

MATH60633 – TP1

David Ardia

version 2024-01-21

Informations importantes

- Ce travail vaut 10% de la note finale.
- Ce travail doit être fait par groupes de 2-3 personnes; remplissez l'évaluation d'équipe.
- Envoyez moi un courriel à david.ardias@hec.ca dès que vous aurez constitué votre équipe.
- Ce travail ne peut pas être réalisé avec l'aide de ChatGPT.
- Je ne réponds qu'aux questions posées sur le forum.
- Votre fichier R devra être déposé on ZoneCours au plus tard à la date fixée. Mettez tous vos fichiers dans un seul dossier .zip que vous nommez `nom1_nom2.zip`. Tout retard entraînera une pénalité de 5% par heure.
- Documentez clairement la totalité de votre code R.
- Vous n'êtes pas autorisés à utiliser un package pour le modèles GARCH (par exemple **rugarch**).
- Vous pouvez regarder le cours *GARCH Models in R* pour avoir une introduction aux modèles GARCH en finance.
- Le nombre de point total est 30.
- Le travail présenté ci-dessous compte pour 27 points, soit 90% de la note. Les points par question sont indiqués dans les parenthèses carrées.
- Les 3 points restants, soit 10% de la note, peuvent être obtenus via une des 4 options suivantes:
 1. Effectuez le travail en Rmarkdown.
 2. En plus du modèle décrit ci-dessous, codez la version asymétrique GJR-GARCH.
 3. Testez formellement les résultats de votre backtest des VaR obtenues avec un test disponible dans le package **GAS**.
 4. En utilisant vos résultats d'estimation, a) standardisez les rentabilités (innovations) des deux indices en utilisant les volatilités conditionnelles des modèles, b) calculez la corrélation entre les innovations, c) générez 1,000 scénarios pour les innovations en utilisant une Gaussienne bivariée en utilisant la corrélation estimée, d) générez 1,000 rentabilités pour les deux séries en utilisant les innovations, e) générez 1,000 scénarios pour un portefeuille équilibré dans les deux indices pour l'horizon $T + 1$, f) calculez la VaR 95% du portefeuille.

Description

L'objectif est d'estimer et de backtester la valeur en risque (VaR) d'un portefeuille de deux indices en utilisant le modèle GARCH(1,1)-Normal. Le code fourni dans les fichiers ne fonctionne pas. Vous devez le corriger et le compléter. Vous devez créer une structure de projet appropriée avec un script principal pour exécuter le code. Cela doit être indépendant de la plateforme. Tout doit être généré automatiquement.

Details

Le modèle GARCH est utilisé pour capturer l'hétéroscédasticité des données financières : la dynamique de la volatilité. Il est largement utilisé dans la gestion des risques. Vous pouvez l'utiliser pour prévoir la volatilité ou la valeur à risque, le quantile conditionnel de la distribution prédictive.

Le modèle GARCH(1,1) avec erreur normale pour les rendements y_t est donné par :

$$y_t \sim \sigma_t \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim iid \mathcal{N}(0, 1),$$

où $\sigma_t^2 = \omega + \alpha y_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$. Les paramètres doivent satisfaire $\omega \geq 0$ et $\alpha, \beta > 0$. En outre, le modèle doit être covariance stationary, c'est-à-dire $\alpha + \beta < 1$.

La VaR à un point temporel donné t^* est donnée par $\Phi^{-1}(1 - \gamma)\sigma_{t^*}$, où γ est le niveau de risque (généralement 0.95 ou 0.99) et Φ^{-1} est l'inverse de la distribution normale cumulative (fonction quantile).

Étapes

Structure du projet

- Créez un projet dans RStudio et une structure de dossiers appropriée. [1 point]
- Codez correctement (style, dénomination, etc.). [3 points]

Données

- Chargez le fichier `indices.rda` dans R. Ne considérez que les valeurs des indices depuis janvier 2005. [1 point]
- Calculez les rendements logarithmiques pour les deux séries. [1 point]

Fonctions

- Corrigez la fonction R `f_forecast_var.R` qui calcule la prévision de la VaR next-step-ahead en utilisant le modèle GARCH avec des erreurs normales. Les entrées de la fonction sont un vecteur $(T \times 1)$ de rendements logarithmiques passés `y` et le niveau de valeur à risque `level`. L'estimation du modèle se fait par maximum de vraisemblance. La fonction produit la VaR de l'étape suivante au niveau de risque souhaité, `VaR`, le vecteur $(T + 1 \times 1)$ des variances conditionnelles `sig2` et l'ensemble de MLE `theta`. [10 points]

Estimation statique de la VaR

- Utilisez les premiers rendements logarithmiques de $T = 1000$ pour estimer la VaR de chaque indice au niveau de risque de 95%. Lequel est le plus risqué à l'horizon $T + 1$? [3 points]

Backtesting

- En utilisant une fenêtre glissante de $T = 1000$ jours, calculez et stockez la VaR de la prochaine étape à venir au niveau de risque de 95% pour les 1000 prochains jours. [5 points]
- Affichez les séries de rendements réalisés et les estimations de la VaR pour les deux séries. Enregistrez dans un fichier *png*. [2 points]
- Enregistrez les résultats de votre backtest dans un fichier *rda*. [1 point]