

Contrôle continu

Durée : 1 h 30. Documents, calculatrices, baladeurs, casques audio, oreillettes, mobiles, portables, tablettes... interdits. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1 (2 points.)

Pour :

- 1) $x = a^8$;
- 2) $x = (ab)^4$;
- 3) $x = (ab)^3a$;
- 4) $x = abaabab$;

donnez :

- l'ensemble des bords de x ;
- le bord de x , en le soulignant parmi les bords de l'ensemble précédent ;
- la période de x .

Exercice 2 (5 points.)

- 1) Énoncez le lemme de périodicité de Fine et Wilf.
- 2) Donnez l'ensemble des mots qui admettent 3 et 8 comme périodes.
- 3) Même chose pour 3 et 10.
- 4) Même chose pour 3, 8 et 10.
- 5) Même chose pour 5, 6 et 9.

Vous alliez autant que faire se pourra justesse et concision dans vos réponses.

Exercice 3 (5 points.)

1) Montrez que, pour le mot ab , l'algorithme de Morris et Pratt, tout comme celui de Knuth, Morris et Pratt, est en « $2n$ » comparaisons sur un texte de longueur n .

2) Trouvez un algorithme séquentiel (il est interdit de revenir en arrière sur le texte) qui, pour ce même mot ab , est en « $\frac{3}{2}n$ » comparaisons sur un texte de longueur n .

Vous appuierez vos réponses sur le dessin d'un automate dont :

- chaque état spécifie la connaissance d'un facteur du texte sous la forme d'une suite de symboles comme : un gros point « \bullet » pour signifier une lettre inconnue, une lettre pour signifier cette même lettre, une lettre avec « \neq » devant pour signifier « n'importe quelle lettre sauf celle-là », etc. ;
- chaque état spécifie, à l'aide du souligné « $_$ », l'emplacement du facteur sur lequel agit la comparaison avec la lettre indiquée sur les deux flèches issues de l'état ;
- chaque flèche est étiquetée par une lettre précédée de « $=$ » ou « \neq », et suivie, éventuellement, d'un décalage.

Exercice 4 (4 points.)

Dressez les tables :

- du « bon préfixe » ;
- du « meilleur préfixe » ;

pour :

- 1) $x = abaababaabaa$;
- 2) $x = abracadabrac$.

Dans les deux cas, précisez les indices des lettres de x pour lesquelles le délai (nombre de comparaisons avec une lettre du texte dans le pire des cas) est maximal ; précisez également ce délai.

Exercice 5 (4 points.)

Pour $X = \{aab, abaaba, ababc\}$:

- 1) donnez les différents vecteurs de bits calculés lors de la phase de préparation de l'algorithme « petit-automate » appliqué à X ;
- 2) dessinez avec soin l'implantation par fonction de suppléance de l'automate-dictionnaire reconnaissant le langage des mots se terminant par des mots appartenant à X ;
- 3) dessinez une amélioration significative de l'implantation précédente dans laquelle les liens état-état suppléant sont optimisés : aucun appel inutile à la fonction de suppléance ne doit subsister.

Solutions

Solution de l'exercice 1

Solution de l'exercice 2

Solution de l'exercice 3

Solution de l'exercice 4

Solution de l'exercice 5