неоднородности увеличиваются и в матрице неоднородности появляется крест неоднородности длины S. Этот интервал у функций обнаружения будем называть переходным интервалом.

Слайд 5 (Часть 1. Сравнение функций обнаружения)

Имея 4 функции обнаружения неоднородности, установим, какая из них является лучшей для разных видов разладки.

Для этого сравним их численно и зададим неоднородность ряда F_N четырьмя способами - фазовым сдвигом, выбросом, изменением амплитуды и частоты.

Все варианты задания неоднородности рассматривались отдельно и при длине ряда 700, длине окна L=60 и длинах базовых и тестовых подрядов = 100, до момента возмущения Q = 301 частота omega_1 задавалась как 1/10, фазовый сдвиг phi_1 = 0, амплитуда C_1 была равна 1. После момента Q отдельно задавались параметры ряда, соответствующие указанным типам неоднородности. Для первого типа частота

$omega_2$ равнялась 1/5, для второго амплитуда увеличивалась в 2 раза, для третьей фазовый сдвиг задавался равным pi/2 и при выбросе, значение ряда в точке Q равнялось 10.

Слайд 6 (Часть 1. Сравнение функций обнаружения)

Численные тесты показали что во всех случаях по моменту начала роста и скорости роста лучшими являются диагональная и строковая функция обнаружения. На графиках они соответствуют красным и черным кривым соответственно. Здесь видно, что красная функция растет также как и диагональная раньше и быстрее остальных двух.

При численных тестах с зашумленными рядами выводы оставались теми же.

Мы будем изучать только строковую функцию обнаружения неоднородности поскольку она вычислительно наименее затратна, в силу фиксирования подпространства сигнала и перебора векторов вложений тестового ряда для подсчета индекса неоднородности.

Дальнейшее исследование посвящено случаю изменения частоты и построению системы обнаружения разладки на основе красной строковой функции обнаружения неоднородности.

Слайд 7 (Часть 2. Аппроксимация индекса неоднородности)

Чтобы построить систему, основанную на преодолении строковой функцией обнаружения неоднородности заданного порога, необходимо эту функцию проанализировать.

Рассмотрим ряд F_N с неоднородностью, заданную изменением частоты. Попробуем упростить индекс неоднородности g от F первого и F второго, чтобы получить в явном виде его зависимость от частот до и после разладки. В таких обозначениях F первое целиком лежит в однородной части ряда, а F второе после момента возмущения Q.

В результате анализа я получил формулу, указанную на слайде. На графике для указанных частот значение аппроксимации соответствует черной пунктирной линии $y = g_a$.

Причем для достаточно больших L и K_2 аппроксимация имеет хорошую точность.

Слайд 8 (Часть 2. Точность аппроксимации)

Первый график на слайде показывает улучшение точности аппроксимации с ростом значеня параметра L, отмеченном на оси x. Синяя кривая соответствует индексу неоднородности, а зеленая полученной мной аппроксимации.

Так как нас интересует разладка в изменении частоты, нам интересно как полученная аппроксимации зависит от их разности. На втором графике на оси x показаны значения частоты omega_2. Полученная аппроксимация повторяет поведение индекса неоднородности, причем при равных частотах оба значения обращается в 0, а при увеличении разности частот значения довольно быстро переходят примерно в единицу.

Слайд 9 (Часть 2. Аппроксимация переходного интервала)

Поскольку мы получили формулу, аппроксимирующую значения индекса неоднородности после переходного интервала по указанным частотам до и после разладки, для построения порога срабатывания разрабатываемой системы, нам надо оценить поведение переходного интервала функции обнаружения неоднородности.

Было установлено, что при маленьком L, по отношению к T, переходный интервал ведет себя примерно линейно. На графике синяя линия соответствует значению L=10 и на переходном интервале синяя функция обнаружения неоднородности ведет себя примерно линейно. При увеличении параметра L эта линейность портится.

Слайд 10 (Часть 3. Система обнаружения момента возмущения)

Принимая во внимание линейность переходного интервала и наличие аппроксимации индекса неоднородности, перейдем к построению системы, задача которой являлась обнаружение разладки в синусоидальных временных рядах за заданный промежуток времени k. Причем разладку, порожденную изменением частоты сигнала. Сигнал о разладке в момент возмущения Q с крышкой подается при превышении функции обнаружения неоднородности порога gamma^*.

Поскольку при чрезвычайно малых изменениях в сигнале ряда решить задачу построения порога невозможно, введем ограничение на минимальное для обнаружения разладки изменение в частотах delta_{min}. Саму минимальную частоту обозначим как omega_{min}.

На вход системе подается ряд F_N, максимально допустимое запаздывание сигнала об обнаружении разладки k и ограничение на минимальные изменения в частотах delta_{min}. Результатом работы системы должен быть сигнал о разладке в оцененный момент возмущения Q с крышкой, содержащийся в промежутке от Q до Q+k.

