Mafi 1 Gedächtnisprotokoll - Ersttermin 07.02.2019

1. Aufgabe

a) Anhand einer Wahrheitstabelle die semantische Äquivalenz zeigen von
T = A -> A und ((A oder B) und (A oder C))
b) Anhand von Aussagenlogischen Operationen die semantische Äquivalenz zeigen.
"DeMorgan, Negation, Neutralität, Idempotenz, Distributivität, Doppelnegation etc."
Hinweis: $A \to B$ = -A oder B
A -> A und ((A oder B) und (A oder C)) | Def. Impl
-A oder (A und((A oder B) und (A oder C))) | Distributivität
-A oder (A und (A oder (B und C))) | Absorption, da (B und C)=D und An(AuD)=A
-A oder A | Kommutativität
A oder -A | Negation
T

c)Geben sie die Menge an
P(leere Menge) x P({{leere Menge}, {1}})

2. Aufgabe

a)
Sei die Relation R gegeben mit R = {(a,a),(b,b),(c,c),(d,d)}
Welche der Relationen sind Quasioordnung, Partielle Ordnung, Äquivalenzrelation und geben sie gegebenenfalls die verletzten Eigentschaften an. Ein Beweis ist nicht gefordert!

$$R1 = R \cup \{(a,c),(c,d)\}$$

R2 = R U {(a,d)}
R3 = R U {(a,b),(a,c),(a,d),(b,a),(b,c),(b,d),(c,a),(c,b),(c,d),(d,a),(d,b),(d,c)}
R4 = R U {(c,a), (d,c)}

b)
Beweisen sie, dass gilt:

f injektiv <=> f(X Schnitt Y) = f(X) Schnitt f(Y).
bei “=>” ist f(X Schnitt Y) ist Teilmenge von f(X) Schnitt f(Y) trivial, beweisen sie die Aussage.

3. Aufgabe

Induktion:
a)Beweisen sie das gilt:

$$\sum_{i=0}^{n}((fib(i))^2) = fib(n) * fib(n+1)$$

b) P beschreibt die Menge aller Worte w Element aus {a,b}^* für die gilt
#a(w)=#b(w)
#a(w) beschreibt die Anzahl der a’s in w;
#b(w) beschreibt die Anzahl der b’s in w;
Beweisen Sie:
w ist Element von P;
wenn w Element von P ist, dann auch awb;
wenn w Element von P ist, dann auch bwa;

4. Aufgabe

Verbände:
a)
I(x,y) beschreibt die Menge der Intervalle von x bis y mit x <= y;
[a,b] beschreibt dahingehend ein Intervall für das gilt: x <= a <= b <= y
die partielle Ordnung <<= ist dabei definiert als
[a,b] <<= [c,d] gdw. c <= a und b <= d

Zeichnen Sie das zugehörige Hasse Diagramm.

Ist I(1,3) ein Verband? Beweisen oder widerlegen sie.

b) Wir fügen in I(x,y) noch das Element [] hinzu, wofür gilt:
[a,b] <<= [c,d] gdw. [a, b]=[] oder (c <= a und b <= d)

Ist I(1,3) diesmal ein Verband? Beweisen oder widerlegen sie.

c)
Sei (P(M), Teilmenge) der bekannte Potenzmengenverband. Sei außerdem A teilmenge N beliebig.

Die Funktion ha =df ha(X) = X U A

Ist ha ein Supremumshomomorphismus?
Ist ha ein Infimumshomomorphismus?
ist ha ein Ordnungshomomorphismus?

5. Aufgabe

1.

Gebe alle Normalteiler von S3 an und gebe für alle nicht-trivialen Normalteiler die Menge der Nebengruppen an.

2.

GL(n,K) ist die Menge der invertierbaren Matrizen ind bildet zusammen mit der Matrixmultiplikation eine Gruppe
SL(n,K) ist die Menge der Matrizen, bei der die Determinante = 1 ist.
Zeigen Sie, dass SL(n,K) eine Untergruppe von GL(n,K) ist.

…

6. Aufgabe

Untervektorräume:

Bestimmen Sie eine Basis und die Dimension des Vektorraums

U1 = {x,y,z Element R | x=y=z} Lösung: Basis <(1,1,1)^t>
U2 = {x,y,z Element R | x=3y} Lösung: Basis <(3,1,0)^t, (0,0,1)^t>
U3 = U1 Schnitt U2 Lösung: <{}>, wobei {} = Leere Menge
U4 = U1 + U2 Lösung = ? Bitte ausfüllen

Es gab eine weitere Aufgabe mit Untervektorräumen.

7. Aufgabe

Lösen sie ein lineares Gleichungssystem:
!Genaues Gleichungssystem ist mir NICHT MEHR bekannt!
es gab 4 Gleichungen der Form

1.

a) Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in die erweiterte Matrixkoeffizientenform.
b) Bringen Sie die Matrix in Stufenform
c) Geben Sie die Lösungsmenge der Matrix an
$x1 - 2x2 + x3 + 0 = 2$
$0 + x2 + 3x3 + 0 = 2$
$-x1 + 0 + 2x3 -3x4 = 2$
$-x1 + 0 + 2x3 +3x4 = 2$

b) Lösen sie das gleiche Gleichungssystem im Z3.
(gleiche Aufgaben wie bei a))

8. Aufgabe (Determinante)

a) Geben Sie an für welche x,y Element der reelen Zahlen, die folgende Matrix invertierbar ist (beachten Sie das Thema der Aufgabe)
2 4 x-1
4 0 -6
Y 3 3/4

b) geben Sie die Determinante der folgenden Matrix an. Entwickeln sie dafür nach der 3. Spalte
1 -2 3 0
-2 2 -3 0
3 -3 3 -4
-4 4 -4 4

det=-4

9. Aufgabe (Basiswechsel)

Basistransformation:

phi ist eine Funktion U -> V, die als eine darstellende Matrix, welche als eine 2x3 Matrix A angegeben ist, gegeben ist.
Außerdem gibt es B, B' welche 2 Basen des R^3x3 darstellen.
B = {(2,3,5)t, …}
B' = {(1,1,0)t, (0,1,1)t, (1,0,1)t}
Außerdem gibt es noch B'' welche eine Basis des R^2x3 darstellt.
B'' = {…, (0,-1)t}
(die erste Basis war glaube ich (2,3)t aber nicht sicher)

a) Berechne:
B'[idR3]B

b) Berechne B''[phi]B und verwenden sie die Basiswechselmatrix aus a)!

10. Aufgabe Wissensfragen

1. Das kartesische Produkt zweier Integritätsbereiche ist wieder ein Integritätsbereich
2. Die Vereinigung zweier Äquivalenzrelationen ist in der Regel keine Äquivalenzrelation
3. Es gibt keinen Gruppenendomorphismus S3 -> S3 sodass (12) auf (123) abbildet. Lösung: Falsch, es gibt einen mit phi(x) = x ° (23)
4. Es existiert kein Körperhomomorphis von den Reelen Zahlen hinzu den Rationalen Zahlen
5. Die Teilbarkeitsrelation auf den natürlichen Zahlen ist ein boolscher Verband. Lösung: Falsch.
6. {0,1}^N ist genauso mächtig wie N^{0,1}