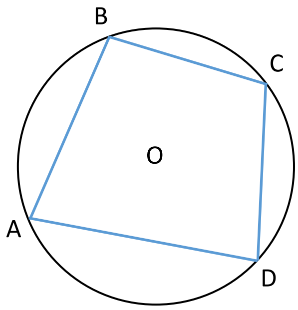
# RIŅĶA LĪNIJĀ IEVILKTI UN AP RIŅĶA LĪNIJU APVILKTI ČETRSTŪRI

Ap daudzstūri **apvilktas riņķa līnijas centrs** atrodas daudzstūra malu **vidusperpendikulu krustpunktā**.
Daudzstūrī **ievilktās riņķa līnijas centrs** atrodas daudzstūra leņķu **bisektrišu krustpunktā**.

Četrstūri, kura visas virsotnes atrodas uz riņķa līnijas, sauc par ievilktu četrstūri.

TEORĒMA

Riņķa līnijā ievilkta četrstūra pretējo leņķu summas ir 180°.




Jāpierāda $\sphericalangle A + \sphericalangle C = \sphericalangle B + \sphericalangle D = 180°;$

$\sphericalangle A = \frac{1}{2} B\breve{C}D$ un $\sphericalangle C = \frac{1}{2} B\breve{A}D$

Tātad $\sphericalangle A + \sphericalangle C = \frac{1}{2} B\breve{C}D + \frac{1}{2} B\breve{A}D = \frac{1}{2}\left(B\breve{C}D + B\breve{A}D\right) = \frac{1}{2} \cdot 360° = 180°$

Tā kā četrstūra leņķu summa ir 360°, tad arī $\sphericalangle B + \sphericalangle D = 180°$

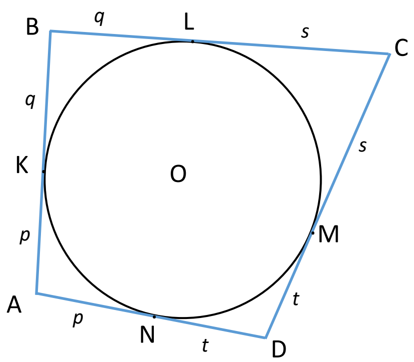
Ir spēkā arī **apgrieztā teorēma.**

Ja četrstūra pretējo leņķu summa ir 180°, tad ap to var apvilkt riņķa līniju.

Četrstūrim kura visas malas ir pieskaras riņķa līnijai, sauc par apvilktu četrstūri.

TEORĒMA

Ap riņķa līniju apvilkta četrstūra pretējo malu garumu summas ir vienādas.




Jāpierāda: $AB + CD = AD + BC$

Pieskares pa pāriem ir vienādas.

$AK = AN = p$

$CL = CM = s$

$BK = BL = q$

$DM = DN = t$

$AB + CD = p + q + s + t$

$AD + BC = p + t + q + s$

Tātad $AB + CD = AD + BC$

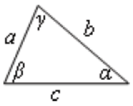
Ir spēkā arī **apgrieztā teorēma.**

Ja četrstūra pretējo malu garumu summas ir vienādas, tad četrstūrī var ievilkt riņķa līniju.

# JAU APGŪTĀS FORMULAS

## Trijstūris

$a, b, c$ – malas, $\alpha, \beta, \gamma$ – leņķi, $r$ – ievilktās riņķa līnijas rādiuss, $R$ – apvilktās riņķa līnijas rādiuss, $p$ – pusperimetrs, $h_a$ - augstums pret malu $a$




$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

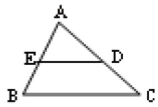
$$S_\Delta = \frac{a \cdot h_a}{2} \qquad S_\Delta = \frac{1}{2}ab\sin\gamma$$

$$S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_\Delta = \frac{abc}{4R} \qquad S_\Delta = p \cdot r$$

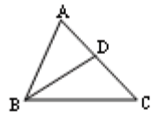
Viduslīnijas īpašība

$$ED = \frac{1}{2}BC$$



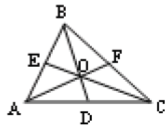

Bisektrises īpašība

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$




Mediānas īpašība

$$\frac{BO}{OD} = \frac{AO}{OF} = \frac{CO}{OE} = \frac{2}{1}$$




## Taisnleņķa trijstūris

$a, b$ – katetes, $h_c$ - augstums pret hipotenūzu,

$a_c, b_c$ - katešu projekcijas uz hipotenūzas

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c \qquad a^2 = a_c \cdot c$$

$$b^2 = b_c \cdot c \qquad \frac{a^2}{b^2} = \frac{a_c}{b_c}$$

## Regulārs trijstūris

$a$ – mala, $h$ – augstums, $r$ – ievilktās riņķa līnijas rādiuss, $R$ – apvilktās riņķa līnijas rādiuss

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad r = \frac{a\sqrt{3}}{6} \qquad R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

## Līdzīgi trijstūri

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_{11}C_1}} = k$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

## Paralelograms

$a, b$ – malas, $d_1, d_2$ - diagonāles,

$h_a$ - augstums pret malu $a$,

$\alpha$ – leņķis starp malām

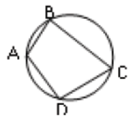
$$2(a^2 + b^2) = d_1^2 + d_2^2$$

$$S = a \cdot h_a \qquad S = ab\sin\alpha$$

## Ievilkti un apvilkti četrstūri

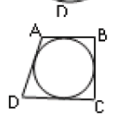
Ievilkts četrstūris $ABCD$

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$$




Apvilkts četrstūris $ABCD$

$$AB + CD = AD + BC$$




## Trapece

$a, b$ – pamata malas, $h$ – augstums

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$