Поскольку мы не требуем на вход значение начальной частоты ряда, введем требование к временному ряду F_N. Пусть его первая четверть будет однородной. Можно расценивать это как наличие неких исторических данных, на которых оценивается начальная частота ряда.

Помимо этого, будем на ней также оценивать нижнюю границу порога gamma^* для минимизации ложных срабатываний системы, так как значения индекса неоднородности до разладки зависят от дисперсии шума. Значение этой нижней границы обозначим как gamma_{min}.

В качестве значения самого порога gamma^* мы будем брать значение прямой, аппроксимирующей переходный интервал в точке k. Эта прямая будет соединять значение gamma_{min}, оцененное на однородной части ряда и значение аппроксимации индекса неоднородности g_a для частот omega_1 и omega_{min}.

На слайде показан график примера работы системы. Для наглядности была построена зеленая кривая a с индексом n, которая до момента Q равна значению gamma_{min}, после переходного интервала значению g_a частот omega_1 и omega_{min}. Переходный интервал - прямая, соединяющая значения до переходного интервала и после.

Стоит упомянуть, что omega_{min} задается как сумма начальной частоты ряда и входного значения Delta_{min}. Численно проверено что значение аппроксимации индекса неоднородности g_a для omega_{min}, заданной как суммой, так и разностью, при достаточно большом L примерно равны и далее мы будем задавать omega_{min} как сумму этих двух значений.

При параметрах, указанных на изображении, значение красной кривой, соответствующей строковой функции обнаружения неоднородности, на переходном интервале в точке k лежит выше нашей аппроксимации и система сообщит о наличии разладки в ряде за указанный промежуток времени k.

Слайд 11 (Часть 3. Оценка качества системы)

Чтобы оценить качество работы системы, введем следующие характеристики.

Будем считать, что произошло ложное обнаружение разладки если система сообщает о наличии ней до момента Q . Если Q с крышкой лежит в отрезке от Q до Q+k, то у нас точное обнаружение. Если же Q с крышкой больше Q+k, то произошло запаздывание в обнаружении разладки.

Промоделировав 200 реализаций шума будем характеризовать систему с точки зрения вероятности ложного, точного и вероятности запаздывания обнаружений.

Перед оценкой качества работы системы, изучим влияние параметров B, T и L.

Слайд 12 (Часть 3. Оценка системы: T - L)

При исследовании было замечено, что важный вклад в работу системы вносит значение разности параметров T и L. При близости их значений функция обнаружения неоднородности, отмеченная на графиках красным цветом, на переходном интервале растет быстрее линейной и ее значения лежат выше нашей аппроксимации, отмеченной зеленой линией. Поэтому функция d_n пересечет заданный порог раньше и, следовательно, мы точно обнаружим разладку в промежутке от Q до Q+k.

При увеличении разности T и L, значения строковой функции обнаружения неоднородности практически на всем переходном интервале лежат под нашей аппроксимацией и очевидно, при таком выборе параметров система будет запаздывать.

Слайд 13 (Часть 3. Оценка системы: T - L)

При оценке качества системы, используя описанные ранее характеристики, вероятность точного обнаружения при маленькой разности T и L действительно выше по сравнению с большим.

На представленных графиках на оси x отмечены значения порогов. Вертикальной линией отмечен порог, выбранный системой. Кривые розового, зеленого и красного цветов соответствуют вероятностям ложного, точного и запаздывающего срабатывания системы соответственно.

Так, на верхнем графике, при разности T и L равной 10, вероятность точного обнаружения, отмеченная зеленой линией, при выбранном системой пороге равна 97 процентов.

На нижнем графике, при разности T и L равной 70, система не справляется с поставленной задачей и сигнал о разладке с вероятностью 0.86 будет запоздавшим.

Итак, на основе этого исследования, будем следовать рекомендации выбирать T и L близкими друг к другу.

Слайд 15 (Часть 3. Проблемы)

Результаты тестирования при указанных параметрах приведены на слайде.

Хоть ожидаемого монотонного снижения вероятности точного обнаружения при сближении частот не наблюдалось, при выборе достаточно большого значения параметра максимально допустимого запаздывания k, эта вероятность довольно высока при условии, что значение стандартного отклонения шума не превосходит половины амплитуды сигнала.

К недостаткам описанной системы можно отнести аппроксимацию переходного интервала функции обнаружения прямой. При уменьшении значения k, первые значения переходного интервала рассмотренной аппроксимации меньше значений функции обнаружения неоднородности и данная проблема нуждается в дальнейшем исследовании.

Таким образом, при достаточно большом значении k, работа системы удовлетворяет требованиям поставленной задачи.

Спасибо за внимание.